

**REVALORISATION  
DES CALORIES D'UNE  
DOUCHE**

Comment et dans quelles mesures peut-on maximiser la valorisation des calories des eaux grises pour permettre le chauffage partiel de l'eau d'une douche ?

# SOMMAIRE

## I. Avant propos

- 1) Contexte écologique
- 2) Situation économique

## II. Etude théorique

- 1) Présentation du dispositif
- 2) Modélisation simple
- 3) Etude du mitigeur

## III. Etude expérimentale

- 1) Protocole des expériences
- 2) Incertitudes
- 3) Présentation des résultats
- 4) Etude du débit

## IV. Conclusion

- 1) Économies réalisées
- 2) Bilan de notre étude

## V. Annexes

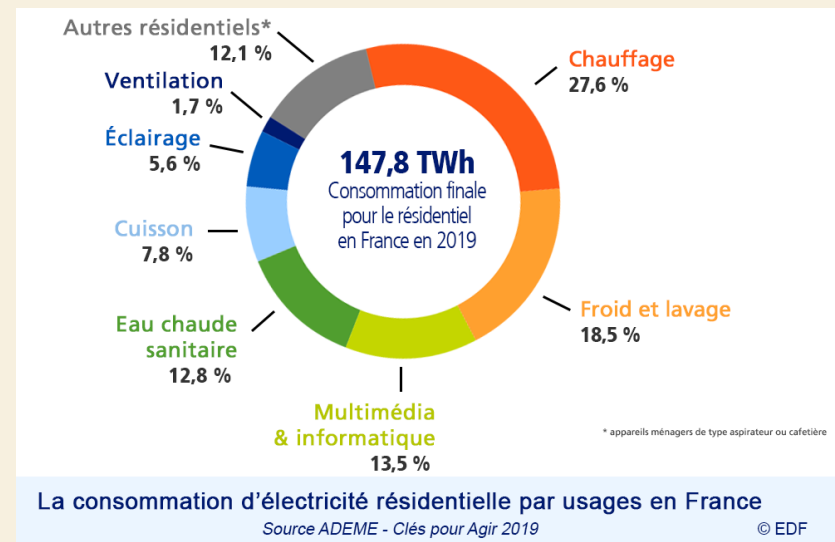
# 1) CONTEXTE ÉCOLOGIQUE

- Démarche écologique :
  - Continuité d'un mode de vie
  - Préservation des ressources énergétiques
- Démarche économique :
  - Réduire la consommation électrique du chauffe-eau

## 2) SITUATION ÉCONOMIQUE

- Dépense moyenne annuelle en énergie électrique d'un ménage : 1700 €

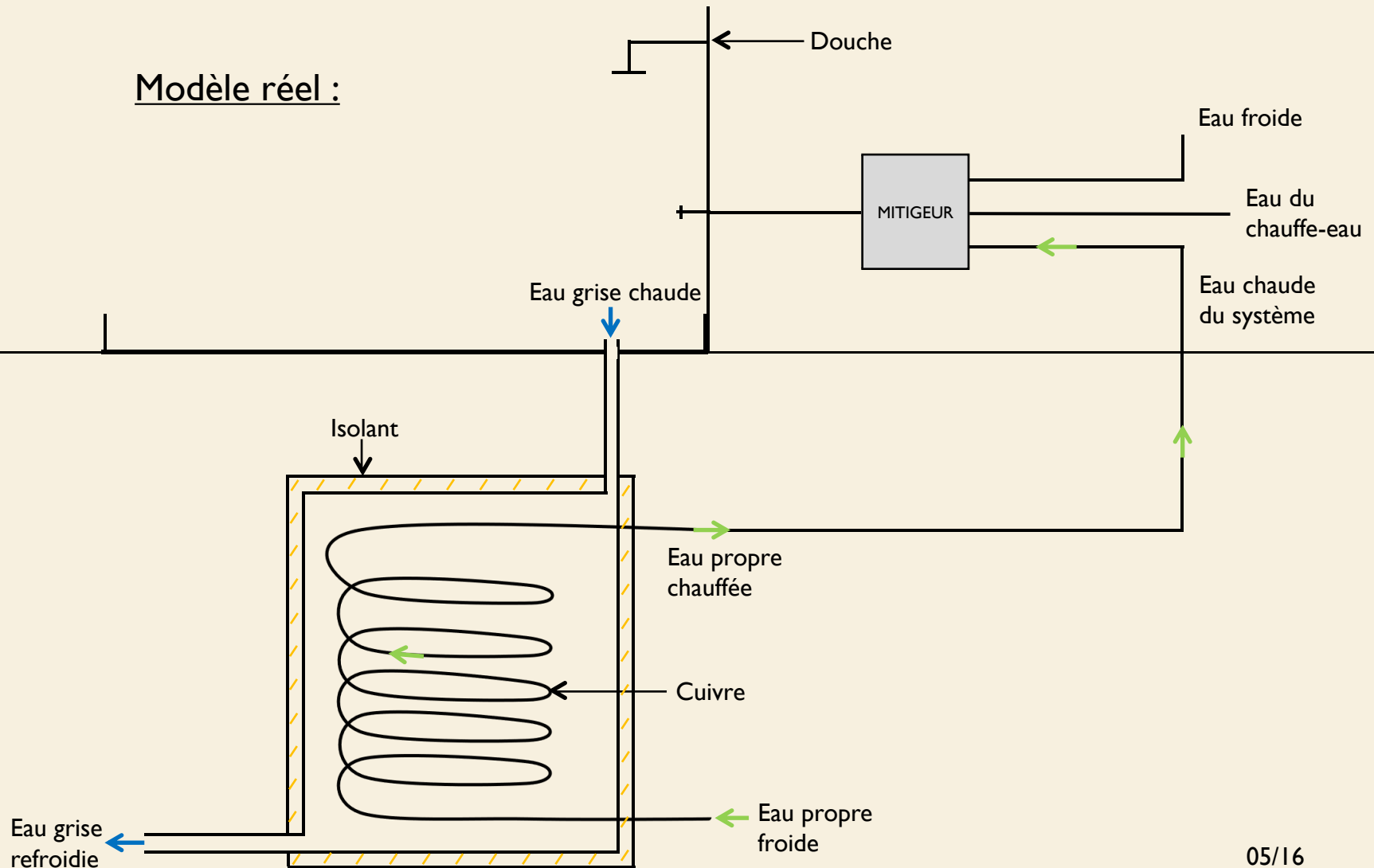
→ Chauffe-eau : 255 €



- Essor du secteur des rénovations énergétiques :
  - Investissements des particuliers
  - Aides de l'état : crédit d'impôt développement durable

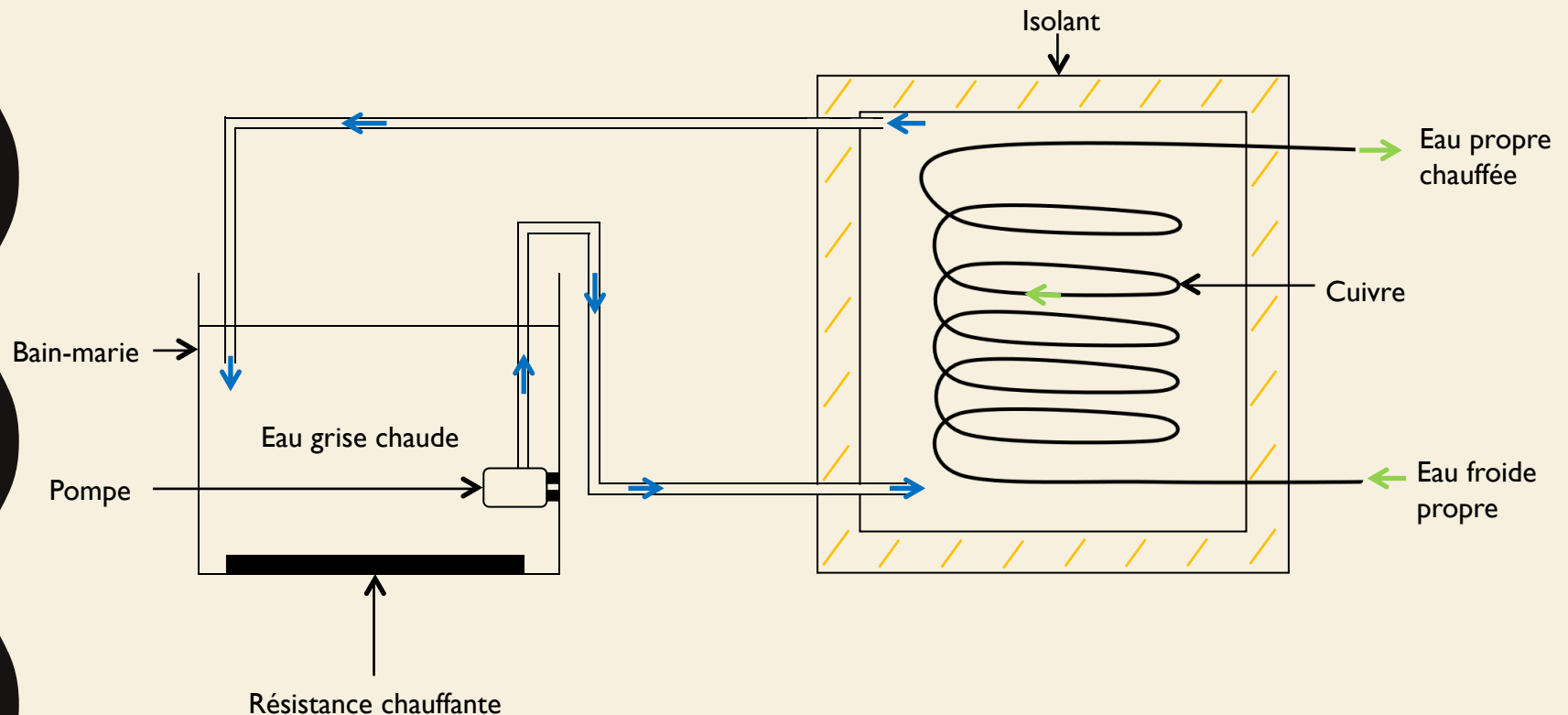
# 1) PRÉSENTATION DU DISPOSITIF

Modèle réel :



# 1) PRÉSENTATION DU DISPOSITIF

Modèle expérimental :



## 2) MODÉLISATION SIMPLE

### Hypothèses :

- Cuivre isotherme
- Eau du bac : thermostat et immobile
- Régime stationnaire
- Diffusion négligée

### Echanges :

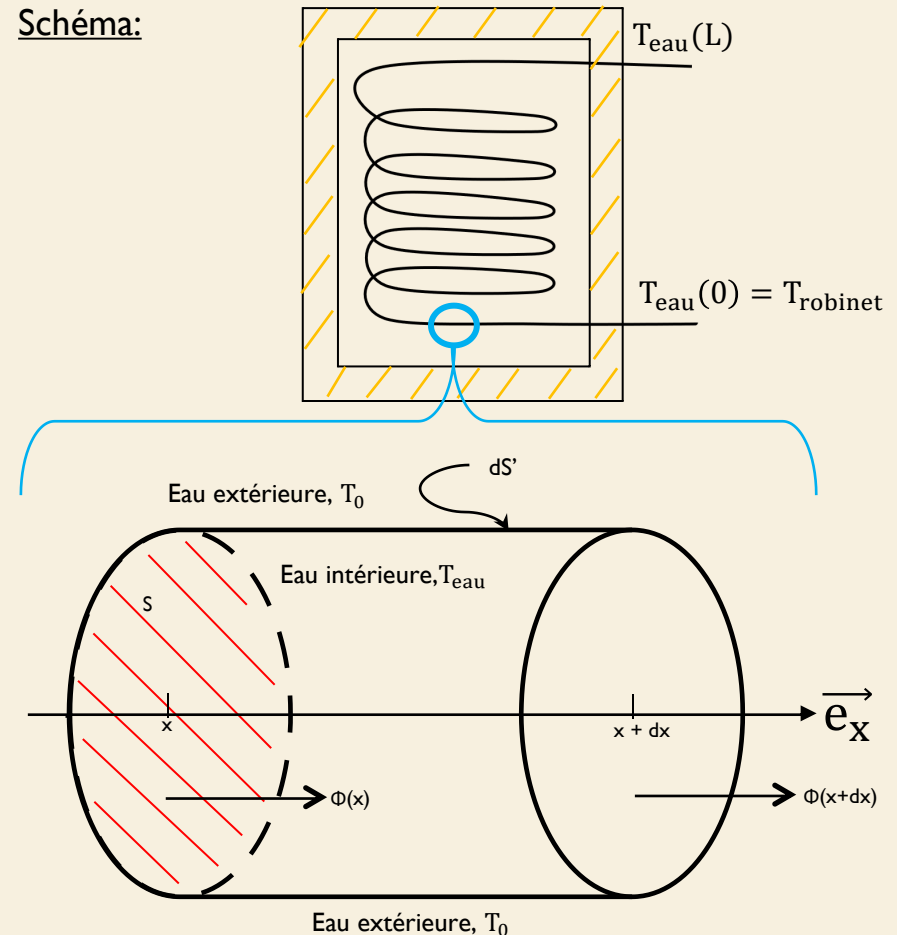
- Conducto-convectif
- Diffusif

- Equation vérifiée par  $T_{\text{eau}}$  :

$$T_{\text{eau}}(x) = (T_{\text{robinet}} - T_0)e^{-\frac{1}{\alpha}x} + T_0$$

avec  $\alpha = \frac{\mu v c S}{2\pi r h}$  la longueur caractéristique

### Schéma:



# 3) ÉTUDE DU MITIGEUR

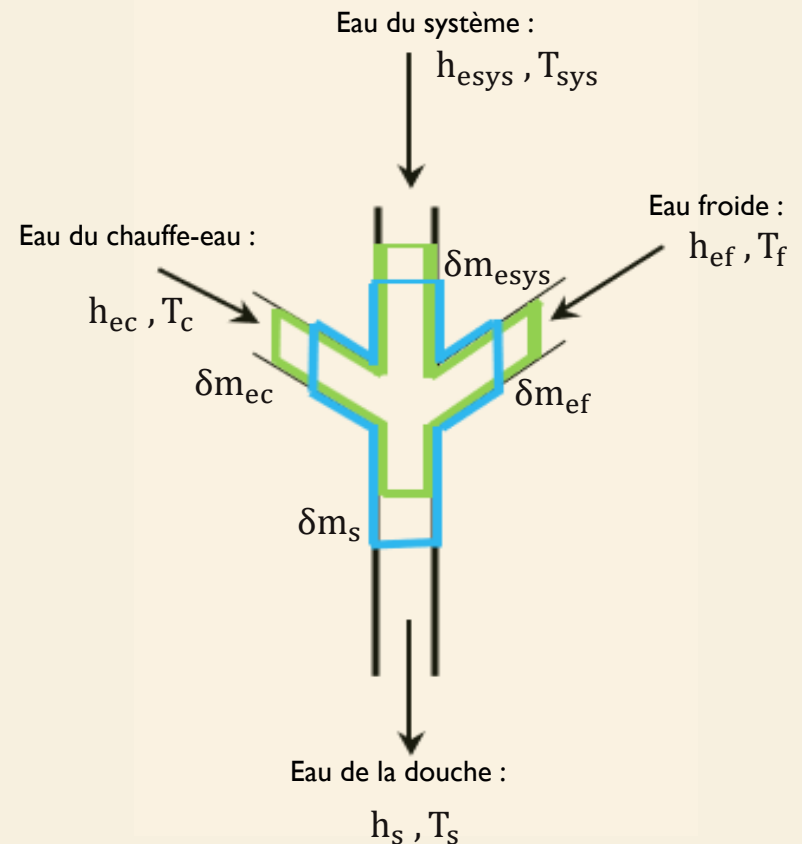
## Hypothèses :

- Parois adiabatiques
  - Sans travail utile
  - Eau : phase condensée
  - Régime stationnaire
- $Dm = Dm_c + Dm_f + Dm_{sys}$

- Bilan enthalpique:

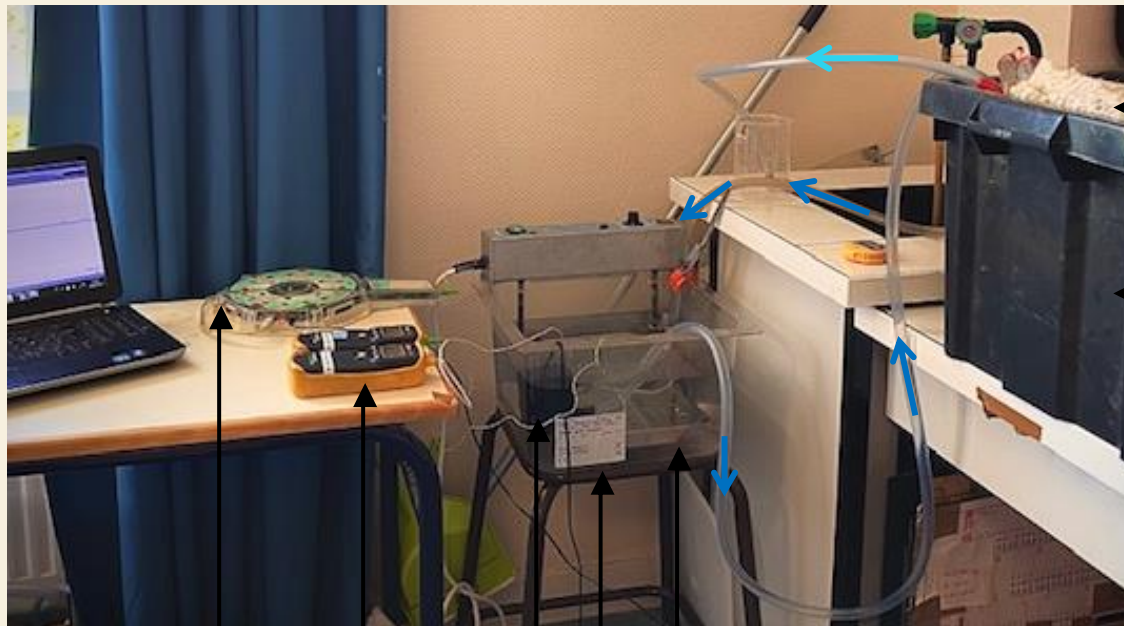
$$T_s = \frac{Dm_c T_c + Dm_f T_f + Dm_{sys} T_{sys}}{Dm}$$

## Schéma :





# 1) PROTOCOLE DES EXPÉRIENCES



Carte sysam

Thermocouples

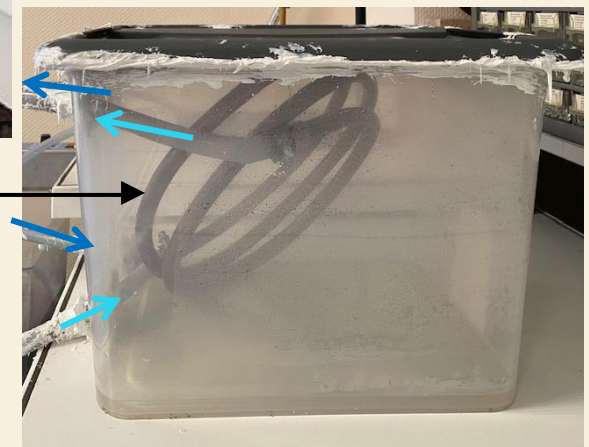
Pompe

Eau grise chaude

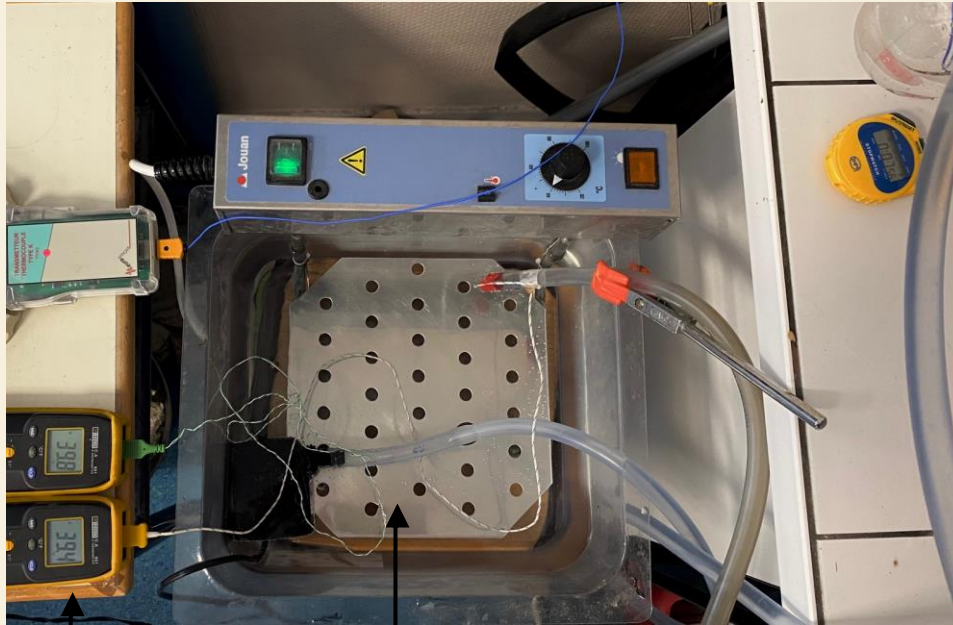
Bain-marie

Chanvre

Boîte pour isolant

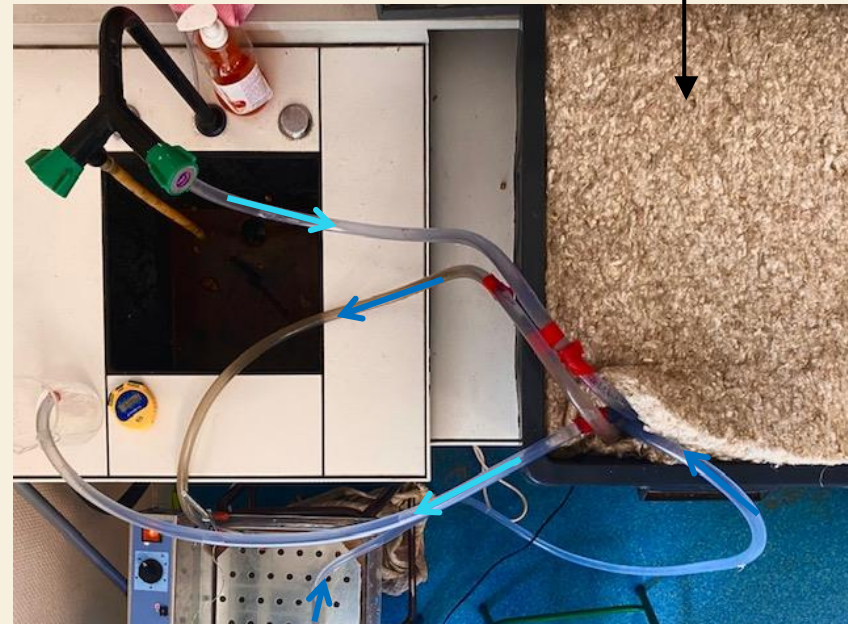


Cuivre



Thermocouples

Bain-marie



Chanvre

## 2) INCERTITUDES

Pour le débit :

- Incertitude de lecture du volume
- Incertitude sur le chronomètre

Pour la température :

- Incertitude constructeur du thermocouple
- Incertitude de  $T_0$
- Incertitude sur  $T_{\text{robinet}}$
- Incertitude de mesure de Latis pro
- Incertitude de lecture de Latis pro ( négligée )

# 3) PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

On sait que :

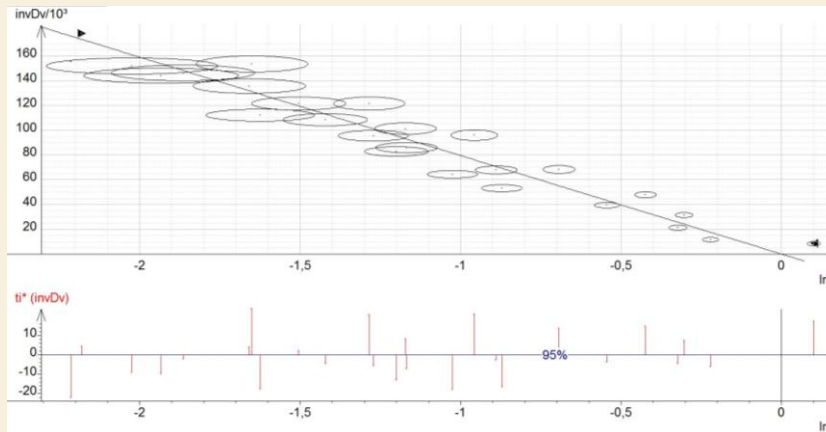
$$T_{\text{eau}}(x) = (T_{\text{robinet}} - T_0)e^{-\frac{1}{\alpha}x} + T_0 \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\mu \nu c S}{2\pi r h}$$

Régression linéaire :

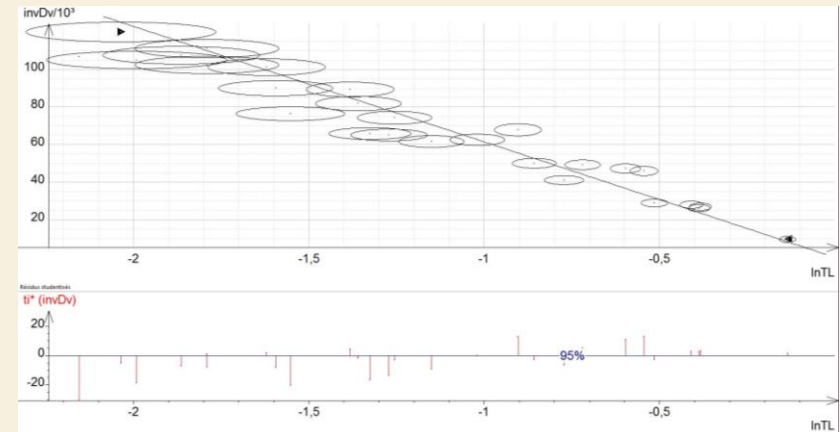
$$\frac{1}{D_v} = -K \ln\left(\frac{T_{\text{eau}}(L) - T_0}{T_{\text{robinet}}(L) - T_0}\right) \quad \text{avec} \quad K = \frac{\mu c}{2\pi r h L}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y = -Kx \quad \text{avec} \quad y = \frac{1}{D_v} \quad \text{et} \quad x = \ln\left(\frac{T_{\text{eau}}(L) - T_0}{T_{\text{robinet}}(L) - T_0}\right)}$$

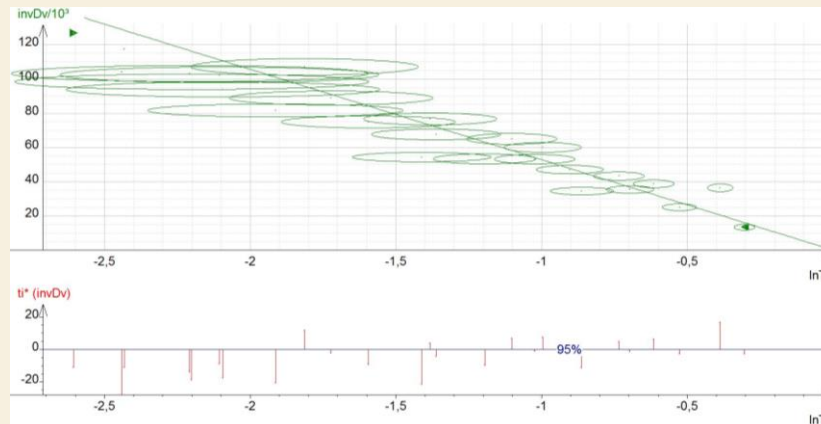
# 3) PRÉSENTATION DES RÉSULTATS



Chanvre:  $K = (79,4 \pm 2,6) \times 10^3$  et  $\chi^2 = 2,17$   
 $h = 597 \pm 20 \text{ kg.K}^{-1}.\text{s}^{-3}$



Liège:  $K = (61,4 \pm 2,6) \times 10^3$  et  $\chi^2 = 1,41$   
 $h = 772 \pm 33 \text{ kg.K}^{-1}.\text{s}^{-3}$



Sans isolant:  $K = (53 \pm 4) \times 10^3$  et  $\chi^2 = 1,27$   
 $h = 894 \pm 67 \text{ kg.K}^{-1}.\text{s}^{-3}$

## 4) ÉTUDE DU DÉBIT

Objectif : maximiser le rendement et l'efficacité du système

→ Efficacité :

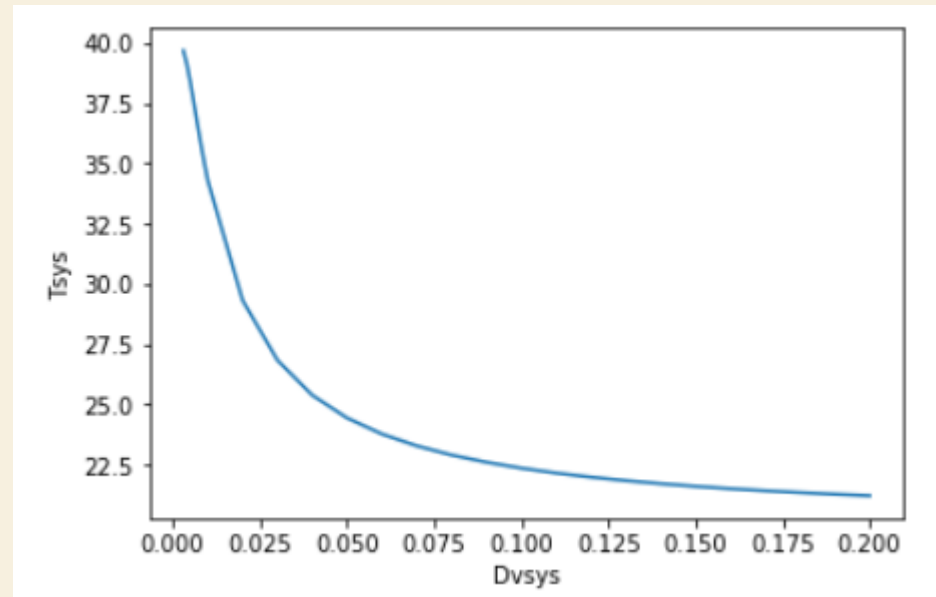
Longueur caractéristique :  $\alpha = \frac{\mu c D_v}{2\pi r h}$

Donc :

$$D_{v,max} = \frac{4\pi L r h}{\mu c}$$

**Application numérique :**

avec le h du chanvre :  $D_{v,max} = 0,025 \pm 0,001 \text{ L. s}^{-1}$



# 1) ÉCONOMIES RÉALISÉES

- Conservation du débit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{En présence du système : } Dm = Dm_c + Dm_f + Dm_{sys} \Rightarrow Dm_c = Dm - Dm_f - Dm_{sys} \\ \text{Sans le système : } Dm = Dm_c + Dm_f \Rightarrow Dm_c = Dm - Dm_f \end{array} \right.$$

- Bilan de mitigeur :

$$T_s = \frac{Dv_c T_c + Dv_f T_f + Dv_{sys} T_{sys}}{Dv}$$

**Applications numériques :**  $\left\{ \begin{array}{l} \text{En présence du système : } Dv_c = 0,05 \text{ L.s}^{-1} \\ \text{Sans le système : } Dv_c = 0,0625 \text{ L.s}^{-1} \end{array} \right.$

- Dépense annuelle en électricité du chauffe-eau pour 4 personnes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{En présence du système : } 177 \text{ €} \\ \text{Sans le système : } 221 \text{ €} \end{array} \right.$$

Economie de 44 € et de 254 kWh par an



## 2) BILAN DE L'ÉTUDE

- Continuité de la démarche écologique
- Limites :
  - » Efficacité en été
  - » Encombrement





# ANNEXE 1

## Modélisation simple :

- **Premier principe de la thermodynamique sur une méso-tranche :**

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{\delta W}{\delta t} + \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} \text{ et } \frac{DH}{Dt} = \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} = \frac{\delta H}{\delta t} + (\vec{v} \cdot \vec{\text{grad}})H \Rightarrow \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} = \frac{\delta H}{\delta t} + v \frac{\delta H}{\delta x}$$
$$\text{Or } dH = dCdT \Rightarrow \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} = \mu c S dx \frac{\delta T_{eau}}{\delta t} + v \mu c S dx \frac{\delta T_{eau}}{\delta x} \quad (1)$$

- **Bilan thermique appliqué à l'eau intérieur :**

$$\text{Loi de Newton : } \phi_1 = -h(T_f - T_0)dS'$$

$$\text{Terme diffusif : } \phi_2 = \phi_{th}(x) - \phi_{th}(x + dx) = (J_{th}(x) - J_{th}(x + dx))S$$

$$\Rightarrow P = \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} = -h(T_{eau} - T_0)dS' - \frac{\partial J_{th}}{\partial x} dx S$$

$$\text{Loi de Fourier : } \frac{\delta Q_{th}}{\delta t} = -h(T_{eau} - T_0)dS' + \lambda \frac{\delta^2 T_{eau}}{\delta x^2} S dx \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) : \mu c S \frac{\delta T_{eau}}{\delta t} + v \mu c S \frac{\delta T_{eau}}{\delta x} = -2\pi r h (T_{eau} - T_0) + \lambda \frac{\delta^2 T_{eau}}{\delta x^2} S$$

Terme diffusif négligé et régime stationnaire, donc :

$$\Rightarrow \frac{\delta T_{eau}}{\delta x} + \frac{1}{\alpha} T_{eau} = \frac{1}{\alpha} T_0 \text{ avec } \frac{1}{\alpha} = \frac{2\pi r h}{v \mu c S}$$

- **Résolution :**

$$T_{eau}(x) = (T_{robinet} - T_0)e^{-\frac{1}{\alpha}x} + T_0 \text{ avec } \alpha = \frac{v \mu c S}{2\pi r h}$$

# ANNEXE 2

Justification pour négliger le terme diffusif :

$$\frac{\text{terme diffusif}}{\text{terme convectif}} = \frac{\lambda \frac{\partial^2 T_{\text{eau}}}{\partial x^2} S dx}{v \mu S c \frac{\partial T_{\text{eau}}}{\partial x}} = \frac{\lambda}{v \mu c}$$

**Application numérique :**  $\frac{\lambda}{v \mu c} = 2,23 \times 10^{-6}$

Donc :

terme diffusif << terme convectif

# ANNEXE 3

## Le mitigeur :

- Bilan thermodynamique du système fermé :**

Avec  $E$  l'énergie de système et  $E^*$  celle du système fermé :

$$H^*(t + dt) - H^*(t) = H(t + dt) - H(t) + \delta m_s h_s - \delta m_{ef} h_{ef} - \delta m_{ec} h_{ec} - \delta m_{esys} h_{esys}$$
$$\Rightarrow \frac{DH}{Dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{\delta m_s h_s}{dt} - \frac{\delta m_{ef} h_{ef}}{dt} - \frac{\delta m_{ec} h_{ec}}{dt} - \frac{\delta m_{esys} h_{esys}}{dt}$$

En régime stationnaire :

$$\frac{DH}{Dt} = Dm h_s - Dm_{ef} h_{ef} - Dm_{ec} h_{ec} - Dm_{sys} h_{esys}$$

- Premier principe de la thermodynamique :**  $\frac{DH}{Dt} = \frac{\delta W_u}{\delta t} + \frac{\delta Q}{\delta t}$

$$\text{Donc } 0 = Dm h_s - Dm_{ef} h_{ef} - Dm_{ec} h_{ec} - Dm_{sys} h_{esys}$$

$$\Rightarrow h_s = \frac{Dm_{ef} h_{ef} + Dm_{ec} h_{ec} + Dm_{sys} h_{esys}}{Dm}$$

L'eau est une phase condensée, donc :  $h(t) = c(T - T_s)$

$$\Rightarrow 0 = Dm(T_s - T_s) - Dm_c(T_c - T_s) - Dm_f(T_f - T_s) - Dm_{sys}(T_{sys} - T_s)$$

$$0 = Dm T_s - Dm_c T_c - Dm_f T_f - Dm_{sys} T_{sys} + T_s(Dm_c + Dm_f + Dm_{sys} - Dm)$$

$$\Rightarrow 0 = Dm T_s - Dm_c T_c - Dm_f T_f - Dm_{sys} T_{sys}$$

Ainsi :

$$T_s = \frac{Dm_c T_c + Dm_f T_f + Dm_{sys} T_{sys}}{Dm}$$

# ANNEXE 4

## Code Python :

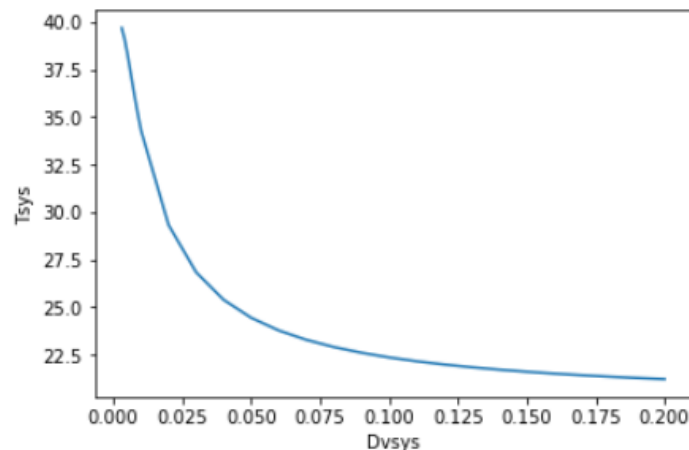
```
from math import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

X = [0.003,0.004,0.005,0.006,0.007,0.008,0.009,0.01,0.02,0.03,0.04,0.05,0.06,0.07,0.08,0.09,0.1,0.11,0.12,0.13,0.14,0.15,0.16,
      0.17,0.18,0.19,0.2]#déditsyst

def Tsy(Dsy):
    return (-20*exp(-(2*pi*0.007*597*2)/(Dsy*4180))+40+273)

Y=[]
for i in X:
    Y.append(Tsy(i)-273)

plt.plot(X,Y)#Tsys en fonction de Dvsys
plt.xlabel("Dvsys")
plt.ylabel("Tsys")
plt.show()
```



# ANNEXE 5

Incertitudes :

→ **Calcul de h** : (coefficient conducto-convectif)

$$h = \frac{\mu c}{2\pi r L K} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_h = h \frac{u_K}{K}}$$

→ **Calcul de  $D_{v,max}$**  :

$$D_{v,max} = \frac{4\pi L r h}{\mu c} \quad \text{donc} \quad \boxed{u_{D_{v,max}} = D_{v,max} \frac{u_h}{h}}$$