

XII : Analyse d'une lumière polarisée

Dans cette séance de travaux pratiques, on va rechercher un protocole expérimental qui nous permettra de déterminer l'état de polarisation de la source de lumière.

On commencera le TP par un cours, à connaître sur la biréfringence, puis on verra comment utiliser ces propriétés pour trouver la polarisation de la source étudiée.

Matériel à disposition :

- 1 jeu de lentilles (100mm, 200mm, ...)
- 6 pieds d'optique de même hauteur
- 1 diaphragme à iris
- 1 écran
- 1 « mètre »
- 1 Lampe de lumière blanche
- 1 Filtre vert coloré
- 1 lame demi-onde
- 2 lames quart-onde
- 1 cristal de Spath d'Islande (Sur une paille) + porte objet « Cylindrique »
- 1 Lampe de poche
- 2 polariseurs
- 1 Luxmètre
- 1 porte objet + lame de scotch

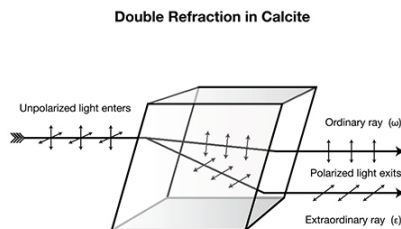
I – La biréfringence

I-1) Principe de la biréfringence

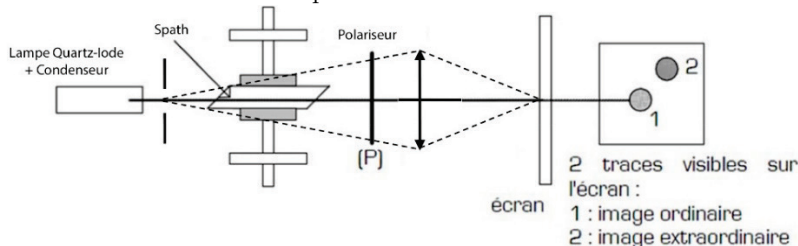
Beaucoup de cristaux transparents et anisotropes tels que la calcite (CaCO_3) ou le quartz (SiO_2) divisent un faisceau incident en deux faisceaux séparés de polarisations rectilignes orthogonales, le faisceau ordinaire (O) et le faisceau extraordinaire (E). On dit qu'ils sont biréfringents (doublement réfringents).

A première vue, le faisceau ordinaire suit les lois de Descartes mais pas le faisceau extraordinaire. Ce phénomène a été découvert par le Danois E. Bartolin vers 1665 sur du spath d'Islande qui est du carbonate de calcium cristallisé. On attribue ces propriétés d'anisotropie à la structure dissymétrique de l'édifice cristallin : le cristal de calcite est un rhomboèdre : un cube étiré le long de sa diagonale. Ces matériaux sont utilisés pour la réalisation de polariseurs biréfringents rectilignes ainsi que les lames quart d'onde et demi-onde que nous allons découvrir dans ce TP.

Dans certains cristaux, comme la calcite, on a $n_o > n_e$ et dans d'autres, comme le quartz, on a $n_o < n_e$.



Afin de mettre en évidence les deux directions de polarisation à la sortie du cristal on réalise l'expérience suivante :



Initialement on observe deux images correspondant aux deux rayons ordinaires et extraordinaires. Lorsqu'on tourne le polariseur on peut éteindre alternativement une des deux images.

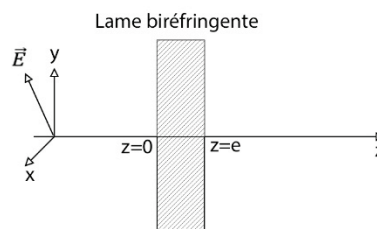
- Quelle est l'angle entre ses deux positions ?

I-2) Action d'une lame biréfringente sur la lumière

Considérons une lame biréfringente à faces parallèles possède deux directions privilégiées orthogonales Ox et Oy parallèles à ses faces auxquelles sont associées respectivement deux indices réels n_x et n_y . Une onde plane progressive harmonique se propageant suivant selon l'axe Oz ne traversera la lame sans modification de son état de polarisation que si elle est polarisée rectilignement suivant Ox ou Oy. Dans le cas général, le champ électrique, qui est transverse, a donc deux composantes : l'une selon Ox, l'autre selon Oy. Dans la lame, ces deux composantes ne se propagent pas avec la même vitesse de phase : l'une « voit » l'indice n_x , l'autre l'indice n_y .

On considère alors une onde plane progressive se propageant selon l'axe Oz et on suppose que la lame se situe entre $z = 0$ et $z = e$. Les réflexions sur les faces de la lame seront négligées. Dans la suite, nous supposons que $n_x > n_y$. L'axe Ox est donc l'axe lent et l'axe Oy l'axe rapide. En effet, la composante du champ électrique selon Ox se propage avec la vitesse de phase $v_x = \frac{c}{n_x} < v_y = \frac{c}{n_y}$. Les axes Ox et Oy sont globalement appelés lignes neutres de la lame.

On considère une lame biréfringente d'axes Ox et Oy, à la sortie de la lame il va y avoir un déphasage introduit par la lame qui pourra entraîner des modifications de polarisation de l'onde incidente.



- Avant la lame : $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_0 z) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_0 z + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$ où $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}$
- Dans la lame $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_{0x} z) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_{0y} z + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$ où $k_{0x} = \frac{\omega}{v_x} = \frac{n_x \omega}{c} = n_x k_0$ et $k_{0y} = n_y k_0$
- A la sortie de la lame $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - n_x k_0 e) \\ E_{oy} \cos(\omega t - n_y k_0 e + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$
- Après la lame $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_0(z - e) - n_x k_0 e) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_0(z - e) - n_y k_0 e + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$

La traversée de la lame a donc introduit :

- Un déphasage : $\Delta\varphi = (n_x - n_y) k_0 e = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_x - n_y) e$
- Une différence de marche : $\delta = (n_x - n_y) e$

On peut faire un choix d'origine des temps de façon à écrire le champ résultant sous une forme plus pratique :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_0 z) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_0 z + \Delta\varphi + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dans le cas général la recombinaison à la sortie des deux composantes de l'onde sera donc différente que celle à l'entrée de la lame.

I-3) Lame demi-onde

a) Définition

C'est une lame taillée dans un matériau anisotrope de façon que $\Delta\varphi = \pi$ ou $\delta = \frac{\lambda_0}{2}$ d'où l'appellation lame demi-onde.

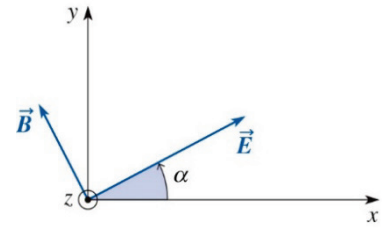
Pour une lame demi-onde l'épaisseur minimale vérifie :

$$\delta = (n_x - n_y) e = \frac{\lambda_0}{2}$$

Remarque : Les épaisseurs possibles de la lame sont en fait : $(n_x - n_y)e_p = (2p + 1) \frac{\lambda_0}{2}$

b) Action sur une onde polarisée rectilignement

$$\text{- Avant la lame : } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ E_o \sin(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\text{- Après la lame } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ E_o \sin(\alpha) \cos(\omega t - k_o z + \pi) = -E_{oy} \sin(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Une lame demi-onde transforme une onde polarisée rectilignement en une onde polarisée rectilignement selon une direction symétrique par rapport à ses lignes neutres.

Si l'onde est polarisée selon une des lignes neutres de la lame, c'est-à-dire si $\alpha = 0$ ou $\alpha = \frac{\pi}{2}$, la lame laisse la direction du champ électrique inchangé.

c) Action sur une onde polarisée elliptiquement

$$\text{- Avant la lame : } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_o z) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_o z + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{- Après la lame : } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_o z) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_o z + \varphi + \pi) = -E_{oy} \cos(\omega t - k_o z + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Une lame demi-onde transforme une onde polarisée elliptique (ou circulairement) en une onde polarisée elliptiquement (ou circulairement) de même ellipticité mais de sens de rotation différent.

I-4) Lame quart d'onde

a) Définition

C'est une lame taillée dans un matériau anisotrope de façon que $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\delta = \frac{\lambda_0}{4}$ d'où l'appellation lame quart d'onde.

Pour une lame quart d'onde l'épaisseur minimale vérifie : $\delta = (n_x - n_y)e = \frac{\lambda_0}{4}$

Remarque : Les épaisseurs possibles de la lame sont en fait : $(n_x - n_y)e_p = (2p + 1) \frac{\lambda_0}{4}$

b) Action sur une onde polarisée rectilignement

$$\text{- Avant la lame : } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ E_o \sin(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{- Après la lame } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\alpha) \cos(\omega t - k_o z) = E_{ox} \cos(\omega t - k_o z) \\ E_o \sin(\alpha) \cos\left(\omega t - k_o z + \frac{\pi}{2}\right) = E_{oy} \sin(\omega t - k_o z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Une lame quart d'onde transforme une onde polarisée rectilignement en une onde polarisée elliptiquement, les axes de l'ellipse étant les lignes neutres de la lame.

Si $\alpha = \pm \frac{\pi}{4}$, la vibration émergente est circulaire.

Si l'onde est polarisée selon une des lignes neutres de la lame, c'est-à-dire si $\alpha = 0$ [$\frac{\pi}{2}$], la lame laisse la polarisation du champ électrique inchangée.

d) Action sur une onde polarisée elliptiquement

$$- \text{Avant la lame} : \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_oz) \\ E_{oy} \cos(\omega t - k_oz + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$- \text{Après la lame} : \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_oz) \\ E_{oy} \cos\left(\omega t - k_oz + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = -E_{oy} \sin(\omega t - k_oz + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Après la lame, la vibration est elliptique si les lignes neutres de la lame ne sont pas confondues avec les axes de l'ellipse. En effet, si les lignes neutres de lame et les axes de l'ellipse sont confondus, c'est-à-dire si $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, le champ électrique après la lame s'écrit :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox} \cos(\omega t - k_oz) \\ \pm E_{oy} \sin(\omega t - k_oz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Alors, l'onde émergente est polarisée rectilignement.

Une lame quart d'onde transforme en général une onde polarisée elliptiquement en une onde polarisée elliptiquement.

Si les lignes neutres de la lame et les axes de l'ellipse coïncident, la lame quart d'onde transforme une onde polarisée elliptiquement en une onde polarisée rectilignement.

e) Action sur une onde polarisée circulairement

$$- \text{Avant la lame} : \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\omega t - k_oz) \\ E_o \sin(\omega t - k_oz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

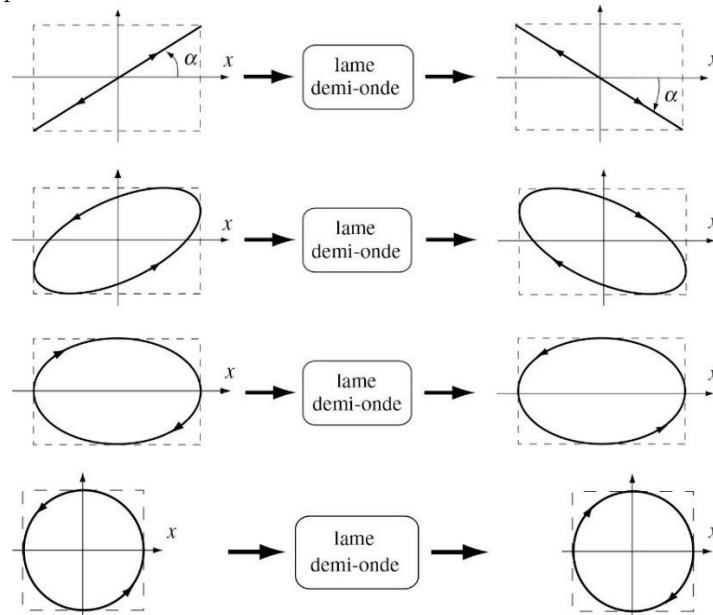
$$- \text{Après la lame} : \vec{E} = \begin{pmatrix} E_o \cos(\omega t - k_oz) = E_o \cos(\omega t - k_oz) \\ E_o \sin\left(\omega t - k_oz + \frac{\pi}{2}\right) = E_o \cos(\omega t - k_oz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Une lame quart d'onde transforme une onde polarisée circulairement en une onde polarisée rectilignement, à 45° de ses lignes neutres.

I-5) Récapitulatif

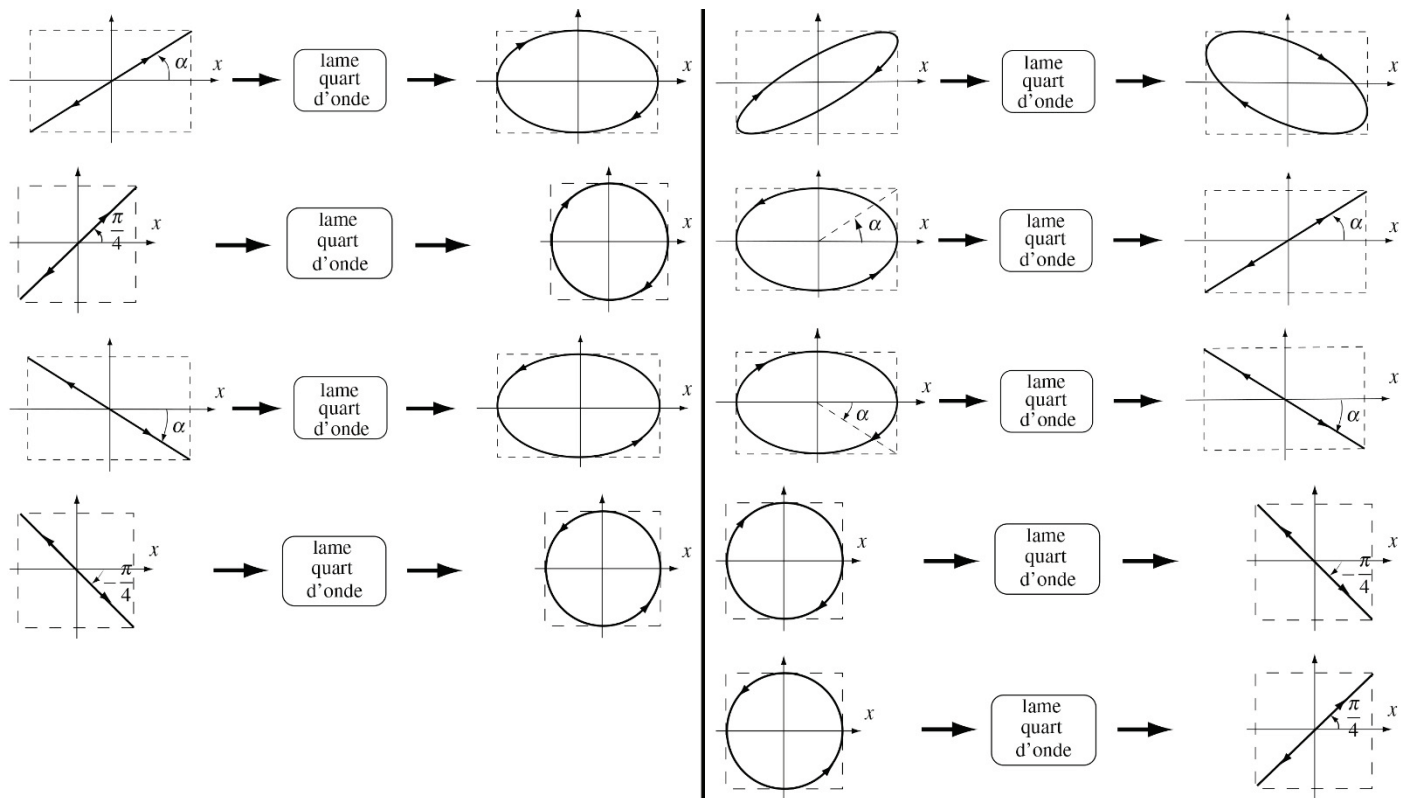
a) Lame demi-onde

Représentons graphiquement l'influence d'une lame demi-onde sur l'onde incidente.



b) lame quart d’onde

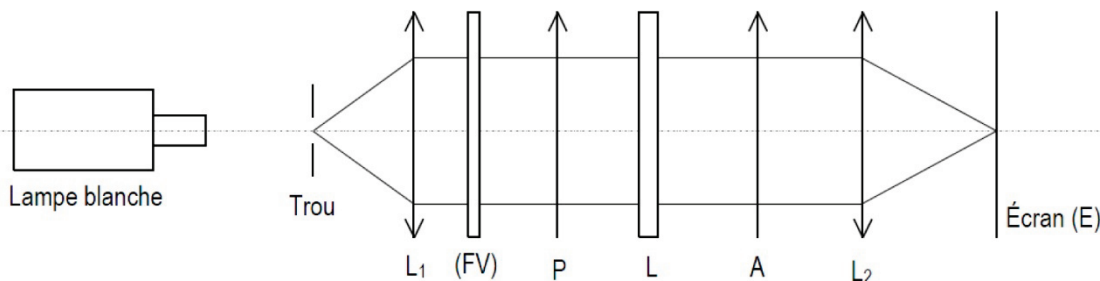
Représentons graphiquement l’influence d’une lame quart d’onde sur l’onde incidente.



II – Analyse d’une lumière polarisée

II-1) Détermination des lignes neutres d’une lame

a) Montage



Les lentilles L_1 et L_2 , respectivement de distances focales 100 et 200 mm, forment l’image du trou du diaphragme placé dans le plan focal objet de L_1 sur un écran (E) placé dans le plan focal image de L_2 .

Les polariseurs P et A et la lame L, lame demi-onde ou quart d’onde, sont éclairés en lumière parallèle. Le filtre vert (FV) est adapté aux lames à retard utilisées, c’est-à-dire pour $\lambda = 558$ nm.

Initialement, le polariseur et l’analyseur sont réglés croisés : c’est un choix arbitraire de départ. L’analyseur A est notre référence. La position $\beta = 90^\circ$ de l’aiguille de l’analyseur A définit l’horizontale.

b) Détermination des lignes neutres d’une lame

En absence de lame, nous obtenons une extinction lorsque P et A sont croisés. Si on introduit la lame entre P et A, en général la vibration issue de la lame entraîne un éclairage issu de l’analyseur non nul. Le polariseur et l’analyseur restant fixes et croisés, faisons tourner la lame. Lorsque les lignes neutres de la lame coïncident avec les directions caractéristiques, orthogonales, de P et A, la polarisation rectiligne due à P n’est pas modifiée par la lame et l’éclairage obtenu après A reste alors nul, quelle que soit l’épaisseur de la lame. Cette manipulation permet de repérer les directions des lignes neutres de la lame, sans toutefois permettre de déterminer quel est l’axe lent. Cette méthode est applicable à n’importe quelle lame, demi-onde, ou quart d’onde.

- En l’absence de la lame L, placer l’analyseur A sur $\beta = 90^\circ$ et tourner le polariseur P pour obtenir l’extinction.

P et A sont alors croisés. Noter les deux positions d'extinction α_1 et α_2 du polariseur P. La position α_1 définit la verticale.

- Placer la lame L (demi-onde puis quart d'onde) entre P et A croisés. Tourner la lame L dans son plan pour rétablir l'extinction et repérer les quatre positions $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 sur sa monture. Quelles relations a-t-on entre ces quatre angles ? Les directions θ_1 et θ_2 définissent les directions des lignes neutres de la lame.
- Repérez bien ces positions sur vos lames pour la suite du TP.

II-2) Réalisation et analyse d'une polarisation circulaire

- Dans le montage de base, orienter la lame quart d'onde L dans la direction $\theta_1 + 45^\circ$ et tourner l'analyseur A pour vérifier que l'intensité lumineuse transmise par la lame quart d'onde reste constante.
- Rajouter une deuxième lame quart d'onde L' avant l'analyseur A. Faire tourner l'analyseur A. Qu'observe-t-on ? Quel état de polarisation retrouve-t-on ?
- Quel est l'angle entre P et A lorsqu'on retrouve un maximum d'intensité à la sortie de A.
- Faites sur votre compte rendu le même type de schéma que dans le I-5 après P, après L puis L'.

II-3) Réalisation et analyse d'une lumière polarisée elliptiquement

L'analyse d'une lumière polarisée elliptiquement consiste, après avoir identifié la nature elliptique de la polarisation, à déterminer les axes de l'ellipse et l'ellipticité $\frac{E_{oy}}{E_{ox}}$ de la vibration.

- Réaliser le montage de base avec une lame quart d'onde L dans la direction $\theta_1 + 20^\circ$, par exemple. D'après le I-5, on réalise ainsi une onde polarisée elliptiquement.

L'intensité est maximale quand la direction de transmission privilégiée de l'analyseur est parallèle au grand axe Ox de l'ellipse et minimale quand elle est parallèle au petit axe Oy de l'ellipse. On peut ainsi déterminer les axes de l'ellipse.

i- A l'aide du luxmètre

- Placer un analyseur après la lame.
- Relevez, en sortie, les intensités I_{min} et I_{max} à l'aide de l'analyseur et du luxmètre.
- En déduire l'ellipticité par : $\tan \alpha = \frac{E_{oy}}{E_{ox}} = \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}}$

ii- Sans luxmètre

- Placer l'analyseur sur un minimum d'intensité, plus aisé à visualiser qu'un maximum puisque l'œil est plus sensible aux variations d'éclairement dans les zones de faible éclairement.
- Placer une lame quart d'onde dont les lignes neutres coïncident avec les axes de l'ellipse afin d'obtenir une polarisation rectiligne.
- Tourner l'analyseur pour éteindre cette vibration rectiligne, ce qui permet de déterminer sa direction de polarisation.
- En déduire l'ellipticité : $\tan \alpha = \frac{E_{oy}}{E_{ox}}$.
- Conclure.

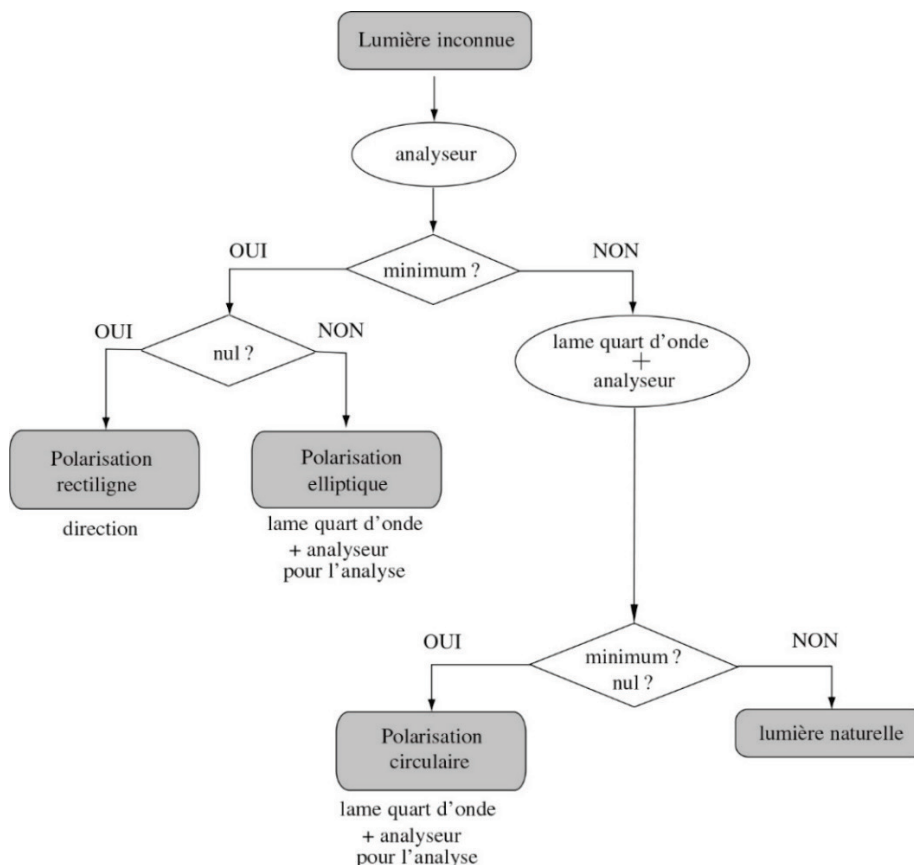
II-4) Analyse d'une lumière non polarisée

Si l'intensité lumineuse reste uniforme au cours de la rotation d'un analyseur, il peut s'agir ou bien de lumière polarisée circulairement ou bien de lumière naturelle (non polarisée). Pour distinguer les deux cas, il suffit d'insérer une lame quart d'onde entre la source et l'analyseur.

Dans le cas d'une lumière polarisée circulairement, la lame la transforme en vibration rectiligne et, si on fait tourner l'analyseur, on observera une extinction. Dans le cas de la lumière naturelle, la lame quart d'onde est sans effet sur elle et l'intensité restera uniforme quand on tourne l'analyseur.

II-5) Analyse d’une lumière quelconque

Dans les cas d’une lumière totalement ou pas du tout polarisée, la méthode générale d’analyse peut être représentée par le schéma suivant :

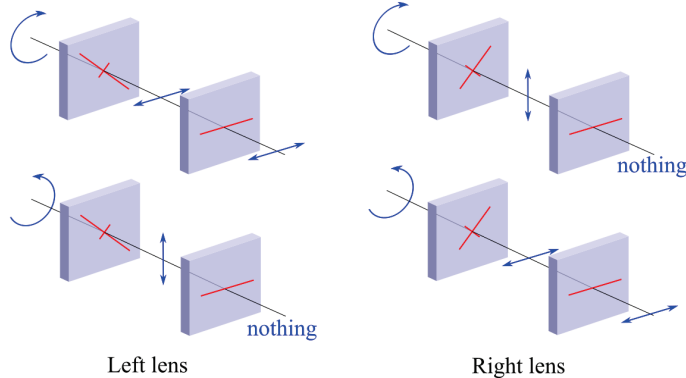


III – Applications

III-1) Document 1 : Lunettes 3D

Nos lunettes 3D sont faites d’une lame quart d’onde (représentée par une croix sur les schémas ci-dessous), à l’avant des lunettes, et d’un filtre polarisant (représenté par un trait), côté œil. Le projecteur polarise la lumière des images droite et gauche circulairement et avec des sens de rotation de \vec{E} opposés.

La lame quart d’onde de chaque verre transforme les deux images en ondes linéairement polarisées, à 90° l’une de l’autre, puis les filtres polarisants ne laissent passer qu’une seule des deux images pour l’autre verre.



III-2) Document 2 : Polarimètre de Laurent

Certaines substances font tourner la direction de polarisation de la lumière polarisée rectilignement qui les traverse d'un angle θ . Par exemple, certaines lames de quartz ont cet effet. L'angle θ est une fonction de l'épaisseur de la lame de quartz mais aussi de la longueur d'onde. De nombreuses solutions, en chimie, peuvent aussi contenir de telles substances. Il y a, par exemple, celles qui possèdent un carbone asymétrique.

Selon la loi de Biot, l'angle θ dont tourne la direction du champ électrique donnée par :

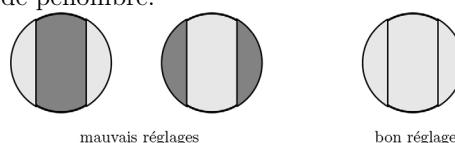
$$\theta = [\theta]_{\lambda} c l$$

où $[\theta]_{\lambda}$ est le pouvoir rotatoire spécifique de la substance (qui est constant à T et λ fixées), c la concentration de la solution et l la longueur parcourue par la lumière dans la solution. Les substances peuvent être lévogyres si elles font tourner la direction de polarisation dans le sens trigonométrique et dextrogyres dans le cas contraire.

L'utilisation de la loi de Biot pour effectuer la détermination de la concentration d'une solution sucrée va nécessiter l'utilisation du polarimètre de Laurent que vous pouvez voir sur les photographies. L'oculaire est réglable à l'œil de chacun. La source lumineuse est une lampe à vapeur de sodium. Le dispositif de mesure est basé sur la rotation de la molette.



Afin d'avoir une mesure précise du pouvoir rotatoire : on sépare la section du tube (réceptacle de la solution) en deux zones, l'une est constituée de la partie centrale et l'autre des deux parties latérales qui complètent ainsi le disque représentant la section du tube. Dans une zone, on envoie une polarisation rectiligne selon une certaine orientation et dans l'autre une autre polarisation rectiligne symétrique de la première par rapport à une direction privilégiée. Après avoir traversé le tube contenant la solution, la lumière traverse un nouveau polariseur rectiligne. C'est pourquoi, en général, lorsqu'on observe dans l'oculaire, on voit toujours deux zones avec des luminosités différentes. Ceci est presque toujours le cas sauf à un moment donné où il y a égalité d'intensité lumineuse dans les deux zones et dans le domaine des faibles intensités. On parle d'égalité de pénombre.

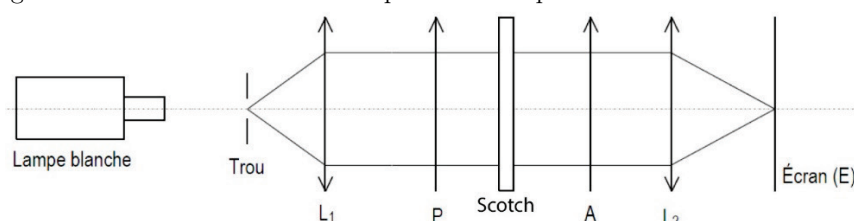


Lorsque le tube ne contient pas la solution optiquement active, on recherche l'égalité de pénombre en tournant la molette du polarimètre. L'angle que l'on peut lire sert de référence. Avec une solution, on recherche à nouveau cette même situation d'éclaircement. On lit un nouvel angle puisqu'il aura fallu tourner la molette pour y arriver. Le pouvoir rotatoire est la différence entre les deux angles mesurés.

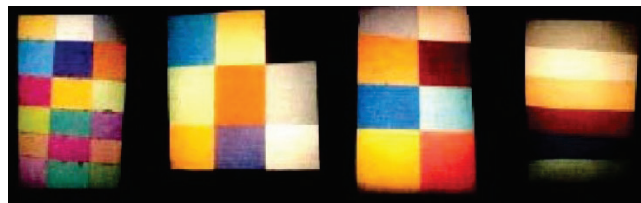
III-3) Biréfringence du scotch

a) Expérience

- Réaliser le montage suivant avec la lamelle sur laquelle on a déposé différentes couches de scotch.



On observe ainsi différentes colorations dues à la biréfringence des lames de scotch.



b) Principe

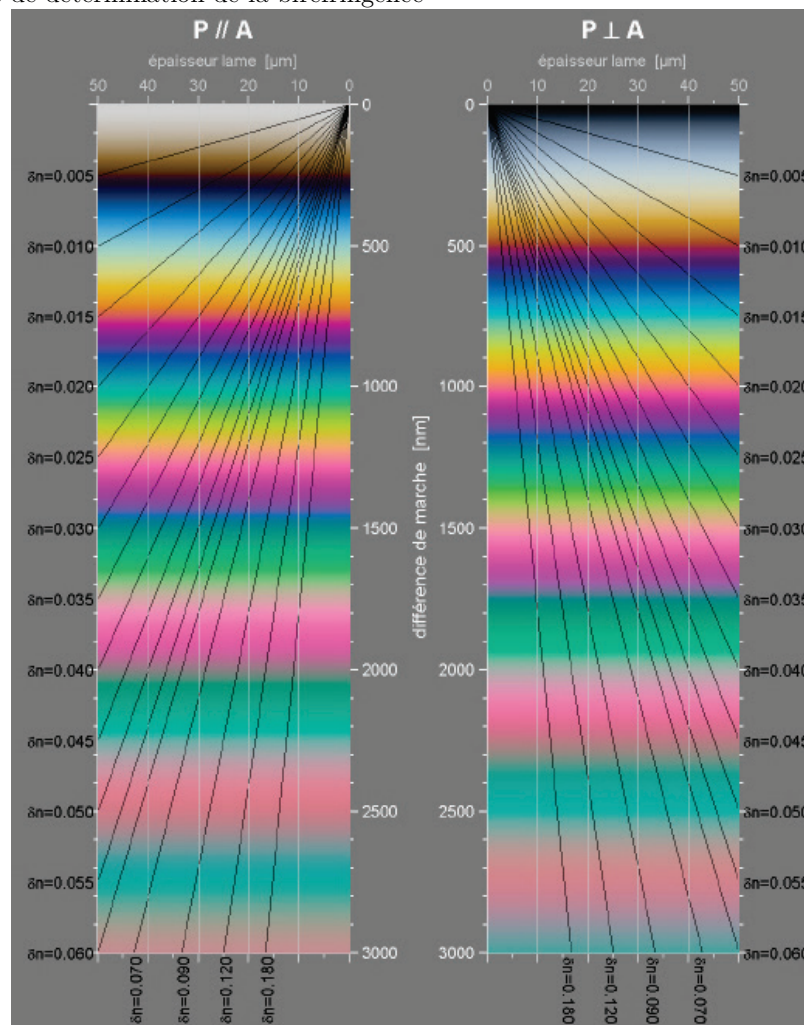
Certaines longueurs d'ondes vont être éteintes alors que d'autres vont plus ou moins traversées le système, on retrouve le principe des teintes de Newton déjà rencontrées dans le spectre de lumière blanche en coin d'air.

Lorsque P et A sont croisés ou parallèles les teintes observées sont différentes et on peut retrouver la différence de marche liée à la biréfringence du matériau.

c) Exploitation

A l'aide des annexes suivantes déterminer la différence de marche introduite par les différentes couches de scotch. (Pensez à faire une photographie de la situation étudiée)

Document 3 : Abaque de détermination de la biréfringence



Document 4 : Echelle des teintes de Newton

δ en nm	Echelle à centre blanc (P et A parallèles)	Echelle à centre noir (P et A croisés)	Ordre
0	blanc	noir	0
40	blanc	gris de fer	1
97	blanc jaunâtre	gris lavande	1
158	blanc jaunâtre	bleu gris	1
218	brun jaune	gris plus clair	1
234	brun	blanc verdâtre	1
259	rouge clair	blanc	1
267	rouge carmin	blanc jaunâtre	1
275	brun rouge sombre	jaune paille pâle	1
281	violet sombre	jaune paille	1
306	indigo	jaune clair	1
332	bleu	jaune vif	1
430	bleu gris	jaune brun	1
505	vert bleuâtre	orangé rougeâtre	1
536	vert pâle	rouge chaud	1
551	vert jaunâtre	rouge plus foncé	1
565	vert plus clair	pourpre	2
575	jaune verdâtre	violet	2
589	jaune d'or	indigo	2
664	orangé	bleu de ciel	2
728	orangé brunâtre	bleu verdâtre	2
747	rouge carmin clair	vert	2
826	pourpre	vert plus clair	2
843	pourpre violacé	vert jaunâtre	2
866	violet	jaune verdâtre	2
910	indigo	jaune pur	2
948	bleu sombre	orangé	2
998	bleu verdâtre	orangé rougeâtre vif	2
1101	vert	rouge violacé foncé	2
1128	vert jaunâtre	violet bleuâtre clair	3
1151	jaune sale	indigo	3
1258	couleur chair	bleu (teinte verdâtre)	3
1334	rouge brun	vert de mer	3
1376	violet	vert brillant	3
1426	bleu violacé grisâtre	jaune verdâtre	3
1495	bleu verdâtre	rose (nuance clair)	3
1534	bleu vert	rouge carmin	3
1621	vert terne	carmin pourpre	3
1658	vert jaunâtre	gris violacé	3
1682	jaune verdâtre	bleu gris	4
1711	jaune gris	vert de mer	4
1744	mauve gris rouge	vert bleuâtre	4
1811	carmin	beau vert	4
1927	gris rouge	gris vert	4
2007	bleu gris	gris presque blanc	4
2048	vert	rouge clair	4
2338	rose pâle	vert bleu pâle	5
2668	vert bleu pâle	rose pâle	5