

# TIPE: Étude des oscillations du tablier d'un pont

ALVAREZ Romain  
14692



# Plan et problématiques

01

Introduction

- Problèmes
- Hypothèses

02

modèle  
expérimental

- expérience
- résultats expérimentaux

03

modèle théorique

- théorie poutre élancée
- approche numérique

04

Comparaison et  
solutions

- Comparaison des modèles
- solutions

- Quels sont les facteurs importants entraînant la mise en résonance des ponts ?
- Quelle est la meilleure combinaison pour limiter le plus possible la mise en résonance des ponts ?

# INTRODUCTION

## Problèmes liés aux ponts aujourd’hui:

- portées de plus en plus longues
- beaucoup de trafic
- travées et matériaux de plus en plus légers



## Nos hypothèses:

- modèle de la poutre élancée
- utilisation d’un unique matériau (pas d’alliage)
- contraintes modélisées par un électro-aimant



Introduction



Approche  
expérimentale



Approche  
théorique

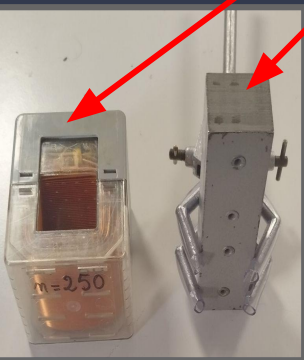
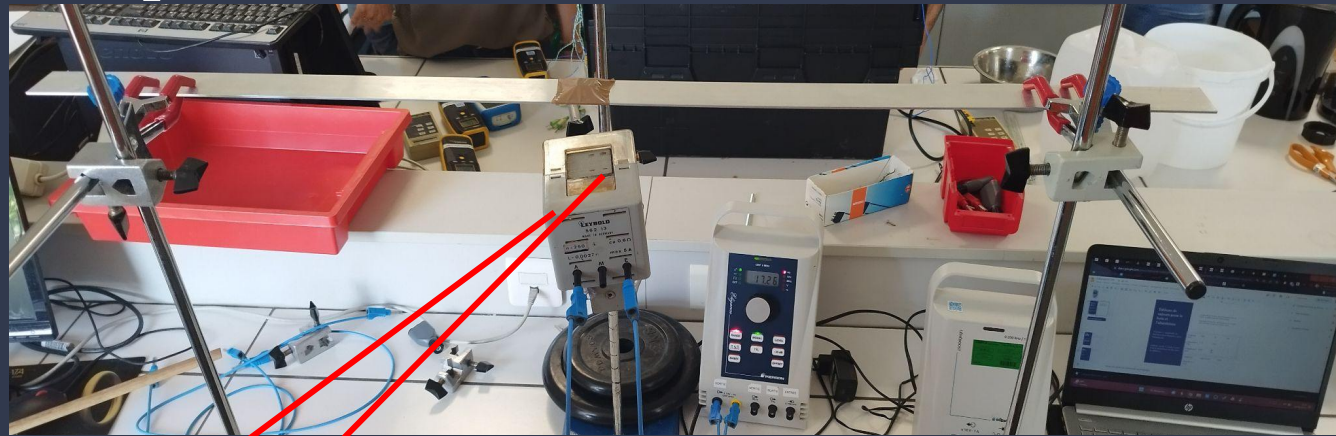


Solutions



# Approche expérimentale

Expérience:



Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

# Tableau de valeurs pour le bois et l'aluminium

Tableau 1: mode 1, mode 2 pour aluminium

Tableau 2 : mode 1 et 2 pour bois

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	$2.89 \pm 0.02$	$6,50 \pm 0,03$	$14,26 \pm 0,05$
fréquence 2 (Hz)	$8.80 \pm 0.04$	$20.90 \pm 0,07$	$43.50 \pm 0,14$

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	$3,80 \pm 0,02$	$8.01 \pm 0,03$	$16.89 \pm 0.06$
fréquence 2 (Hz)	$10.80 \pm 0,04$	$24.69 \pm 0,08$	$49.91 \pm 0.15$

incertitude sur le gbf (fréquencemètre):  $0,3\% L + 1D$

Introduction

Approche  
expérimentale

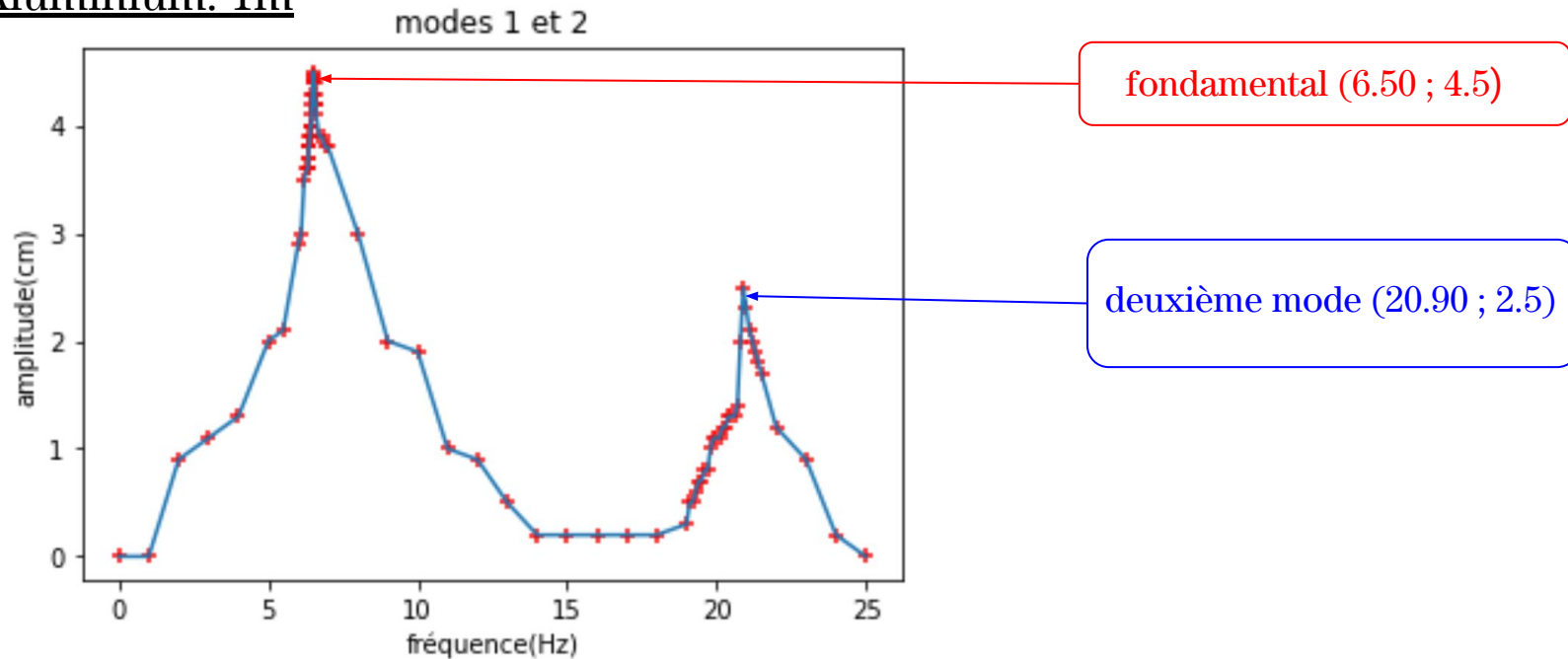
Approche  
théorique

Solutions

# Voici la courbe obtenue

Amplitude en fonction de la fréquence: visualisation du premier et du second modes propres obtenus via tracker, puis modélisés sur python

Aluminium: 1m



Introduction

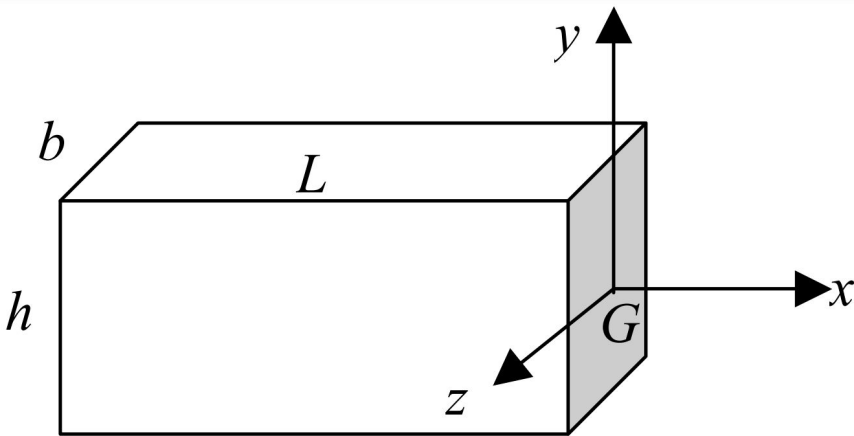
Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

# Etude théorique: module de young-résonance

Modèle de la poutre:



relation fréquence de résonance-module de Young:

$$w_n = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu S}}$$

Définition des paramètres :

$\mu$ : masse volumique

S: section de la poutre

L longueur de la poutre

$I = (bh^3)/12$  moment d'inertie de section droite

définition module de Young

$P = E \cdot u$

P la contrainte, E module de Young, u l'allongement relatif

Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

# Résultats théoriques / expérimentaux

Aluminium théorie

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	2.04	4.58	9.36
fréquence 2 (Hz)	8.16	18.34	37.43

Aluminium expérience

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	2.89	6.50	14.26
fréquence 2 (Hz)	8.80	20.90	43.50

Bois théorie

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	3,40	7,65	15,62
fréquence 2 (Hz)	13,61	30,62	62,48

Bois expérimental

longueur (cm)	150	100	70
fréquence 1 (Hz)	3,80	8.01	16.89
fréquence 2 (Hz)	10.80	24.69	49.91

Introduction

Approche  
expérimentaleApproche  
théorique

Solutions



# Résultats des rapports de fréquences: théorie et expérience

$$w_n = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu S}}$$

## Fréquence proportionnelle à $L^{-2}$

- Théorie:  
De 150 à 100 cm: facteur  $1.5^2 = 2.25$   
De 100 à 70 cm : facteur 2.04
- rapports expérimentaux:

	De 150 à 100 cm	De 100 à 70 cm
rapports aluminium	6.50/2.89 =2.249	2.191
rapports bois	2.107	2.109

## Fréquence proportionnelle à $n^2$

- Théorie:  
Du mode 1 au 2 : facteur 4
- rapports expérimentaux

taille	150 cm	100 cm	70 cm
rapports aluminium	3.4	3.22	3.05
rapports bois	2.84	3.08	2.96

Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

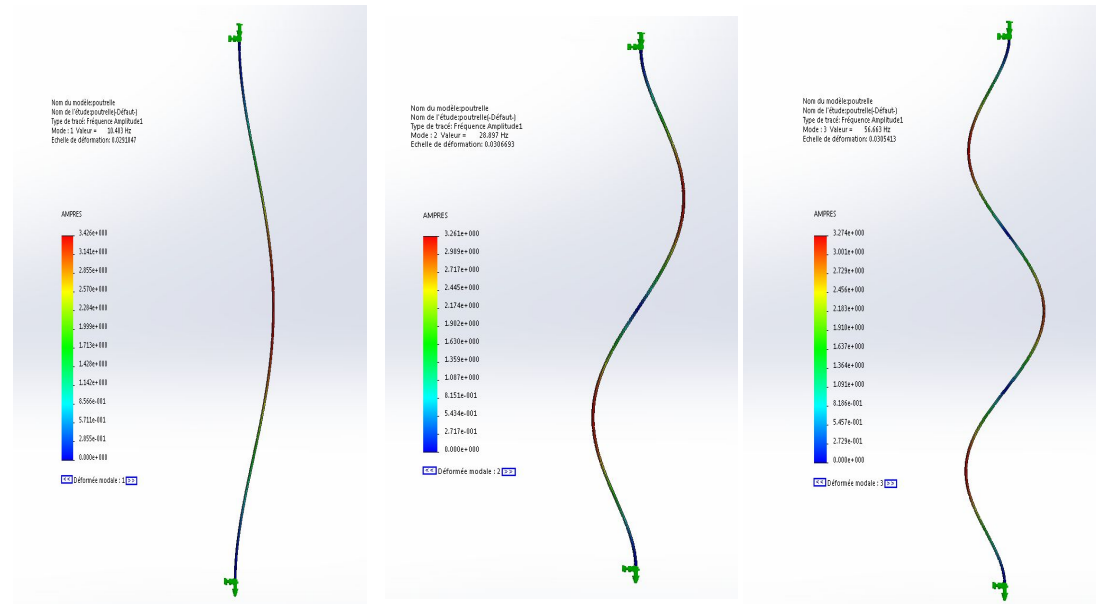
Solutions

# Modèle numérique via SolidWorks

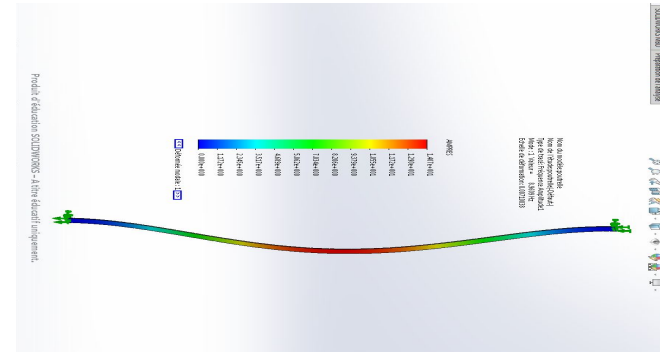
Mode 1, 2 et 3 pour l'aluminium

mode fondamental pour le bois

Aluminium:



Bois(teck):



Introduction

Approche expérimentale

Approche théorique

Solutions

# Résultats numériques de nos modèles

	Aluminium (70 cm)	Aluminium (1m)	Aluminium (150 cm)	Bois (70 cm)	Bois (1m)	Bois (150cm)
mode 1	14.988	6.891	3.207	18.996	8.969	4.205
mode 2	44.689	22.987	9.677	51.675	25.602	13.566
mode 3	100.897	51.720	21.773	92.908	48.437	32.456

Rapports des fréquences pour longueurs

Rapports des fréquences pour modes 1 et 2

	De 150 à 100 cm	De 100 à 70 cm	150 cm	100 cm	70 cm
Rapport aluminium	2.15	2.18	3.02	3.34	2.98
Rapport bois	2.13	2.11	3.22	2.85	3.06

Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

# Application numérique et théorique sur un pont réel



## Etude du pont de Shibaohe (Chine)

Caractéristiques du pont:

-longueur: 1103.5 m

-largeur: 19m

-hauteur du tablier: 3m

-module de Young du béton: 50 GPa

-masse volumique du béton:  $2400 \text{ kg.m}^{-3}$

➤ Application à l'aide de la formule:

fréquence du mode 1: 0.0457 Hz

mode 2: 0.183 Hz

➤ Application avec Solidworks:



fréquence du mode 1: 0.0567 Hz

mode 2: 0.168 Hz

Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

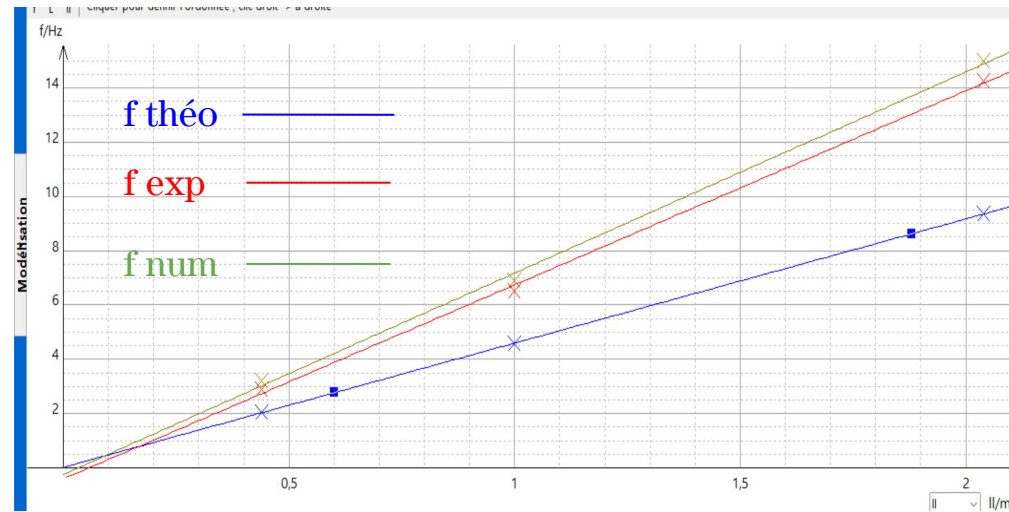
# COMPARAISON DES MODÈLES

Modèle numérique assez proche de l'expérimental pour les deux modes propres.

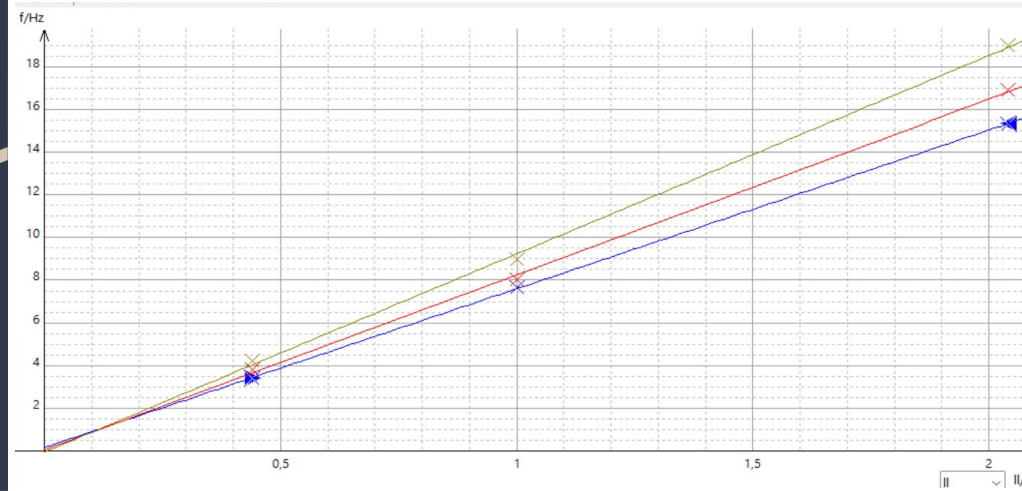
Influence de la taille: plus le pont est grand, plus sa fréquence de résonance est petite.  
comparaison des tailles pour le modèle expérimental et théorique: on retrouve le  $L^{-2}$

Remarque: pour le modèle expérimental et numérique, on observe un facteur 3 au lieu de 4 entre les deux premiers modes

Aluminium: fréquence en fonction de  $L^{-2}$



Bois: fréquence en fonction de  $L^{-2}$



Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions



# Solutions à mettre en place pour lutter contre la résonance



- 1 Modification de la structure: exemple le pont de Normandie, limiter la traînée des câbles: structures métalliques sous le tablier ou gaine spéciale pour les câbles
- 2 Amortissement: amortisseurs visqueux et matériaux
- 3 Contrôle actif des vibrations
- 4 Isolation des vibrations: support flexibles, matériaux d'isolation, suspension
- 5 Analyse et surveillance: technique de modélisation et de simulation

Introduction

Approche  
expérimentale

Approche  
théorique

Solutions

# ANNEXES



# CODE PYTHON: tracé de courbe

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
plt.plot([0,1,2,3,4,5,5.5,6,6.1,6.2,6.3,6.31,6.32,6.33,6.34,6.35,6.36,6.37,6.38,6.39,6.40,6.41,6.42,6.43,6.44,6.45,6.46,6.47,
        6.48,6.49,6.50,6.51,6.52,6.53,6.54,6.55,6.56,6.57,6.58,6.59,6.60,6.7,6.8,6.9,7.0,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
        19.1,19.2,19.3,19.4,19.5,19.6,19.7,19.8,19.9,20,20.1,20.2,20.3,20.4,20.5,20.6,20.7,20.8,20.9,21,21.1,21.2,21.3,21.4,
        21.5,22,23,24,25],
        [0,0,0.9,1.1,1.3,2,2.1,2.9,3,3.5,3.6,3.6,3.6,3.7,3.7,3.8,3.8,3.8,3.9,3.9,4,4,4,4.1,4.2,4.3,4.3,4.3,4.48,4.5,4.45,
        4.43,4.4,4.4,4.4,4.3,4.2,4.2,4.2,4.1,3.9,3.9,3.8,3.8,3,2,1.9,1,0.9,0.5,0.2,0.2,0.2,0.2,0.2,0.3,0.5,0.5,0.6,0.7,0.7,
        0.8,0.8,1,1.1,1.1,1.1,1.2,1.2,1.3,1.3,1.3,1.4,2,2.5,2.3,2.1,2,1.9,1.8,1.7,1.2,0.9,0.2,0]),
plt.scatter([0,1,2,3,4,5,5.5,6,6.1,6.2,6.3,6.31,6.32,6.33,6.34,6.35,6.36,6.37,6.38,6.39,6.40,6.41,6.42,6.43,6.44,6.45,6.46,6.47,
        6.48,6.49,6.50,6.51,6.52,6.53,6.54,6.55,6.56,6.57,6.58,6.59,6.60,6.7,6.8,6.9,7.0,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
        19.1,19.2,19.3,19.4,19.5,19.6,19.7,19.8,19.9,20,20.1,20.2,20.3,20.4,20.5,20.6,20.7,20.8,20.9,21,21.1,21.2,21.3,
        21.4,21.5,22,23,24,25],
        [0,0,0.9,1.1,1.3,2,2.1,2.9,3,3.5,3.6,3.6,3.6,3.7,3.7,3.8,3.8,3.8,3.9,3.9,3.9,4,4,4,4.1,4.2,4.3,4.3,4.3,4.48,4.5,
        4.45,4.43,4.4,4.4,4.4,4.3,4.2,4.2,4.2,4.1,3.9,3.9,3.8,3.8,3,2,1.9,1,0.9,0.5,0.2,0.2,0.2,0.2,0.2,0.3,0.5,0.5,0.6,
        0.7,0.7,0.8,0.8,1,1.1,1.1,1.1,1.2,1.2,1.3,1.3,1.3,1.4,2,2.5,2.3,2.1,2,1.9,1.8,1.7,1.2,0.9,0.2,0],
        marker='+',color='red')
# Ajouter un titre et des labels d'axe
plt.title("modes 1 et 2")
plt.xlabel("fréquence(Hz)")
plt.ylabel("amplitude(cm)")
# Afficher la courbe
plt.show()
```

# bibliographie

- [1] XAVIER AMANDOLESE ET PASCAL HÉMON : La chute du pont de Tacoma :  
<http://www.off-ladhyx.polytechnique.fr/people/pascal/pdf/Poster-tacoma-2010.pdf>
- [2] HENRI JOUIN : David d'Angers et la catastrophe du pont de la Basse-Chaîne (16 avril 1850) : HACHETTE LIVRE et la BNF (1903)
- [3] TECHNO-SCIENCE.NET : Résonance :  
<https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Resonance.html>
- [4] : Expérience n°2: Résonance et Pont :  
<http://pontresonance.free.fr/exp2.htm>
- [5] GEORGES VENIZELOS : vibrations des structures : Ellipse page 235
- [6] SOLIDWORKS EDUCATION : Projet de conception de pont avec le logiciel SolidWorks :  
[https://www.solidworks.com/sw/docs/bridge\\_poject\\_wb\\_2011\\_fra.pdf](https://www.solidworks.com/sw/docs/bridge_poject_wb_2011_fra.pdf)
- [7] EEG SIMECSOL, REVUE OUVRAGE D'ARTS : Pont et résonance : <http://pontresonance.free.fr/application.htm>
- [8] CHARLES KITTEL : Physique de l'état solide [«Solid state physics»] : 1998, chapitre 3

# Annexe calculs

## Théorèmes de la dynamique

$$\Sigma F_{ext} = -T + \left( \frac{\partial T}{\partial x} dx + T \right) = \mu S dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\Sigma M(x) = 0 \quad -M + \left( M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) + \frac{T}{2} dx + T \frac{dx}{2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \mu S = \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{Et} \quad 0 = \frac{\partial M}{\partial x} + T$$

$$\text{Donc} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \text{ et } M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

On trouve l'équation différentielle:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

