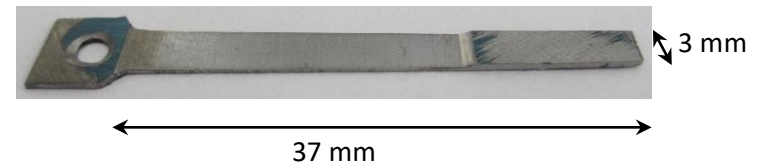
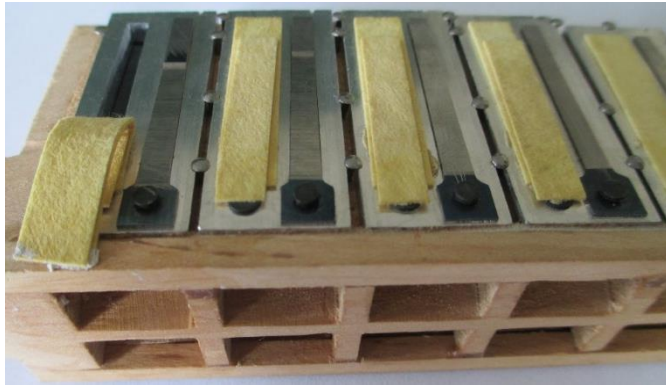
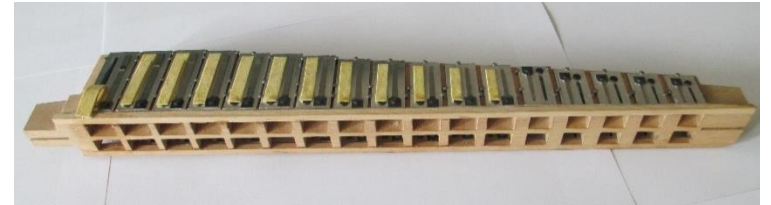
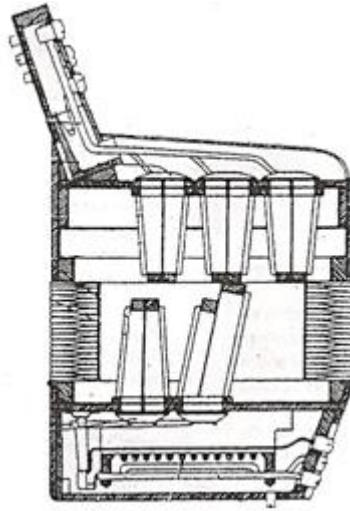
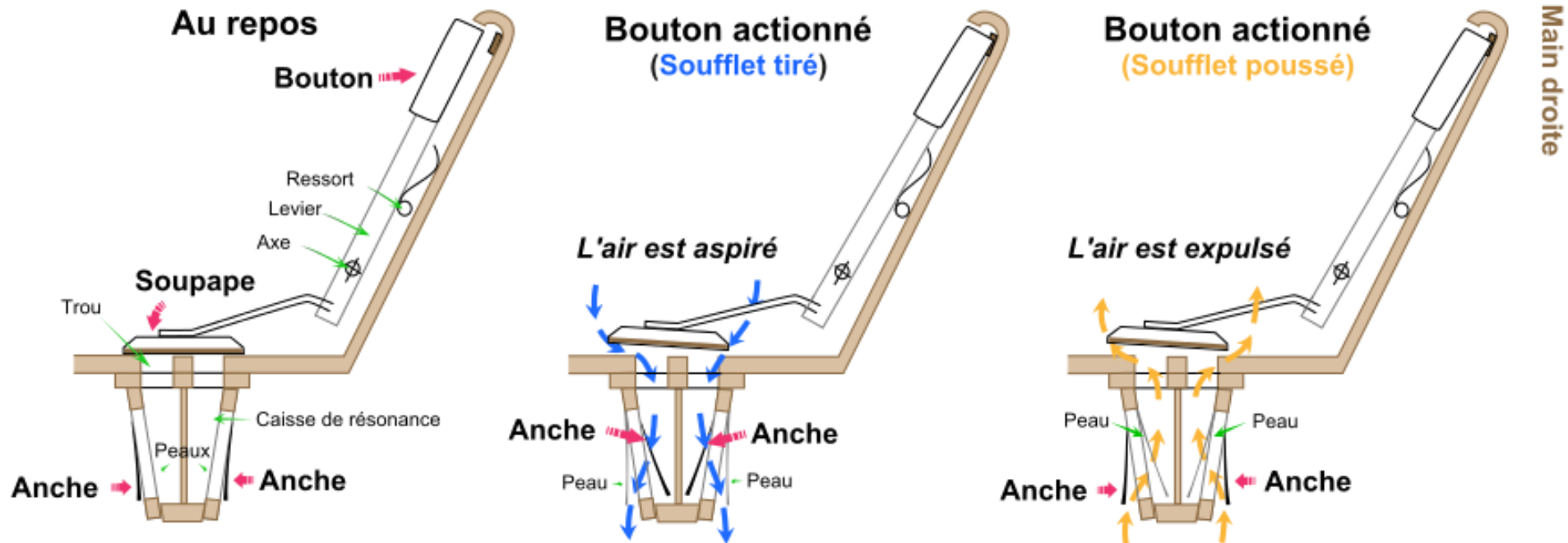


Une Anche d'accordéon



Fonctionnement



L'Anche d'accordéon

Problématique :

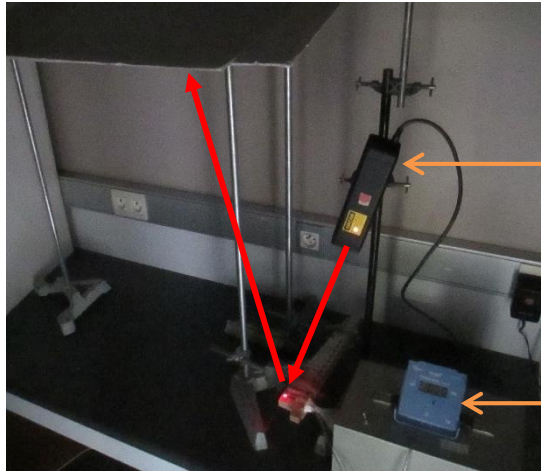
Comment modéliser le mouvement oscillant de l'anche et quelles sont ses caractéristiques ?



- A. Etude de l'anche d'accordéon
- B. Modèles simplifiés
- C. Ecart et limites

A. Étude de l'anche d'accordéon

1. Modes de vibrations



Laser

Manomètre



Soufflerie à
débit variable

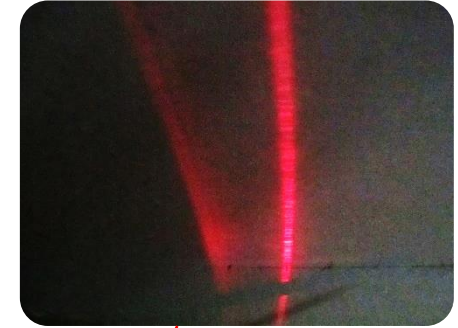
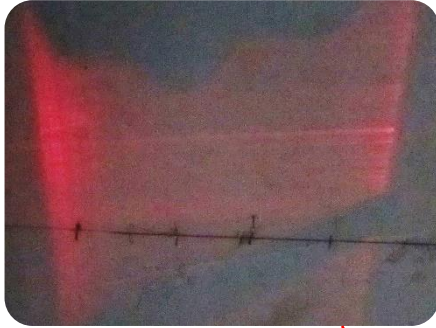


Entonnoir

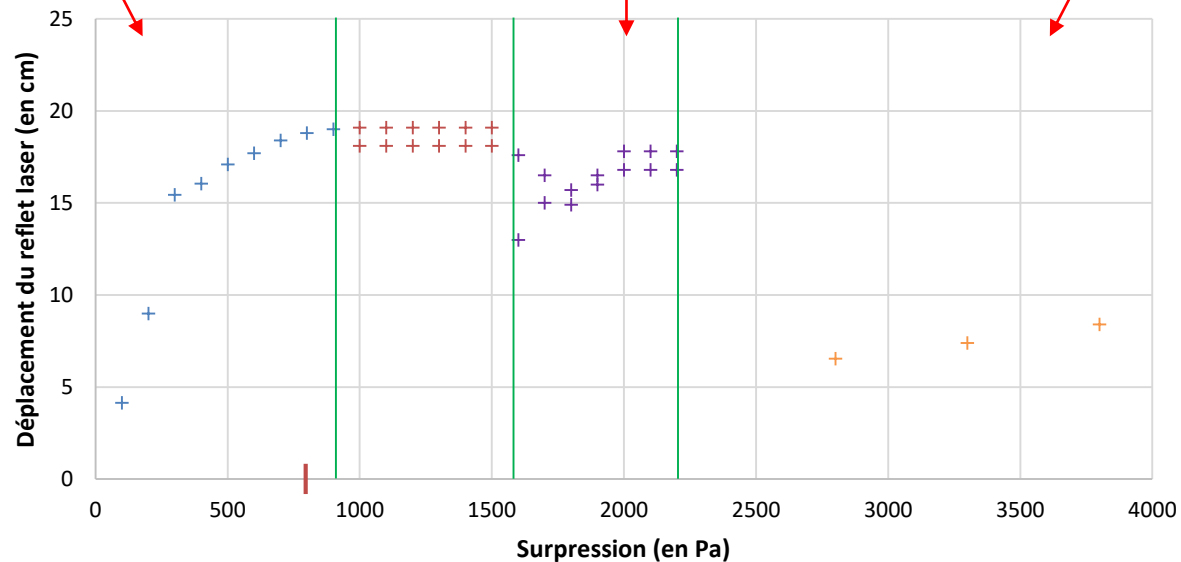


A. Étude de l'anche d'accordéon

1. Modes de vibrations



Déplacement du reflet laser en fonction de la surpression

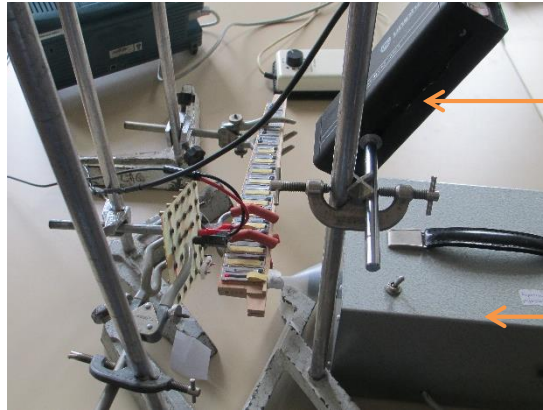


+ Stable + Indépendance de la surpression + Instable + Saturation

A. Étude de l'anche d'accordéon

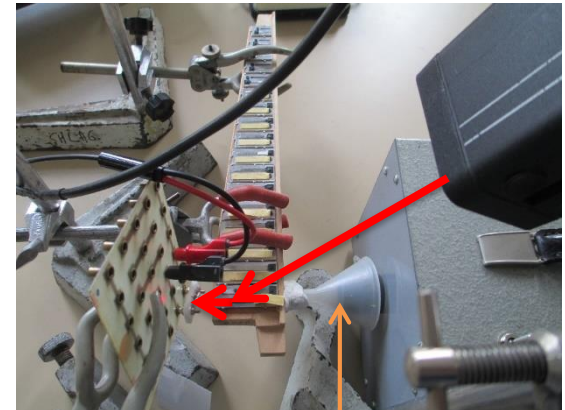
2. Fréquence

1^{ère} expérience :



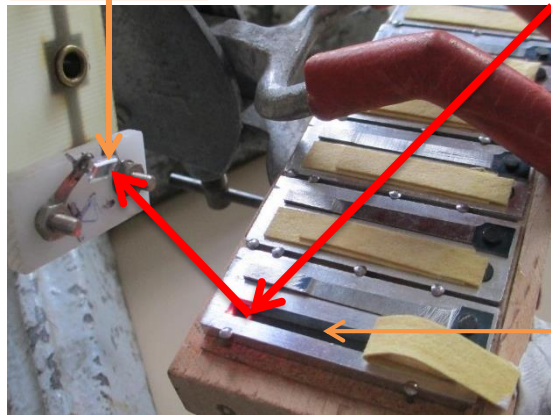
Laser

Soufflerie à débit variable

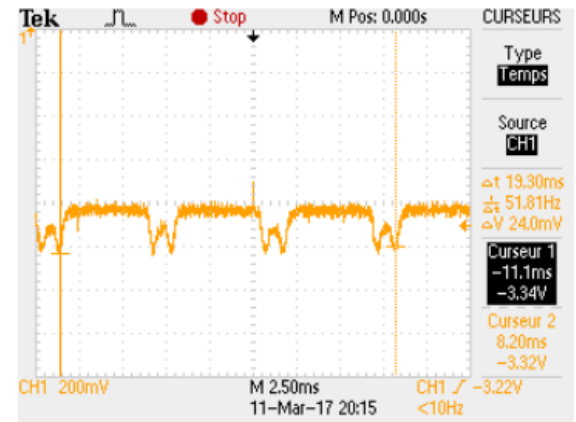


Entonnoir

Photodiode



Anche d'accordéon

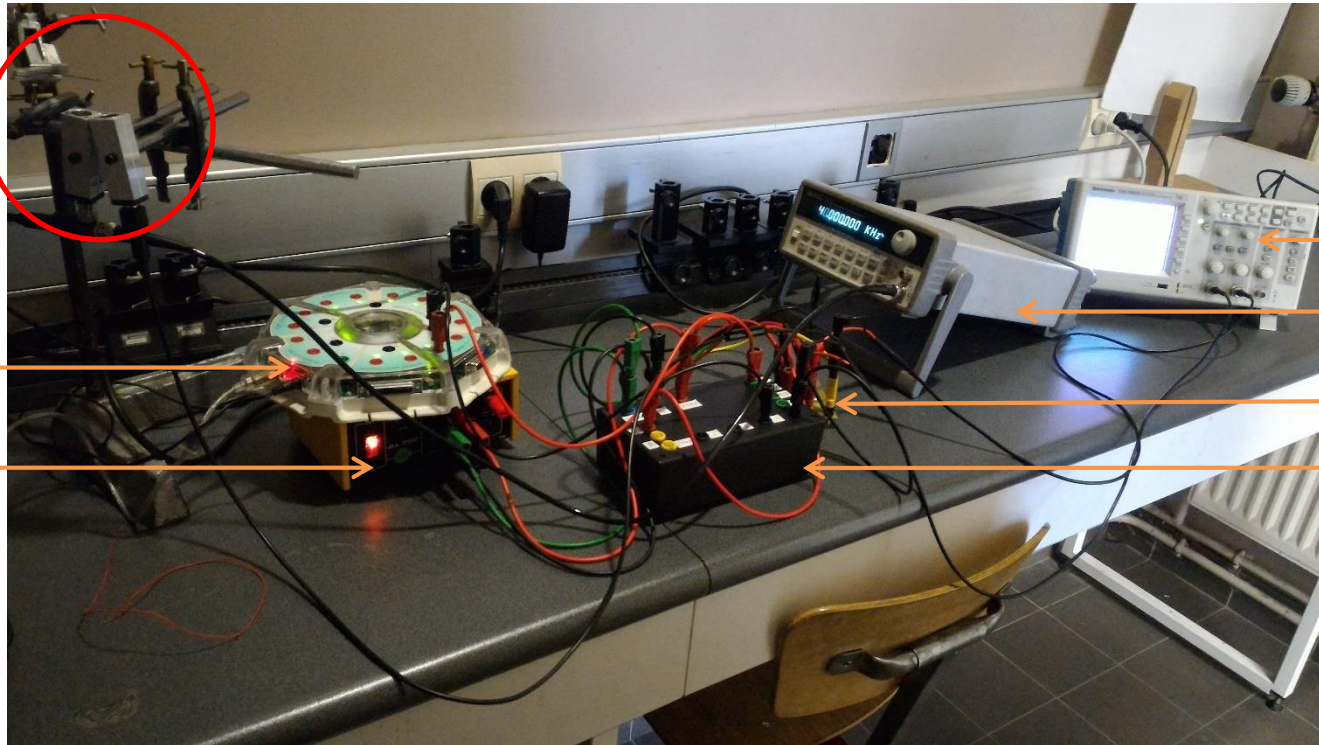


$$f = 155 \pm 1 \text{ Hz (Mib)}$$

A. Étude de l'anche d'accordéon

2. Fréquence

2^{ème} expériences :



Carte d'acquisition

Générateur de tension

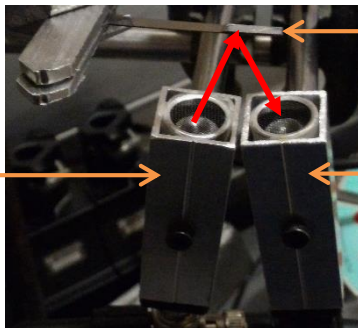
Oscilloscope

GBF

Multiplicateur

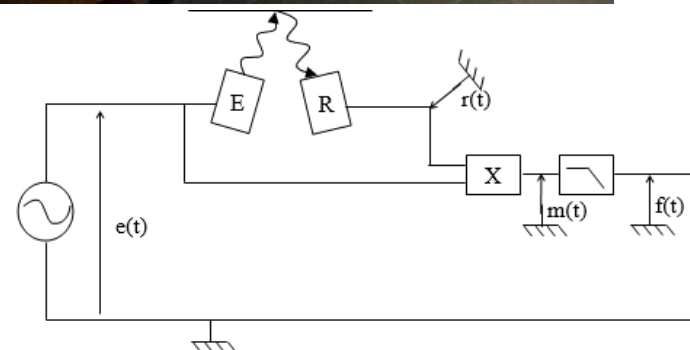
Passe-bas

Emetteur



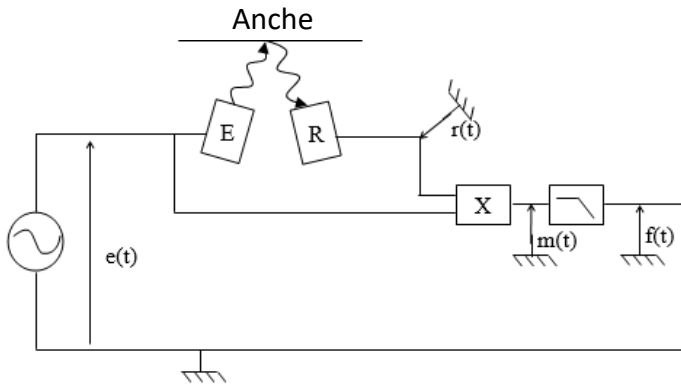
Anche d'accordéon

Récepteur



A. Étude de l'anche d'accordéon

2. Fréquence



On note :

- ω_0
- T_r
- $\phi(\omega_r)$

Les tensions :

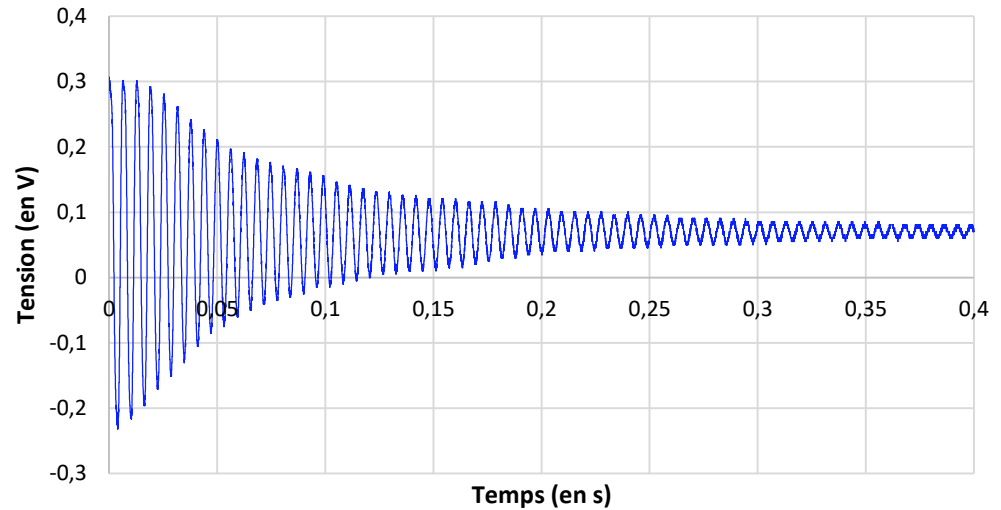
$$e(t) = E \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$r(t) = R \cdot \cos(\omega_0 t + \phi(\omega_r) - 2T_r)$$

$$m(t) = k \cdot e(t) r(t)$$

$$f(t) = -k \cdot E \cdot R \frac{\phi(\omega_r)}{2}$$

Tension mesurée en fonction du temps

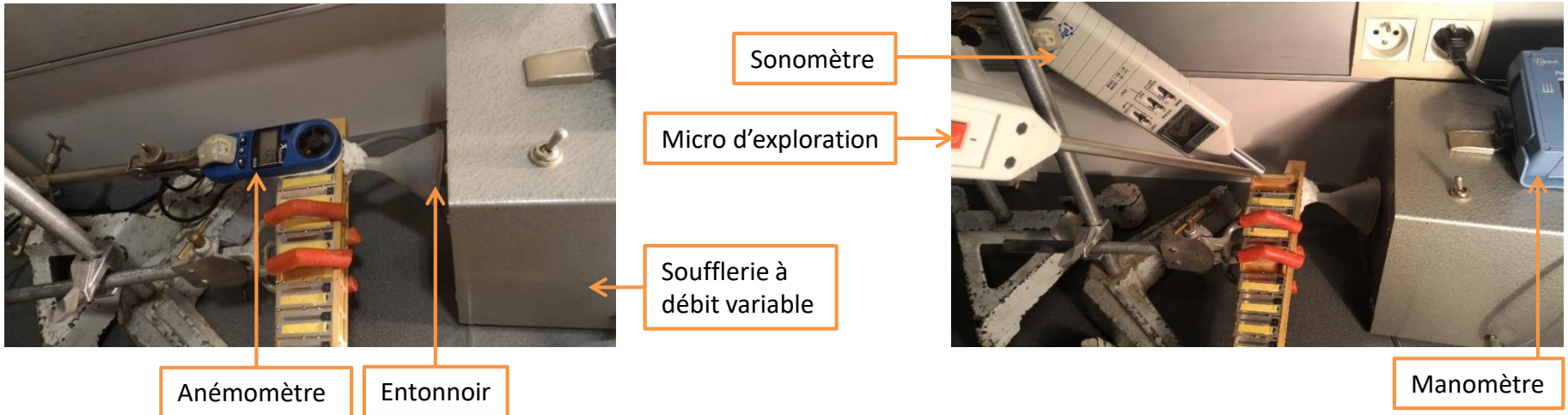


Coefficient de qualité : $Q \approx 132$

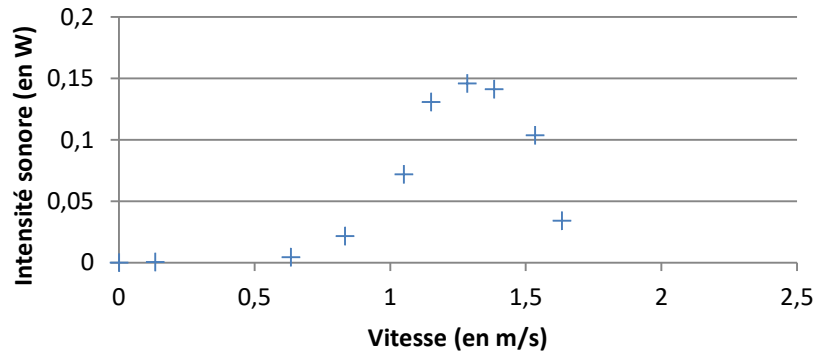
$$f \approx f_0 \approx 163 \text{ Hz (Mi)}$$

A. Étude de l'anche d'accordéon

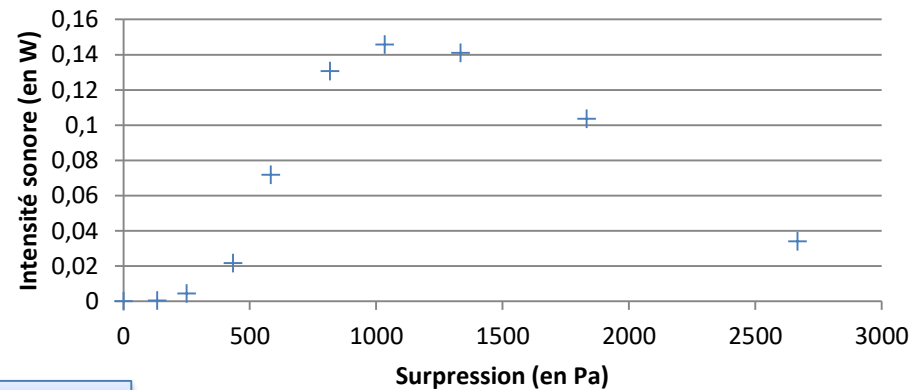
3. Intensité sonore



Intensité sonore en fonction de la vitesse



Intensité sonore en fonction de la surpression

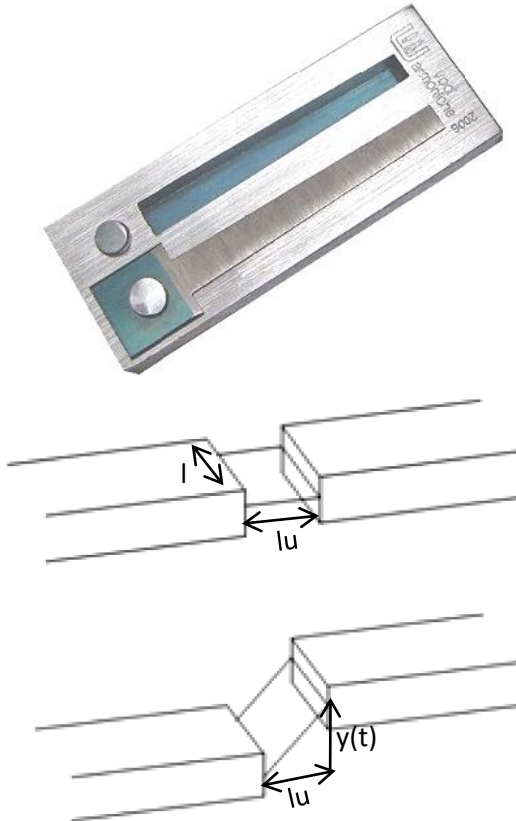


Fréquence varie ≈ 10 Hz

B. Modèle simplifié

1. Pourquoi l'anche oscille-t-elle ?

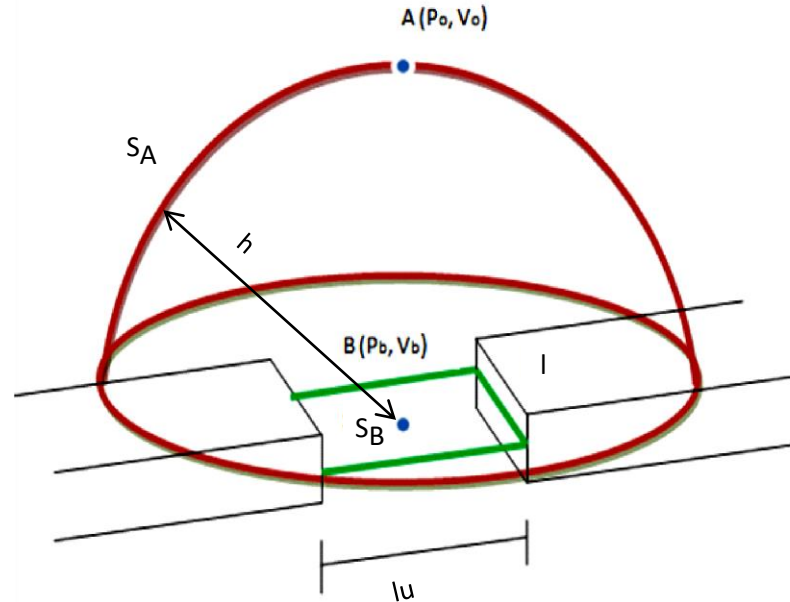
Définition de la surface :



$$y(t) = y_0 + e \cdot \cos(\omega t)$$

$$S_B(t) = l \cdot \sqrt{y(t)^2 + lu^2}$$

Définition du débit volumique :



Conservation du débit volumique : $D_A = v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B = D_B$

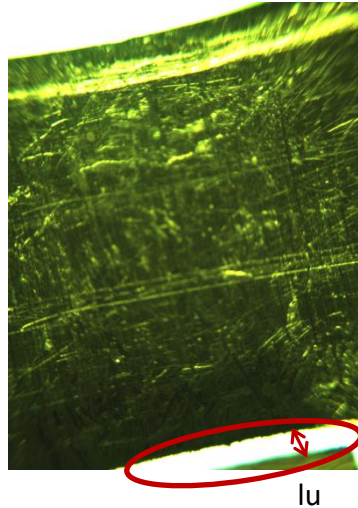
Vitesse initial de l'écoulement en B : $v_B = \frac{2\pi \cdot v_0 \cdot h^2}{lu \cdot l}$

Vitesse de l'écoulement en B : $v = v_B \frac{S_0}{S(t)}$

B. Modèle simplifié

1. Pourquoi l'anche oscille-t-elle ?

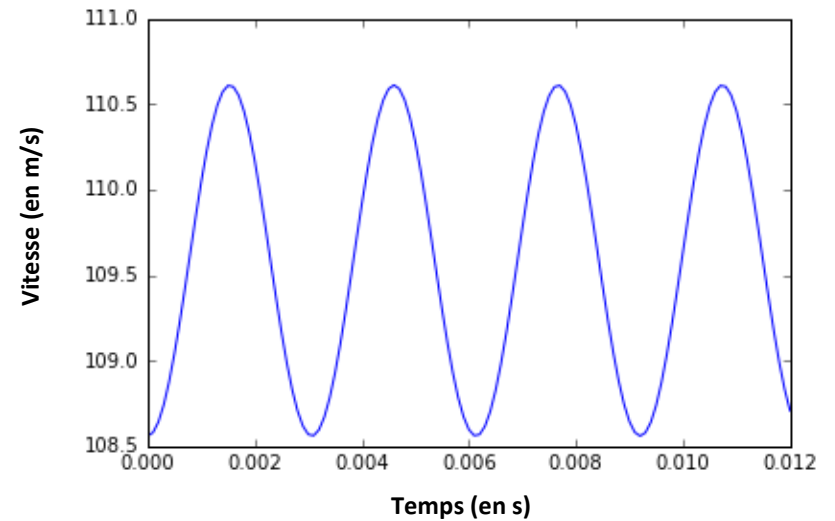
Mesures manquantes



v_0

Résultat modélisée

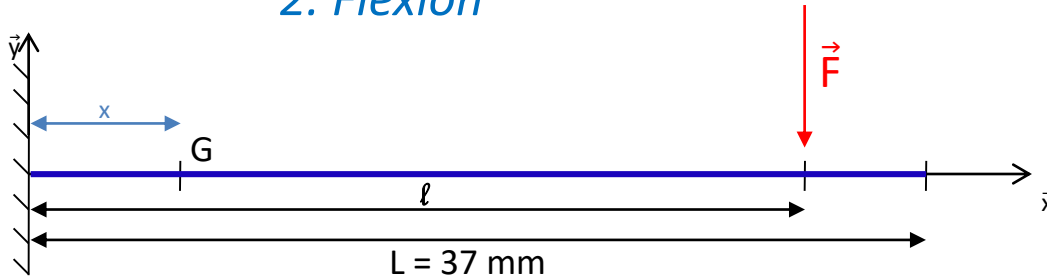
Vitesse en fonction du temps



- Conservation de l'oscillation
- La surpression varie
- Régime non stationnaire

B. Modèle simplifié

2. Flexion



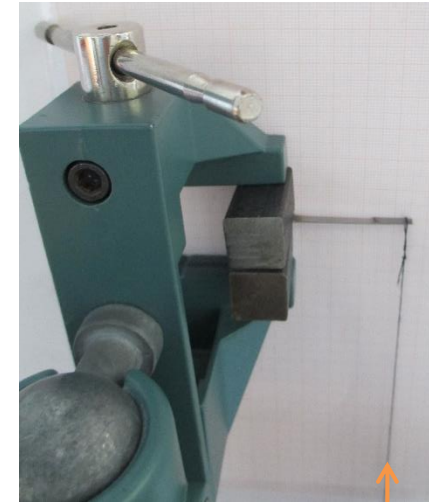
Hypothèse :

Poutre encastrée à section constante (partie fine)

Equation de la déformée évaluée en ℓ :

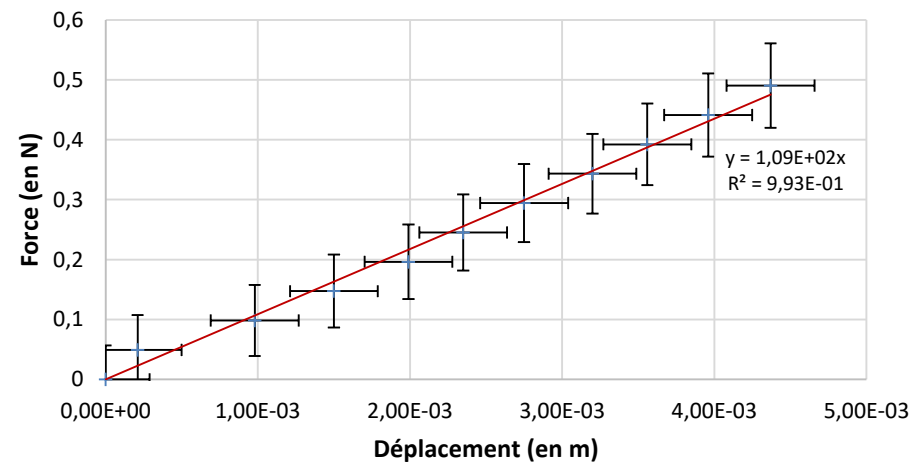
$EI\ddot{y}(x) = M_z$ (en G) avec I : le moment quadratique

$$y(\ell)E = \frac{1}{3} \frac{\ell^3}{I} mg$$



Fil supportant les masselottes

Force en fonction du déplacement

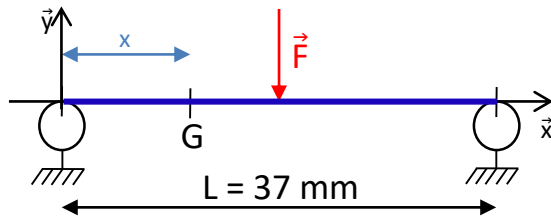


Module d'Young : $E = 110 \pm 30 \text{ GPa}$

B. Modèle simplifié

3. Modèles informatiques

Flexion 3 points :



Hypothèse :

Poutre à section constante (partie fine)

Equation de la déformée évaluée en $\frac{L}{2}$:

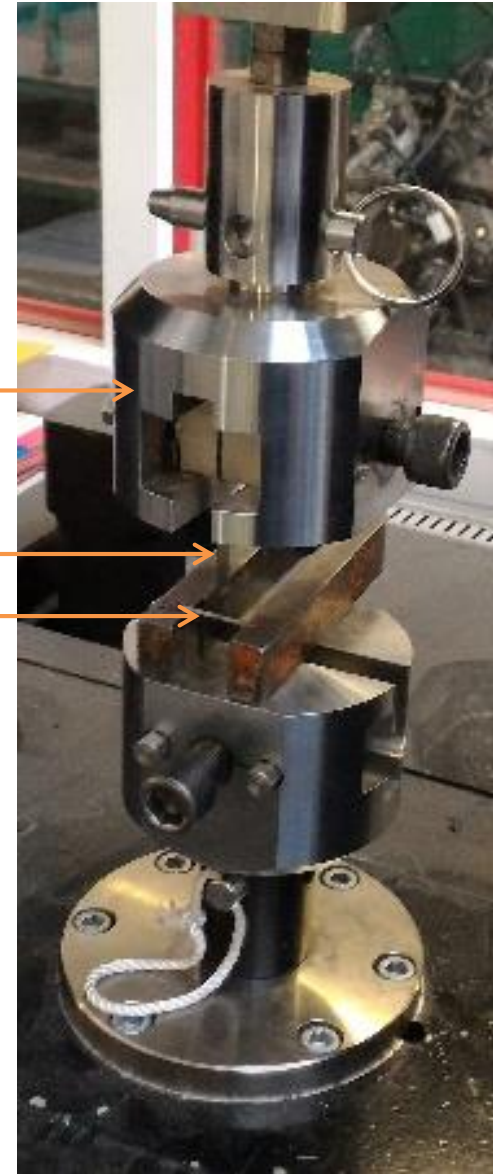
$$Ely\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{FL^3}{48}$$

$$E = 72 \pm 2 \text{ GPa}$$

Machine de traction

Lame

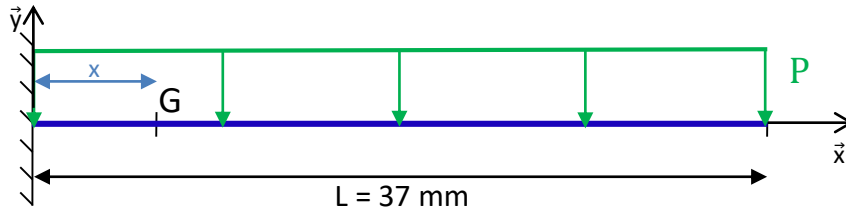
Anche



B. Modèle simplifié

3. Modèles informatiques

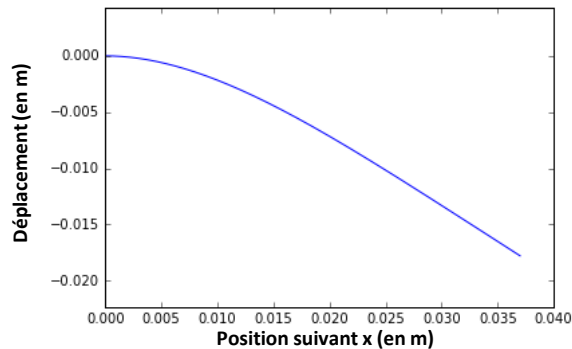
Application d'une surpression sur un modèle encastré :



Equation de la déformée évaluée en L :

$$y(L) = -\frac{1}{8} \frac{P}{EI} L^4$$

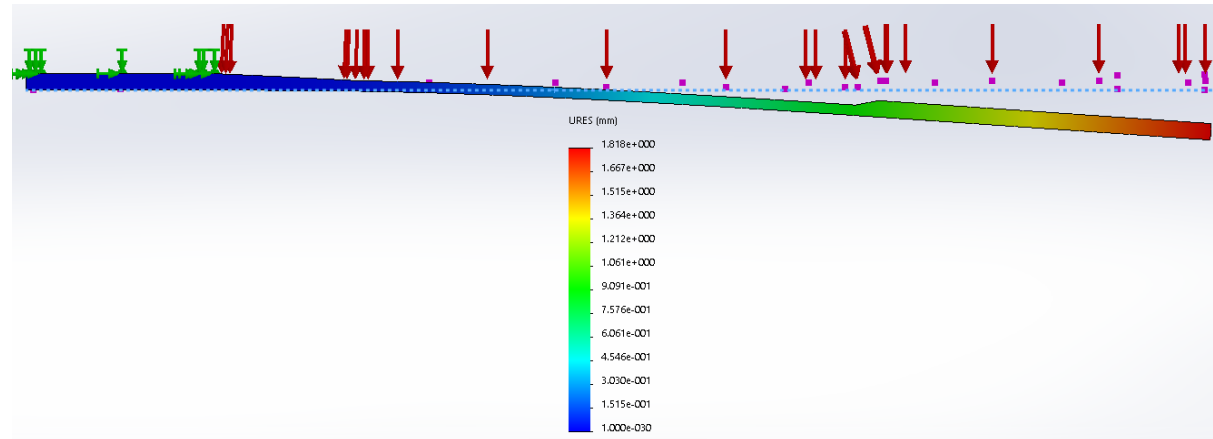
Déplacement en fonction de la position



Non valable

SolidWorks Simulation

100 Pa s'exerçant sur l'anche complète

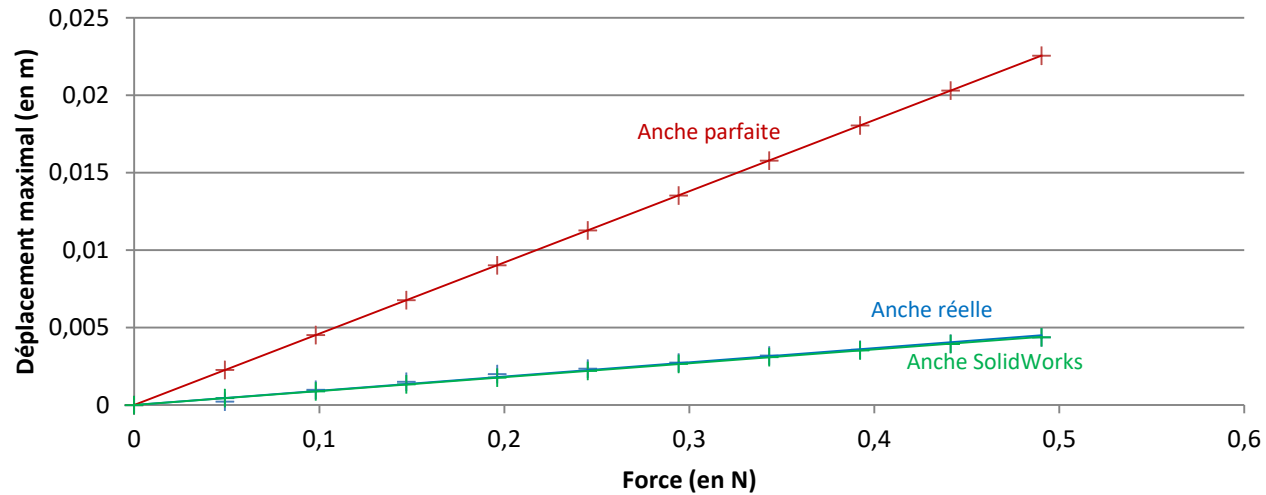


Valable

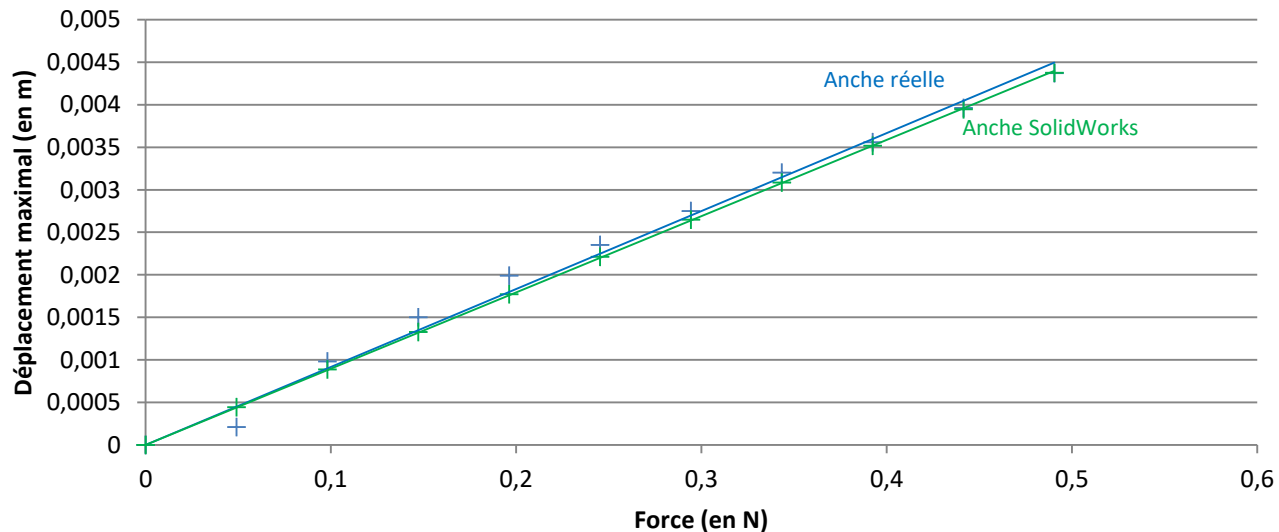
C. Ecart et limites

1. Comparaison

Déplacement maximal en fonction de la force appliquée



Déplacement maximal en fonction de la force appliquée (zoom)



C. Ecart et limites

2.Conclusion

Problématique :

Comment modéliser le mouvement oscillant de l'anche et quelles sont ses caractéristiques ?



- Surépaisseur
- Lumière
- Surpression
- Relation de Bernoulli en régime variable

Annexe

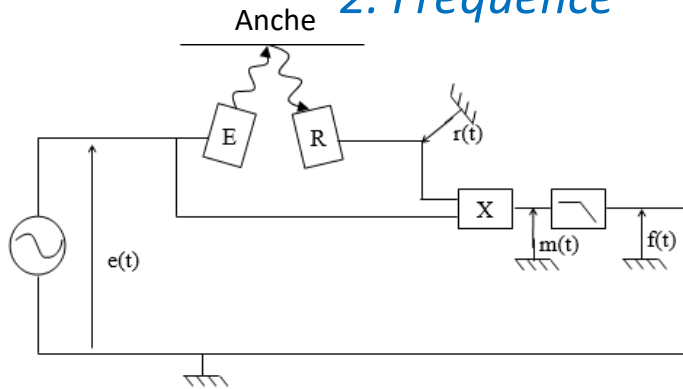
1. Modes de vibrations

Surpression (Pa)	Pression dans la cavité (en hPa)	Déplacement moyen du reflet laser (en cm)	Observations
100	1006	4,15	
200	1007	9	
300	1008	15,45	
400	1009	16,05	
500	1010	17,1	oscillations d'amplitude
600	1011	17,7	stable
700	1012	18,4	
800	1013	18,8	
900	1014	19	
1000	1015	18,1 – 19,1	Oscillations d'amplitude
1100	1016	18,1 – 19,1	variable de variation stable,
1200	1017	18,1 – 19,1	Indépendante de la
1300	1018	18,1 – 19,1	surpression sur l'intervalle
1400	1019	18,1 – 19,1	considéré
1500	1020	18,1 – 19,1	
1600	1021	13 – 17,6	
1700	1022	15 – 16,5	
1800	1023	14,9 – 15,7	Variations instables de
1900	1024	16 – 16,5	l'amplitude des oscillations.
2000	1025	16,8 – 17,8	Comportement chaotique
2100	1026	16,8 – 17,8	
2200	1027	16,8 – 17,8	
2800	1034	6,55	Saturation.
3300	1039	7,4	Plus d'oscillations, anche
3800	1044	8,4	bloquée

* reprise des oscillations lorsqu'on fait décroître la surpression dans la cavité

Annexe

2. Fréquence



$$e(t) = E \cdot \cos(\omega_0 t)$$

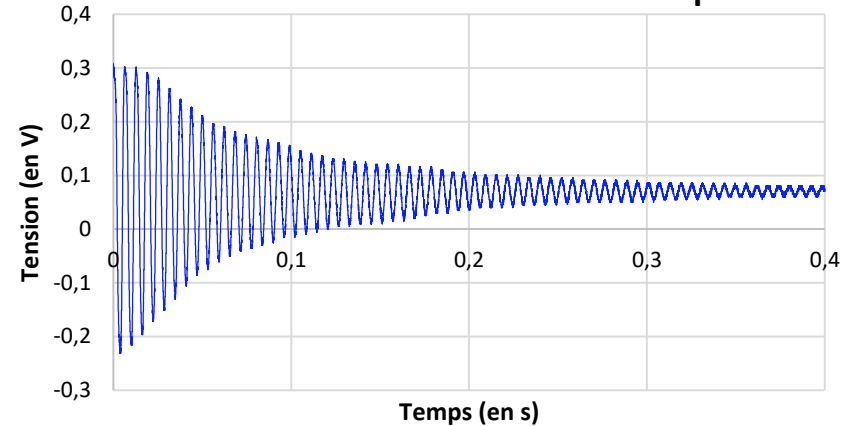
$$r(t) = R \cdot \cos(\omega_0 t + \phi(\omega_r) - 2 \cdot T_r) \quad \boxed{T_r : \text{déphasage dû au temps de parcours}}$$

$$\begin{aligned} m(t) &= k \cdot e(t) \cdot r(t) \\ &= k \cdot E \cdot R \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t + \phi(\omega_r) - 2 \cdot T_r) \\ &= \frac{1}{2} k \cdot E \cdot R \cdot (\cos(2 \cdot T_r - \phi(\omega_r)) + \cos(2 \cdot \omega_0 t - 2 \cdot T_r + \phi(\omega_r))) \\ &= -\frac{1}{2} k \cdot E \cdot R (\sin(\phi(\omega_r)) + \sin(2 \cdot \omega_0 t + \phi(\omega_r))) \\ &= -\frac{1}{2} k \cdot E \cdot R (\sin(2 \cdot \omega_0 t + \phi(\omega_r)) + \phi(\omega_r)) \end{aligned}$$

$$f(t) = -k \cdot E \cdot R \frac{\phi(\omega_r)}{2} \quad \boxed{\text{Passe-bas}}$$

Approximation des petits angles, on suppose que l'ancre oscille avec $\phi \ll 1$ ($\phi(\omega_r)$ image de l'angle de l'ancre par rapport à l'horizontal)

Tension mesurée en fonction du temps



Décrément logarithmique : $\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{U(t) - U_\infty}{U(t+nT) - U_\infty} \right) = \frac{\omega_0 T}{2Q}$

$$\delta = \frac{1}{50} \ln \left(\frac{281,7 - 0,07}{85,51 - 0,07} \right)$$

Coefficient de qualité : $Q = \frac{\pi}{\delta}$

$$Q \approx 131.69$$

$$f \approx f_0 \approx 163 \text{ Hz}$$

Annexe

3. Lois d'entrée-sortie

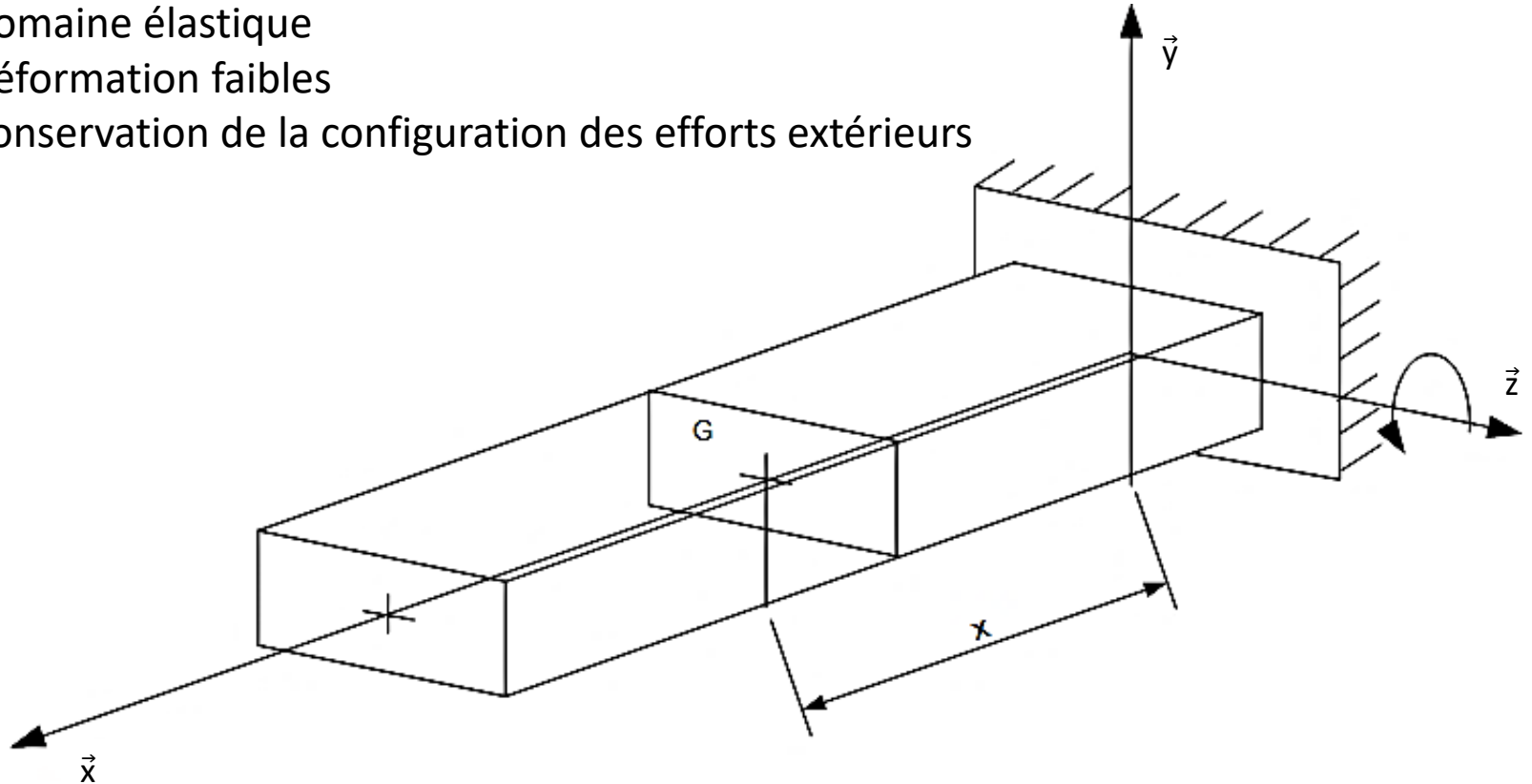
U (V)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	V _{moyenne} (m/s)	I(soufflerie) (W)	I(système) (W)	I(Anche) (W)	SP ₁ (Pa)	SP ₂ (Pa)	SP ₃ (Pa)	SP _{moyenne}
20,40	0	0	0	0	5,62E-08	5,62E-08	0	0	0	0	0
30,5	0,4	0	0	0,133333333	3,31E-06	4,38E-04	0,00043469	1	2	1	133,3333333
41,4	0,65	0,6	0,65	0,633333333	4,07E-05	4,47E-03	0,0044293	2,5	3	2	250
51,2	0,85	0,8	0,85	0,833333333	2,19E-04	2,19E-02	0,021681	4	5	4	433,3333333
62	0,95	1,15	1,05	1,05	5,62E-04	7,24E-02	0,071838	6	6	5,5	583,3333333
72,9	1	1,25	1,2	1,15	1,26E-03	1,32E-01	0,13074	8	8,5	8	816,6666667
82,4	1,15	1,35	1,35	1,283333333	2,19E-03	1,48E-01	0,14581	11	10,5	9,5	1033,333333
93,1	1,3	1,45	1,4	1,383333333	3,98E-03	1,45E-01	0,14102	13,5	14	12,5	1333,333333
103,9	1,45	1,6	1,55	1,533333333	6,46E-03	1,10E-01	0,10354	23	17	15	1833,333333
114,8	1,6	1,7	1,6	1,633333333	9,77E-03	4,37E-02	0,03393	27	27	26	2666,666667
125,7	1,7	1,75	1,75	1,733333333	1,38E-02	3,98E-03	-0,00982	Résultats non exploitables			
137,6	1,85	1,85	1,85	1,85	2,19E-02	6,03E-03	-0,01587				
148,6	1,95	1,95	1,95	1,95	2,69E-02	7,24E-03	-0,01966				
159,4	2,05	2,05	2	2,033333333	3,63E-02	1,12E-02	-0,0251				
171,2	2,15	2,25	2,1	2,166666667	4,57E-02	1,58E-02	-0,0299				
181,6	2,25	2,4	2,25	2,3	5,07E-02	1,95E-02	-0,0312				

Annexe

4. Résistance des matériaux

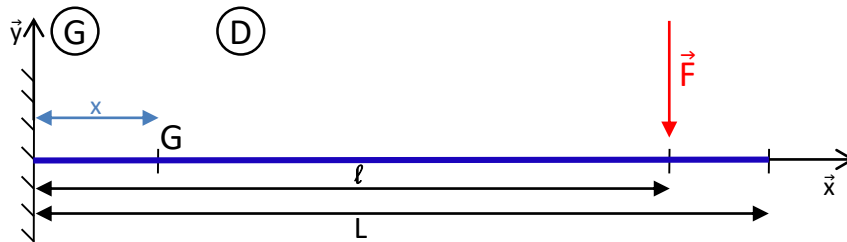
Hypothèses :

- Domaine élastique
- Déformation faibles
- Conservation de la configuration des efforts extérieurs



Annexe

5. Flexion



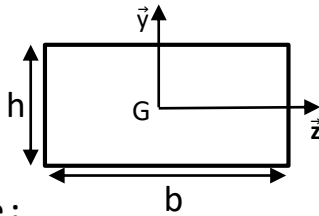
Définition du torseur de cohésion : $\forall x \in [0, L]$

$$T_{coh} = -T_{\bar{G} \rightarrow G} = T_{\bar{D} \rightarrow D}$$

$$T_{coh} = \begin{matrix} G \\ \left\{ \begin{array}{l} -F \vec{y} \\ -(\ell - x)mg \vec{z} \end{array} \right. \end{matrix}$$

Moment quadratique :

$$I_{G\vec{z}} = \frac{bh^3}{12}$$



Equation de la déformée :

$$EI\ddot{y}(x) = M_z = -(\ell - x)F$$

$$EI\dot{y}(x) = -x(\ell - \frac{x}{2})F$$

$$EIy(x) = -\frac{1}{2}x^2(\ell - \frac{x}{3})F$$

$$\text{car } \dot{y}(0) = 0$$

$$\text{car } y(0) = 0$$

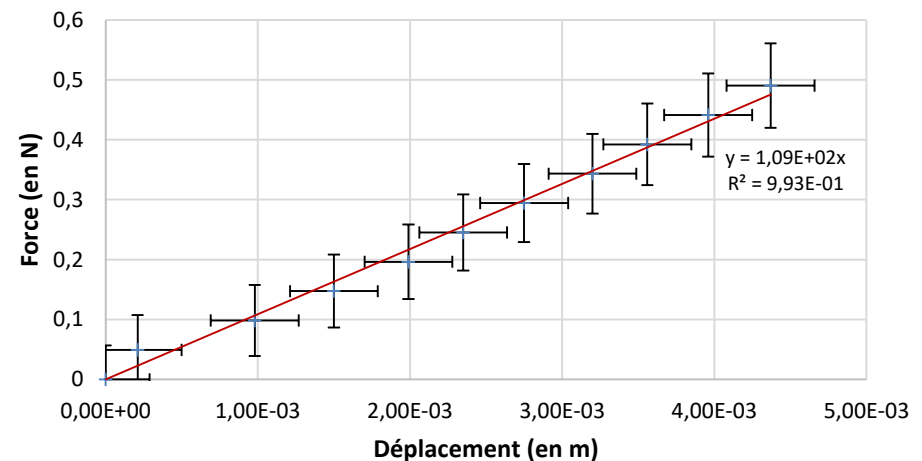
On évalue en ℓ :

$$y(\ell)E = \frac{1}{3} \frac{\ell^3}{I} F$$

Module d'Young : $E = 109 \pm 30 \text{ GPa}$

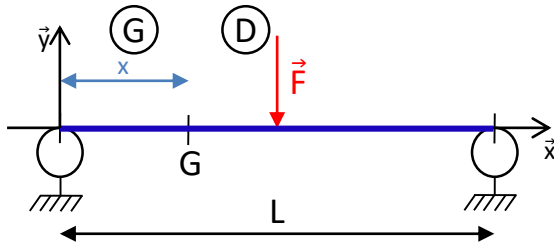
Pointages AviMéca		
Masse (g)	Force appliquée (N)	Elongation (m)
0	0	0
5	0,04905	0,00021
10	0,0981	0,00098
15	0,14715	0,0015
20	0,1962	0,00199
25	0,24525	0,00235
30	0,2943	0,00275
35	0,34335	0,0032
40	0,3924	0,00356
45	0,44145	0,00396

Force en fonction du déplacement



Annexe

6. Flexion 3 points



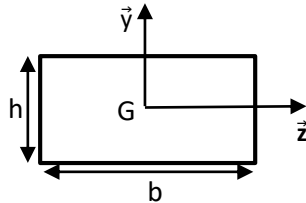
Définition du torseur de cohésion : $\forall x \in [0, L]$

$$T_{\text{coh}} = -T_{\vec{G} \rightarrow \vec{G}} = T_{\vec{D} \rightarrow \vec{D}}$$

$$T_{\text{coh}} = - \begin{matrix} A \\ \left\{ \begin{matrix} \frac{F}{2} \vec{y} \\ 0 \end{matrix} \right\} \end{matrix} = - \begin{matrix} G \\ \left\{ \begin{matrix} \frac{F}{2} \vec{y} \\ -\frac{F}{2} x \vec{z} \end{matrix} \right\} \end{matrix}$$

Moment quadratique :

$$I_{G\vec{z}} = \frac{bh^3}{12}$$



Equation de la déformée :

$$EI\ddot{y}(x) = M_z = \frac{F}{2}x$$

$$EI\dot{y}(x) = \frac{F}{2}x^2 + C_1$$

$$EIy(x) = \frac{F}{4} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{L^2}{4}x + C_2 \right)$$

$$EIy(x) = \frac{F}{4} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{L^2}{4}x \right)$$

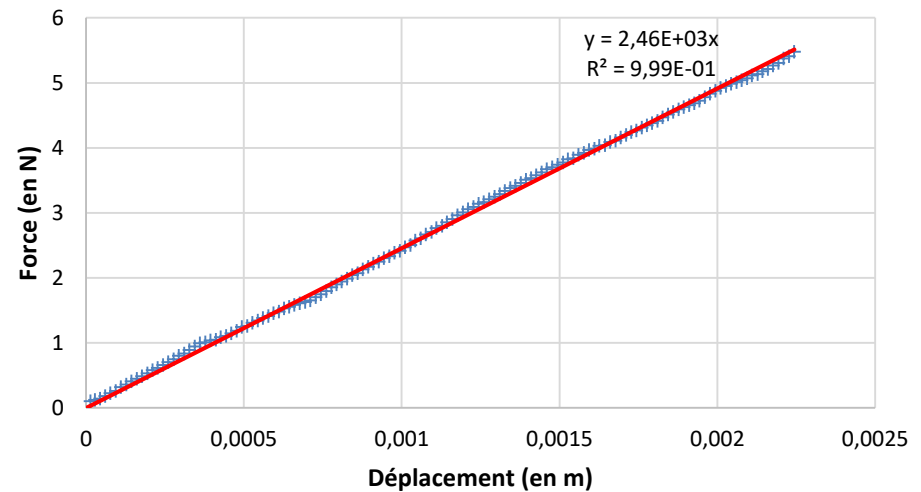
$$\text{or } \dot{y}\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{FL^2}{16}$$

$$\text{or } y(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

On évalue en $\frac{L}{2}$:

$$y\left(\frac{L}{2}\right)E = \frac{1}{48} \frac{L^3}{EI} F$$

Force en fonction du déplacement

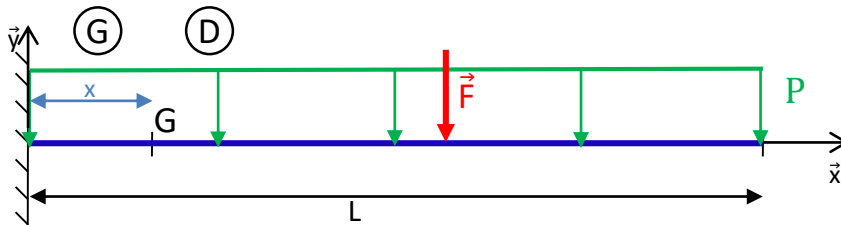


Module d'Young :

$$E = 72 \pm 2 \text{ GPa}$$

Annexe

7. Pression uniforme



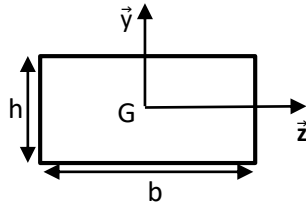
Définition du torseur de cohésion : $\forall x \in [0, L]$

$$T_{coh} = T_{\bar{D} \rightarrow D} = -T_{\bar{G} \rightarrow G}$$

$$T_{coh} = G \begin{cases} -P(L-x) \vec{y} \\ -P(L-x) \frac{(L-x)}{2} \vec{z} \end{cases}$$

Moment quadratique :

$$I_{G\vec{z}} = \frac{bh^3}{12}$$



Equation de la déformée :

$$EI\ddot{y}(x) = M_z = -P \frac{(L-x)^2}{2}$$

$$EI\dot{y}(x) = -\frac{P}{6}(L-x)^3 - \frac{P}{6}L^3 \quad \text{car } \dot{y}(0) = 0$$

$$EIy(x) = -\frac{P}{24}((L-x)^4 - L^4) - \frac{P}{6}L^3x \quad \text{car } y(0) = 0$$

On évalue en L :

$$y(L) = -\frac{1}{8} \frac{P}{EI} L^4$$

Surpression (Pa)	Anche parfaite (m)
100	0,017789137
200	0,035578274
300	0,053367411
400	0,071156548
500	0,088945685
600	0,106734821
700	0,124523958
800	0,142313095
900	0,160102232
1000	0,177891369

Annexe

8. Régime établi

""" Ecoulement incompressible -> conservation du debit volumique """

```
from math import pi,cos
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
y0=0 #Position de depart
e=5*10**-3 #Elongation maximale
f=163 #Fréquence de vibration
w=2*pi*f
lu=2.5**-4 #Lumiere
l=3*10**-3 #Largeur
v0=0.5 #Vitesse loin de l'Ecoulement
h=0.052 #Distance caracteristique entre un point dans la lumiere et un autre loin de tout
Vb=v0*(2*pi*h**2/(lu*l)) #Vitesse initiale au milieu de la lumiere
P0=10**5
P1=100 #Surpression
mu=1
g=9.81
Pb=P0+0.5*mu*(v0**2-Vb**2)+mu*g*h
S0=lu*l
L=37*10**-3
```

```
temps=[t/10000 for t in range(121)]
```

```
def Ordonnée(y0,e,t):
    return(y0+e*cos(w*t))
```

```
def Norme(t):
    return((lu**2+Ordonnée(y0,e,t)**2)**0.5)
```

```
def Surface(y):
    return(y*l)
```

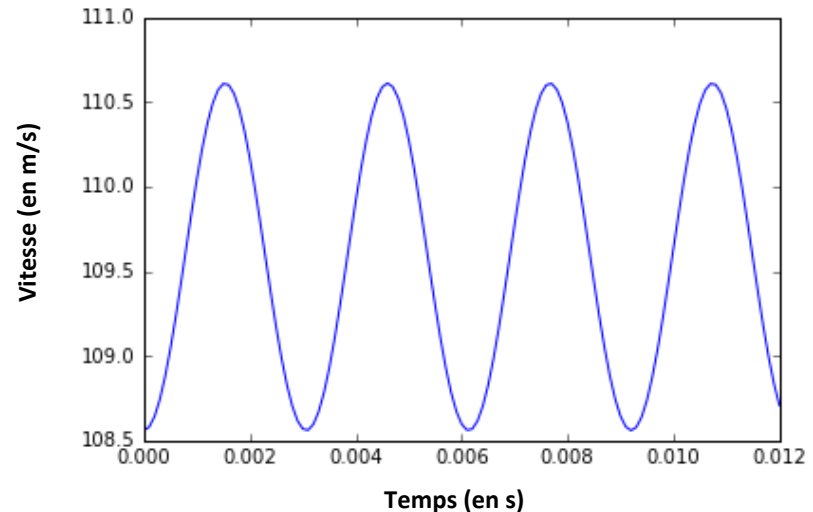
""" On a $v(A)*S(A)=v(B)*S(B)$ """

```
def Vit(n,t):
    return(Vb*S0/Surface(n))
```

```
def Vitesse():
    W=[]
    for t in temps :
        N=Norme(t)
        W.append(Vit(N,t))
    return(W)
```

```
plt.plot(temps,Vitesse())
plt.show()
```

Vitesse en fonction du temps



Annexe

9. Modèles informatique

Déplacement extrémité en fonction de la force :

```
from decimal import Decimal

F=[Decimal(i*5*10**-3*9.81) for i in range(11)]
L=Decimal(37*10**-3)
l=L-Decimal(2.439**-3)
largeur=Decimal(4*10**-3)
hauteur=Decimal(38*10**-5)
S=Decimal(largeur*Decimal(L))
E=Decimal(72*10**9)
I=Decimal(largeur*hauteur**3/12)

def f(x):
    return -F[x]*L**2*(l-Decimal(L/3))/I/E

Extremum=[Decimal(0)]*len(F)

for i in range (len(F)):
    Extremum[i]=f(i)
```

Equation de la déformée évalué en ℓ :

$$y(\ell)E = \frac{1}{3} \frac{\ell^3}{I} mg$$

Déplacement extrémité en fonction de la pression :

```
from decimal import Decimal

P=[Decimal(100*i) for i in range(1,11)]
L=37*10**-3
largeur=Decimal(4*10**-3)
hauteur=Decimal(38*10**-5)
S=Decimal(largeur*Decimal(L))
E=Decimal(72*10**9)
I=Decimal(largeur*hauteur**3/12)

def f(x):
    return P[x]*(Decimal(L)**4/8)/E/I

Extremum=[Decimal(0)]*len(P)

for i in range (len(P)):
    Extremum[i]=f(i)
```

Equation de la déformée évalué en ℓ :

$$y(L) = -\frac{1}{8} \frac{P}{EI} L^4$$

Annexe

9. Modèles informatique

```
from decimal import Decimal
Import matplotlib.pyplot as plt
Import numpy as np
```

```
P=[Decimal(100*i) for i in range(1,11)]
L=37*10**-3
largeur=Decimal(4*10**-3)
hauteur=Decimal(38*10**-5)
S=Decimal(largeur*Decimal(L))
E=Decimal(72*10**9)
I=Decimal(largeur*hauteur**3/12)
```

```
def f(x):
    return -P*(((Decimal(L)-x)**4-Decimal(L)**4)/24+Decimal(L)**3*x/6)/E/I
```

```
ListeAbscisses=np.linspace(0,L,1001)
ListeOrdonnees=[Decimal(0)]*len(ListeAbscisses)
```

```
for i in range (len(ListeAbscisses)):
    ListeOrdonnees[i]=f(Decimal(ListeAbscisses[i]))
```

```
plt.axis('equal')
plt.plot(ListeAbscisses,ListeOrdonnees)
plt.xlabel(« Position suivant x (en m) »)
plt.ylabel(« Déplacement (en m) »)
plt.title(« Déplacement en fonction de la position »)
plt.show()
```

Déplacement en fonction de la position

