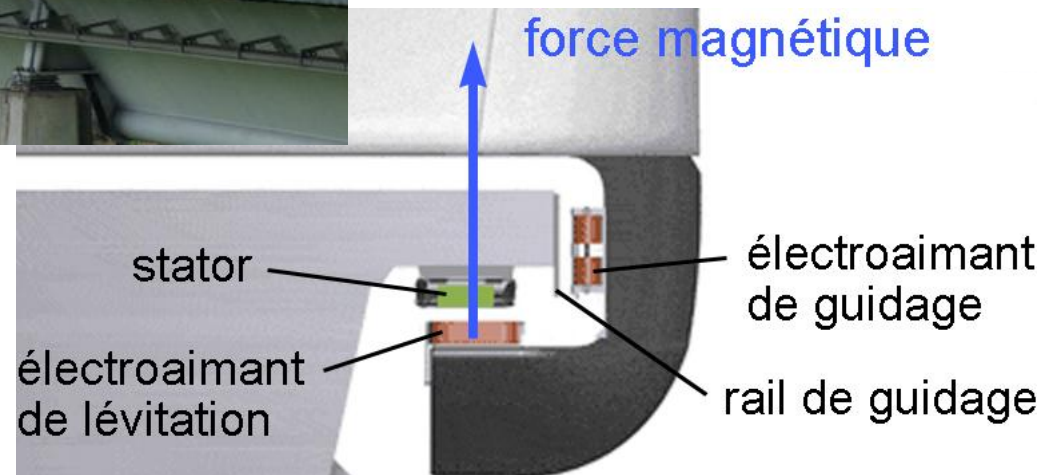


Sustentation magnétique

But: compenser le **poids** d'un aimant par une **force électromagnétique** opposée

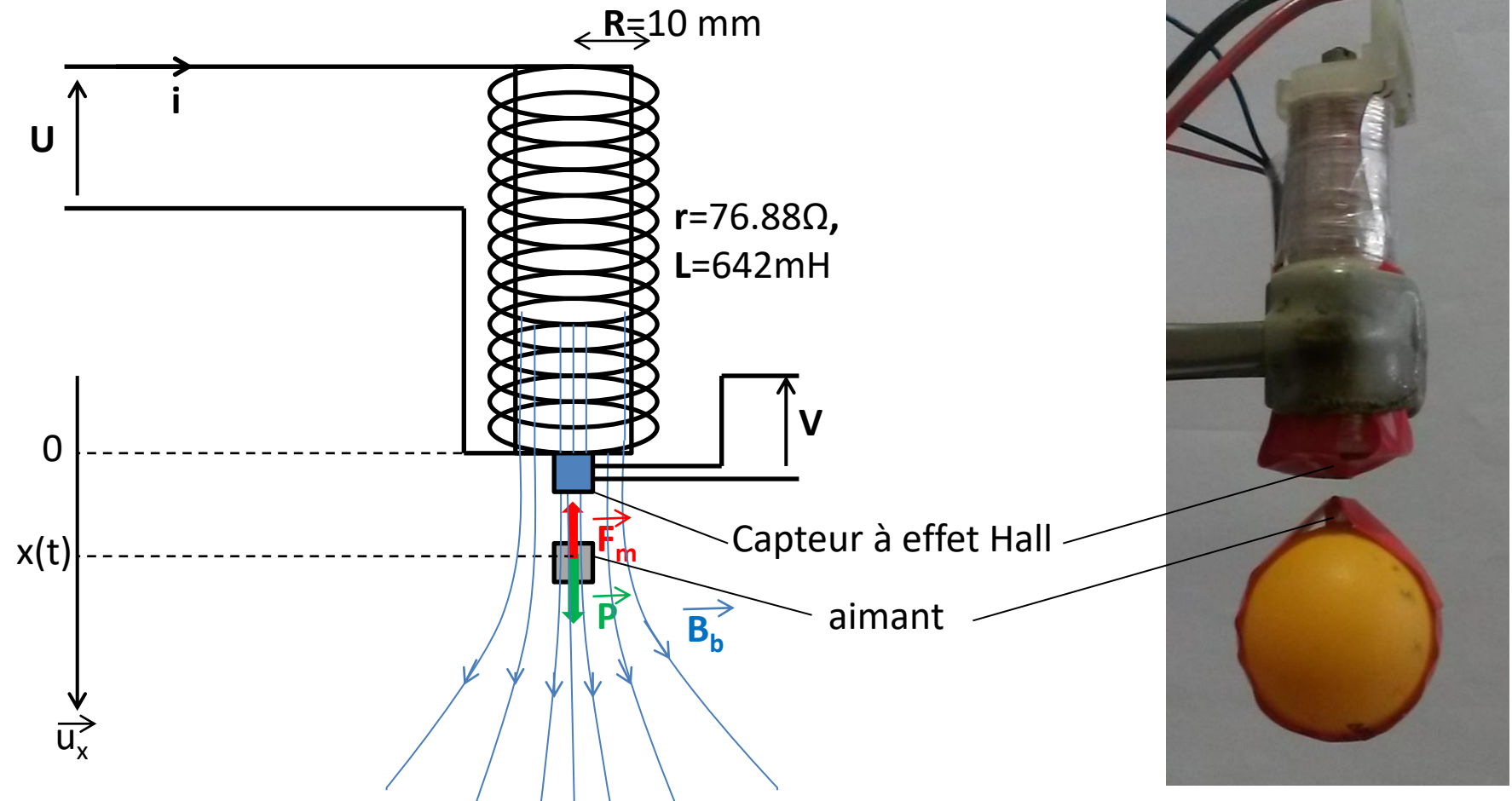


Système réel: le **Transrapid**



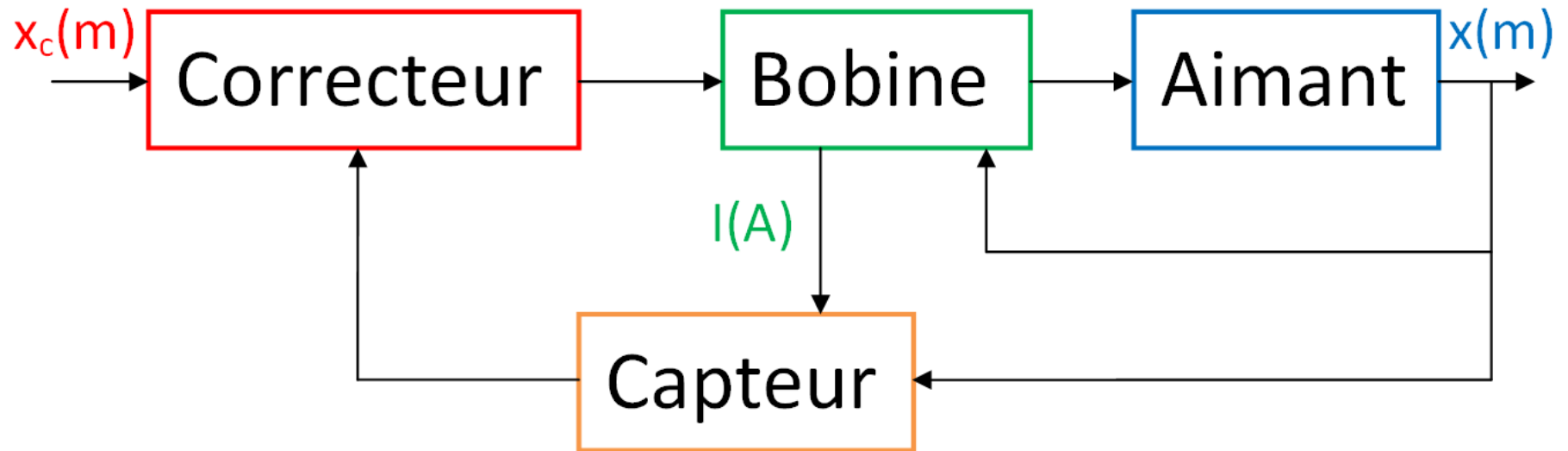
Sustentation magnétique

But: compenser le **poids** d'un aimant par une **force électromagnétique** opposée



→ Simulation du principe de sustentation magnétique du Transrapid

Sustentation magnétique

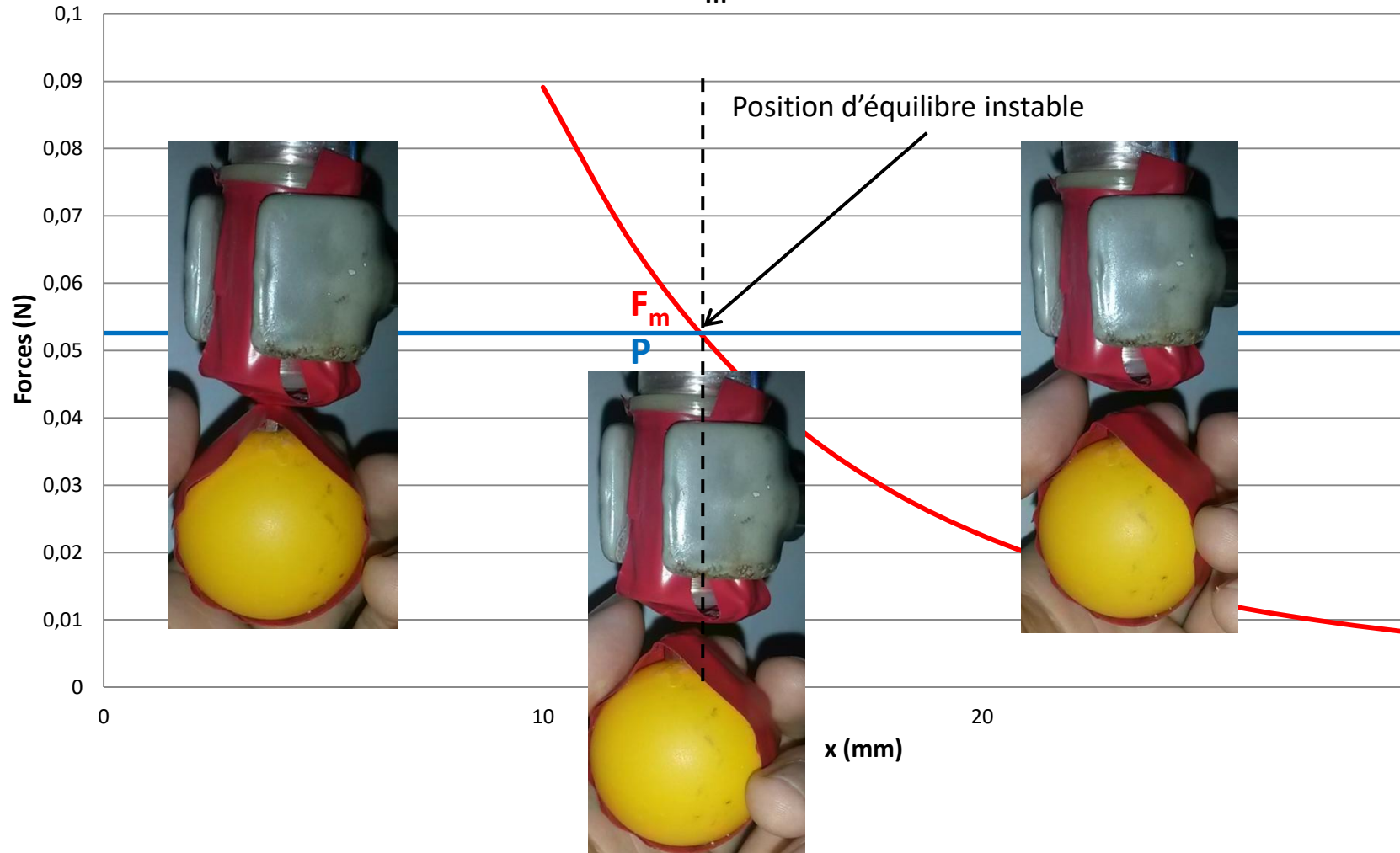


Sommaire

- I) Instabilité
- II) Détermination des lois régissant le système
 - a. Identification de la force exercée par la bobine
 - b. Identification du capteur
 - c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur
- III) Mise en place de l'asservissement
 - a. Tension de consigne à appliquer
 - b. Gain à appliquer
- IV) Résultats expérimentaux

I) Instabilité

Forces exercées par la bobine F_m en fonction x pour $I = 168\text{mA}$



Une **sustentation stable** par une bobine traversée par un courant constant est **impossible**
→ Nécessité de stabiliser avec un **asservissement**

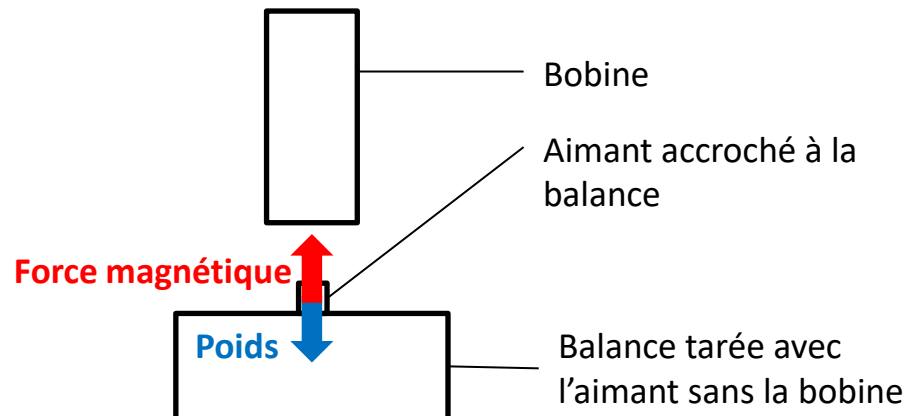
II) Détermination des lois régissant le système

a. Identification de la force exercée par la bobine

Soit M le moment magnétique de l'aimant et $\alpha = \frac{M\mu_r n}{2}$ en NH/Tm

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F_m}(I, x) &= -\overrightarrow{grad}(\varepsilon_p) = -\overrightarrow{grad}(MB_b) = \alpha I \frac{d}{dx} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x} \\ &= -\alpha I \frac{\sqrt{x^2 + R^2} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + R^2}}}{x^2 + R^2} \overrightarrow{u_x} = \boxed{-\alpha I \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \overrightarrow{u_x}}\end{aligned}$$

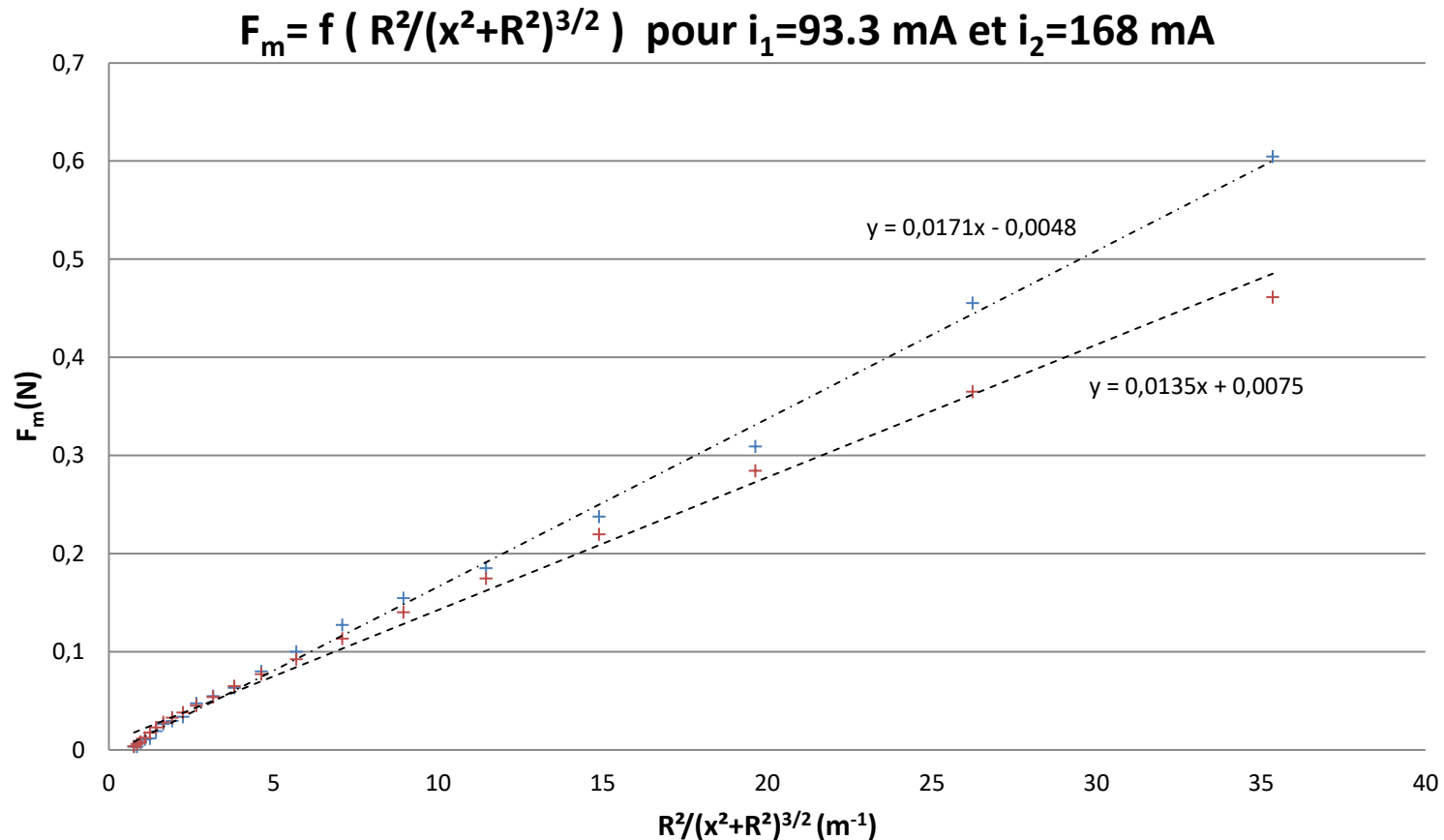
Détermination expérimentale de α : mesures de la force grâce à une balance pour plusieurs valeurs de I .



II) Détermination des lois régissant le système

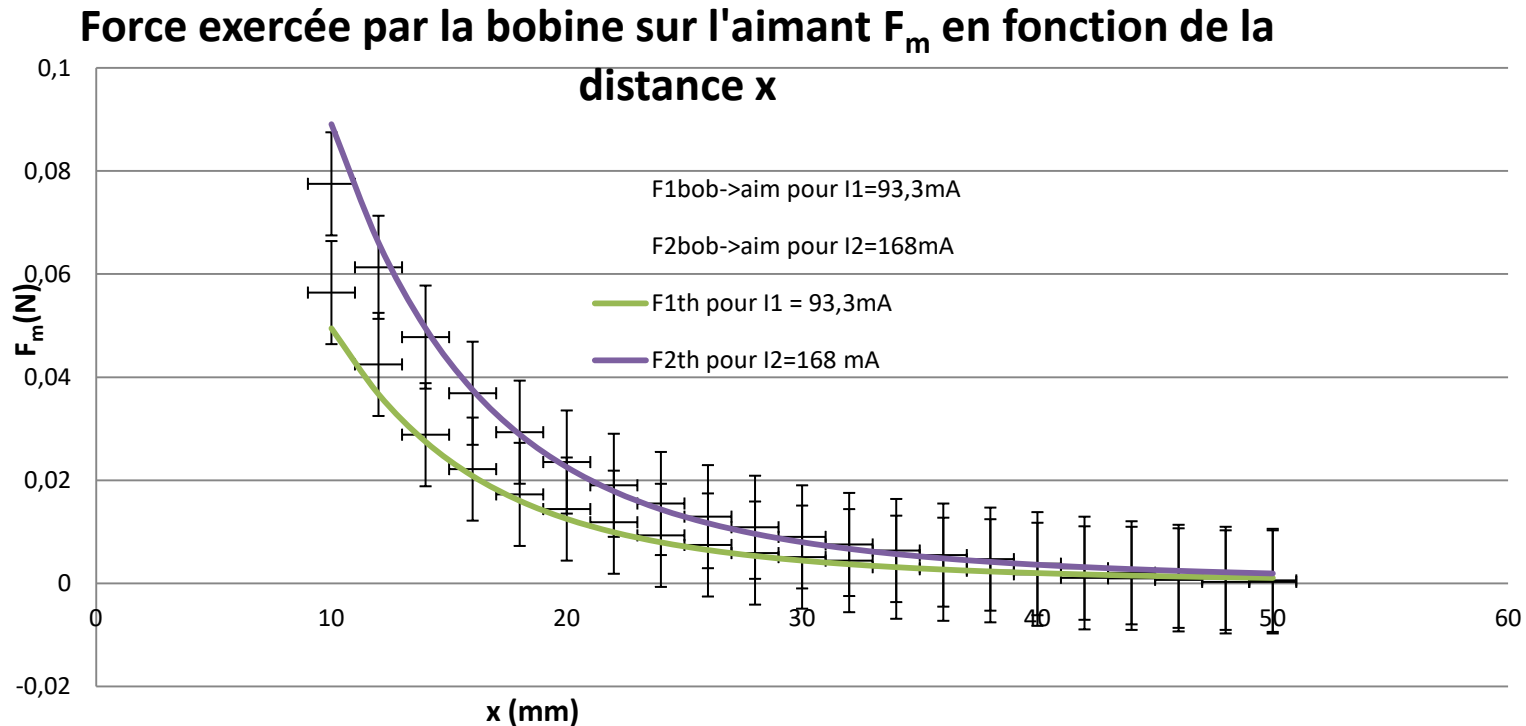
a. Identification de la force exercée par la bobine

$$\overrightarrow{F_m(I, x)} = \frac{-\alpha \cdot I \cdot R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \overrightarrow{u_x}$$



II) Détermination des lois régissant le système

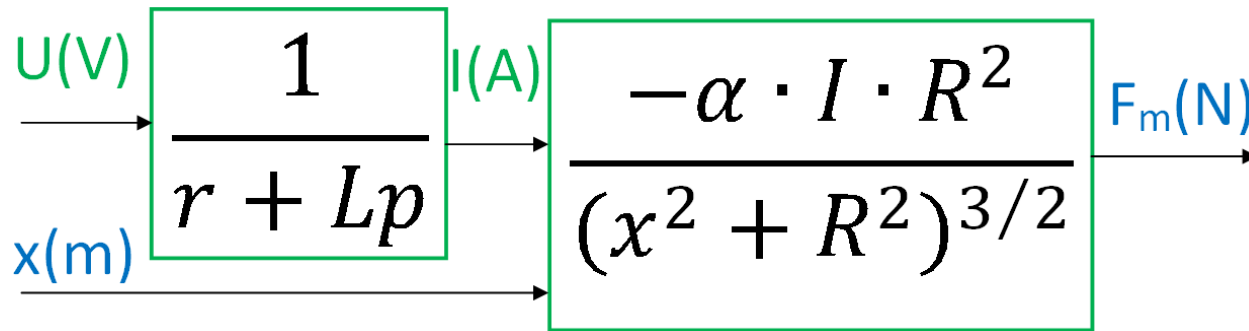
a. Identification de la force exercée par la bobine



On a donc finalement:
$$\overrightarrow{F_m}(I, x) = \frac{-1,5 \cdot I \cdot 10^{-6}}{(x^2 + 10^{-4})^{3/2}} \overrightarrow{u_x}$$

II) Détermination des lois régissant le système

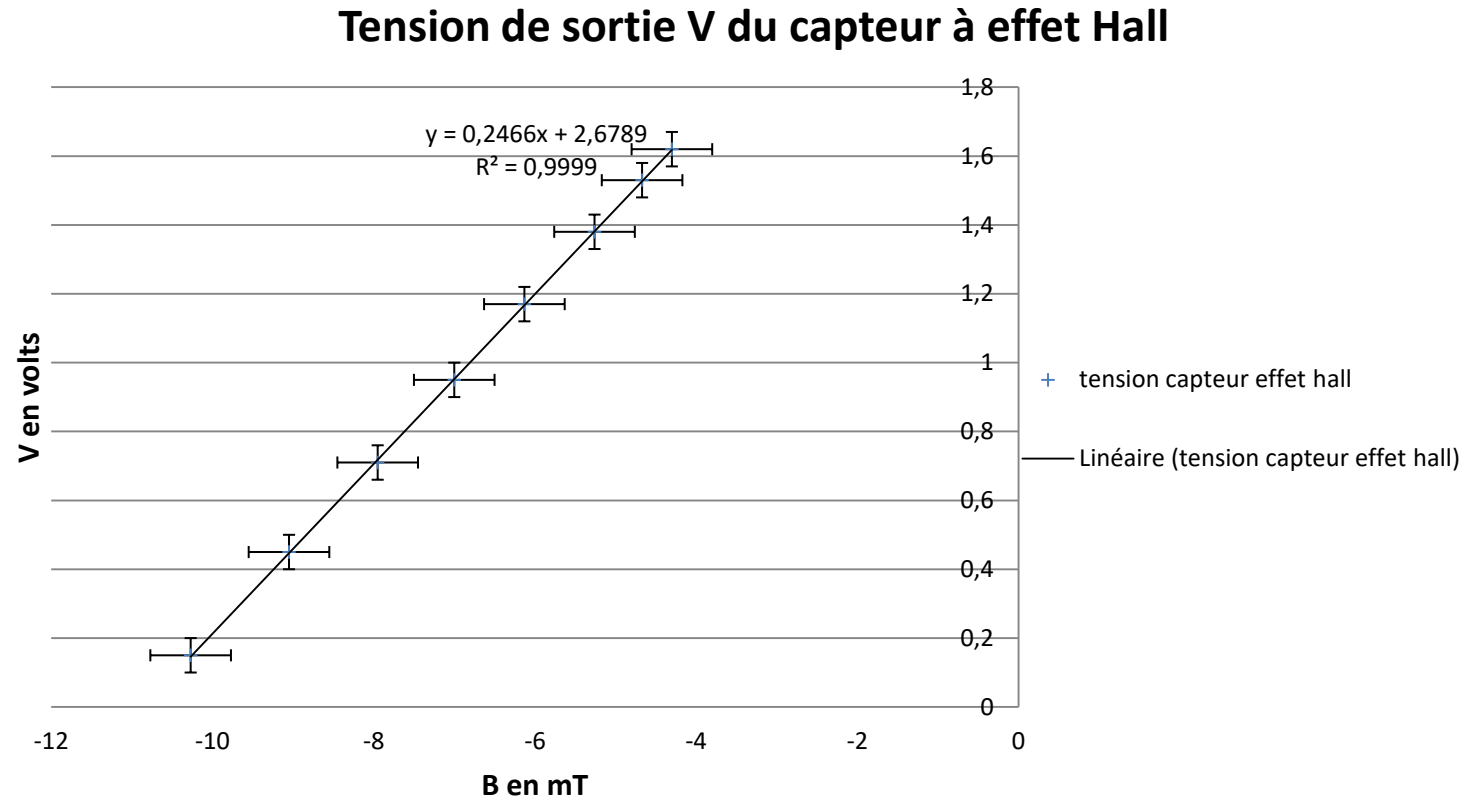
a. Identification de la force exercée par la bobine



II) Détermination des lois régissant le système

b. Identification du capteur

But: mesurer une grandeur **image de la position de l'aimant**



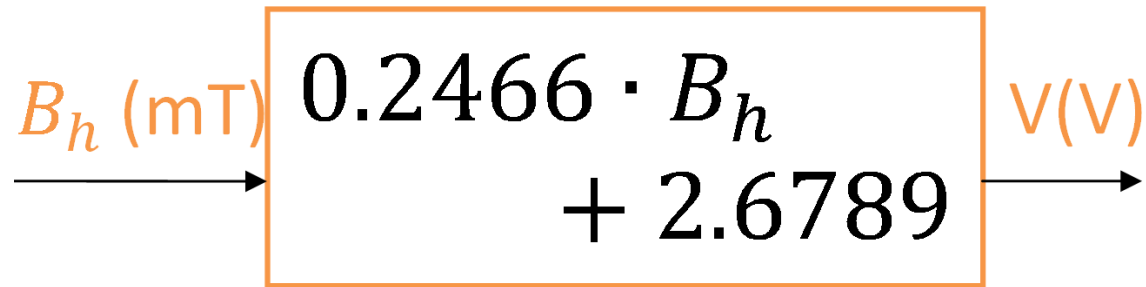
Capteur choisi: **à effet Hall** (modèle SS490 Series)

Avantages: précis, facile à implanter et peu onéreux

Utilisation: mesure du champ magnétique à l'extrémité de la bobine

II) Détermination des lois régissant le système

b. Identification du capteur



II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur

Calcul de B_b à l'extérieur d'un solénoïde :

Hypothèses :

$$a^2 \gg R^2$$

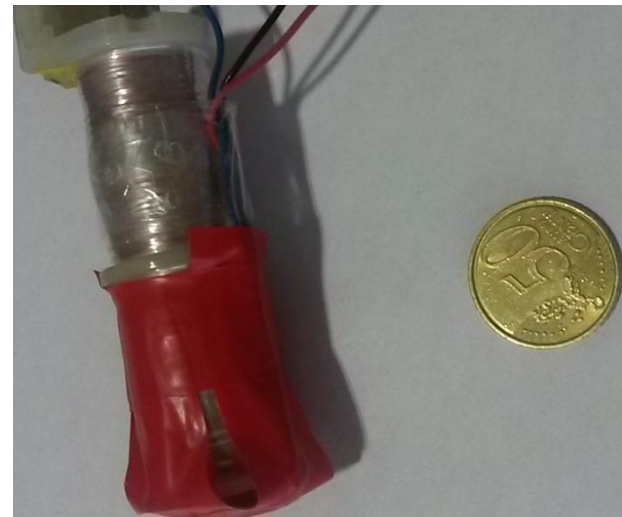
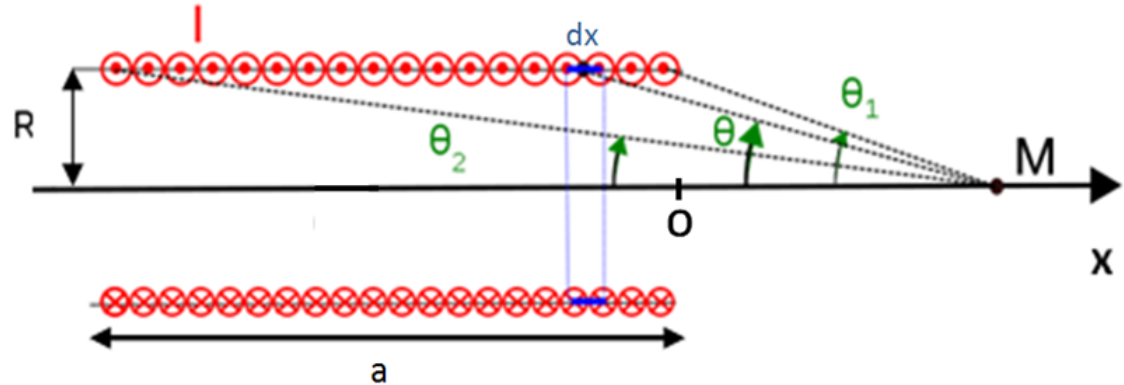
Bobine : approximation d'un milieu continu

$$\rightarrow \Delta x \approx dx$$

$$\text{Sur l'axe } Ox : \overrightarrow{dB(I, M)} = \frac{\mu_r n I}{2R} \sin^3(\theta) dx \overrightarrow{u_x}$$

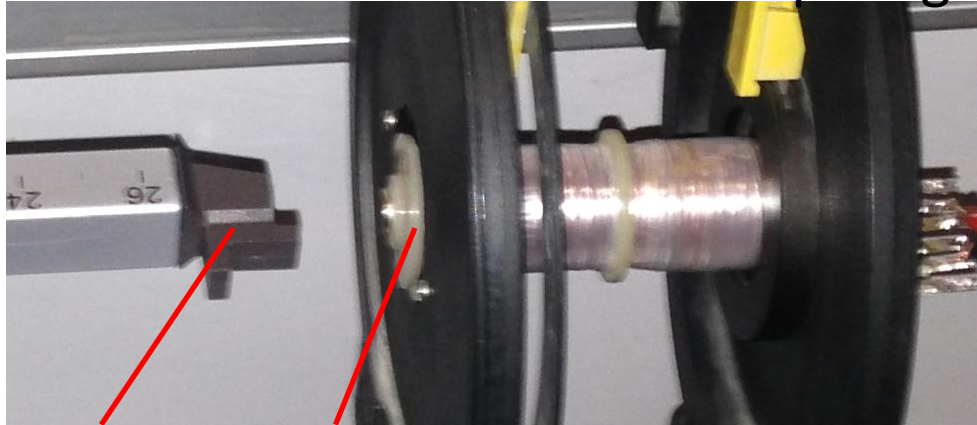
Par relations trigonométriques et en intégrant :

$$\overrightarrow{B_b(I, x)} = \frac{\mu_r n}{2} I \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$$



II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur

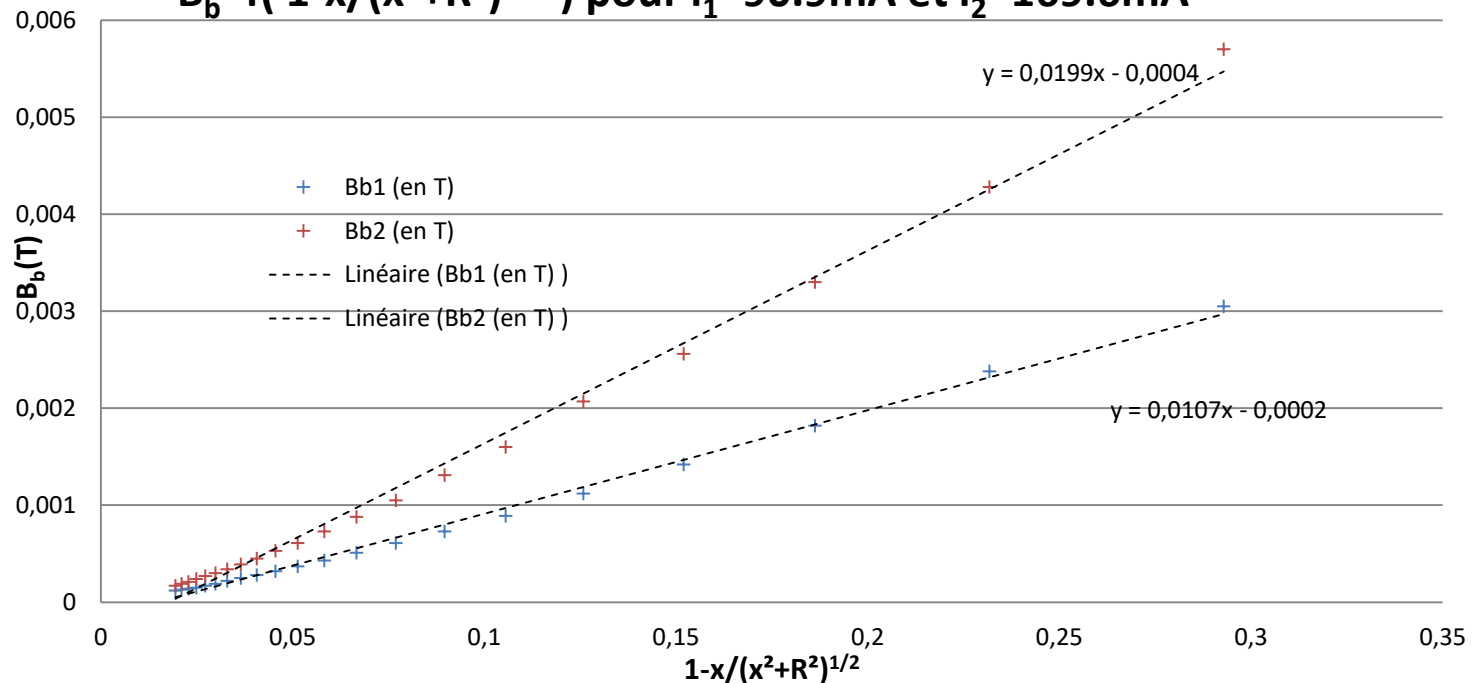


$$\overrightarrow{B_b(I, x)} = \frac{\mu_r n}{2} I \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$$

teslamètre

bobine

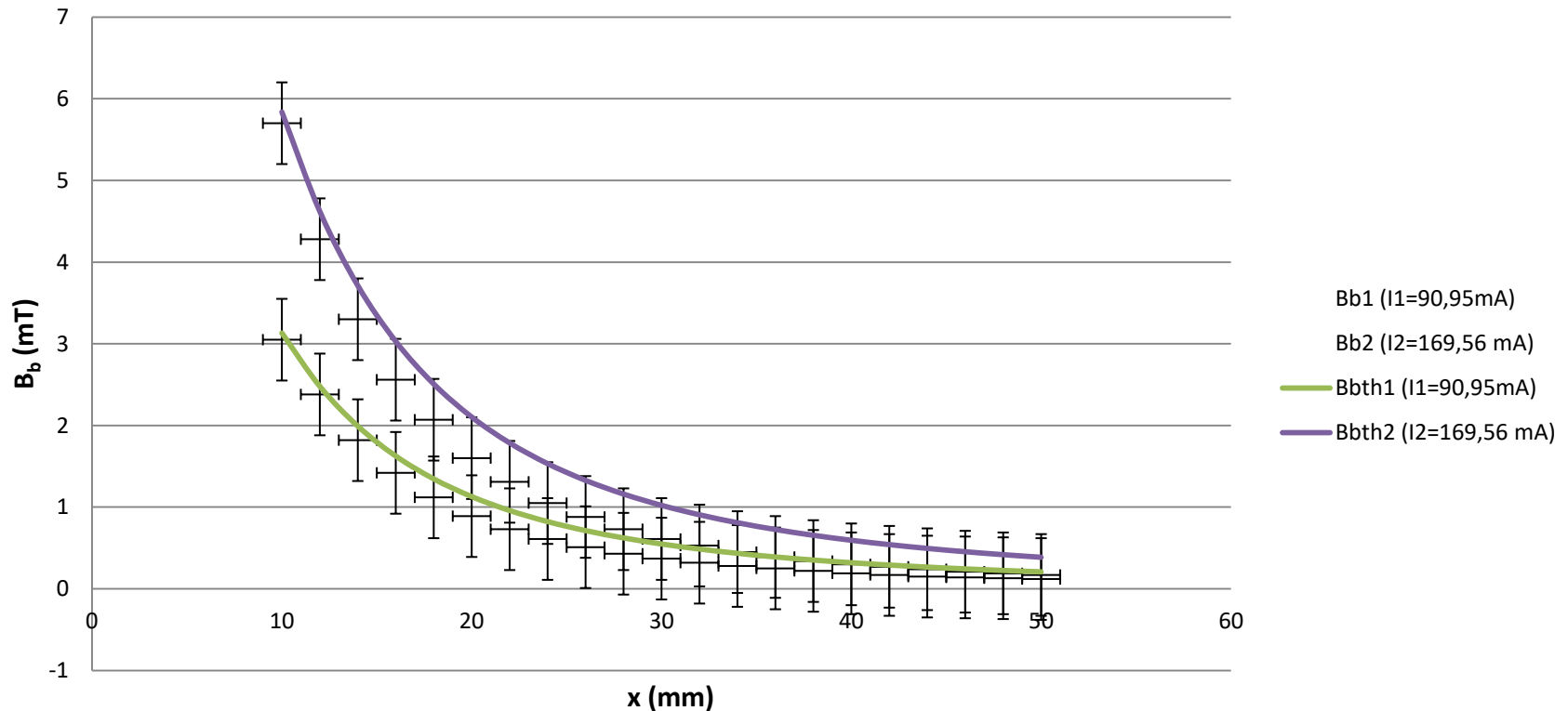
$B_b = f(1 - x/(x^2 + R^2)^{1/2})$ pour $i_1 = 90.9\text{mA}$ et $i_2 = 169.6\text{mA}$



II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur

Champ magnétique induit dans la bobine $B_b(x,I)$ en un point de l'axe
situé à x mm



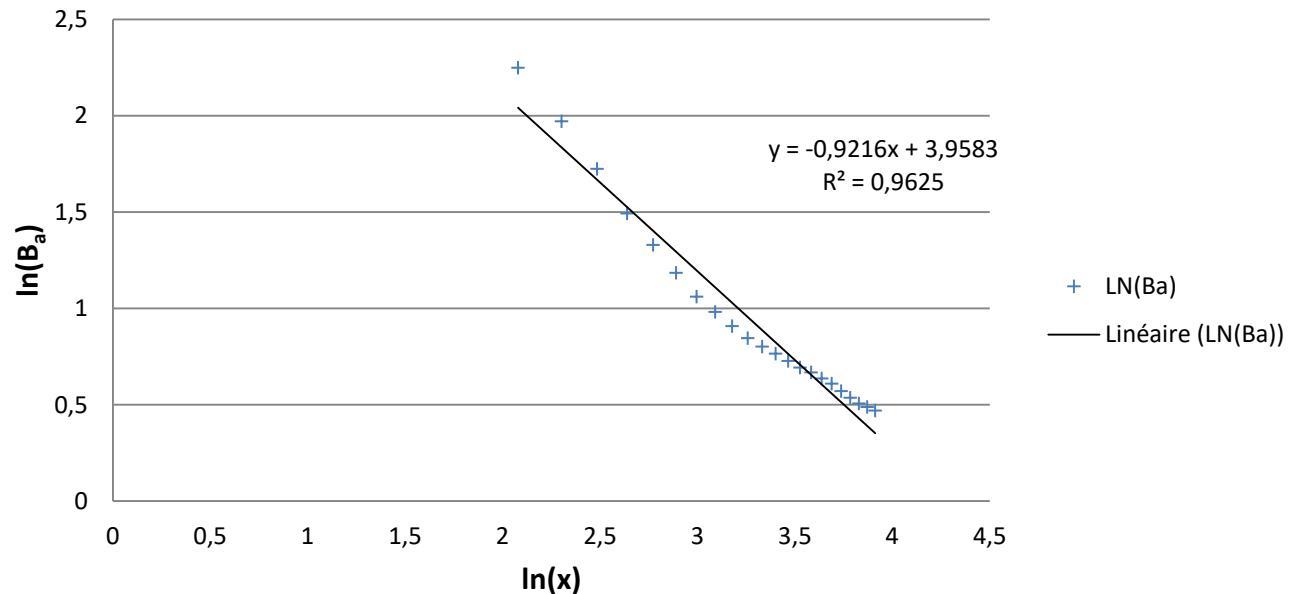
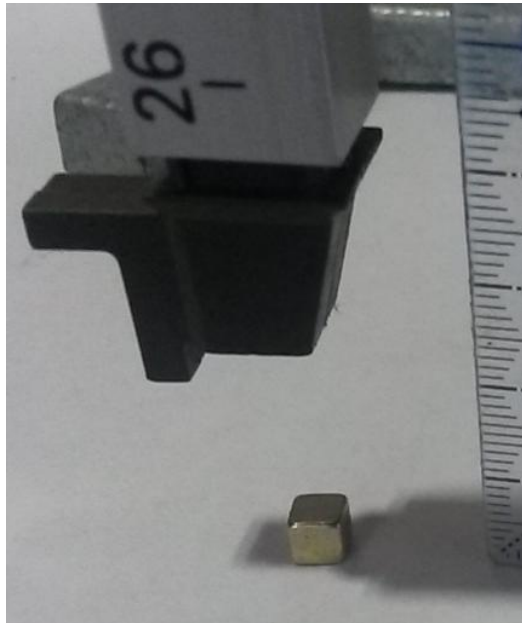
$$\overrightarrow{B_b(I, x)} = 117,5 \cdot I \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$$

II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur

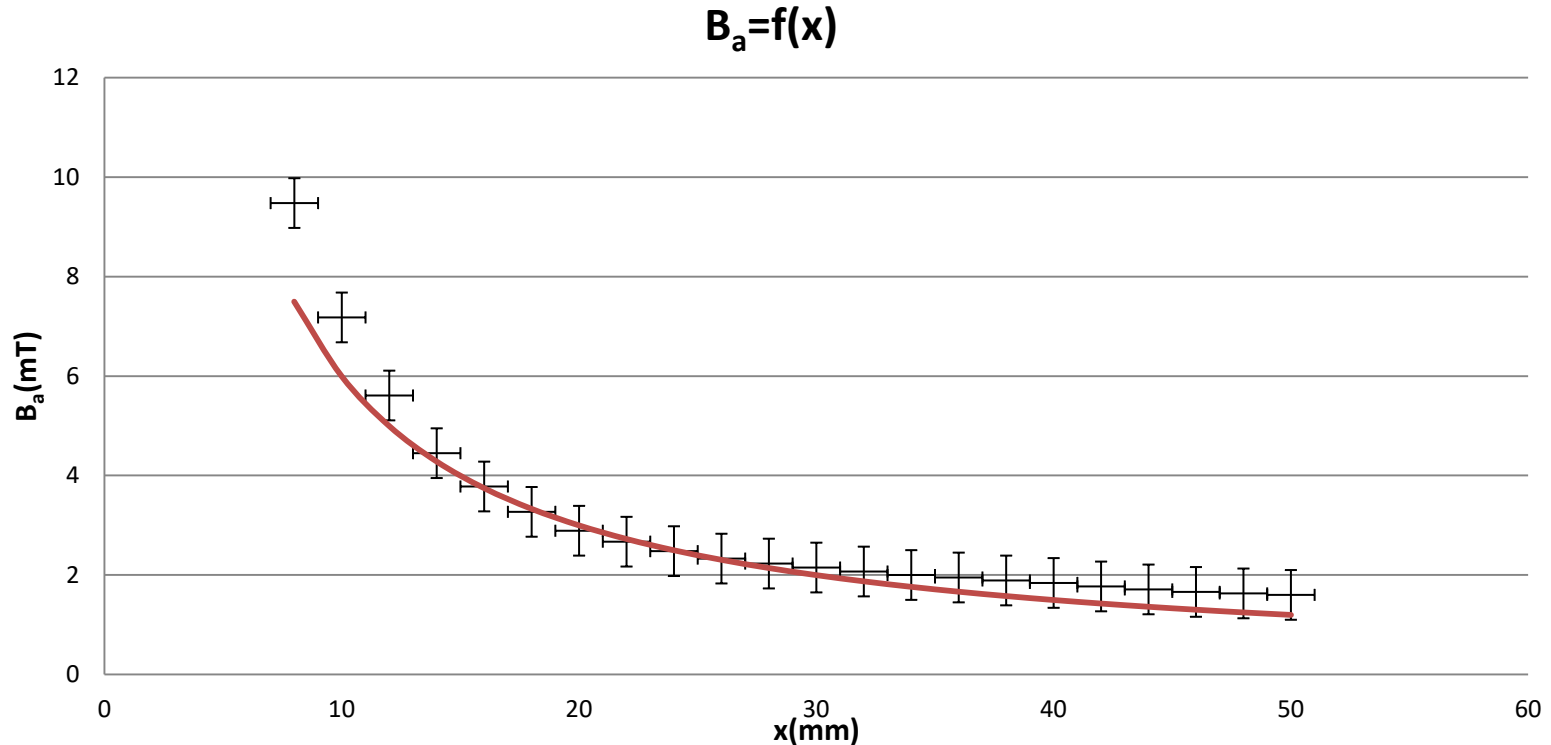
$$\ln(B_a) = a\ln(x) + b \text{ donc } B_a(x) = e^b x^a \approx \frac{6 \cdot 10^{-5}}{x}$$

$\ln(B_a) = f(\ln(x))$ entre 2 et 5cm



II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur



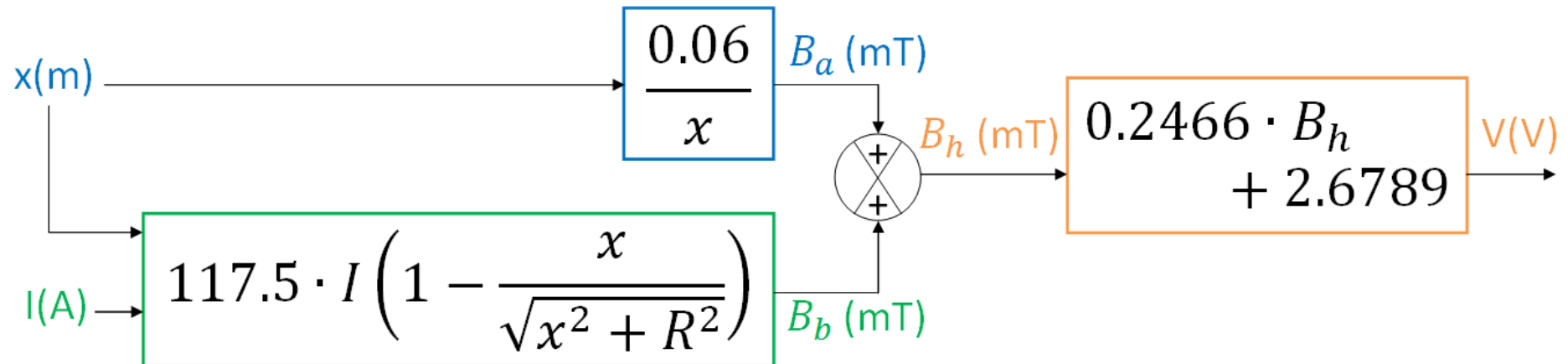
Principe de superposition : $\overrightarrow{B_H(I, x)} = \overrightarrow{B_a(x)} - \overrightarrow{B_b(I, 0)}$ soit $B_H(I, x) = \frac{0.06}{x} - 117.5 \cdot I \text{ mT}$

Tension de sortie du capteur: $V(x, I) = 0.2466 \cdot B_H(I, x) + V_0 = 0.2466 \cdot \left(\frac{0.06}{x} - 117.5 \cdot I \right) + V_0$

Avec V en volts et B_H en mT

II) Détermination des lois régissant le système

c. Identification du champ magnétique au niveau du capteur



III) Mise en place de l'asservissement

Première solution testée:

correction proportionnelle

III) Mise en place de l'asservissement

a. Tension de consigne à appliquer

But: **adapter une tension moyenne** aux bornes de la bobine permettant de **maintenir la position d'équilibre** de l'aimant

Hypothèse: situation d'**équilibre purement statique** ($P=F_m$):

$$\text{On a donc : } \begin{cases} U_{eq} = r \cdot I_{eq} \\ mg = F_{m,eq} = \alpha \cdot I_{eq} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}} \end{cases} \text{ donc } I_{eq} = \frac{mg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{\alpha R^2}$$

$$\text{Ainsi: } U_{eq} = \frac{rmg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{\alpha R^2}$$

$$\text{Or avec un correcteur proportionnel : } U_c = \frac{U_{eq}}{\text{gain}} + V(x_{eq}, I_{eq})$$

$$\text{On déduit: } U_c = \frac{rmg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{\text{gain} \cdot \alpha R^2} + 0.2466 \left(\frac{0.06}{x_{eq}} - 117.5 \frac{mg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{\alpha \cdot R^2} \right) + V_0$$

→ Tension de consigne en fonction seulement de la position de consigne

III) Mise en place de l'asservissement

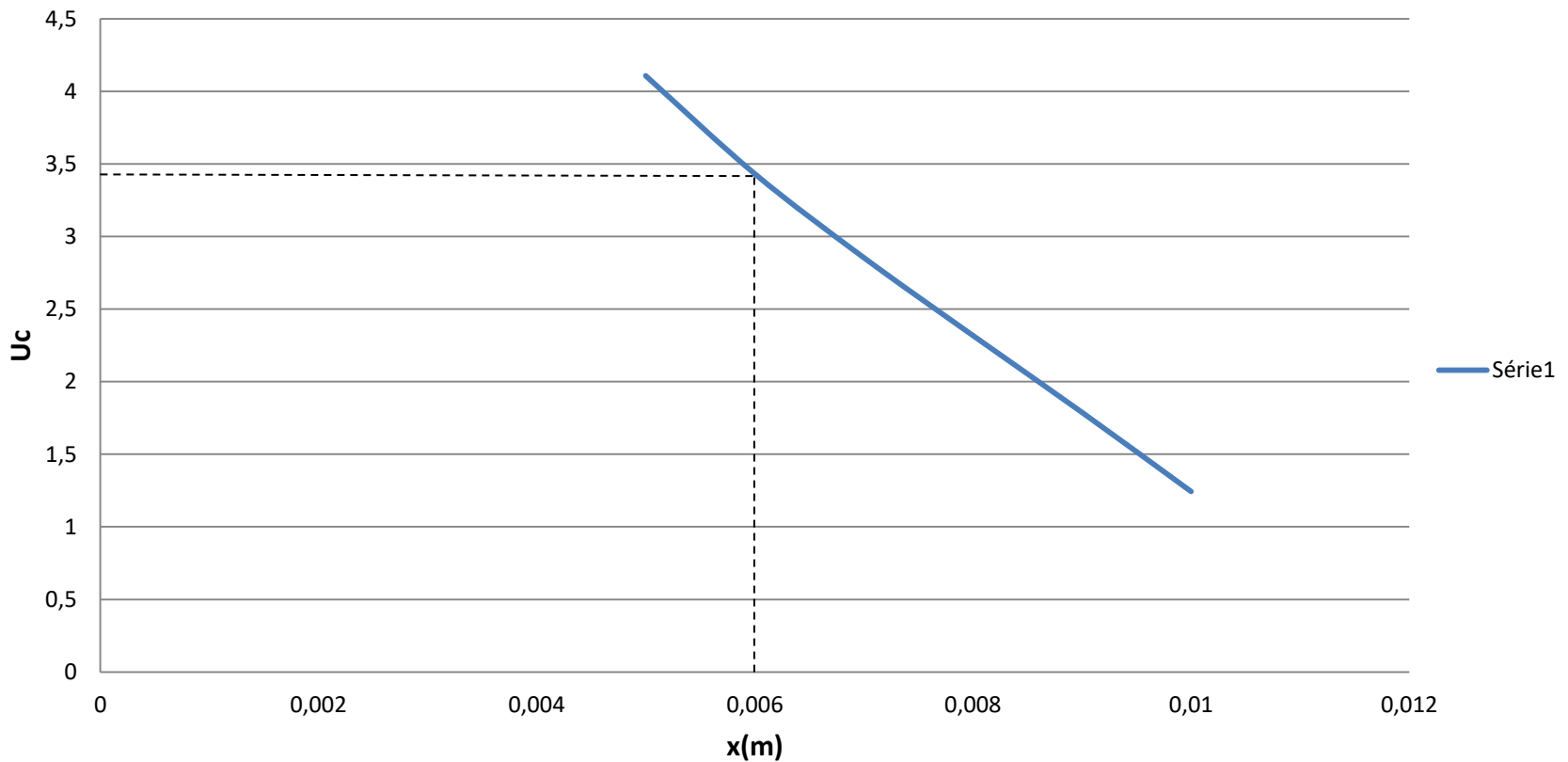
a. Tension de consigne à appliquer

$$\begin{array}{ccc} x_{eq}(m) & \rightarrow & \boxed{\frac{rmg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{gain \cdot \alpha R^2} + 0.2466 \left(\frac{0.06}{x_{eq}} - 117.5 \frac{mg(R^2 + x_{eq}^2)^{1.5}}{\alpha \cdot R^2} \right) + V_0} \rightarrow U_c(V) \end{array}$$

III) Mise en place de l'asservissement

a. Tension de consigne à appliquer

Tension de consigne théorique à appliquer en fonction de x



III) Mise en place de l'asservissement

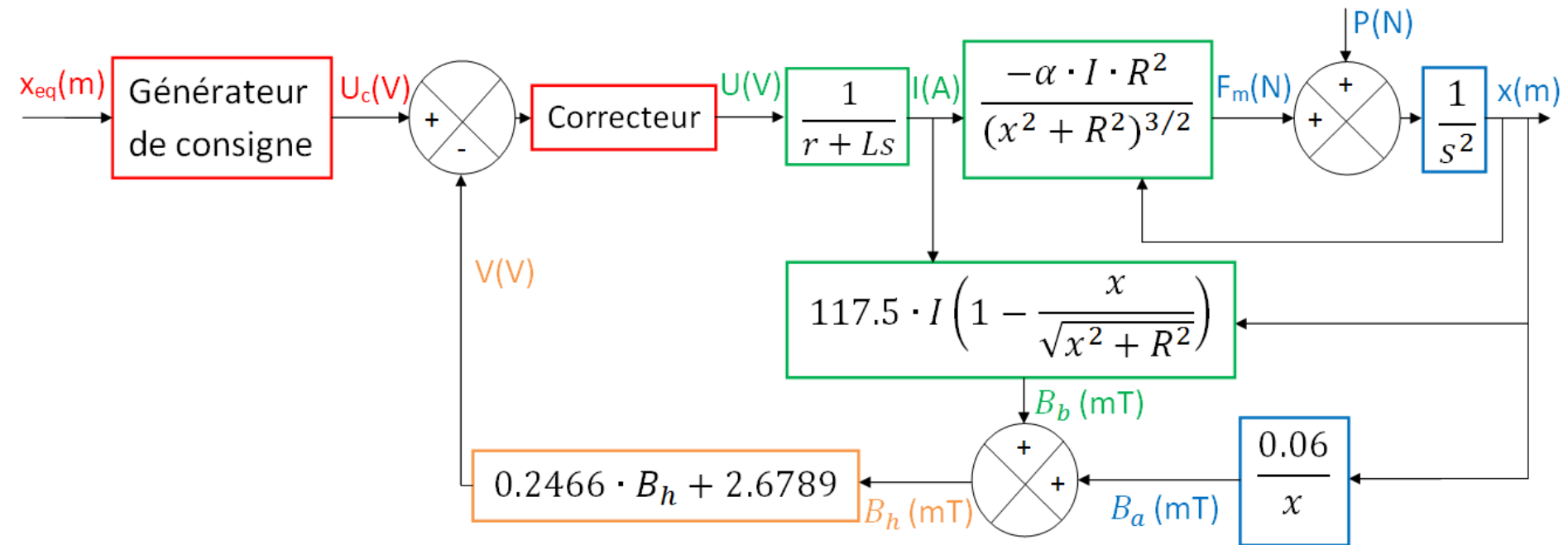
b. Gain à appliquer

Théorie : correction proportionnelle n'assure pas la stabilité en position de l'aimant

Pratique: plus le gain appliqué est grand, et moins le système est instable

Gain maximum de l'amplificateur à notre disposition (environ 300) → stabilisation assurée grâce au bruit en sortie de l'amplificateur ?

III) Mise en place de l'asservissement



IV) Résultats expérimentaux

Résultat:

- Correction proportionnelle suffisante: sustentation plutôt stable alors que la théorie prévoit la persistance de l'instabilité

Limites:

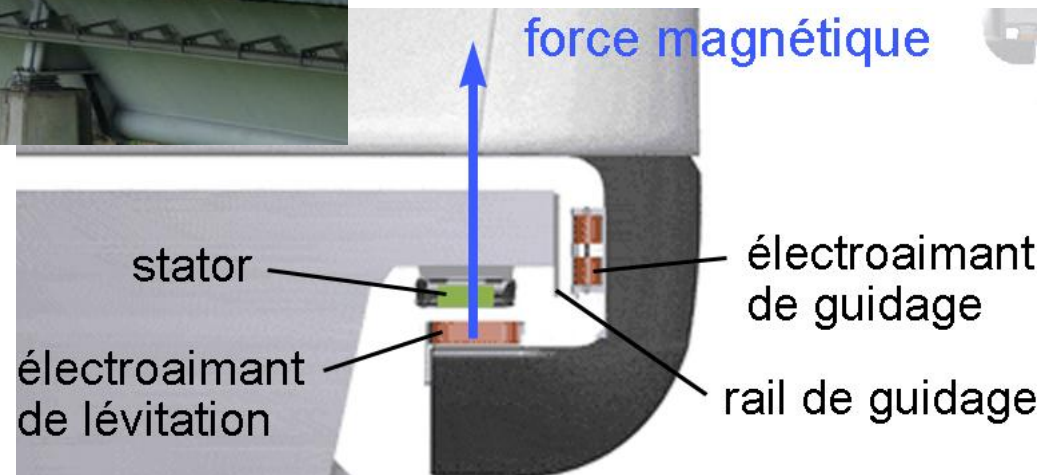
- Apparition de vibrations qui parfois entraînent un décrochage de l'aimant de sa position d'équilibre
- Difficultés à trouver le réglage parfait
- Pas de détermination théorique du gain adéquat

Remarque:

- rotation de l'aimant sur lui-même autour de l'axe de la bobine



IV) Résultats expérimentaux



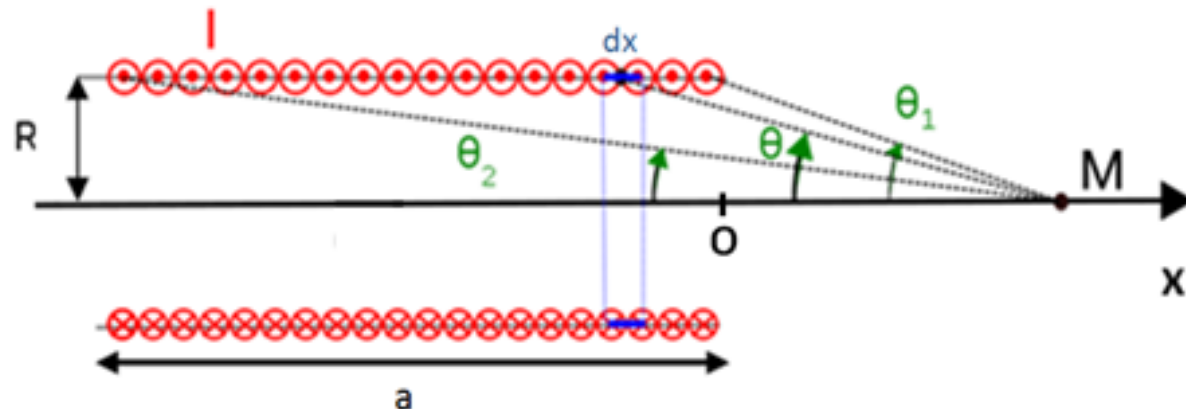
ANNEXE

Théorie Bb

Calcul de B_b à l'extérieur d'un solénoïde :

On considère un solénoïde d'axe (Ox) , de rayon R , de longueur a , constitué de n spires par unité de longueur, chacune étant parcourue par une intensité de courant I .

Soit M un point de l'axe (Ox) . On pose θ_1 et θ_2 les angles sous lesquels on voit depuis M respectivement l'avant et l'arrière du solénoïde par rapport à (Ox) .



On appelle μ_r le produit de la perméabilité du vide et de la perméabilité relative du noyau ferromagnétique du solénoïde.

Tout plan π contenant (Ox) est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant donc : $M \in \pi \Rightarrow \overrightarrow{B_b(M)} = B_b(x)\overrightarrow{u_x}$

On admet l'expression de $\overrightarrow{dB(I, M)}$ ($M \in (Ox)$) à l'extérieur d'un solénoïde de longueur dx et de nombre linéique de spires n :

$$\overrightarrow{dB(I, M)} = \frac{\mu_r n I}{2R} \sin^3(\theta) dx \overrightarrow{u_x}$$

Or, $\tan(\theta) = \frac{R}{x} \Leftrightarrow x = \frac{R}{\tan(\theta)} \Leftrightarrow \frac{dx}{d\theta} = \frac{-R}{\sin^2(\theta)}$ donc $\overrightarrow{dB_b(I, x)} = -\frac{\mu_r n I}{2} \sin(\theta) d\theta \overrightarrow{u_x}$ et en intégrant de θ_1 à θ_2 :

$$\overrightarrow{B_b(I, x)} = \frac{\mu_r I n}{2} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \overrightarrow{u_x}$$

Par relations trigonométriques, on obtient alors : $\overrightarrow{B_b(I, x)} = \frac{\mu_r I n}{2} \left(\frac{x+a}{\sqrt{R^2+(x+a)^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$

En considérant que $a^2 \gg R^2$, on a finalement : $\overrightarrow{B_b(I, x)} = \frac{\mu_r I n}{2} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \right) \overrightarrow{u_x} = 0.1175 I \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$