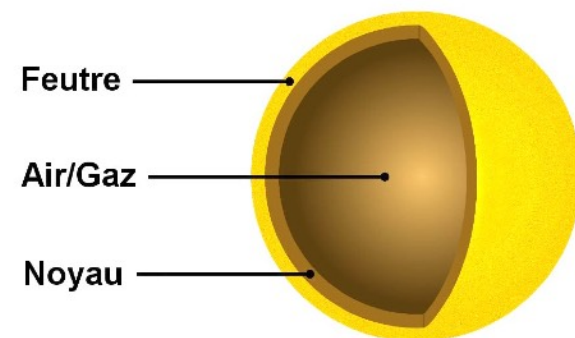


Étude des différentes propriétés caractérisant les balles de tennis.

Clothilde SCANNELLA - 34167

TIPE 2023-2024 Thème : Jeux et sports

PRÉSENTATION DE L'ÉTUDE



PROBLÉMATIQUE

Dans quelle mesure les différentes caractéristiques présentes sur la balle de tennis influencent sa performance et sa durabilité ?

SOMMAIRE

I. Comparaison des balles sous pression et sans surpression

- A. Détermination des hauteurs de rebond
- B. Détermination de la constante de raideur : étude statique
- C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique
- D. Durabilité des balles de tennis

II. Etude de l'influence de l'épaisseur du caoutchouc

- A. Détermination de la hauteur des rebonds
- B. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique
- C. Moment d'inertie de la balle Wilson

III. Utilité du feutre

- A. Analyse des performances du feutre
- B. Durabilité du feutre

I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

A. Détermination des hauteurs de rebond



Figure 1 Balle lâchée sur du béton, $H = 2,54\text{m}$

Résultats :

Numéro de l'essai	Balle sans surpression	Balle sous pression
1	1,49	1,47
2	1,61	1,56
3	1,63	1,63
4	1,63	1,51
5	1,60	1,44
6	1,63	1,44
7	1,54	1,47

Tableau 1 Hauteurs expérimentales des rebonds en m

- Balle sans surpression : $H_{rebond} = 1,59 \pm 0,02\text{m}$
- Balle avec surpression : $H_{rebond} = 1,50 \pm 0,03\text{m}$

I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

B. Détermination de la constante de raideur : étude statique

Constante de raideur k :

$$k = \frac{mg}{(l_0 - l_{eq})B}$$

B : nombre de balles

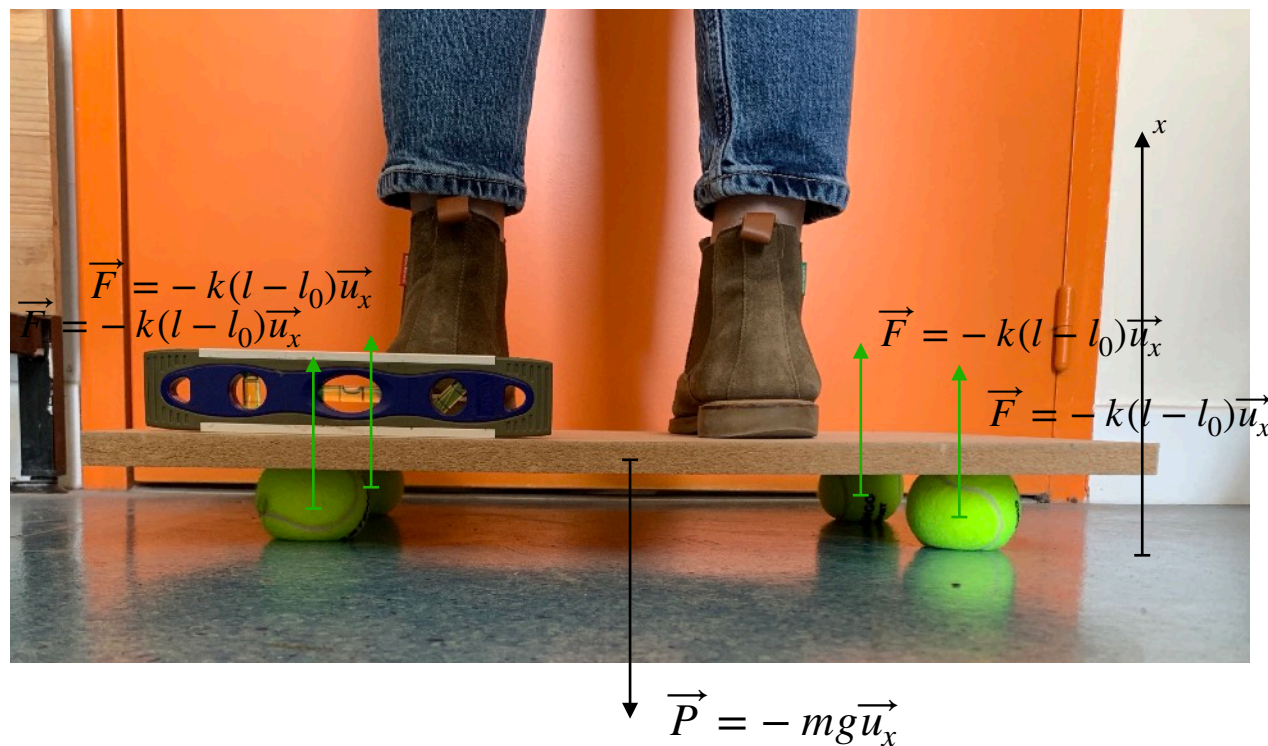
Résultats :

Nombre de balles	Balle sans surpression	Balle avec surpression
3	12,1	11,9
4	11,1	10,4
5	11,6	10,5
6	10,7	10,9

Tableau 2 Evaluation de la constante de raideur en kN/m

- **Balle sans surpression :**
 $k = 11,1 \pm 0,3 \text{ kN/m}$
- **Balle avec surpression :**
 $k = 10,6 \pm 0,2 \text{ kN/m}$

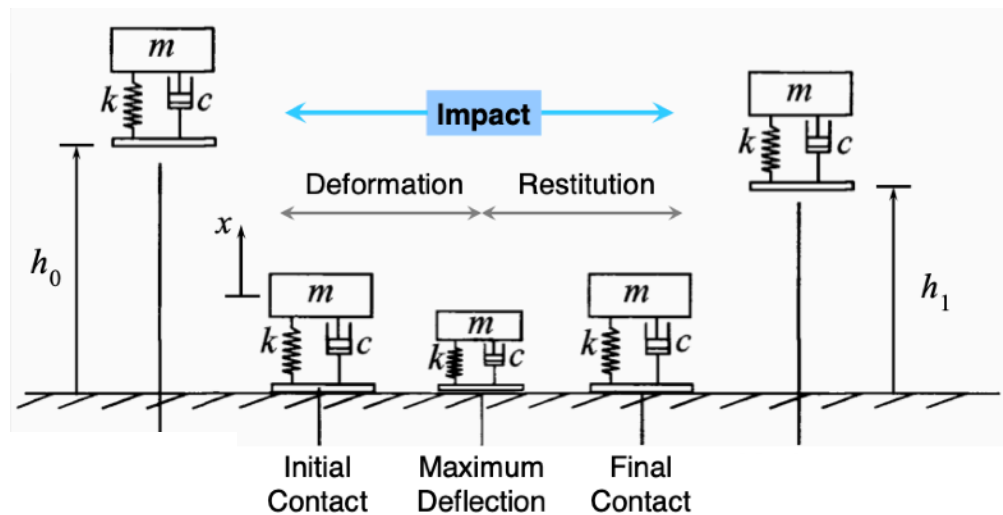
Figure 2 Principe de l'étude statique



I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

Figure 3 Modèle masse-ressort¹



Résolution :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -mg \quad (1)$$

$$\Rightarrow \omega_d = \frac{1}{2m} \sqrt{4km - c^2}$$

Et,

$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$c = -\frac{2m}{\Delta t} \ln(e) \quad \text{où,} \quad e = \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$$

$$\Rightarrow k = \frac{m}{\Delta t^2} (\pi^2 + \ln(e)^2)$$

¹ M. Nagurka and S. Huang, A Mass-Spring-Damper Model of a Bouncing Ball,
Department of Mechanical and Industrial Engineering

I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

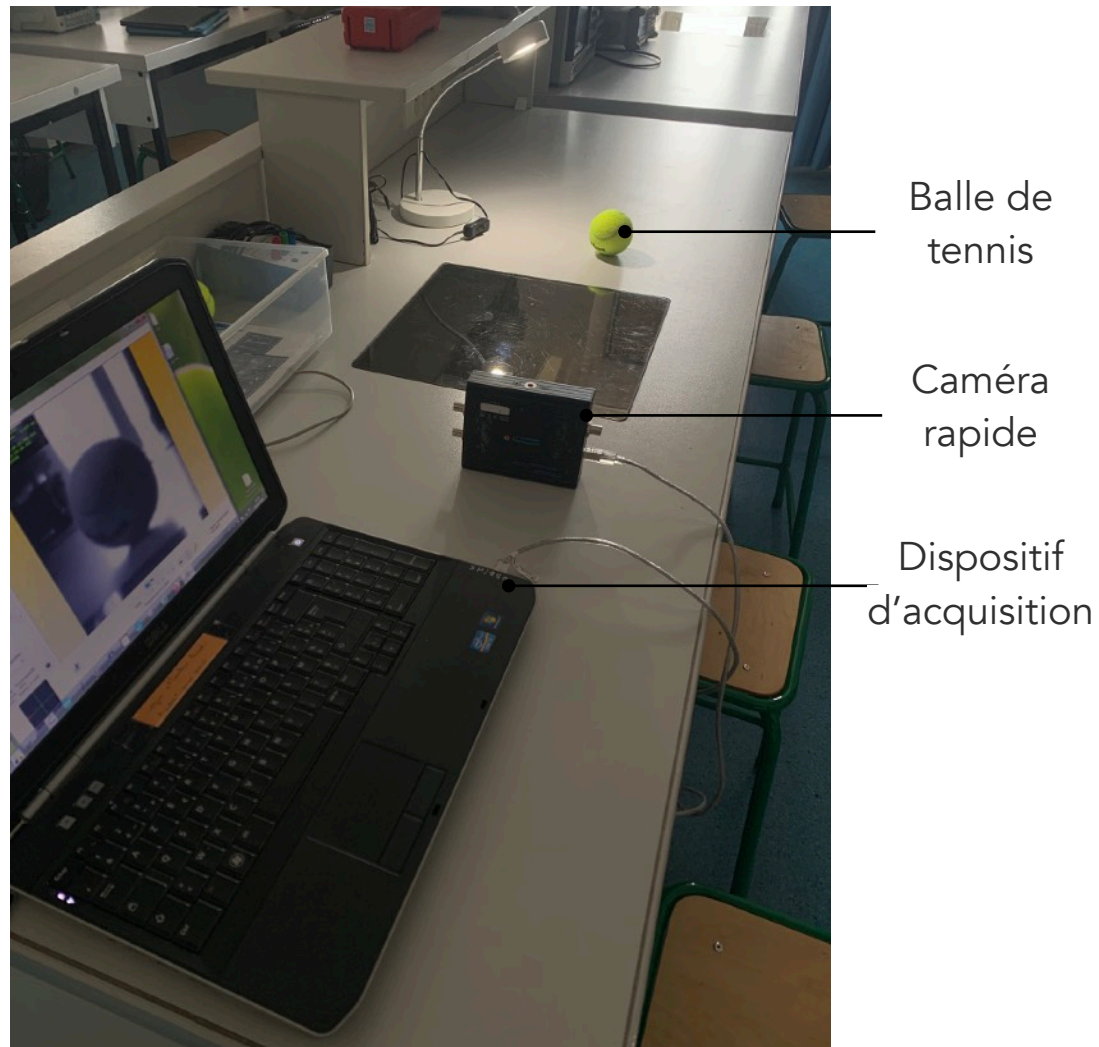


Figure 4 Principe de l'étude dynamique

Résultats :

- **Balle sans surpression :**
 $k = 18,5 \pm 1,4 \text{ kN/m}$
- **Balle avec surpression :**
 $k = 15,7 \pm 1,2 \text{ kN/m}$

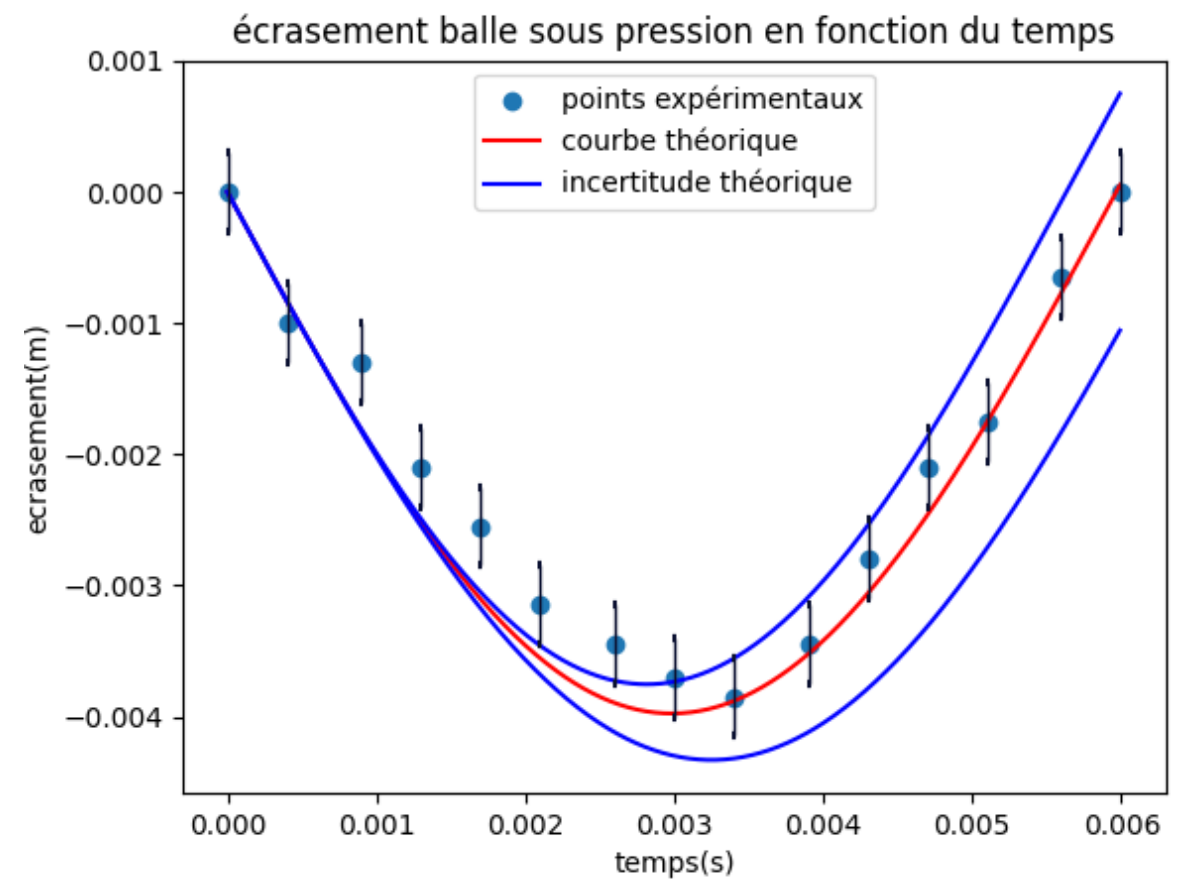
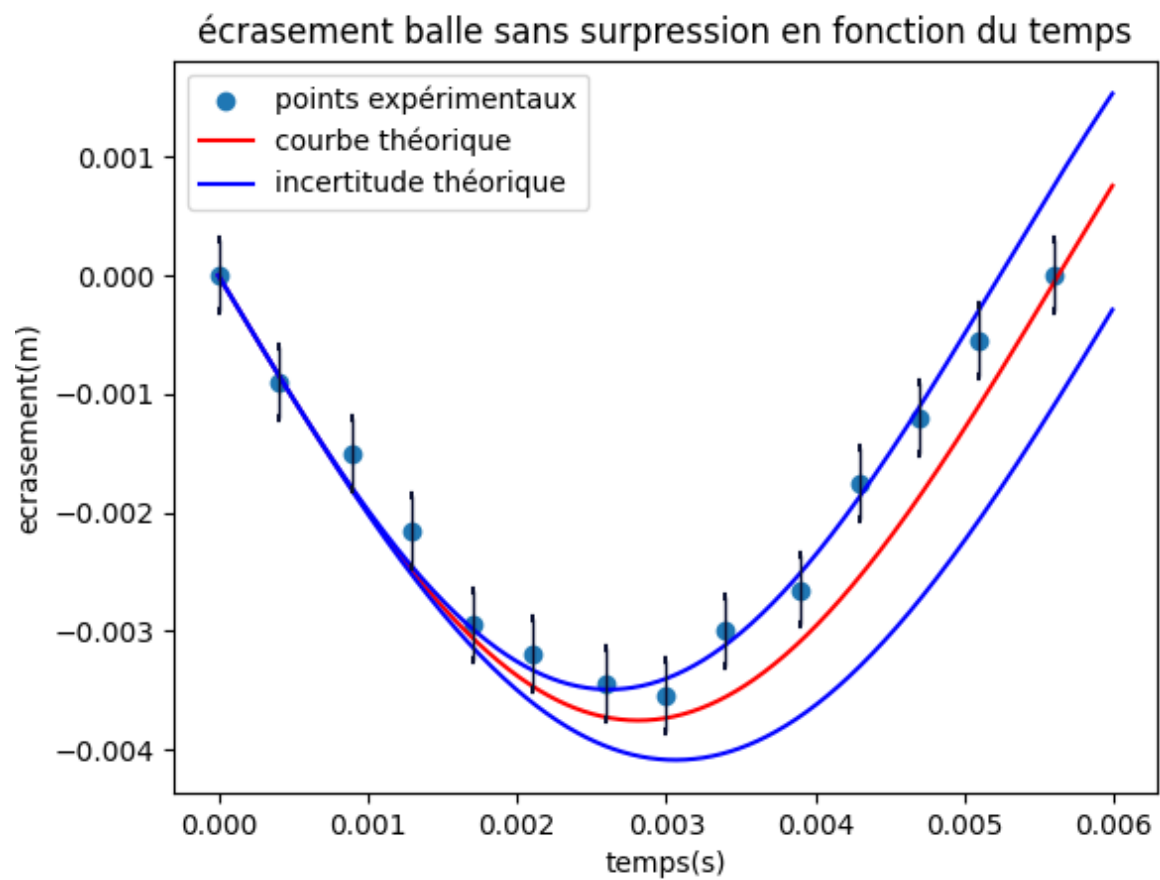
Étude statique :

- **Balle sans surpression :**
 $k = 11,4 \pm 0,3 \text{ kN/m}$
- **Balle avec surpression :**
 $k = 10,7 \pm 0,1 \text{ kN/m}$

I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

Modèle informatique :



I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

D. Durabilité des balles de tennis

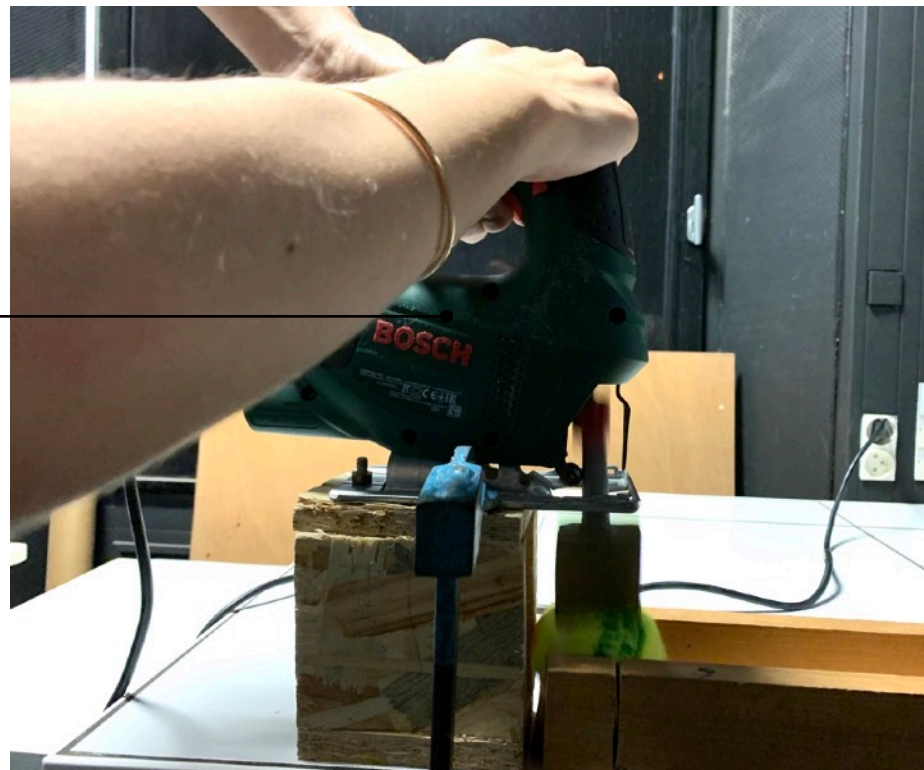


Figure 5 Machine de fatigue



Carte Sysam

Capteur de pression

Figure 6 Dispositif de mesure de la pression interne des balles de tennis

I. Comparaison des balles sous pression et sans pression

D. Durabilité des balles de tennis

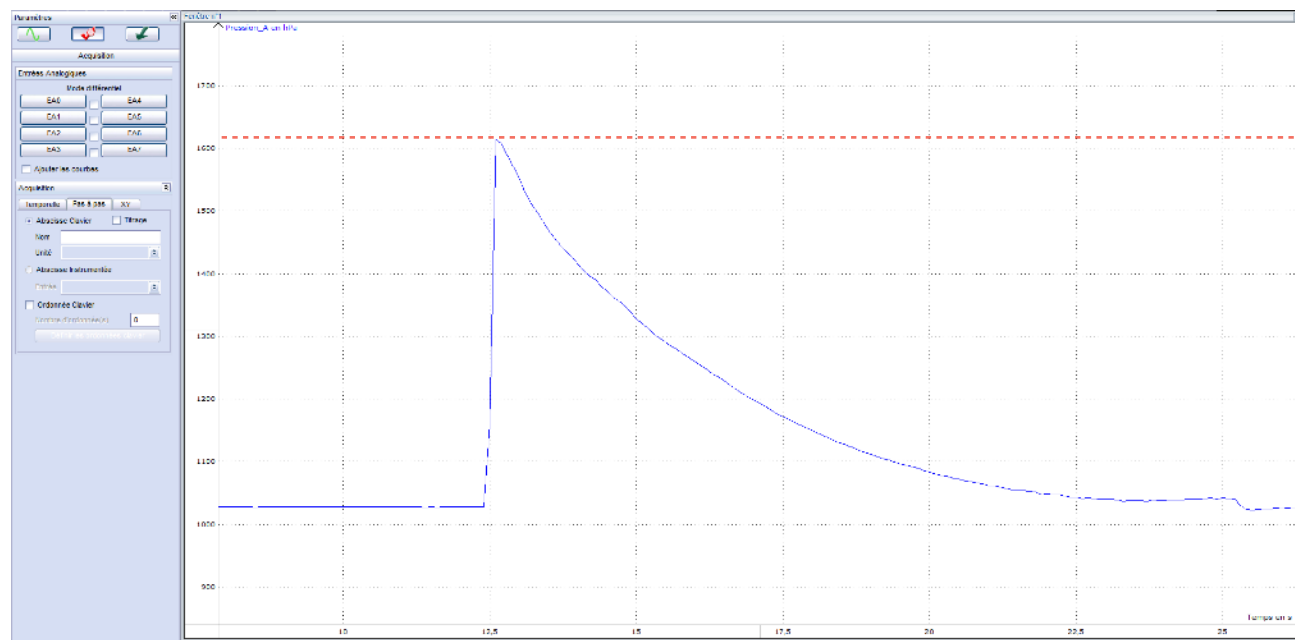


Figure 7 Acquisition sur Sysam d'une balle neuve

Résultats :

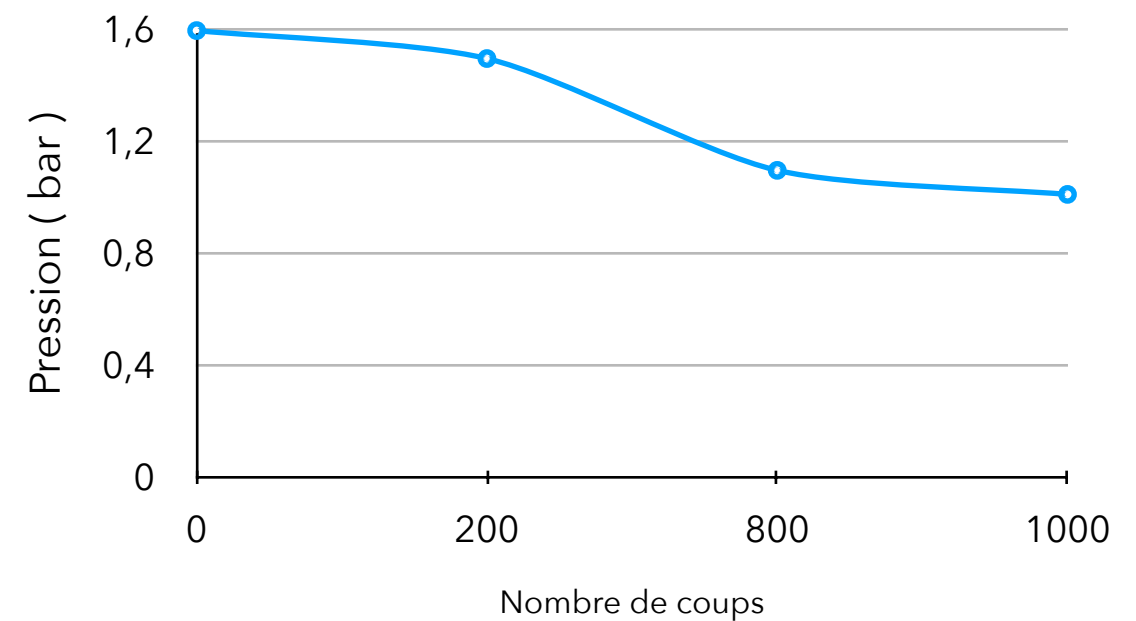


Figure 8 Évolution de la perte de pression en fonction du nombre de coups

II. Etude de l'influence de l'épaisseur du caoutchouc

A. Détermination de la hauteur des rebonds

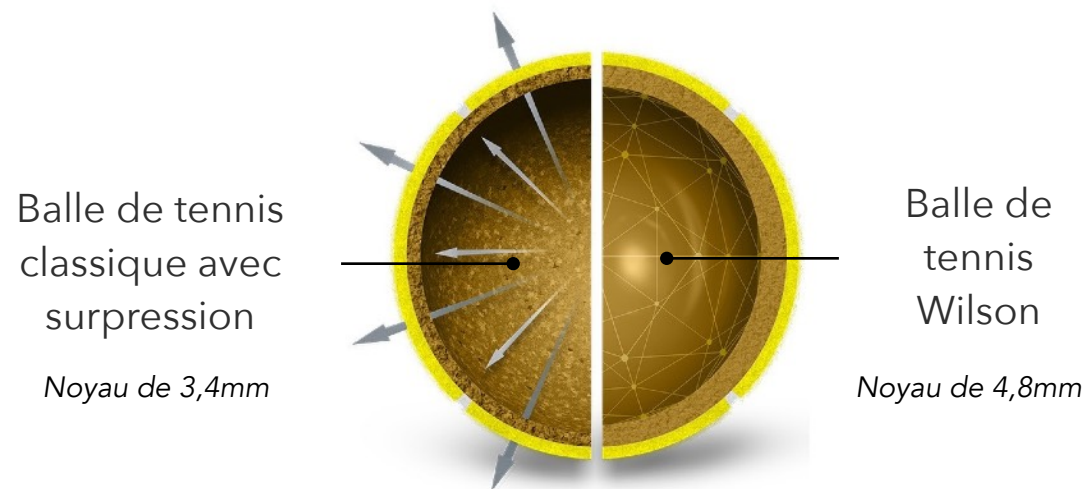


Figure 9 Comparaison balle de tennis classique/ Wilson

Numéro de l'essai	Balle Wilson sans surpression	Balle sous pression
1	1,46	1,47
2	1,49	1,56
3	1,55	1,63
4	1,51	1,51
5	1,50	1,44
6	1,46	1,44
7	1,49	1,47

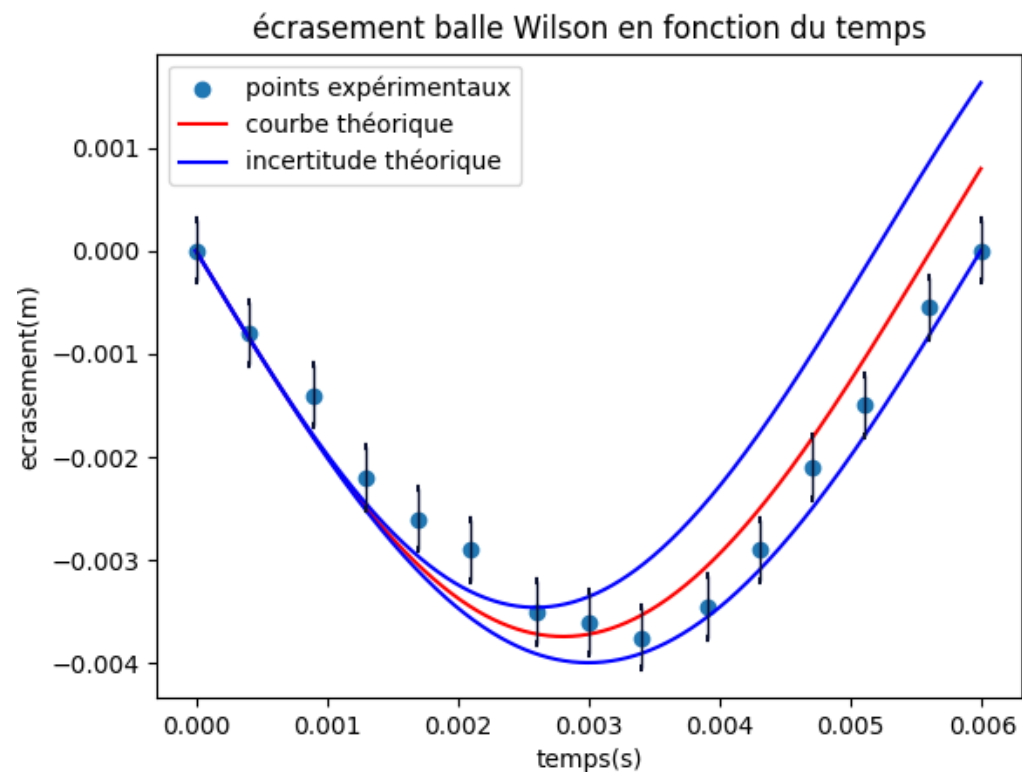
Tableau 3 Hauteurs expérimentales des rebonds en m

- **Balle sans surpression Wilson :**
 $H_{rebond} = 1,49 \pm 0,01\text{m}$
- **Balle avec surpression :**
 $H_{rebond} = 1,50 \pm 0,03\text{m}$

II. Etude de l'influence de l'épaisseur du caoutchouc

B. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

Modèle informatique :



Résultats :

- **Balle Wilson :**
 $k = 17,8 \pm 1,4 \text{ kN/m}$
- **Balle sans surpression :**
 $k = 18,5 \pm 1,4 \text{ kN/m}$
- **Balle avec surpression :**
 $k = 15,7 \pm 1,2 \text{ kN/m}$

II. Etude de l'influence de l'épaisseur du caoutchouc

C. Moment d'inertie de la balle Wilson

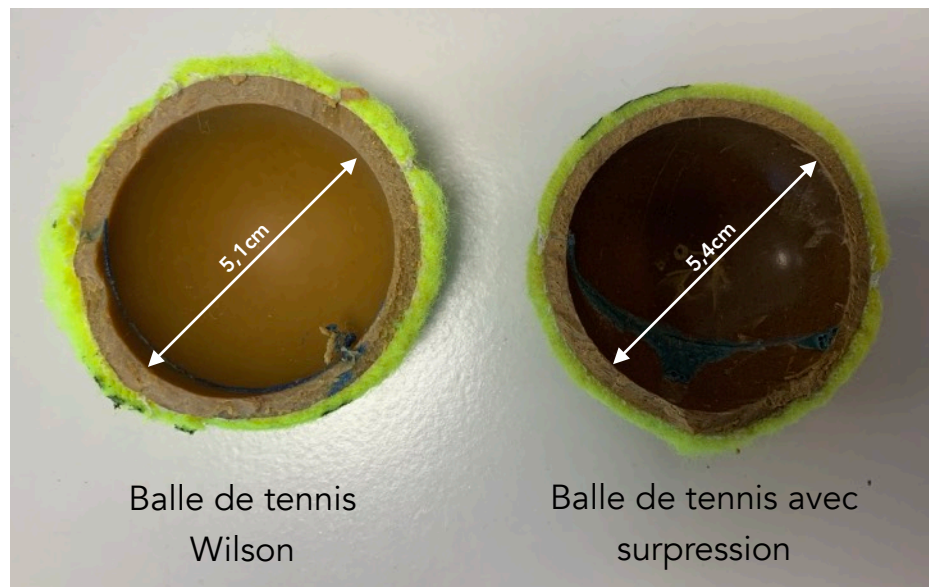


Figure 10 Comparaison des noyaux

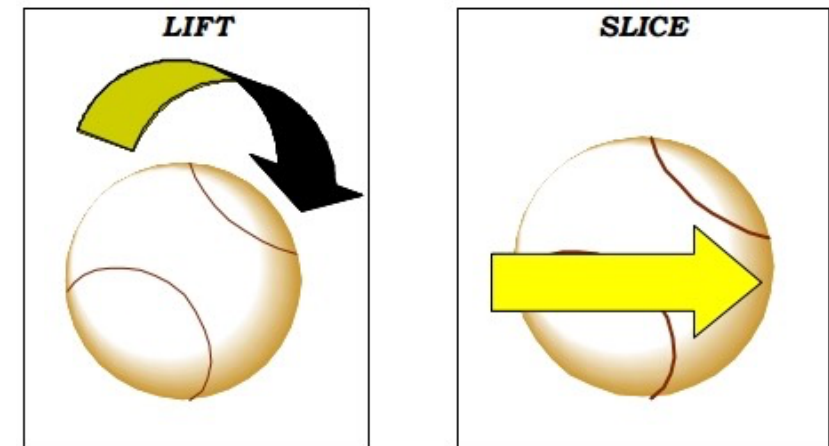


Figure 11 Rotation de la balle de tennis lors du lift²

² Étude des effets au tennis, Sports & Sciences, 2016

III. Utilité du feutre

A. Analyse des performances du feutre

Étude énergétique :

Hauteur initiale (m)	Epi (mJ)	Hauteur finale (m)	Epf (mJ)	Epf/Epi
210	1204	134	769	0,64
200	1147	128	734	0,64
175	1004	113	648	0,65
150	860	97	556	0,65
125	717	82	470	0,66
100	574	69	396	0,69

Tableau 4 Hauteurs expérimentales des rebonds de la balle avec feutre et l'énergie potentielle associée

Hauteur initiale (m)	Epi (mJ)	Hauteur finale (m)	Epf (mJ)	Epf/Epi
210	1139	157	852	0,75
200	1085	156	846	0,78
175	949	130	705	0,74
150	814	112	608	0,75
125	678	95	515	0,76
100	542	79	429	0,79

Tableau 5 Hauteurs expérimentales des rebonds de la balle sans feutre et l'énergie potentielle associée



Figure 12 Balle neuve et balle rasée

Résultats :

Balle avec feutre :

$$\frac{Ep_f}{Ep_i} = 0,655 \pm 0,007 \Rightarrow 34\% \text{ d'énergie absorbée}$$

Balle sans feutre :

$$\frac{Ep_f}{Ep_i} = 0,762 \pm 0,007 \Rightarrow 24\% \text{ d'énergie absorbée}$$

III. Utilité du feutre

A. Analyse des performances du feutre

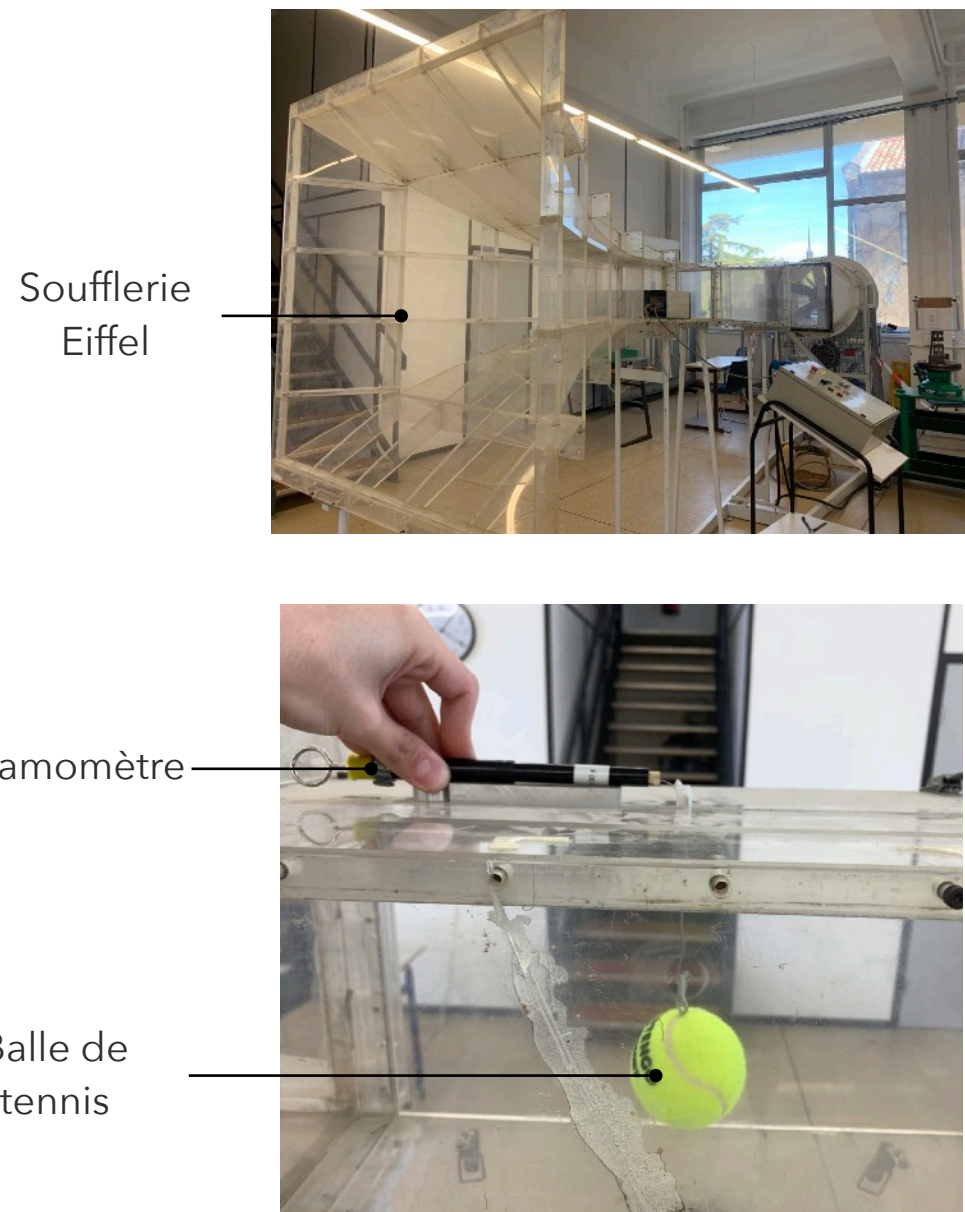


Figure 13 Étude dynamique en soufflerie

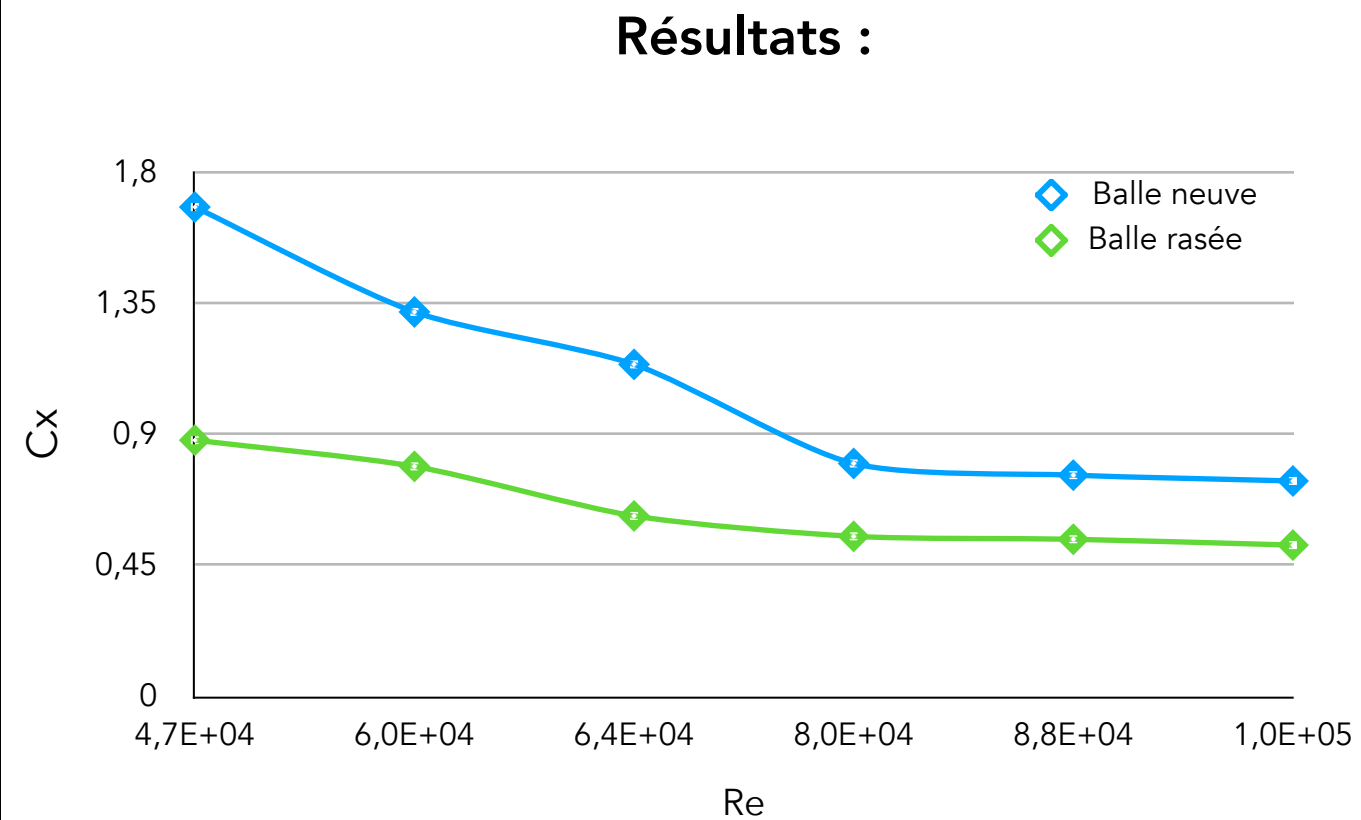


Figure 14 Coefficient de trainée en fonction du nombre de Reynolds

III. Utilité du feutre

B. Durabilité du feutre



Figure 15 Balle neuve, balle usée et balle rasée

Étude énergétique :

Hauteur initiale (m)	Epi (mJ)	Hauteur finale (m)	Ep _f (mJ)	Ep _f /Epi
210	1139	97,4	558	0,46
200	1085	94,1	540	0,47
175	949	87,8	503	0,50
150	814	76,6	439	0,51
125	678	61,2	351	0,49
100	542	52,0	298	0,52

Tableau 6 Hauteurs expérimentales des rebonds de la balle de tennis avec feutre usé et l'énergie potentielle associée

Balle avec feutre usé :

$$\frac{Ep_f}{Ep_i} = 0,492 \pm 0,008 \Rightarrow 51\% \text{ d'énergie absorbée}$$

Résultats :

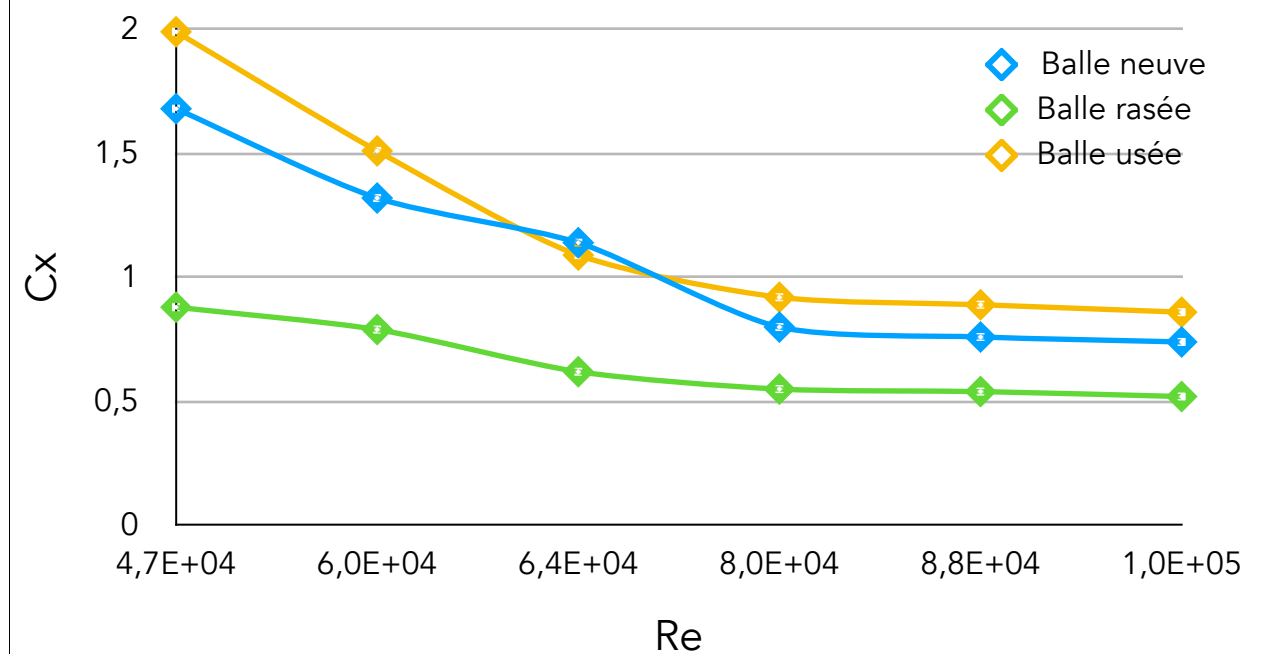


Figure 16 Coefficient de trainée en fonction du nombre de Reynolds

CONCLUSION



ANNEXE 1 : DÉTAIL INCERTITUDES

$$\sigma_{H_{rebond}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i^n \left(H_{rebond_i} - H_{rebond_m} \right)^2}$$

$$u_{H_{rebond}} = \frac{\sigma_{H_{rebond}}}{\sqrt{n}}$$

Avec n=7 :

Balle sans surpression :	Balle avec surpression :	Balle Wilson Trinité :
$H_{rebond_m} = 1,50\text{m}$	$H_{rebond_m} = 1,59\text{m}$	$H_{rebond_m} = 1,51\text{m}$
$\sigma_{H_{rebond}} = 0,054\text{m}$	$\sigma_{H_{rebond}} = 0,079\text{m}$	$\sigma_{H_{rebond}} = 0,026\text{m}$
$u_{H_{rebond}} = 0,02\text{m}$	$u_{H_{rebond}} = 0,03\text{m}$	$u_{H_{rebond}} = 0,01\text{m}$

Avec n=3 :

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i^n \left(k_i - k_m \right)^2}$$

$$u_k = \frac{\sigma_k}{\sqrt{n}}$$

Balle sans surpression :	Balle avec surpression :
$k_m = 11,1\text{kN/m}$	$k_m = 10,6\text{kN/m}$
$\sigma_{H_{rebond}} = 0,451\text{kN/m}$	$\sigma_{H_{rebond}} = 0,265\text{kN/m}$
$u_{H_{rebond}} = 0,260\text{kN/m}$	$u_{H_{rebond}} = 0,153\text{kN/m}$

$$k = \frac{m}{\Delta t^2} (\pi^2 + \ln(e)^2)$$

$$u_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial m} \right)^2 u_m^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial e} \right)^2 u_e^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial \Delta t} \right)^2 u_{\Delta t}^2}$$

$$u_k = \sqrt{\left(\frac{\pi^2 + \ln(e)^2}{\Delta t^2} \right)^2 u_m^2 + \left(\frac{2m \ln(e)}{\Delta t^2 e} \right)^2 u_e^2 + \left(\frac{-m(\pi^2 + \ln(e)^2)}{\Delta t^3} \right)^2 u_{\Delta t}^2}$$

$$u_m = 0,001\text{g}$$

$$u_e = 0,2$$

$$u_{\Delta t} = 0,4\text{ms}$$

Balle sans surpression :	Balle Wilson Trinité :
$u_k = 1417,25\text{N/m}$	$u_k = 1447,75\text{N/m}$
Balle avec surpression :	
$u_k = 1212,15\text{N/m}$	

ANNEXE 2

B. Détermination de la constante de raideur : étude statique dans un référentiel terrestre supposé galiléen sur le système des balles

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

d'où la constante de raideur k :

Sur l'axe Ox :

$$ma = -Bk(l - l_0) - mg$$

$$k = \frac{mg}{(l_0 - l_{eq})B}$$

A l'équilibre :

$$ma = 0$$

B : nombre de balles

ANNEXE 3

C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -mg$$

Equation caractéristique :

$$mr^2 + cr + k = -mg$$

$$\Delta = c^2 - 4km$$

$$r_1(t) = \frac{-c + j\sqrt{4km - c^2}}{2m} \quad \text{et} \quad r_2(t) = \frac{-c - j\sqrt{4km - c^2}}{2m}$$

$$x(t) = \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right)(A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) - \frac{mg}{k} \quad \text{où} \quad \omega_d = \frac{1}{2m}\sqrt{4km - c^2}$$

Conditions initiales : $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = -v_0$

$$x(t) = \left(\frac{cg - 2kv_0}{2k\omega_d} \sin(\omega_d t) + \frac{mg}{k} \cos(\omega_d t)\right) \times \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right) - \frac{mg}{k}$$

$$x(t) = \frac{-v_0}{\omega_d} \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right) \sin(\omega_d t) + \frac{mg}{k} \times \left[\exp\left(-\frac{c}{2m}t\right) \left(\cos(\omega_d t) + \frac{c}{2m\omega_d} \sin(\omega_d t)\right) - 1\right]$$

or ,

$$\frac{mg}{k} \ll \left|\frac{v_0}{\omega_d}\right| \quad \text{d'où ,} \quad x(t) = -\frac{v_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \times \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right)$$

Détermination de c :

Le temps de contact :

$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega_d}$$

Le coefficient de restitution :

$$e = \left|\frac{\dot{x}(\Delta t)}{\dot{x}(0)}\right|$$

$$\dot{x}(t) = \frac{cv_0}{2m\omega_d} \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right) \sin(\omega_d t) - v_0 \exp\left(-\frac{c}{2m}t\right) \cos(\omega_d t)$$

$$\dot{x}(\Delta t) = v_0 \exp\left(-\frac{c\pi}{2m\omega_d}\right)$$

$$\text{d'où ,} \quad e = \exp\left(-\frac{c\pi}{2m\omega_d}\right) \Rightarrow c = -\frac{2m}{\Delta t} \ln(e)$$

Détermination de k :

$$\frac{\pi}{\Delta t} = \frac{1}{2m} \sqrt{4km - c^2} \Rightarrow k = \frac{m}{\Delta t^2} (\pi^2 + \ln(e)^2)$$

ANNEXE 4

C. Détermination de la constante de raideur : étude dynamique

```
1 #balle sans pression 3
2 import numpy as np
3 from math import sin, cos, exp
4 import matplotlib.pyplot as plt
5
6 global g, c, k, v0, m
7
8 g, c, k, v0, m = 9.81, 10.4, 18503, -2.1, 0.0585
9
10 def pos(t):
11     wd = ((4*k*m-c**2)**(1/2))/(2*m)
12     x = (((c*g-2*k*v0)/(2*k*wd))*sin(wd*t) + ((m*g)/k)*cos(wd*t))*exp(-((c*t)/2*m)) - (m*g)/k
13     return x
14
15 t = [0 for i in range(600)]
16 x = [0 for i in range(600)]
17 for i in range(600):
18     t[i] = i*0.00001
19     x[i] = -pos(t[i])
20
21 X=[0.000,0.0004,0.0009,0.0013,0.0017,0.0021,0.0026,0.0030,0.0034,0.0039,0.0043,0.0047,0.0051,0.0056]
22 Y=[-0.00,-0.0009,-0.0015,-0.0043/2,-0.0059/2,-0.0064/2,-0.0069/2,-0.0071/2,-0.0060/2,-0.0053/2,-0.0035/2,-0.0024
23 erreur=[0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003,0.0003]
24
25
26 g, c, k1, v0, m = 9.81,10.4, 21321, -2.1, 0.0585
27
28 def pos(t):
29     wd = ((4*k1*m-c**2)**(1/2))/(2*m)
30     x = (((c*g-2*k1*v0)/(2*k1*wd))*sin(wd*t) + ((m*g)/k1)*cos(wd*t))*exp(-((c*t)/2*m)) - (m*g)/k1
31     return x
32
33 t1 = [0 for i in range(600)]
34 x1 = [0 for i in range(600)]
35 for i in range(600):
36     t1[i] = i*0.00001
37     x1[i] = -pos(t1[i])
38
39 g, c, k2, v0, m = 9.81, 10.4, 15664, -2.1, 0.0585
40
41 def pos(t):
42     wd = ((4*k2*m-c**2)**(1/2))/(2*m)
43     x = (((c*g-2*k2*v0)/(2*k2*wd))*sin(wd*t) + ((m*g)/k2)*cos(wd*t))*exp(-((c*t)/2*m)) - (m*g)/k2
44     return x
45
46 t2 = [0 for i in range(600)]
47 x2 = [0 for i in range(600)]
48 for i in range(600):
49     t2[i] = i*0.00001
50     x2[i] = -pos(t2[i])
51
52 plt.scatter(Z,U,label='points expérimentaux')
53 plt.title('écrasement balle sans surpression en fonction du temps')
54 plt.xlabel('temps(s)')
55 plt.ylabel('ecrasement(m)')
56
57 plt.plot(t,x,'red',label='courbe théorique')
58 plt.plot(t1,x1,'blue',label='incertitude théorique')
59 plt.plot(t2,x2,'blue')
60 plt.errorbar(Z,U, yerr= erreur, ecolor = "#0B1131",capsize = 1, elinewidth = 1,capthick = 3, fmt="none")
61
62 plt.legend()
63 plt.show()
```

ANNEXE 5

A. Analyse des performances du feutre

Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho UL}{\eta}$$

Force de trainée :

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho U^2 S_f \implies C_x = \frac{2F}{\rho U^2 S_f}$$

Masse volumique de l'air :

$$\rho = 1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Viscosité de l'air :

$$\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Longueur :

$$L = 5,64 \text{ cm}$$

Surface frontale :

$$S_f = \pi r_{balle}^2 \quad r_{balle} = 2,82 \text{ cm}$$

Effet Magnus :

$$\vec{f}_M = \alpha \cdot (\vec{\omega} \wedge \vec{v}) \quad \text{Avec } \alpha \text{ en } \text{kg} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Balle rasée :

U	F	Re	Cx
11,8	0,1979	46585,928	0,87937323217208
15,3	0,2987	60403,788	0,78948489117342
16,3	0,2661	64351,748	0,61967093691783
20,2	0,3624	79748,792	0,54951166017798
22,4	0,4376	88434,304	0,53960099120854
25,1	0,5291	101690,14	0,52

Balle neuve :

U	F	Re	Cx
11,8	0,3778	46585,928	1,67876304757258
15,3	0,4991	60403,788	1,31915604012272
16,3	0,4892	64351,748	1,13920714896732
20,2	0,5272	79748,792	0,79939996480638
22,4	0,6159	88434,304	0,75946126710545
25,1	0,7531	101690,14	0,7400969017

Balle usée :

U	F	Re	Cx
11,8	0,4475	46585,928	1,98847661140479
15,3	0,5709	60403,788	1,50892843780016
16,3	0,4678	64351,748	1,08937265798633
20,2	0,6063	79748,792	0,91934028577790
22,4	0,7213	88434,304	0,88942914752908
25,1	0,8711	101690,14	0,86

ANNEXE 6 : INFORMATIONS SUR LES BALLE

- COÛTS

Balle de tennis sans surpression Artengo : 3 balles : 4€

Balle de tennis sous pression Artengo : 4 balles : 5,50€

Balle de tennis Trinité Wilson : 4 balles : 13,59€

- MASSE

Balle de tennis sans surpression Artengo : $m=55,301\pm0,001\text{g}$

Balle de tennis sous pression Artengo : $m=57,021\pm0,001\text{g}$

Balle de tennis Trinité Wilson : $m=55,891\pm0,001\text{g}$