

Devanlay
Nathan
14691

TIPE: Etudes des oscillations du tablier d'un pont

Professeur encadrant:
M.Pietri

Plan et Problématiques

1

Introduction

2

Approche
Expérimentale

3

Approche
théorique

4

Approche
numérique

5

Ponts Réels

6

Solutions

- Quels sont les facteurs importants entraînant la mise en résonance des ponts ?
- Quelle est la meilleure combinaison pour limiter le plus possible la mise en résonance des ponts ?



Introduction

Problèmes liés aux ponts aujourd'hui:

- portées de plus en plus longues
- beaucoup de trafic
- travées et matériaux de plus en plus légers

Nos hypothèses:

- modèle de la poutre élastique
- utilisation d'un unique matériau (pas d'alliage)
- contraintes modélisées par un électro aimant



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

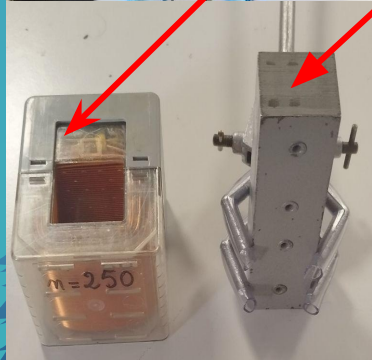
Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Approche expérimentale

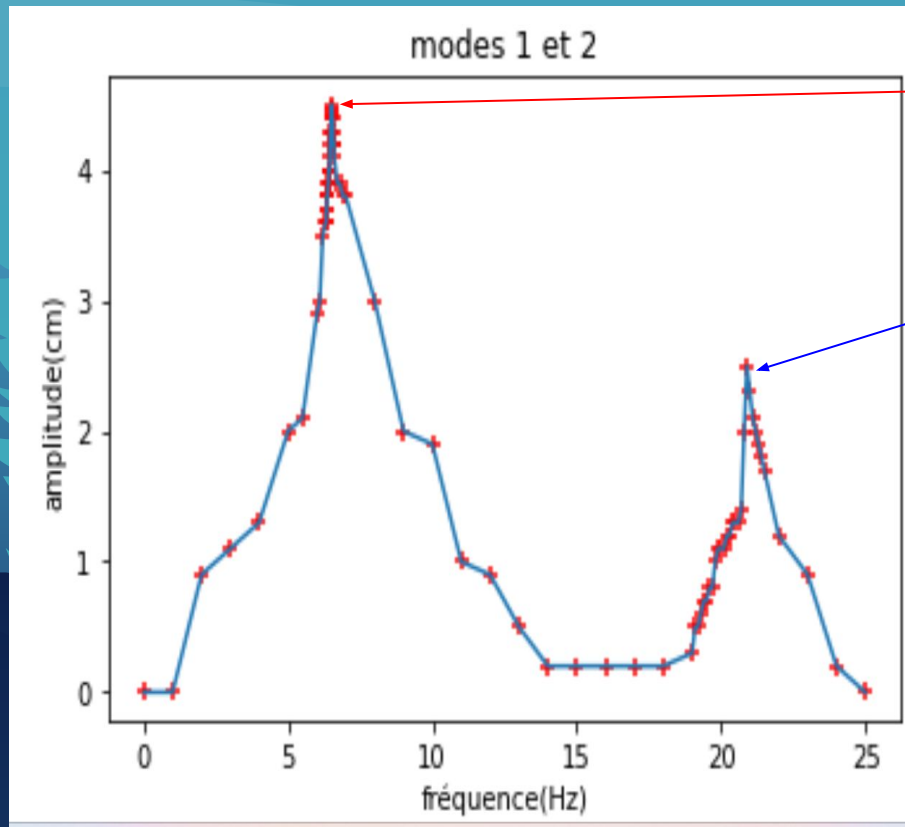
Expérience:



Modélisation

Amplitude en fonction de la fréquence: visualisation des deux premiers modes propres obtenu via tracker, puis modélisé sur python

Aluminium 1 mètre:



fondamental (6.50 ; 4.5)

deuxième mode (20.9 ; 2.5)

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Tableau de valeurs pour le bois et l'aluminium ⁶

Aluminium

Longueur (cm)	150	100	70
fréquence Mode 1 (Hz)	$2.89 \pm 0,02$	$6,50 \pm 0,03$	$14,26 \pm 0,05$
fréquence Mode 2 (Hz)	$8.80 \pm 0,04$	$20.90 \pm 0,07$	$43.5 \pm 0,14$

Bois

Longueur (cm)	150	100	70
fréquence Mode 1 (Hz)	$3,80 \pm 0,02$	$8,01 \pm 0,03$	$16,89 \pm 0,06$
fréquence Mode 2 (Hz)	$10,80 \pm 0,04$	$24,69 \pm 0,08$	$49,91 \pm 0,15$

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

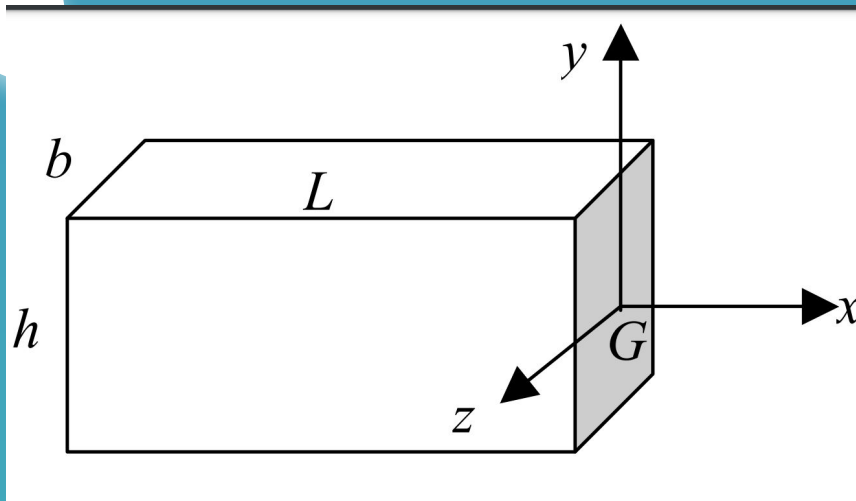
Ponts
Réels

Solutions

Approche Théorique:

6

Modèle de la poutre:



Définition des paramètres :

μ : masse volumique

S: section de la poutre

L longueur de la poutre

$I = (bh^3)/12$ moment d'inertie de section droite

définition module de Young

$P = E \cdot \mu$

P la contrainte, E module de Young, μ allongement relatif

Relation de fréquence de résonance:

$$\omega = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu S}}$$

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Résultats théoriques

Aluminium

longueur (cm)	100	70
fréquence 1 (Hz)	8,0	16,32
fréquence 2 (Hz)	32	65.48

Bois

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	3,40	7,65	15,62
fréquence 2 (Hz)	13,61	30,62	62,48



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

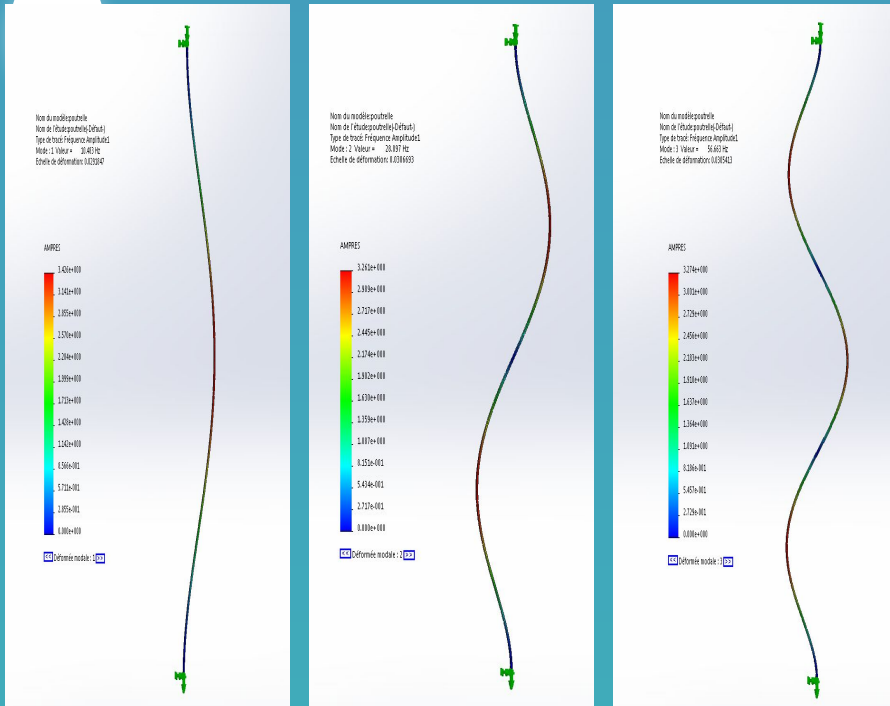
Ponts
Réels

Solutions

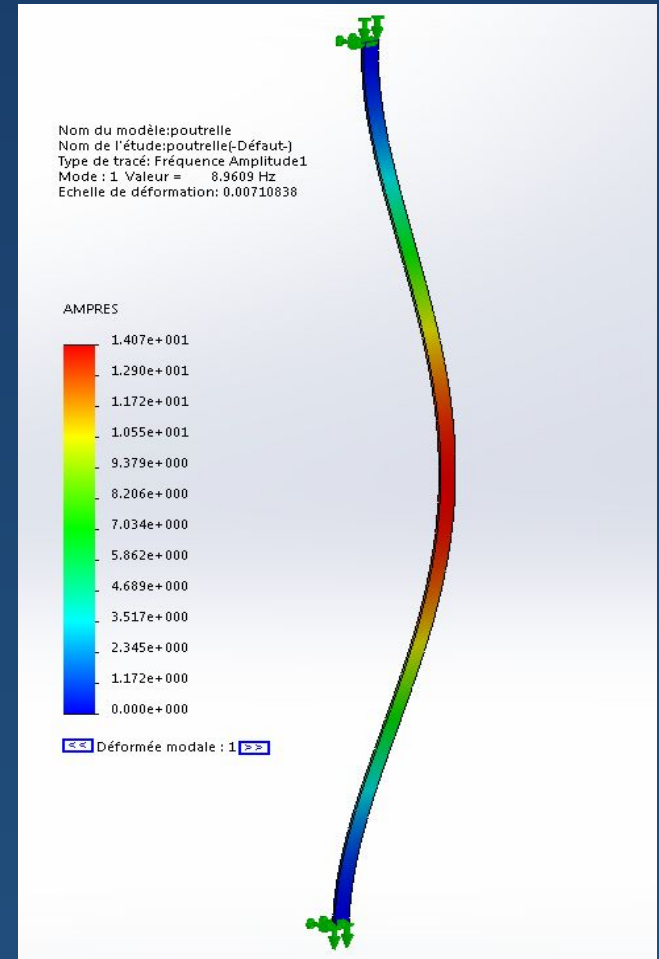
Modèle numérique

via SolidWorks

Aluminium:



Bois:



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Résultats numériques

Tableau de valeurs:

Aluminium:

Longueur (cm)	100	70
mode 1	10.483	18.589
mode 2	28.897	54.689
mode 3	56.663	100.897

Bois :

Longueur {cm)	150	100	70
Mode 1	4.205	8,969	16,786
Mode 2	14,566	24,60	51,675
Mode 3	32,456	48,43	92,908

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Comparaison des trois modèles

Pour 1 mètre:

Mode 1/Mode 2	Aluminium	Bois
Experimentale	$6,5/20,90=0,31$	$8,01/24,69=0,32$
Numérique	$10,5/28,8=0,36$	$8,9/24,6=0,36$
Théorique	$8/32=0,4$	$7,65/30,62=0,4$

Facteurs:
-Longueur
-Matériaux

Pour mode 1:

Rapport	$150^2/100^2=2,25$	$100^2/70^2=2,04$
Aluminium	$6,50/2,89=2,24$	$14,26/6,50=2,19$
Bois	$8,01/3,08=2,6$	$16,89/8,01=2,1$

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Exemples de ponts réels sur le modèle de la poutre

12

Modèle numérique:

pont	Pont Humen (Chine)	Pont Severn (Angleterre)
fréquence du fondamental	0.172 Hz	0.143 Hz

Modèle théorique:

pont	Pont Humen (Chine)	Pont Severn (Angleterre)
fréquence du fondamental	$f = 0,123 \text{ Hz}$	0,124 Hz

Pont de Humen



Pont de Severn



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Modélisation d'un Ponts à Haubans

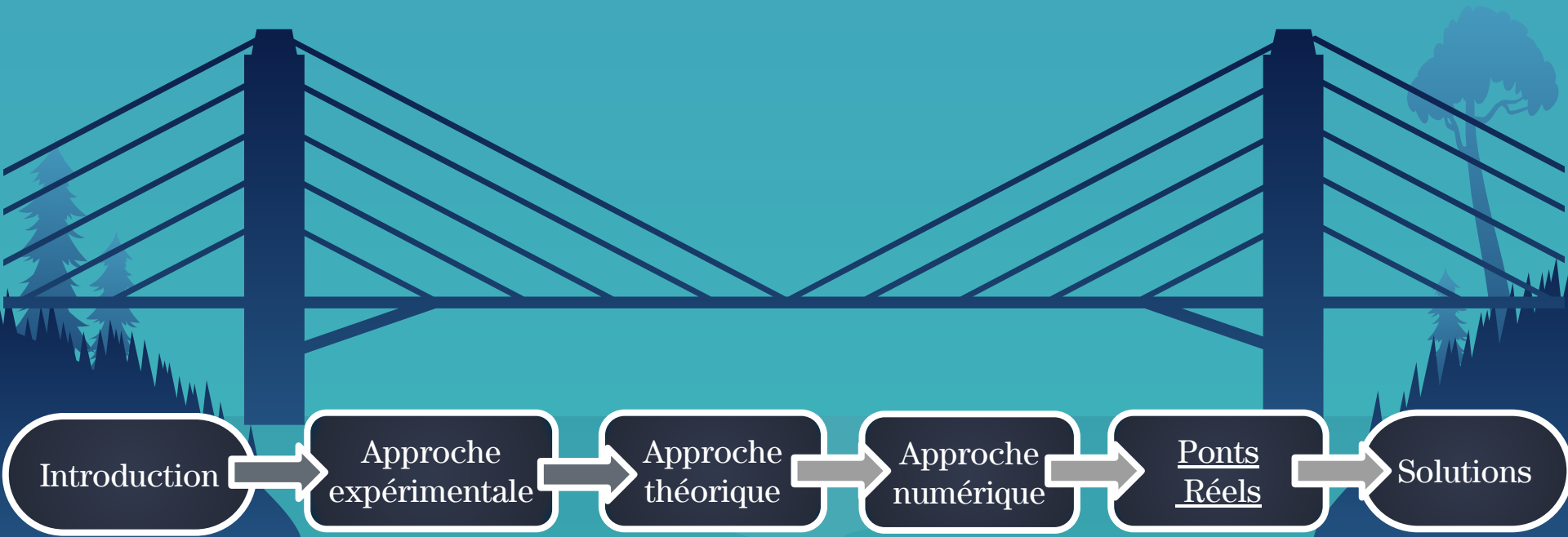
Approche théorique:

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{m} \times \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{K}{m}$$

Approche numérique:

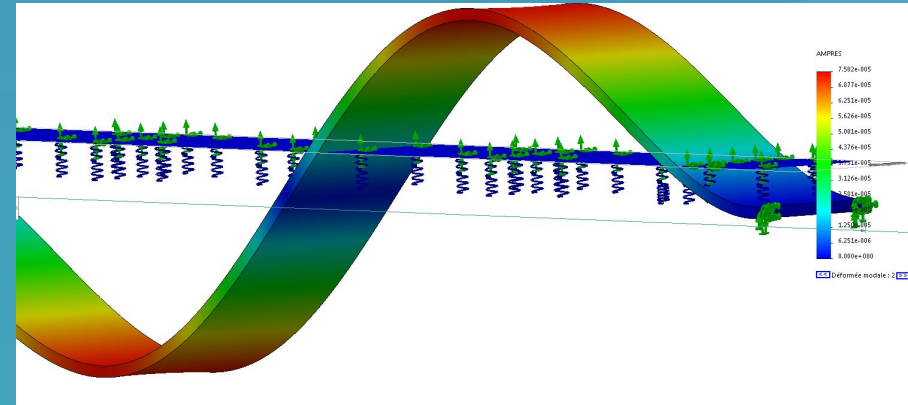
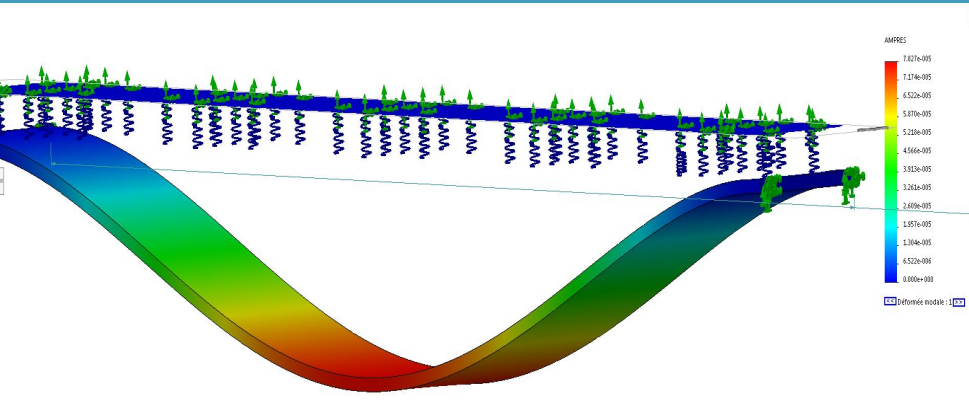
Dimensions pont de Humen:
Hauteur du tablier : 3 mètres
Largeur du tablier: 33,20 mètres
Longueur totale : 500 mètres

$K=M/L*d$:raideur de la suspension



Résultats Numériques

14



Aluminium:

Raideur(N.m ⁻¹)	Mode 1	Mode 2
1000	0,071	0,179
5000	0,096	0,191
10000	0,119	0,204
50000	0,233	0,285
100000	0,323	0,363

Bois:

Raideur(N.m ⁻¹)	Mode 1	Mode 2
500	0,169	0,222
700	0,196	0,244
1000	0,232	0,273
2500	0,360	0,388
5000	0,506	0,525

Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

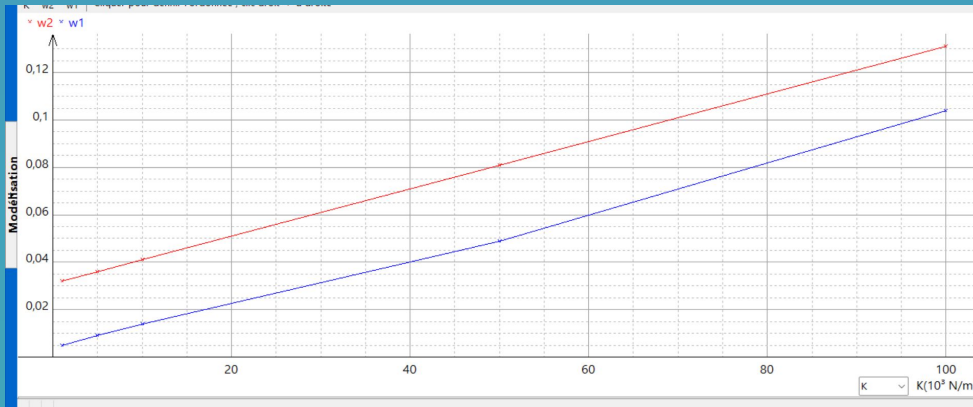
Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Modélisation des résultats

Aluminium

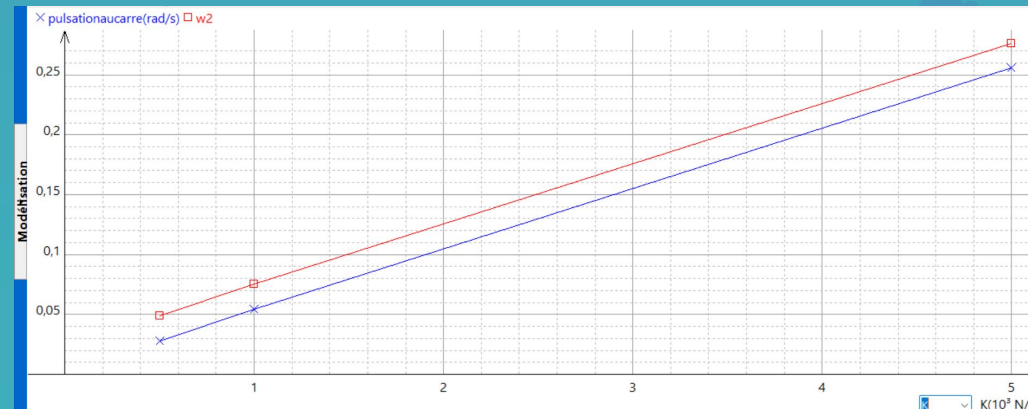


Graphiques:
 f^2 en fonction de K

Rappel de la formule:

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{m} \times \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \frac{K}{m}$$

Bois



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

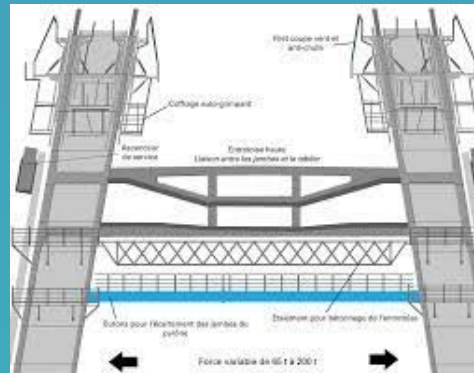
Approche
numérique

Ponts
Réels

Solutions

Solutions à mettre en place pour lutter contre la résonance

- Modification de la structure générale
- Modification du tablier
- Traîné des câbles
- Amortissement des oscillations
- Contrôle actif
- Surveillance



Introduction

Approche
expérimentale

Approche
théorique

Approche
numérique

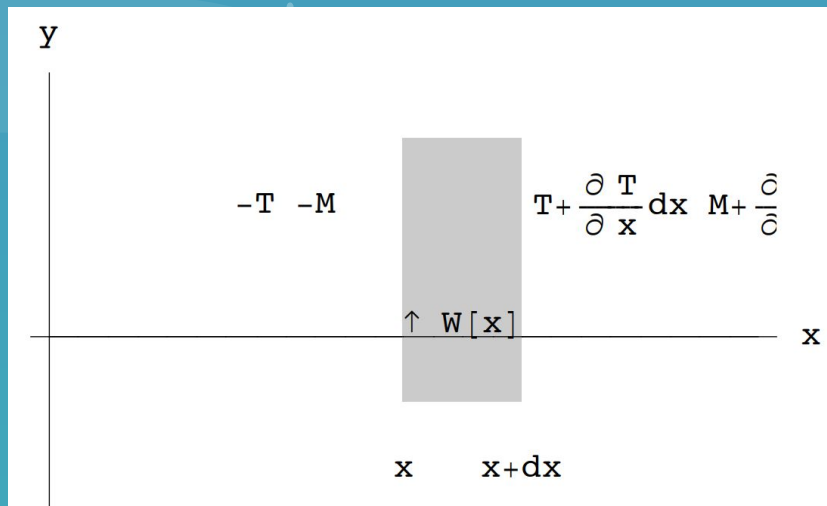
Ponts
Réels

Solutions

Annexes



Mise en équation



Théorèmes de la dynamique

$$\Sigma F_{ext} = -T + \left(\frac{\partial T}{\partial x} dx + T \right) = \mu S dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\Sigma M(x) = 0 \quad -M + \left(M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) + \frac{T}{2} dx + T \frac{dx}{2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \mu S = \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{Et} \quad 0 = \frac{\partial M}{\partial x} + T$$

$$\text{Donc} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \text{ et } M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

On trouve l'équation différentielle:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu S \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$