



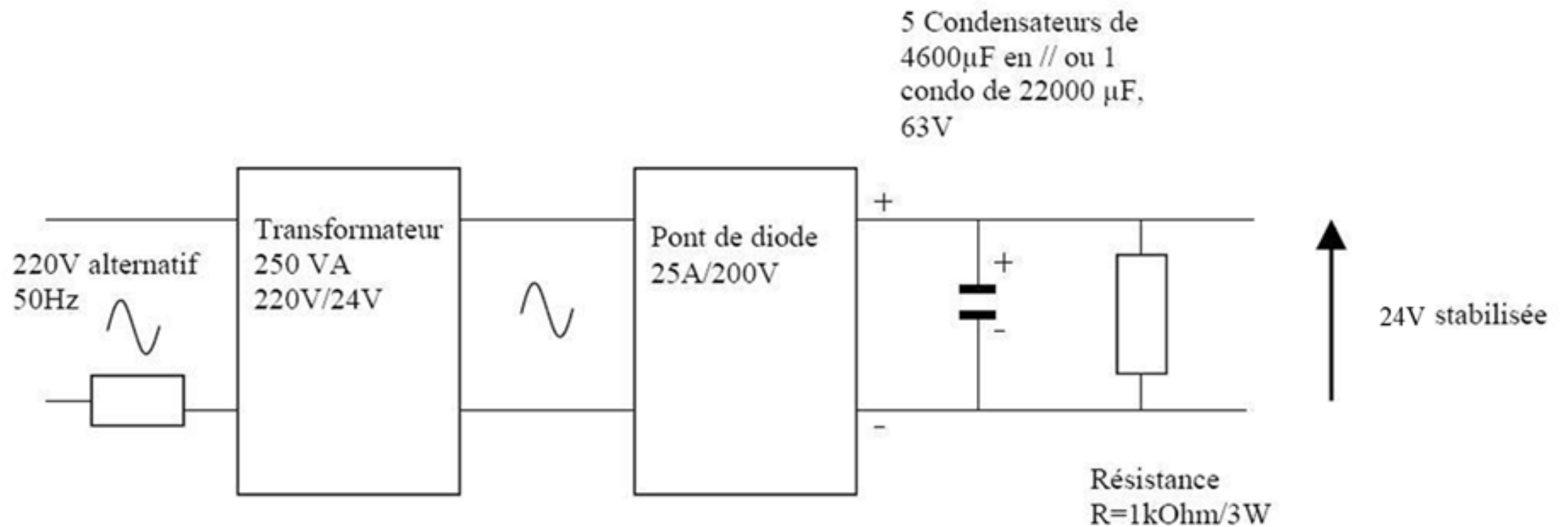
# *Analyse expérimentale et Numérique d'un lancer de balle sous effet Magnus*

Comment modéliser au mieux un écoulement turbulent  
dans le cas d'une balle de ping pong en rotation ?

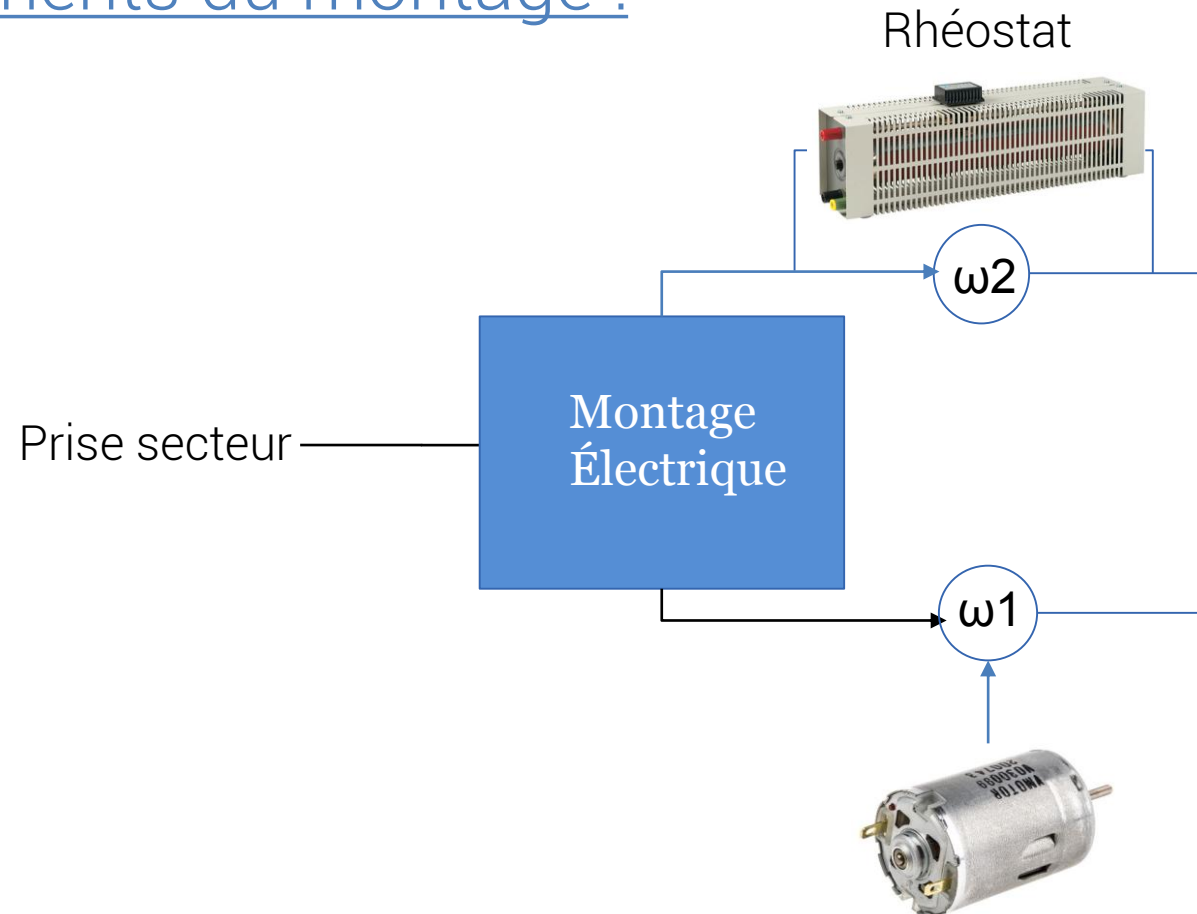
# Sommaire

- I Réalisation du lanceur
  - a) Montage électrique
  - b) éléments du montage
  - c) Aspect mécanique
- II Expérience réelle
  - a) Description et schématisation de l'expérience
  - b) Résultats expérimentaux et détermination des conditions initiales
- III Simulation FLUENT
  - a) Géométrie de la modélisation
  - b) Maillage
  - c) Modèle de viscosité
  - d) Résultats de la simulation
- IV Comparaison expérimentale/théorique
  - a) Trajectoire expérimentale-théorique
  - b) Résultats de l'expérience
  - c) Analyse python de la trajectoire : théorie
  - d) Analyse des trajectoires
- Conclusion

## a) Montage électrique :



## b) éléments du montage :

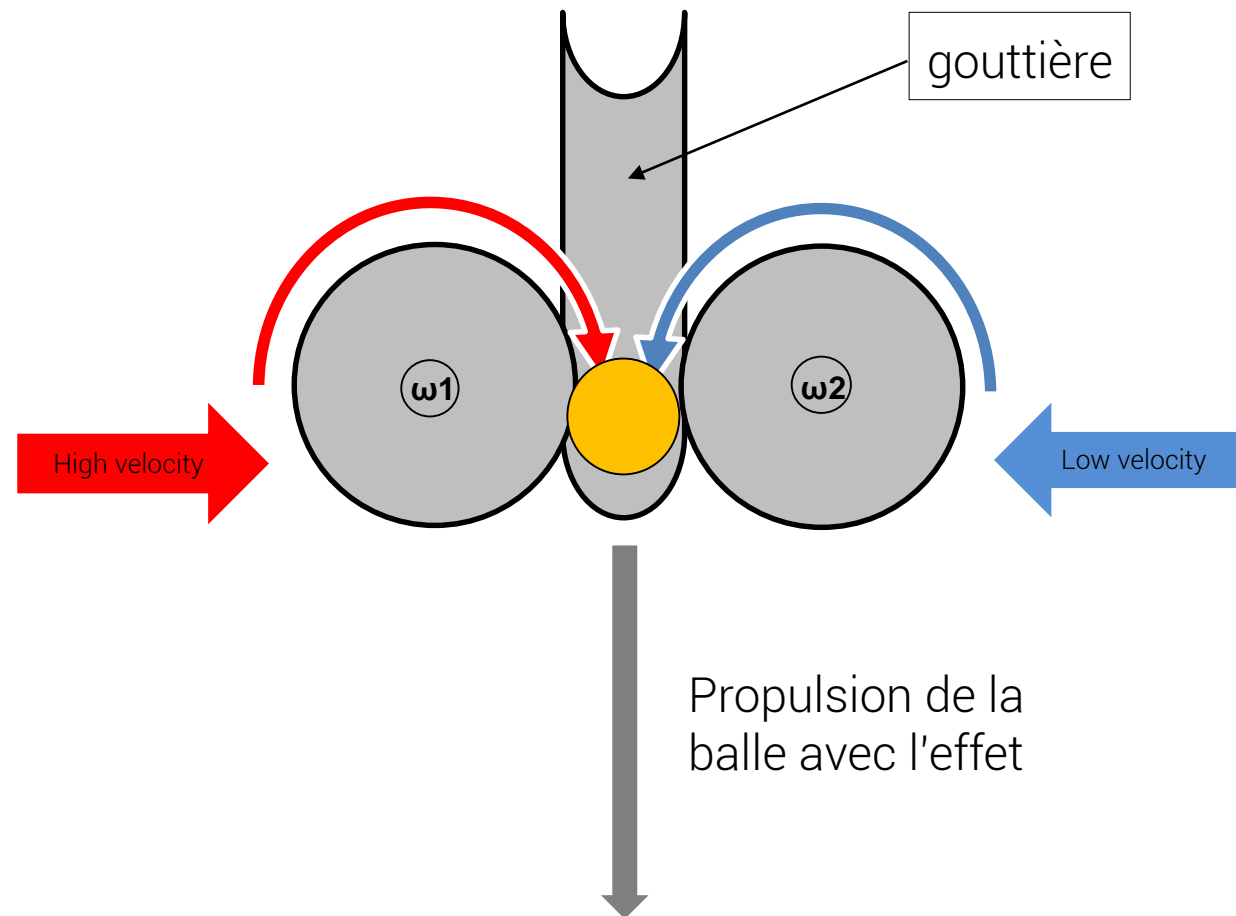


$\omega$  vitesse de rotation du moteur

$$\omega_1 > \omega_2$$

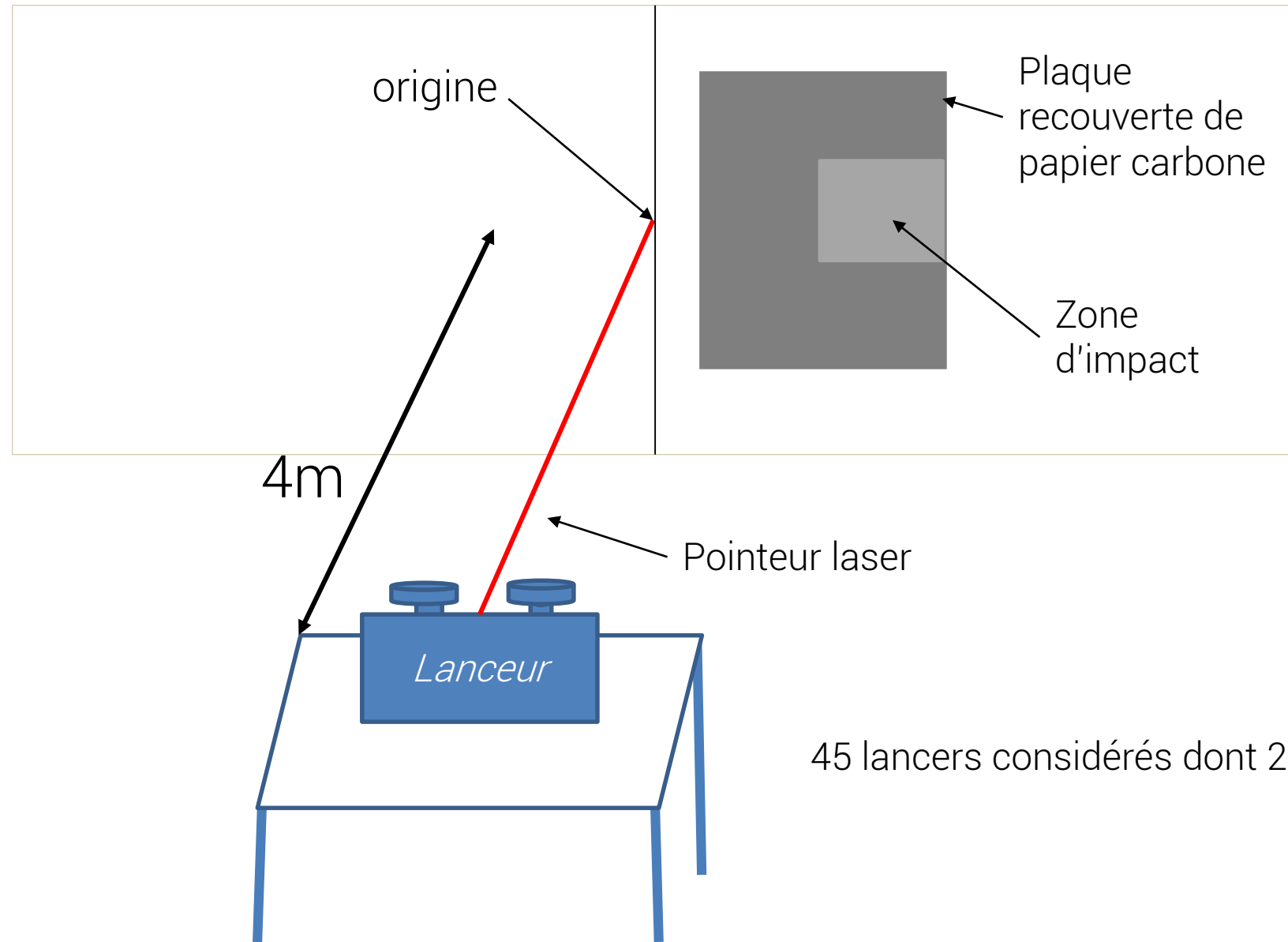


## c) Aspect mécanique



Montage réel

## a) Description et schématisation de l'expérience:



45 lancers considérés dont 29 significatifs

## b) Résultats expérimentaux et détermination des conditions initiales

Vitesses calculées expérimentalement à partir du logiciel Tracker :

- $v_0 = 4,1 \pm 0,3 \text{ m.s}^{-1}$
- $\omega = 99,4 \pm 1,6 \text{ rad.s}^{-1}$

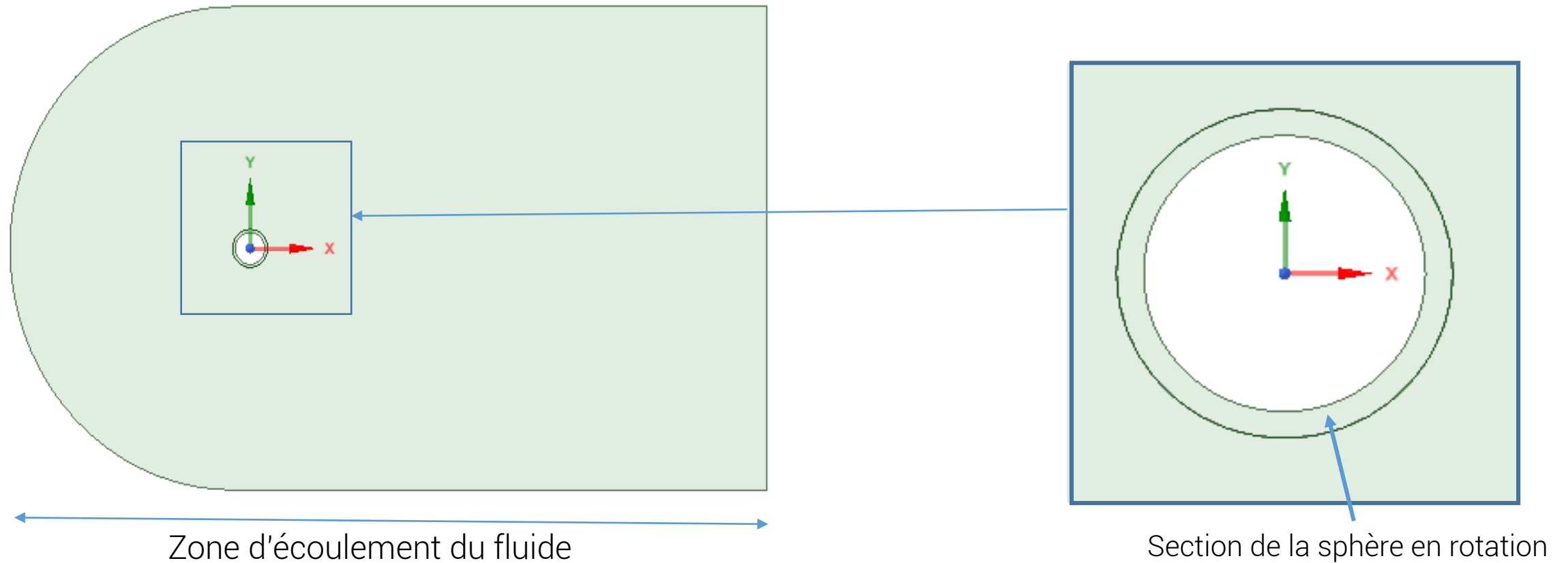
Nombre de Reynolds qui en découle :

$$- Re = \frac{\mu UL}{\eta} \approx 1,4 * 10^4$$

On peut donc considérer pour la

simulation une approche turbulente.

Nombre de Mach :  $Ma = \frac{v}{a} = 0,012$  L'écoulement est subsonique  $Ma < 0,3$ ,  
l'hypothèse d'un écoulement incompressible est donc possible.



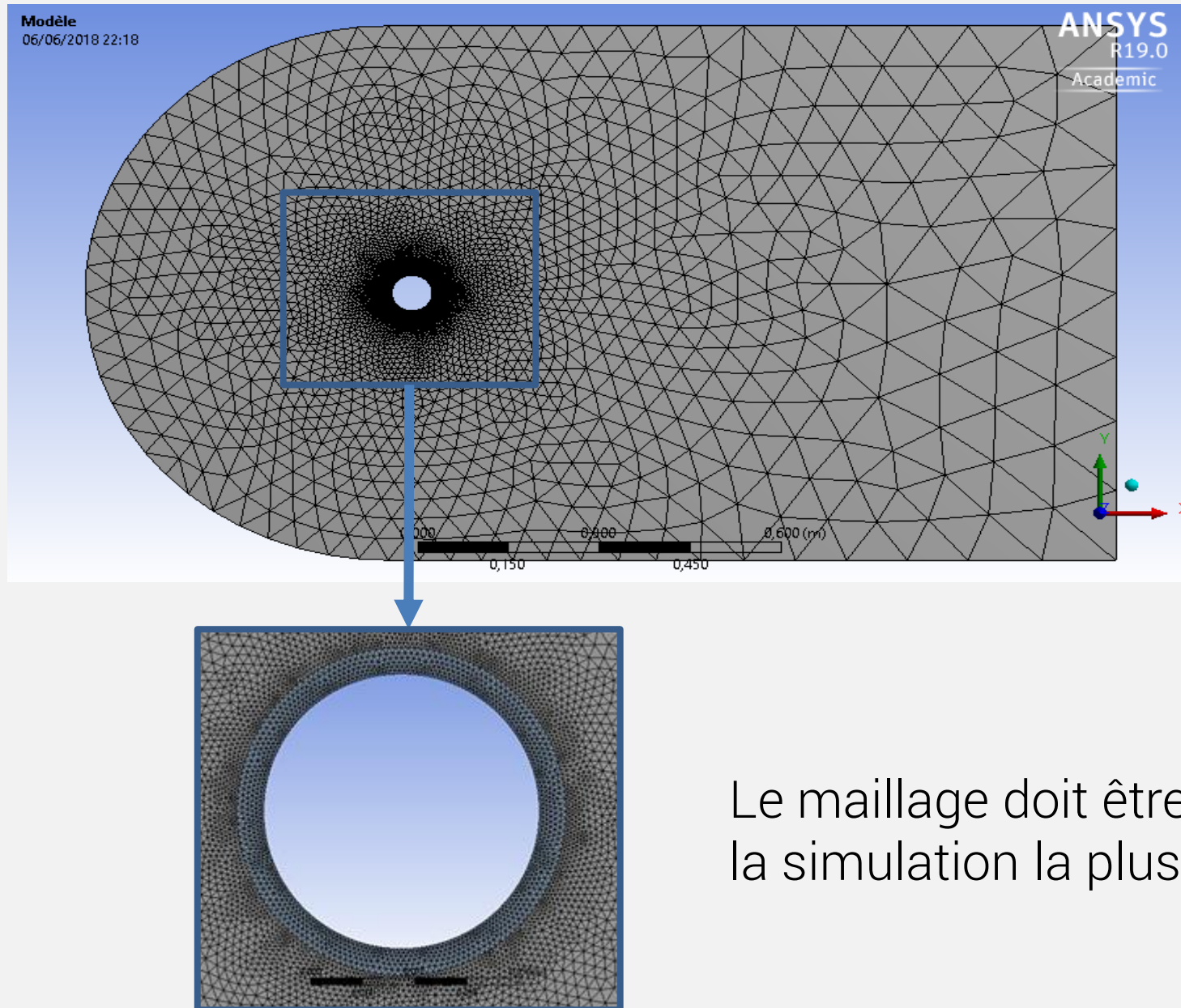
Utilisation d'un modèle en 2D à l'instar d'un modèle en 3 dimensions.

## a) Géométrie de la modélisation



## b) Maillage

- Méthode des triangles seuls
- Maillage resserré au niveau de la sphère
- Maillage étendu loin de la zone de rotation



Le maillage doit être le plus fin afin de permettre la simulation la plus précise possible

Modèle de viscosité

Realizable k-ε

Energie cinétique:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \epsilon$$

Dissipation:

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$

Variables:

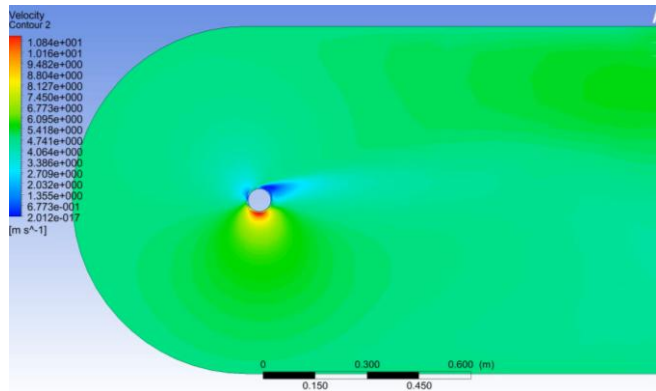
- $E_{i,j}$  module d'Young
- $U_i$  vitesse dans la direction considérée
- $\mu_t$  eddy viscosity  $\longrightarrow \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$

Hypothèses considérées :

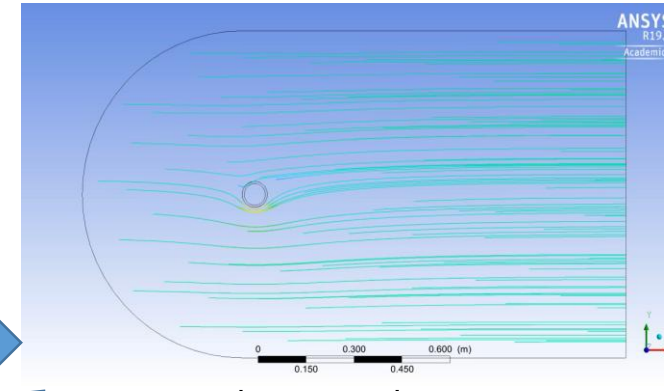
- Nombre de Reynolds  $\sim 10^4$
- Fluide incompressible ( Mach )

$C_\mu = 0.09$ 
 $\sigma_k = 1.00$ 
 $\sigma_\epsilon = 1.30$ 
 $C_{1\epsilon} = 1.44$ 
 $C_{2\epsilon} = 1.92$

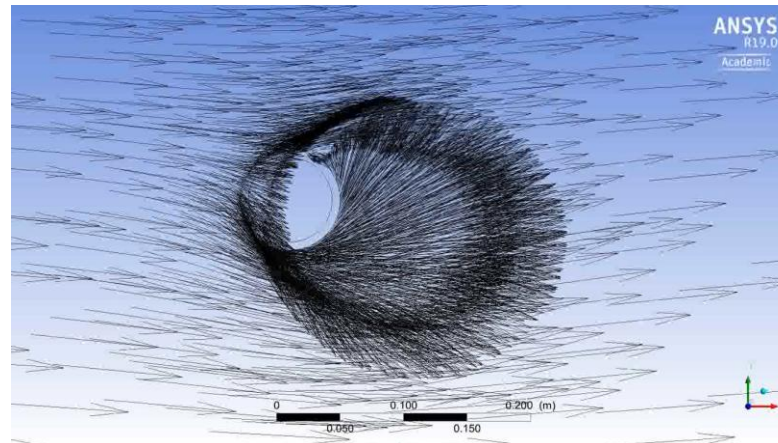
## c) Résultats obtenus à l'aide de la simulation FLUENT



Champ des vitesses

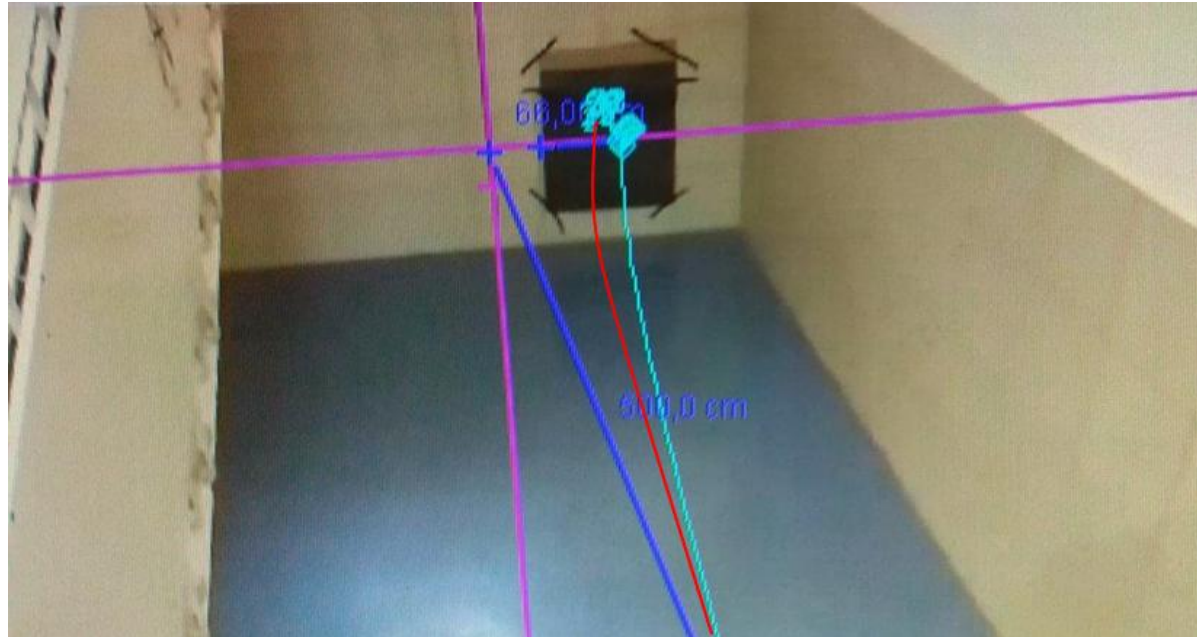


Lignes de courant



Champ de vecteurs vitesse

## a) Trajectoire expérimentale – théorique



### Légende:

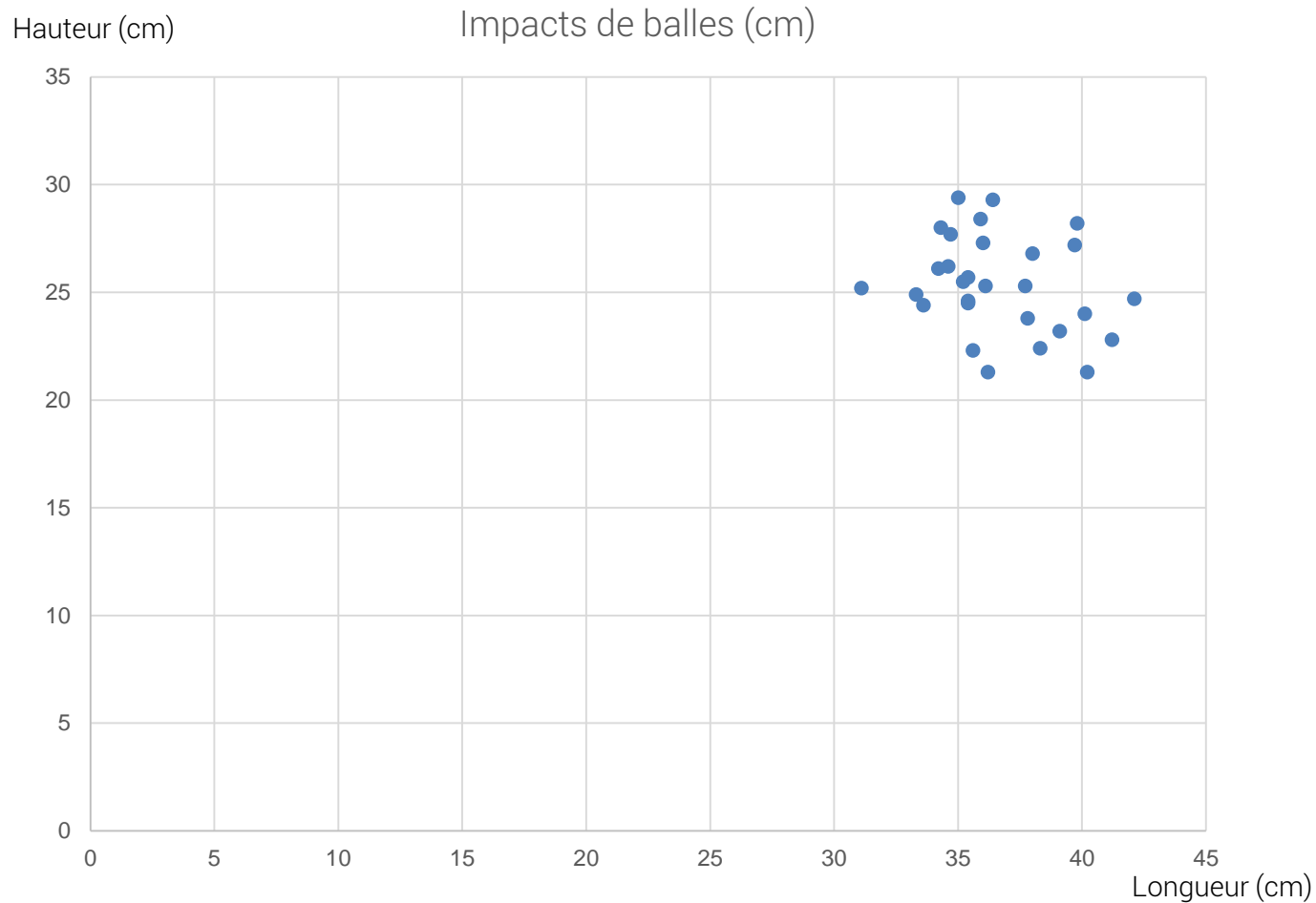
- Trajectoire expérimentale
- Trajectoire théorique

### Déviation :

- Déviation théorique de 33,4 cm
- Déviation observée à partir des lancers : 36,7 cm.

Incertitude globale par rapport aux calculs théoriques  $\sim 9,8 \%$

## b) Résultats de l'expérience :



Mesures issues de l'expérience:

$$u_{relatif} = u \pm \Delta u$$

$$u = 36,7 \text{ cm}$$

$$\Delta u = \sqrt{(ul)^2 + (um)^2}$$

$$\Delta u = 2,9 \text{ cm} \quad (\sigma = 1,02)$$

$$u_{relatif} = [36,7 \pm 2,9] \text{ cm}$$

u est en réalité la déviation moyenne en cm par rapport à une trajectoire rectiligne



## c) Analyse python de la trajectoire : théorie

Equations couplées:

$$m\ddot{x} = -k\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} + a(\omega_y \dot{z} - \omega_z \dot{y})$$

$$m\ddot{y} = -k\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} + a(\omega_z \dot{x} - \omega_x \dot{z})$$

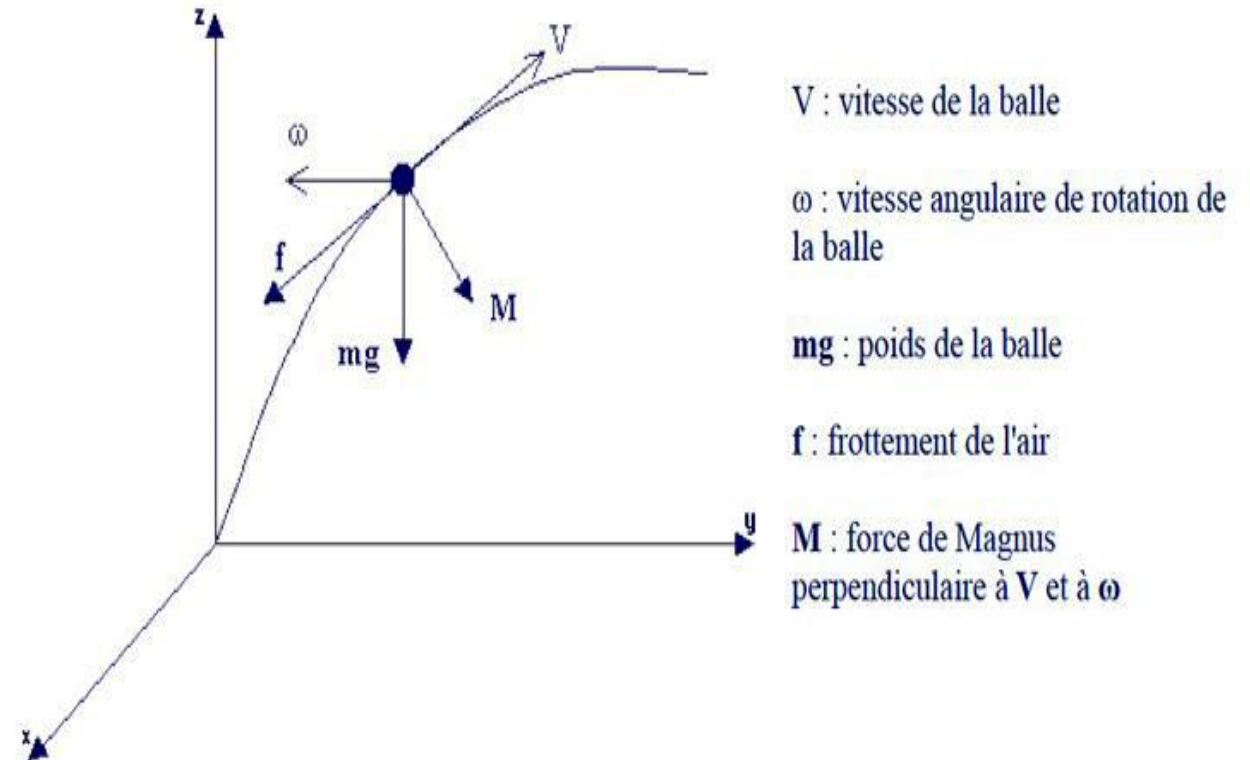
$$m\ddot{z} = -mg - k\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} + a(\omega_x \dot{y} - \omega_y \dot{x})$$

Solutions analytiques:

$$x(t) = e^{-Ct}(\alpha \cos(Kt) - \beta \sin(Kt)) - \frac{gKt}{C^2 + K^2} - \alpha$$

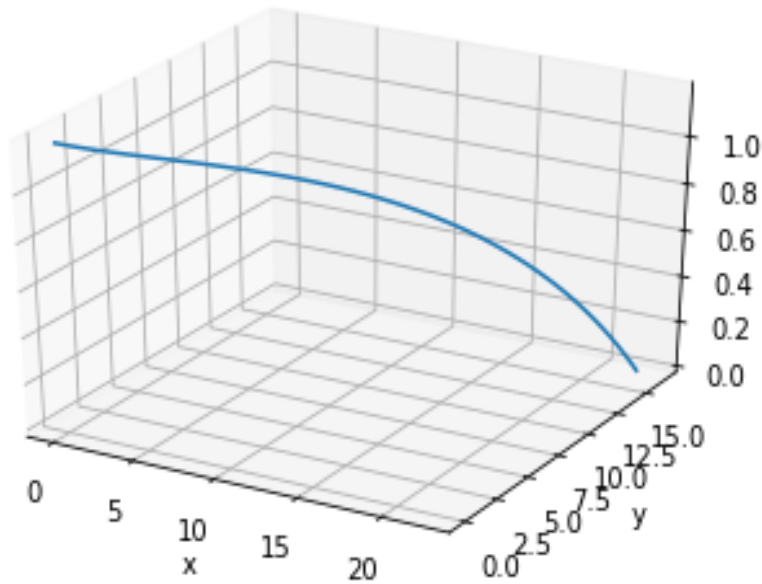
$$z(t) = e^{-Ct}(\alpha \sin(Kt) - \beta \cos(Kt)) - \frac{gCt}{C^2 + K^2} - \beta$$

Découplage: On considère la rotation de la balle selon une direction unique, une vitesse constante ainsi qu'un mouvement plan.

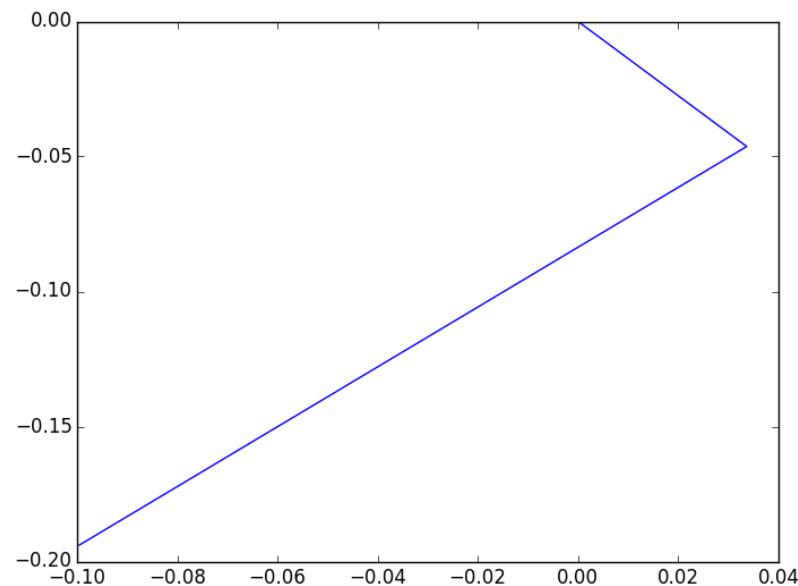




## d) Analyse des trajectoires



Trajectoire issue de la méthode d'Euler, le découplage analytique n'a pas été pris en compte



Trajectoire issue des équations analytiques présentées précédemment

# Conclusion

## Améliorations possibles du point de vue de la simulation:

- Utiliser une modélisation en 3 dimensions afin de décrire au mieux l'écoulement du fluide autour de la balle en rotation, ce qui nécessite une base de calculs beaucoup plus importante
- Se servir d'un maillage encore plus fin pour augmenter la précision de la simulation, cette méthode implique des temps de calcul plus longs
- Employer des modèles de viscosité différents de celui choisit dans notre cas

## Améliorations possibles du point de vue de l'analytique:

- Ne plus considérer la planéité du mouvement
- Considérer une nouvelle expression de la vitesse variant au cours du temps selon les trois axes  $x, y, z$

## Améliorations possibles du point de vue de l'expérience:

- Réduction de l'imprécision au niveau des lancers en développant un système nous permettant de réaliser une même condition initiale pour chaque lancer
- Amélioration au niveau du matériel utilisé pour la maquette pour se débarrasser d'éléments pouvant entraver la précision de l'expérience ( aspérités des roues, axes moteur-roue soudés ... )
- Remplacement de la gouttière au profit d'une nouvelle plus adaptée au diamètre de la balle

## Annexe:

```
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

c=340.6
K=327.2
a=-0.035
b=0.044
g=9.81

t=linspace(0,10,101)

def x(t):
    return(exp(-c*t)*(a*cos(K*t)-b*sin(K*t))-(g*K*t)/(c**2+K**2)-a)

def z(t):
    return(exp(-c*t)*(b*cos(K*t)+a*sin(K*t))-(g*c*t)/(c**2+K**2)-b)

plot(x(t),z(t))
show()
```

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import *
```

```
g = 9.81
m = 40*e-3
k= 0.72
l = 1.8*1e-1
```

```
x0,y0,z0 = 0,0,1.20
vx0,vy0,vz0 = 4,0,0
```

```
wx,wy,wz =0,0,100
```

```
a=0
n=101
```

```
def Euler(a,b,n): #Equations couplées
```

```
    t=linspace(a,b,n)
    x=[x0];y=[y0];z=[z0]
    vx=[vx0];vy=[vy0];vz=[vz0]
    for i in range (n-1):
        dt =t[i+1]-t[i]
        vx+=(vx[i]-(k/m)*sqrt(vx[i]**2+vy[i]**2+vz[i]**2)*vy[i]*dt+(l/m)*(wy*vz[i]-wz*vy[i])*dt]
        vy+=(vy[i]-(k/m)*sqrt(vx[i]**2+vy[i]**2+vz[i]**2)*vx[i]*dt+(l/m)*(wz*vx[i]-wx*vz[i])*dt]
        vz+=(vz[i]-(k/m)*sqrt(vx[i]**2+vy[i]**2+vz[i]**2)*vz[i]*dt+(l/m)*(wx*vy[i]-wy*vx[i])*dt]
        x +=[x[i]+vx[i]*dt] #Decouplage
        y +=[y[i]+vy[i]*dt]
        z +=[z[i]+vz[i]*dt]
    return (x,y,z)
```

```
def trajectoire(a,h,n):
```

```
    b=a
    while Euler(a,b,n)[2][-1]>=h: #La condition >h est ici imposée pour que la balle ne traverse pas le sol. On a alors
quand z=0,h=0
        b+=1/n
    fig = plt.figure()
    ax = fig.gca(projection='3d')
    ax.plot(Euler(a,b,n)[0],Euler(a,b,n)[1],Euler(a,b,n)[2])
    plt.xlabel('x')
    plt.ylabel('y')
    plt.show()
```

```
trajectoire(a,0,n)
```