

Construction et Etude d'un Sismographe

Plan

Introduction

I théorie

- a) Construction d'un sismographe horizontal
- b) Fonctionnement de l'appareil en régime libre
- c) Fonctionnement en régime forcé

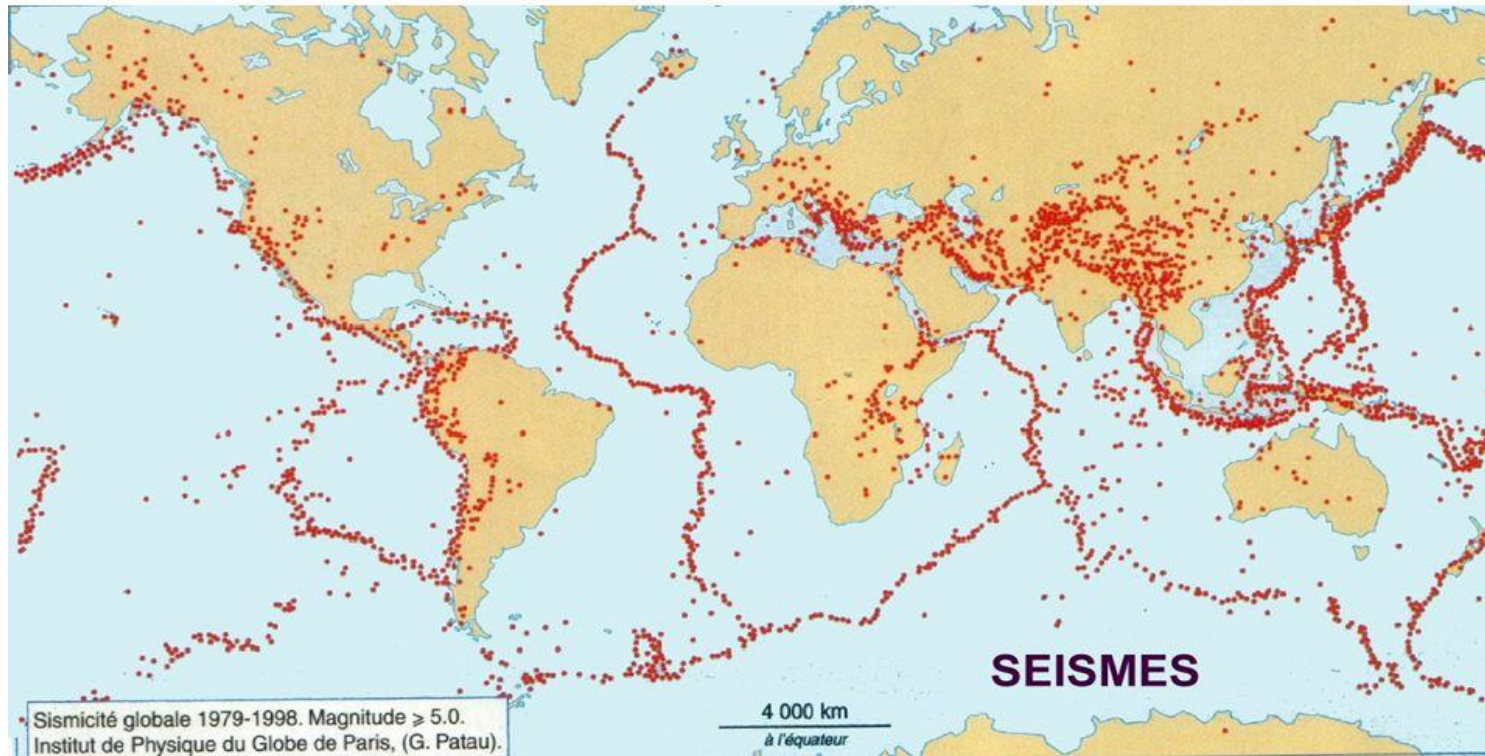
II Expériences

- a) Calcul du coefficient de torsion C de la lame de scie
- b) Induction
- c) Oscillation
- d) Amortissement

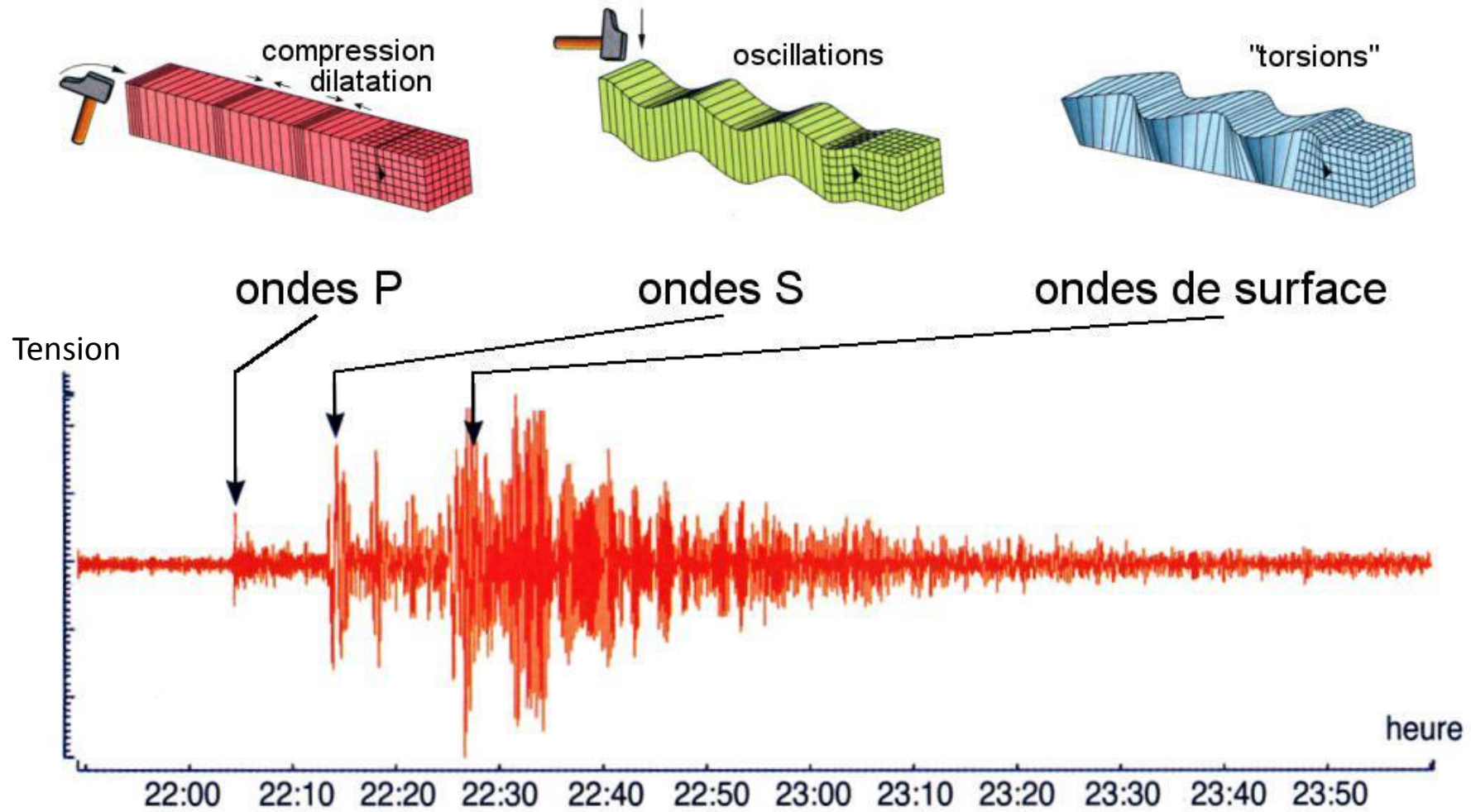
Conclusion

Introduction

Répartition des séismes

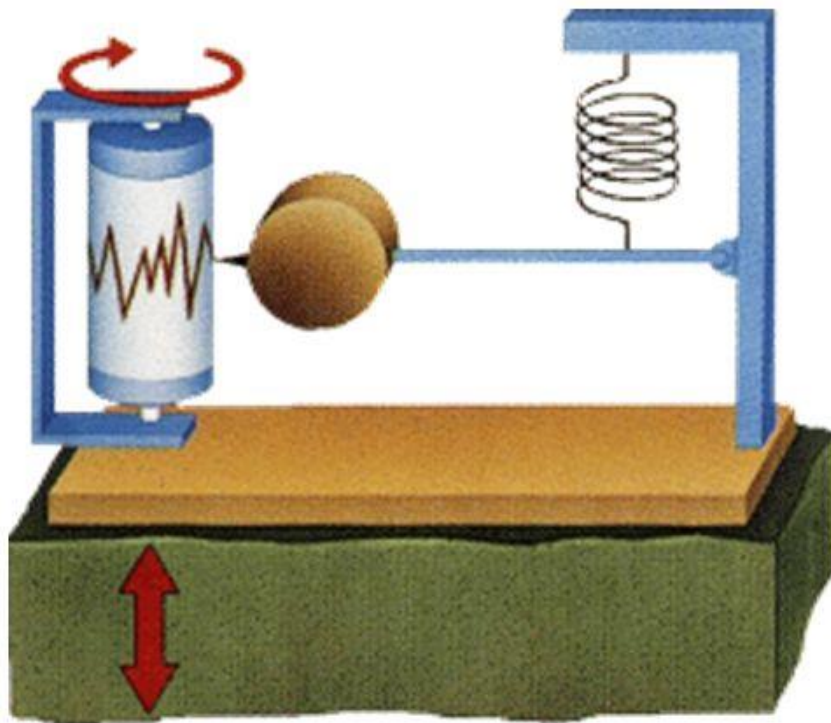


Différents types d'ondes

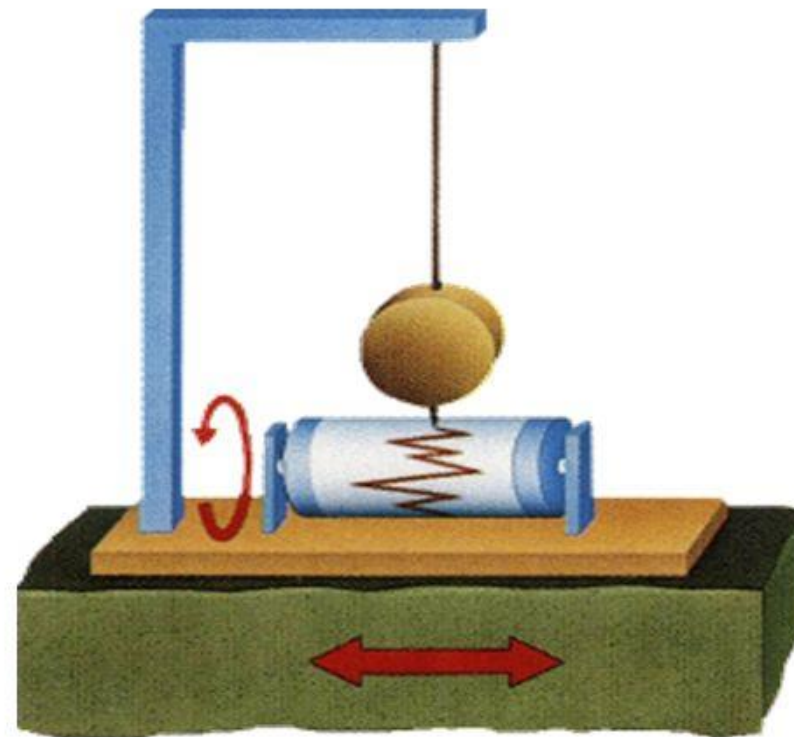


Sismogramme

Sismographe vertical



Sismographe horizontal



I Théorie

a) Construction d'un sismographe horizontal

Modèle

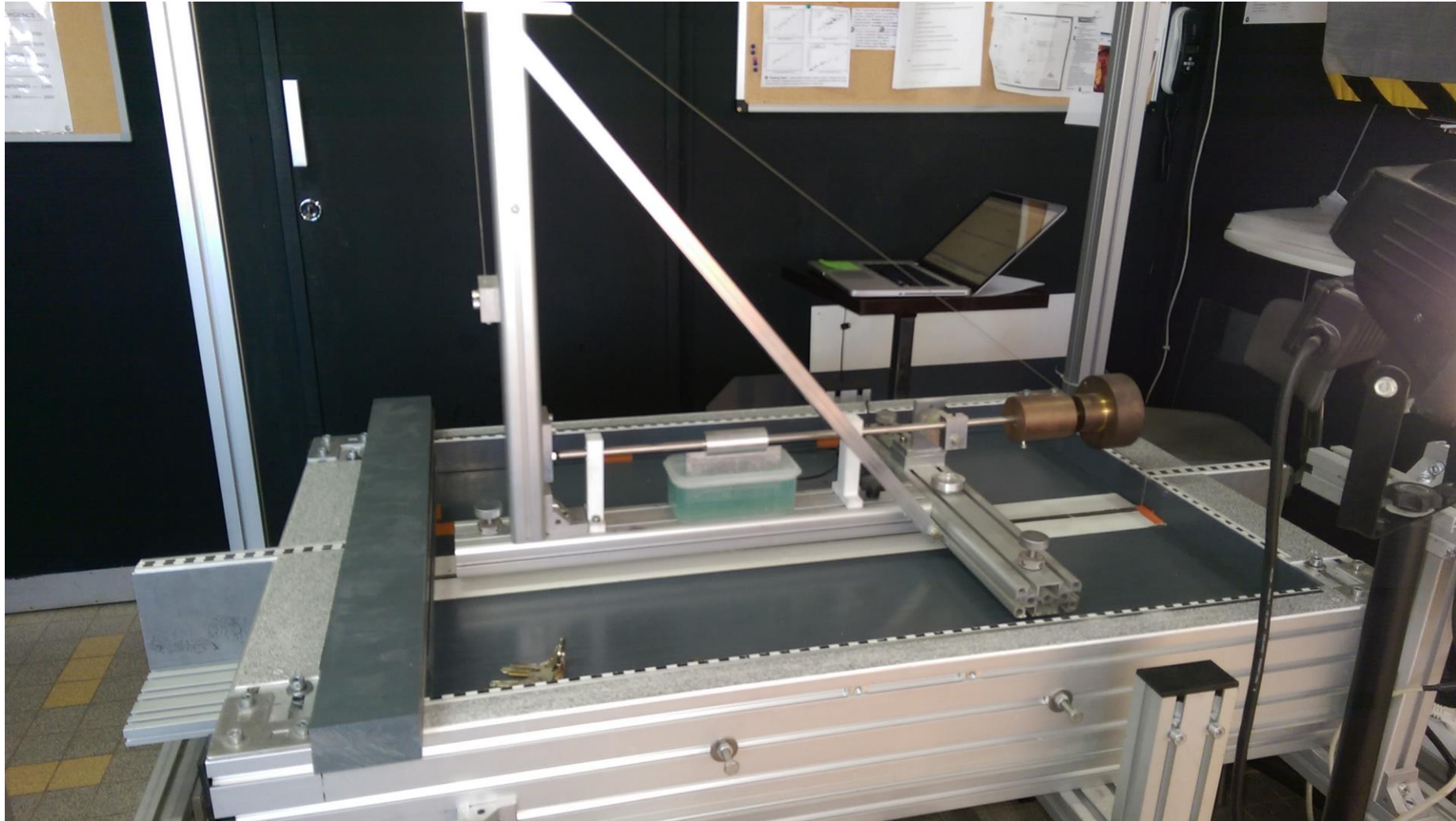
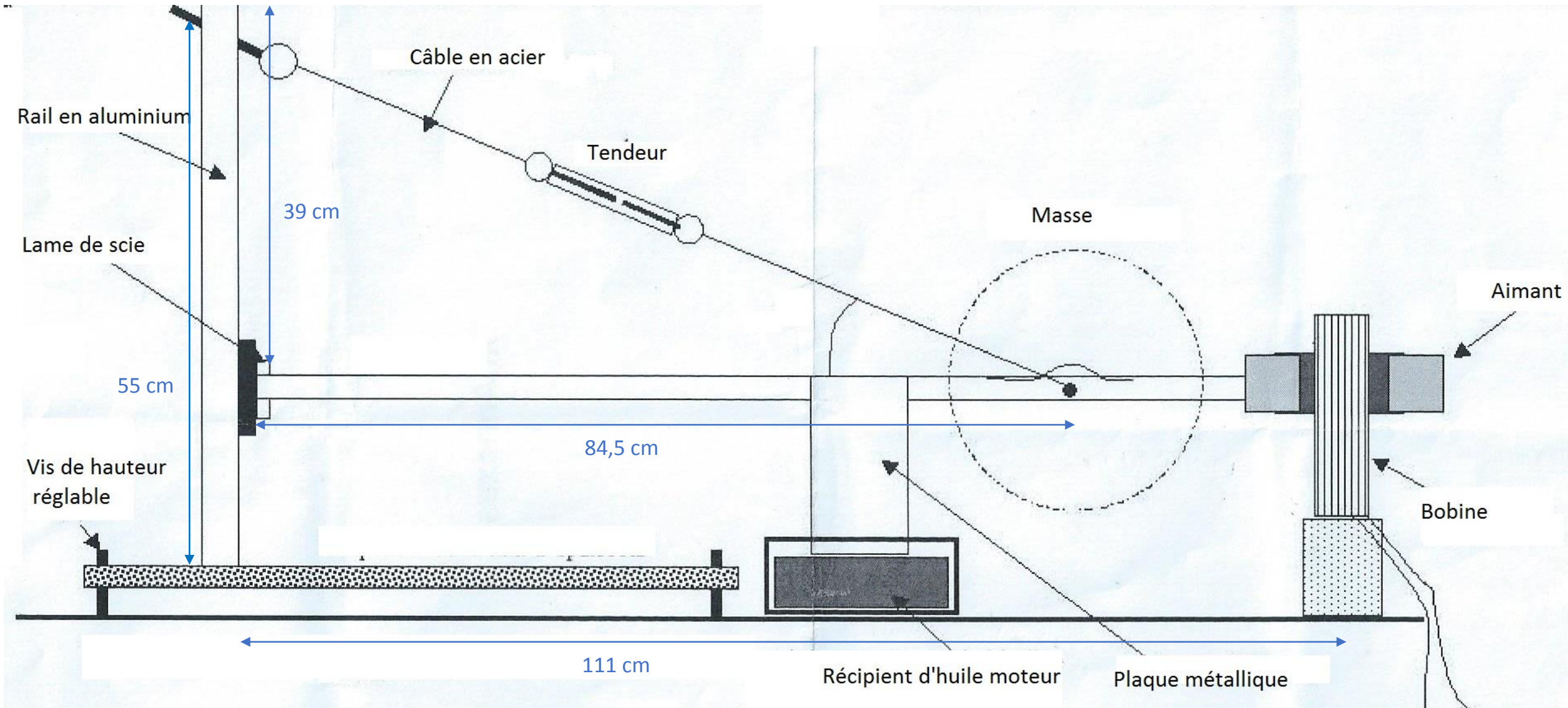
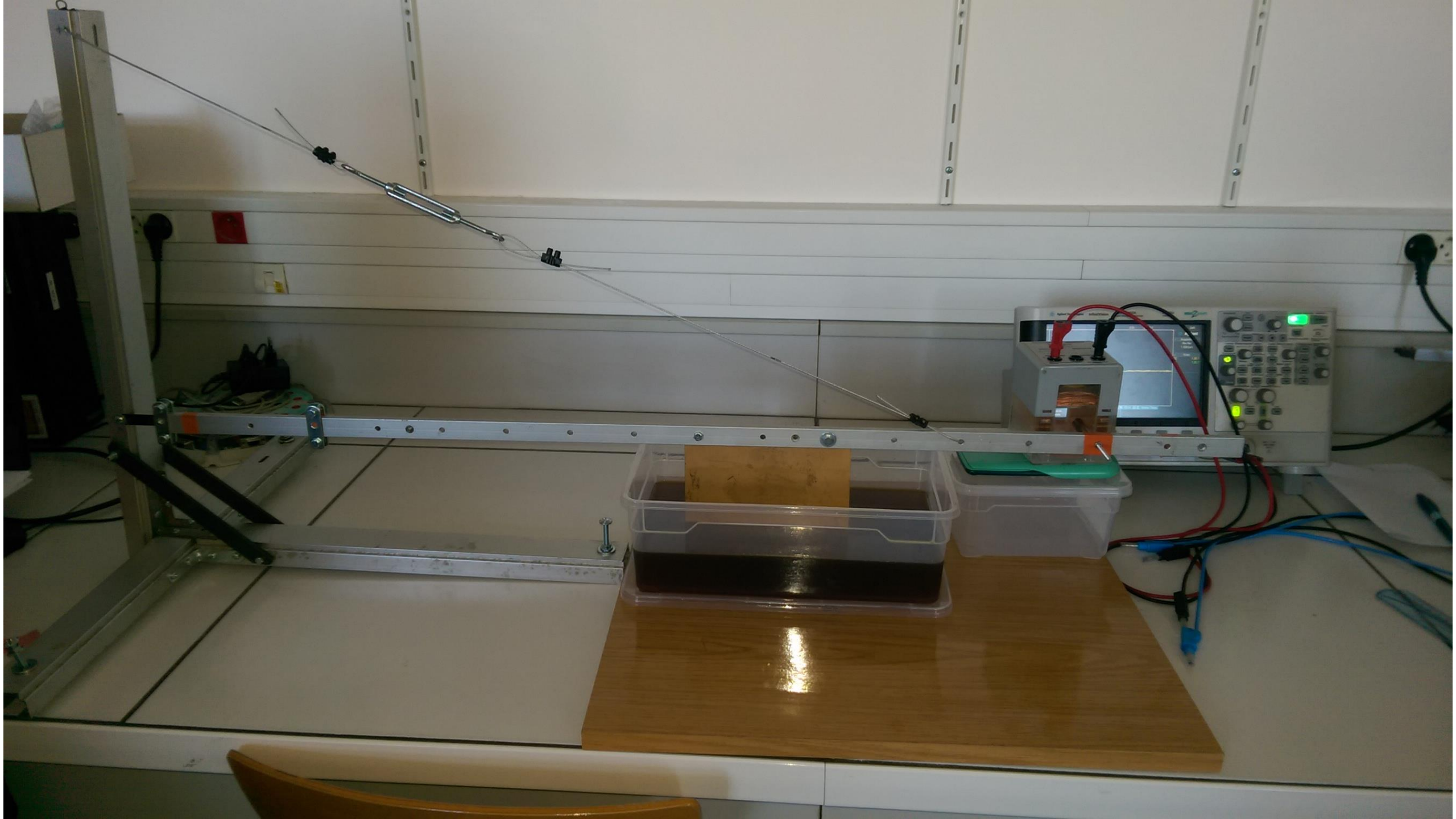
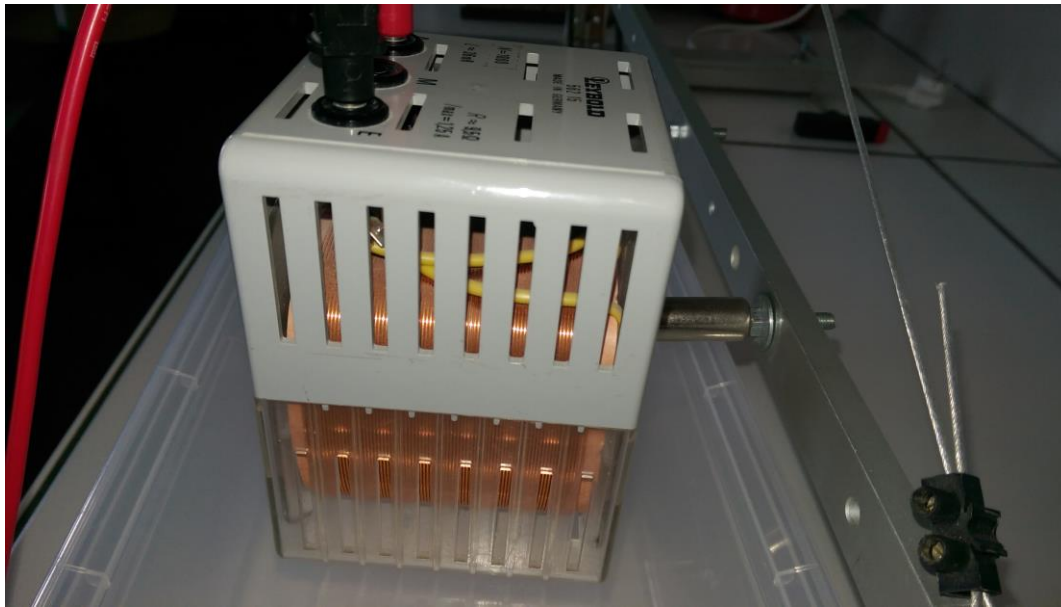


Schéma de départ







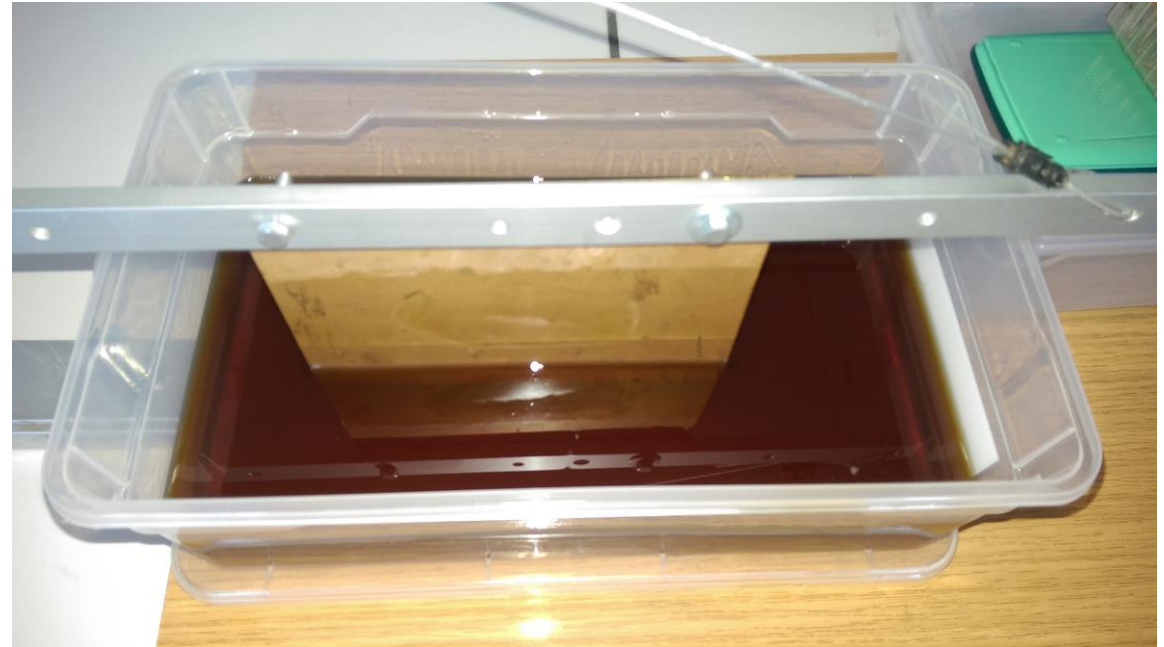
Système d'induction



Modification de
l'angle que fait
le mât avec la
verticale

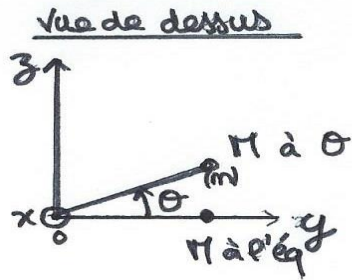
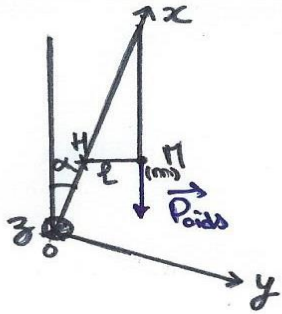


Consolidation du mât



Système d'amortissement

b) Fonctionnement de l'appareil en régime libre



Appliquons le Théorème Scalaire du Moment Cinétique
à $M(m)$ par rapport à l'axe fixe $\Delta = O_x$
dans le référentiel terrestre supposé galiléen

$$\frac{dL_{\Delta}}{dt} = \sum M_{\Delta} \vec{F} = M_{\Delta} \vec{P}_{oids} + M_{\Delta} \vec{F}_{amortissement} + \Gamma_{\Delta}$$

↑
moment du couple de torsion de la lame

- $L_{\Delta} = J_{\Delta} \omega$ avec $J_{\Delta} = ml^2$ et $\omega = \dot{\theta}$
- $M_{\Delta} \vec{F}_{amortissement} = -f \dot{\theta}$
- $\Gamma_{\Delta} = -c \theta$
- $M_{\Delta} \vec{P}_{oids} = (\vec{HM} \wedge m\vec{g}) \cdot \vec{u}_{\Delta} = \begin{pmatrix} l \cos \theta \\ l \sin \theta \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -mg \cos \alpha \\ mg \sin \alpha \end{pmatrix} \cdot \vec{u}_{\Delta}$
 $= -mgl \sin \theta \sin \alpha$

$$\Rightarrow J \ddot{\theta} = -mgl \sin \theta \sin \alpha - f \dot{\theta} - c \theta$$

avec θ petit : $ml^2 \ddot{\theta} = -(mgl \sin \alpha + c) \theta - f \dot{\theta}$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \underbrace{\frac{f}{ml^2}}_{\omega_0/Q} \dot{\theta} + \underbrace{\left(\frac{g \sin \alpha}{l} + \frac{c}{ml^2} \right)}_{\omega_0^2} \theta = 0$$

équation différentielle
linéaire d'ordre 2

Période propre de l'oscillateur

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g \sin \alpha}{l} + \frac{c}{ml^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{g \sin \alpha \cdot ml + c}}$$

Solution de l'équation en Régime critique

$$\Delta = \frac{f^2}{m^2 l^4} - 4\omega_0^2 = 0 \quad \pi = \frac{-f}{2ml^2}$$

Solution de la forme: $\theta(t) = (At + B) e^{\pi t}$
où A et B 2 csts déterminées par les conditions initiales

$$\dot{\theta}(t) = A e^{\pi t} + (At + B) \pi e^{\pi t}$$

à $t=0$: $\begin{cases} \theta(t=0) = \theta_0 = 10^\circ \\ \dot{\theta}(t=0) = 0 \end{cases}$

d'où $\theta(t=0) = B = \theta_0$

$$\dot{\theta}(t=0) = A + B\pi = 0 \rightarrow A = -B\pi$$

$$\theta(t) = \theta_0 \left(\frac{f}{2ml^2} t + 1 \right) e^{\frac{-f}{2ml^2} t} \quad \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$$

c) Fonctionnement de l'appareil en régime forcé

Appliquons le TSCM à $M(m)$ par rapport à l'axe fixe $\Delta = O_x$ dans le référentiel Terrestre
Non Galiléen (= lié au support)

$$\frac{dL_{\Delta}}{dt} = M_{\Delta \text{ poids}} + M_{\Delta \text{ frottement}} + \Gamma_{\Delta} + M_{\Delta \text{ fic}}$$

pas de \vec{f}_{ic} car référentiel en translation

$$\vec{f}_{ic} = -m\vec{a_e} = -ma_e \vec{u}_z$$

$$M_{\Delta \vec{f}_{ic}} = (\vec{HM} \wedge \vec{f}_{ic}) \cdot \vec{u}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ \ell \cos \theta \\ \ell \sin \theta \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -ma_e \end{pmatrix} \cdot \vec{u}_x$$

$$= -ma_e \ell \cos \theta$$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta} = -mg\ell \sin \theta \sin \alpha - f\dot{\theta} - c\theta - ma_e \ell \cos \theta$$

avec θ petit: $m\ell^2\ddot{\theta} = -(mg\ell \sin \alpha + c)\theta - f\dot{\theta} - ma_e \ell$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \left(\frac{g \sin \alpha}{\ell} + \frac{c}{m\ell^2} \right) \theta + \frac{f}{m\ell^2} \dot{\theta} = -\frac{a_e}{\ell}$$

équation différentielle linéaire d'ordre 2 avec 2nd membre

La solution dépend de a_e :

• si $a_e = \text{cst}$

$$\theta = \frac{-a_e}{g \sin \alpha + \frac{c}{m\ell}}$$

une fois le RP atteint

• si $a_e = a_0 \cos(\omega_0 t)$

on pose $\underline{\theta} = \theta_0 e^{j(\omega_0 t + \varphi)}$ quand RP atteint

$$\rightarrow \dot{\underline{\theta}} = j\omega_0 \underline{\theta} \quad \text{et} \quad \ddot{\underline{\theta}} = -\omega_0^2 \underline{\theta}$$

dans l'équation: $-\omega_0^2 \underline{\theta} + \omega_0^2 \underline{\theta} + j\omega_0 \frac{f}{m\ell^2} \underline{\theta} = -\frac{a_0}{\ell}$

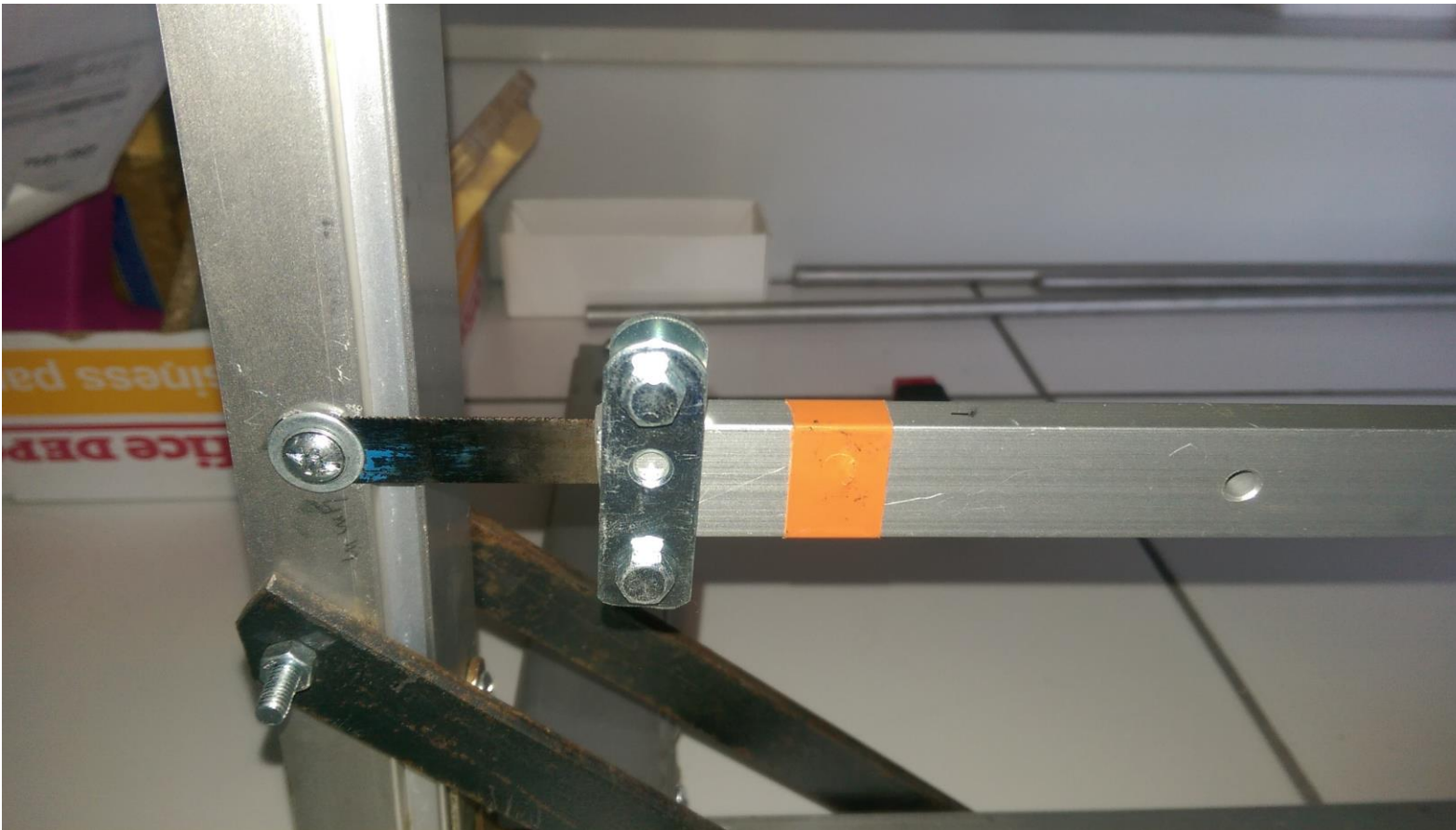
$$\Rightarrow \underline{\theta} = \frac{-a_e m\ell}{j f \omega_0} e^{j\omega_0 t}$$

$$= \frac{j a_e m\ell}{f \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\ell} + \frac{c}{m\ell^2}}} e^{j \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\ell} + \frac{c}{m\ell^2}} t}$$

II Expériences

a) Calcul du coefficient de torsion C de la lame de scie

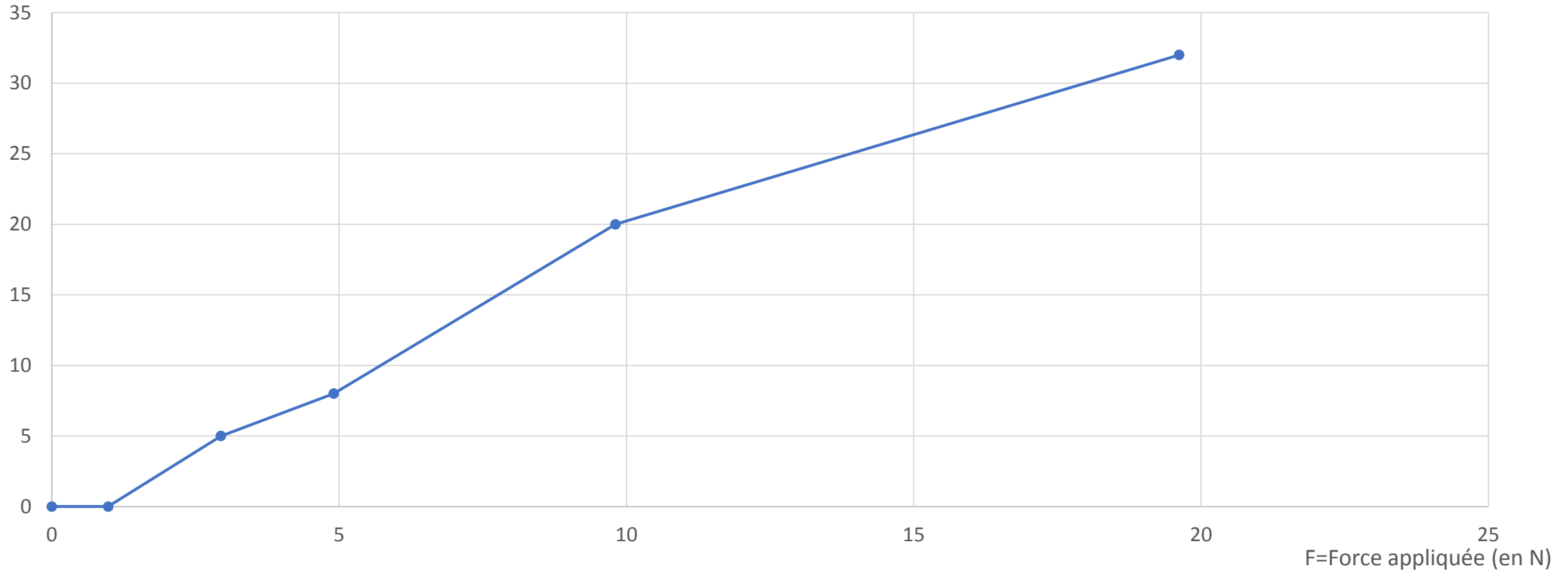
Liaison du bras avec le mât par une lame de scie flexible



Mesure de l'angle de torsion de la lame

Angle de torsion en fonction de la force appliquée sur la lame de scie

θ = Angle de torsion (en °)



Droite d'équation : $\theta = aF$

où a = coefficient directeur de la droite = $1,71 \text{ } ^\circ \cdot \text{N}^{-1}$

l_1 = longueur de la lame de scie = 5cm

Par définition : $\mathcal{M} = F \cdot l_1 = -C\theta \Rightarrow \|\theta\| = \frac{l_1}{C} * F \Rightarrow a = \frac{l_1}{C}$

$$C = \frac{l_1}{a} = \frac{0,05}{1,71} = 0,03 \text{ Nm}$$

b) Induction

Aimants



$\approx 0,1 \text{ T}$



$\approx 50 \text{ mT}$



$\approx 30 \text{ mT}$



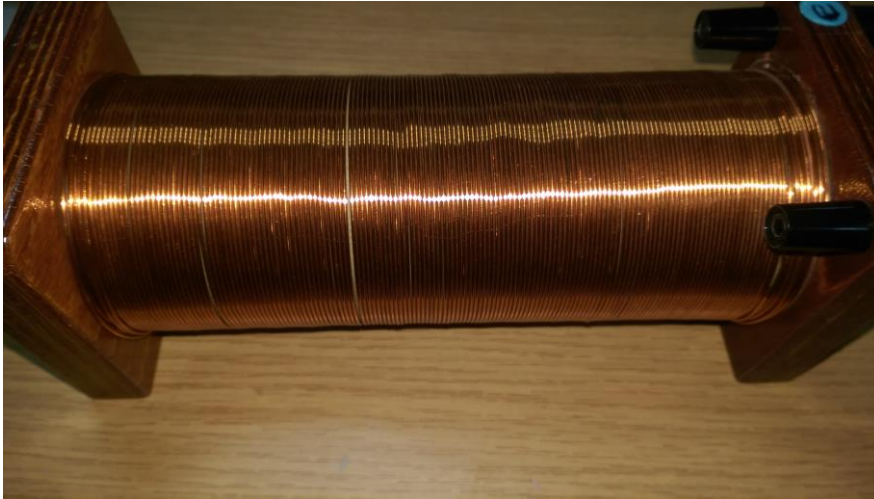
$\approx 5 \text{ mT}$



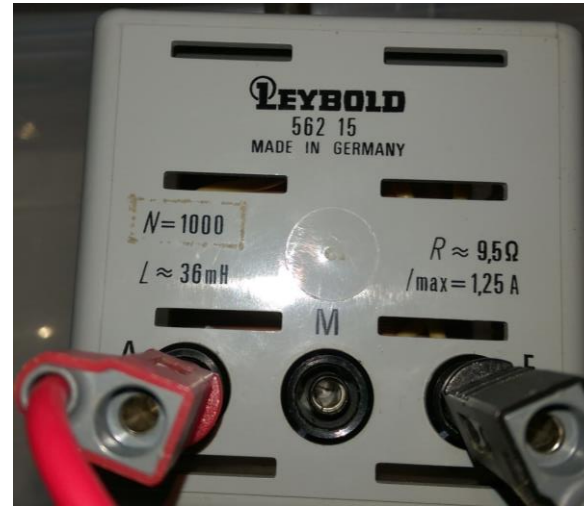
Teslamètre

Bobines

$\approx 61,78 \text{ mH}$



$\approx 35,64 \text{ mH}$



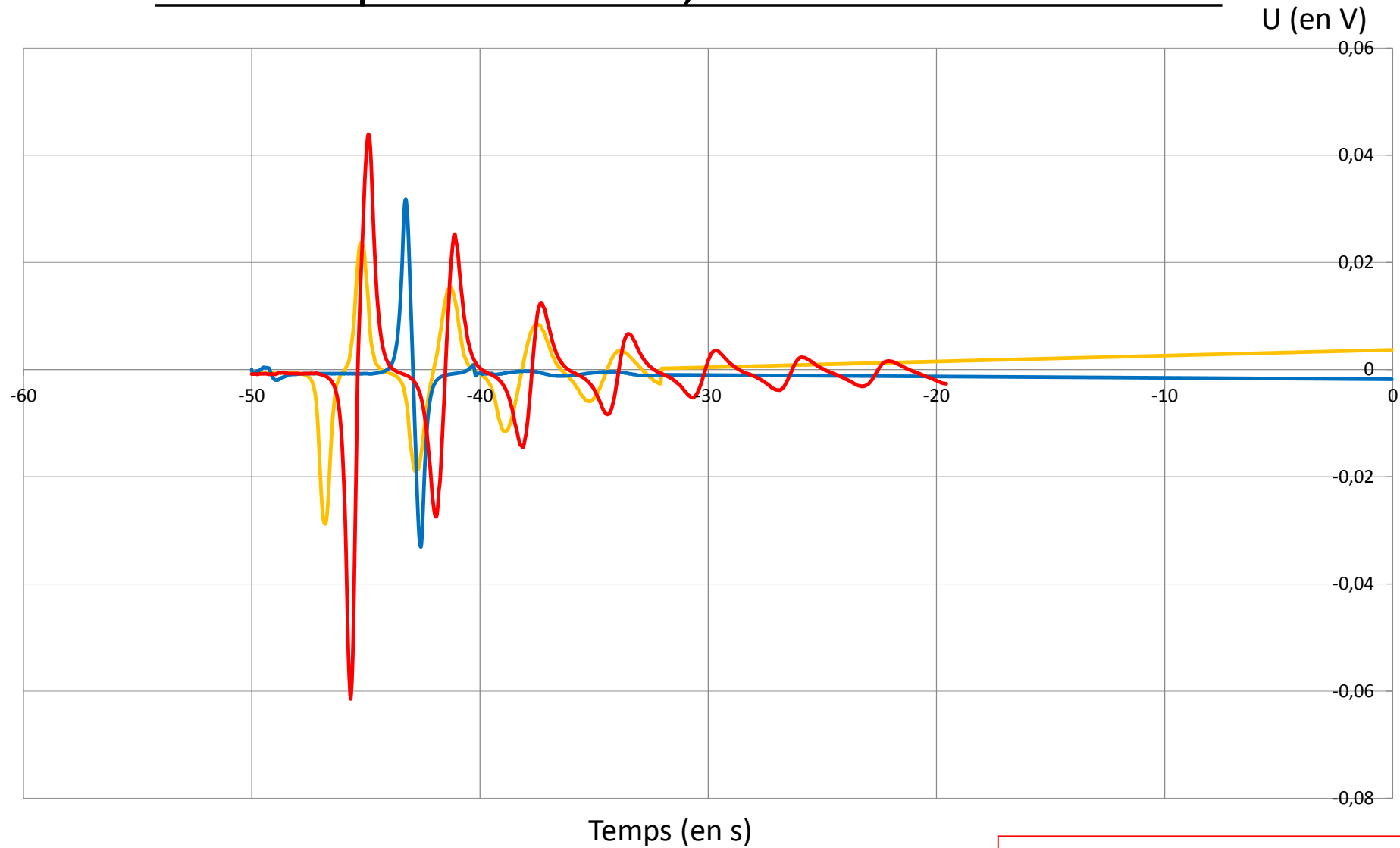
$\approx 8,51 \text{ mH}$



Inductancemètre



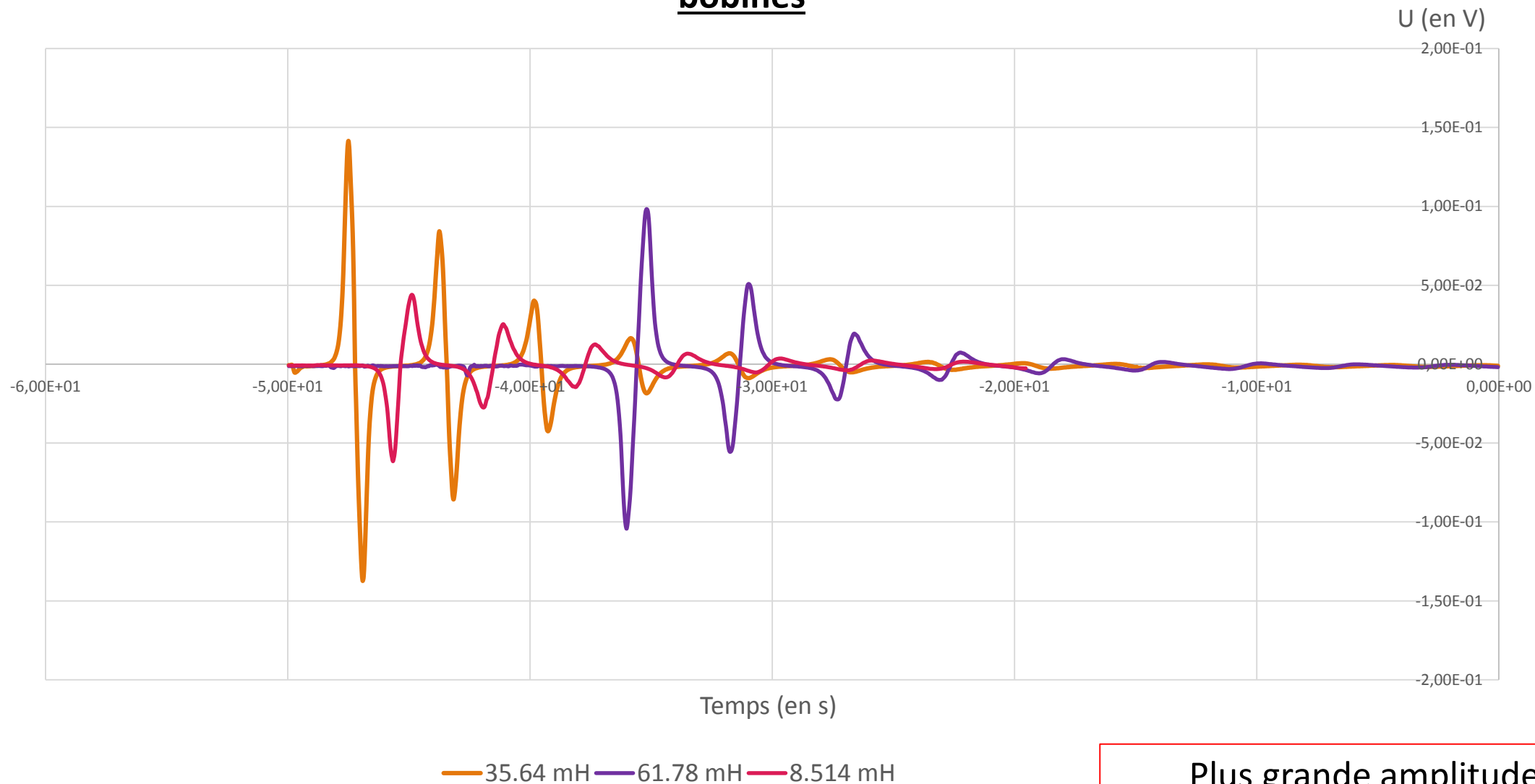
Oscillations pour la bobine de 8,514 mH avec différents aimants



30mT 50mT 100mT

Meilleure amplitude avec
l'aimant de 0,1 T

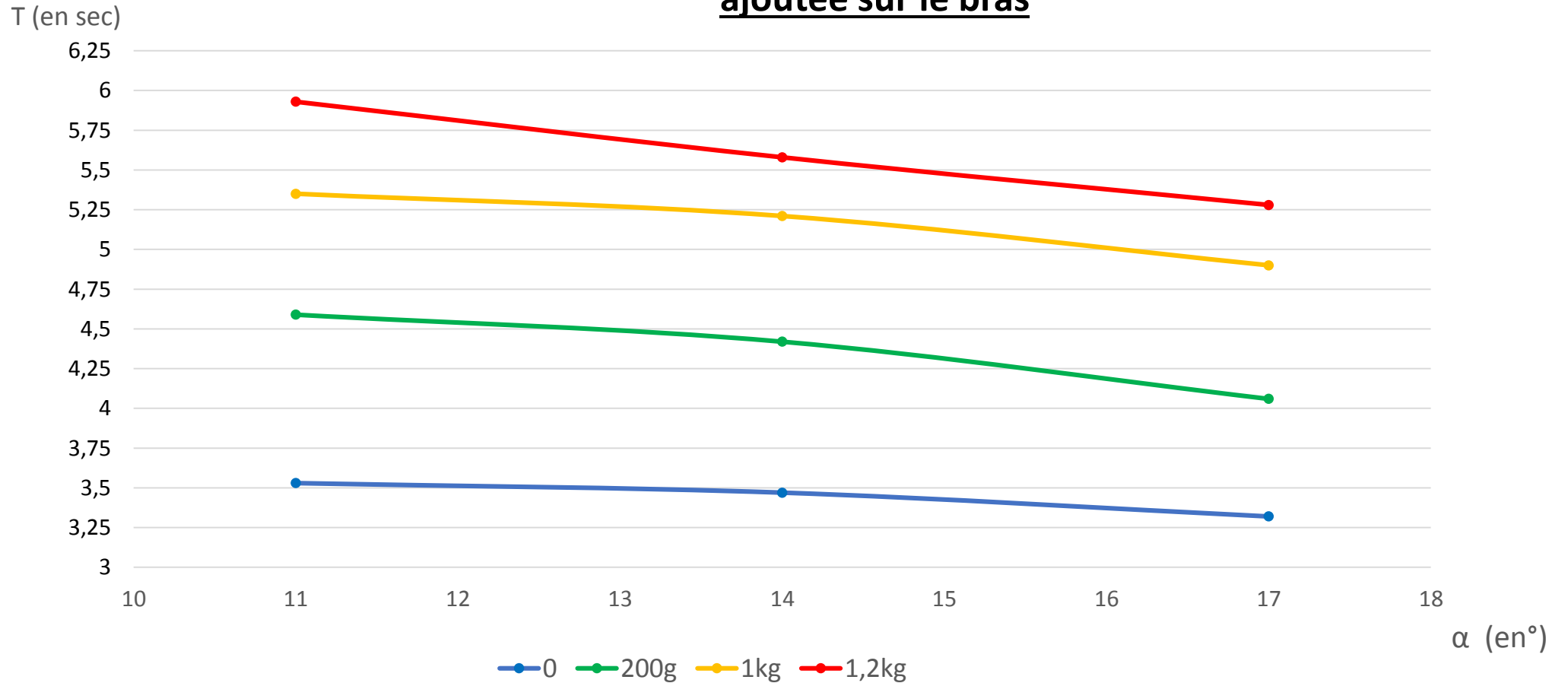
Comparaison d'amplitude avec le meilleur aimant de 100 mT pour différentes bobines



Plus grande amplitude
observée lors de l'utilisation de
la bobine de 35,64 mH

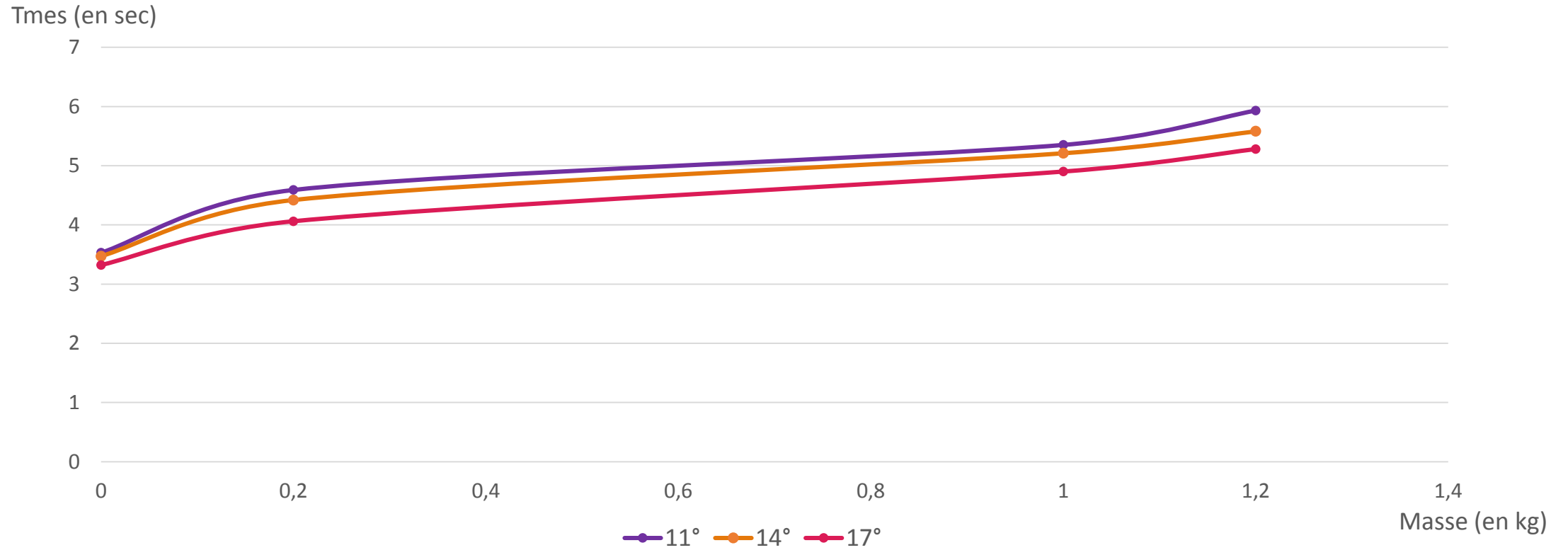
c) Oscillation

Période d'oscillation en fonction de l'angle d'inclinaison du mât selon la masse ajoutée sur le bras



T inversement proportionnel à α

Période d'oscillation en fonction de la masse ajoutée sur le bras



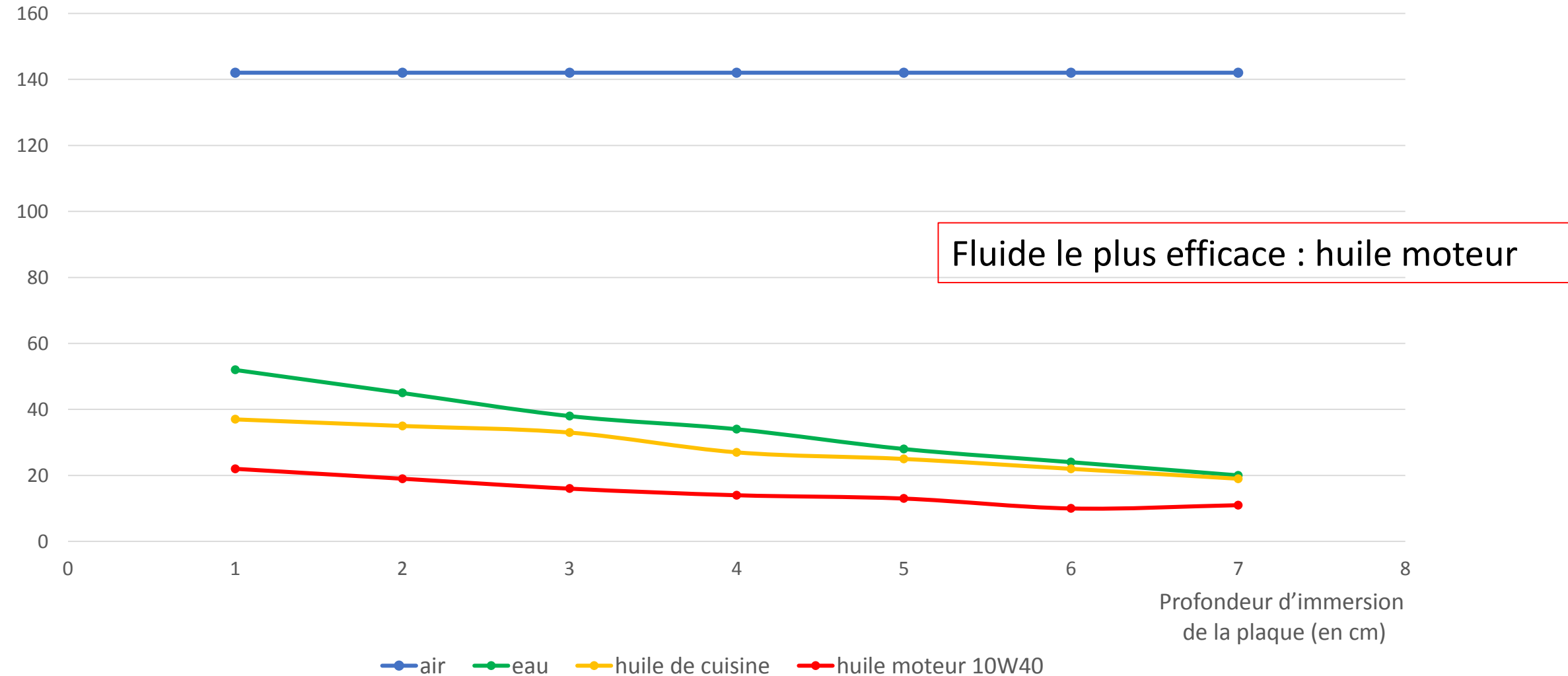
T proportionnel à la masse ajoutée sur le bras

$T_{\max} = 5,93 \text{ s}$ atteint pour $\alpha = 11^\circ$ et $m = 1,2 \text{ kg}$

d) Amortissement

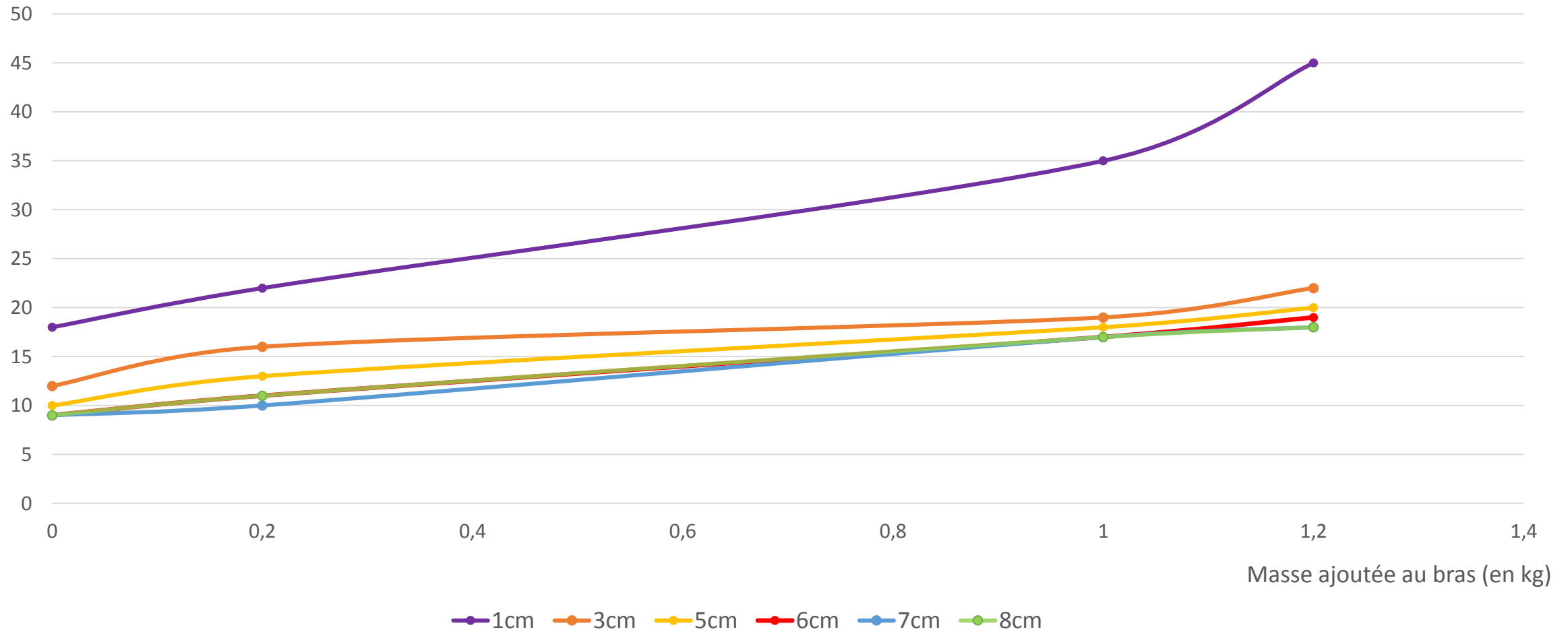
Amortissement selon le fluide utilisé pour une masse de 0,2kg en fonction de la profondeur d'immersion

Temps de retour à l'équilibre (en s)



Amortissement dû à l'huile moteur 10W40 en fonction de la masse ajoutée au bras selon la profondeur d'immersion de la plaque

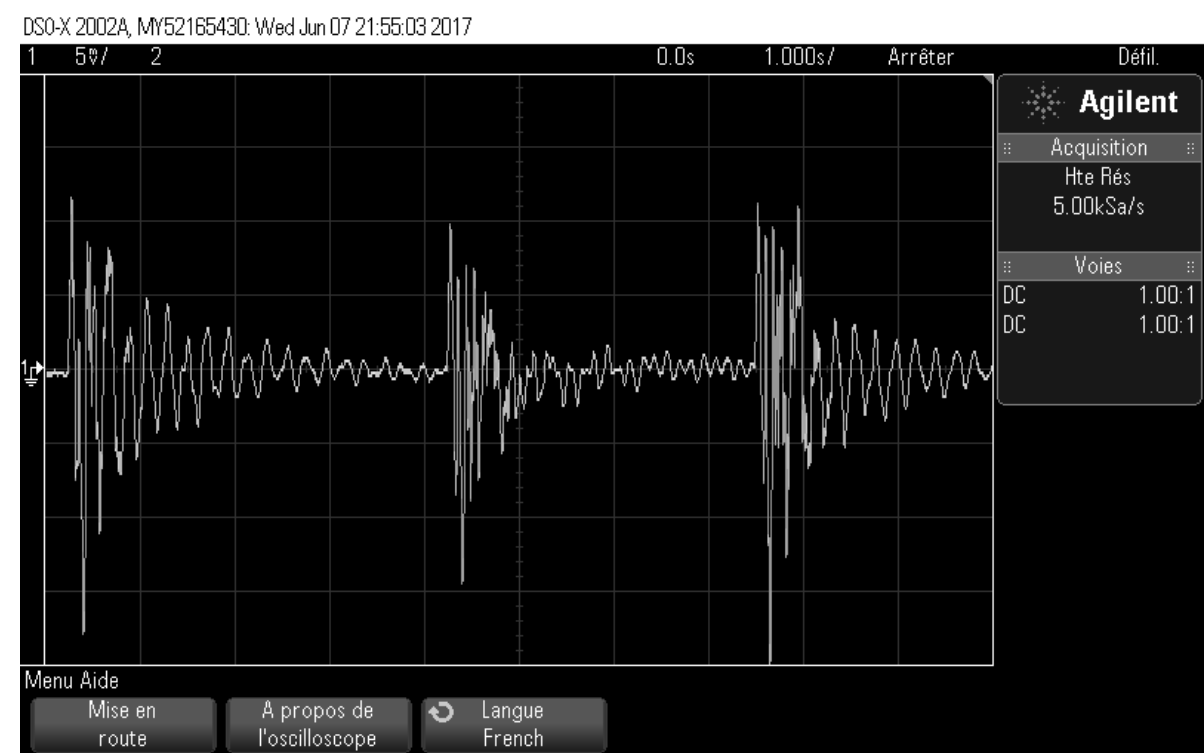
Temps de retour à l'équilibre
(en sec)



Profondeur d'immersion optimale : 6cm

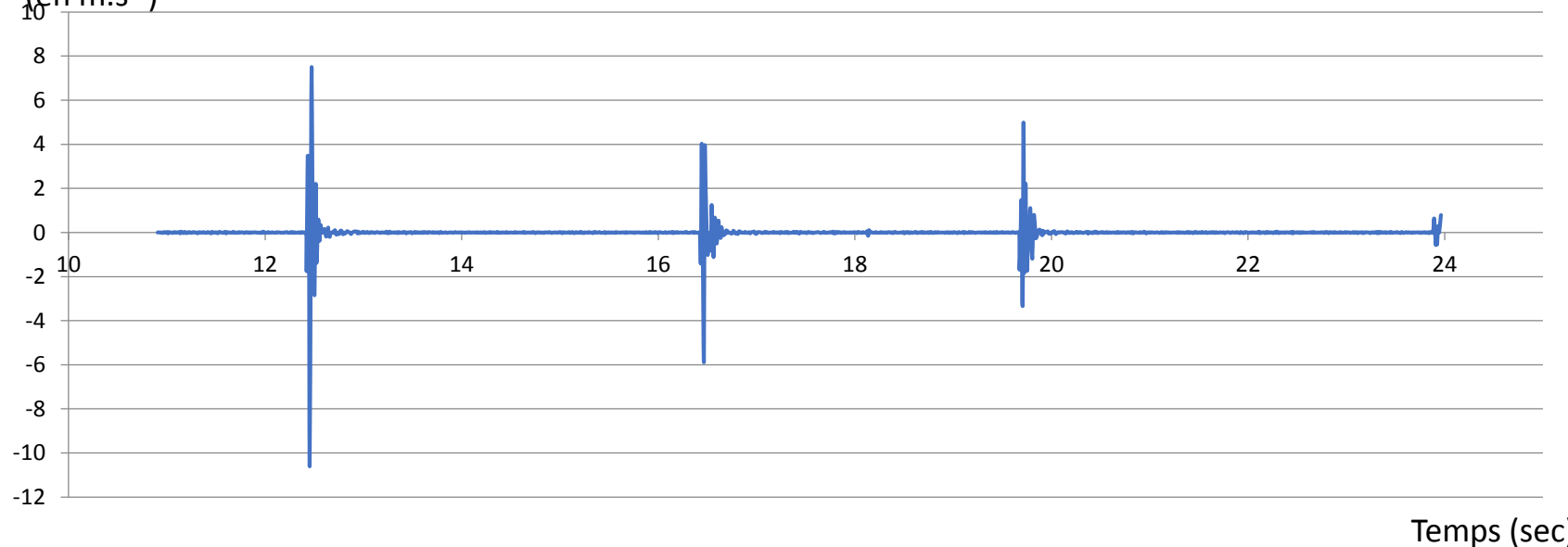
Conclusion

Enregistrement à partir du sismographe
horizontal construit sur un oscilloscope
Agilent



Enregistrement à partir de l'application de sismographe
sur le téléphone

Accélération
(en m.s^{-2})



Le sismographe
construit traduit
correctement les
perturbations du
support sur lequel il est
fixé