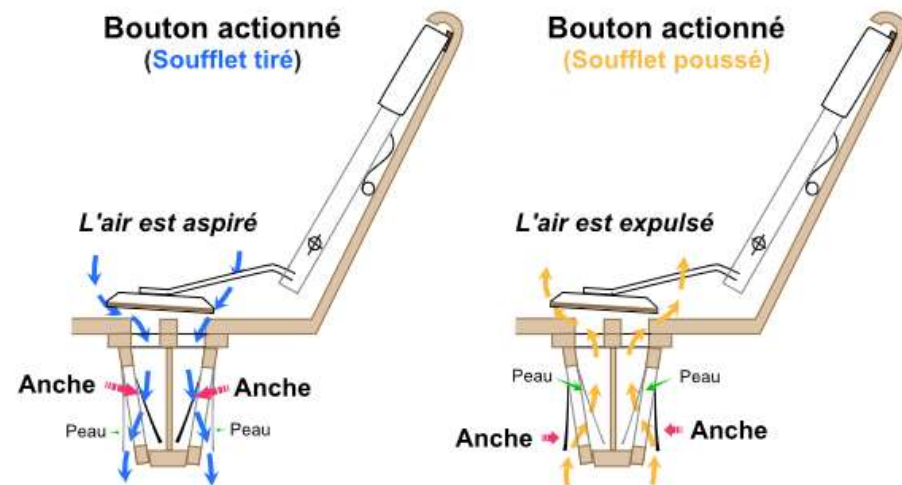
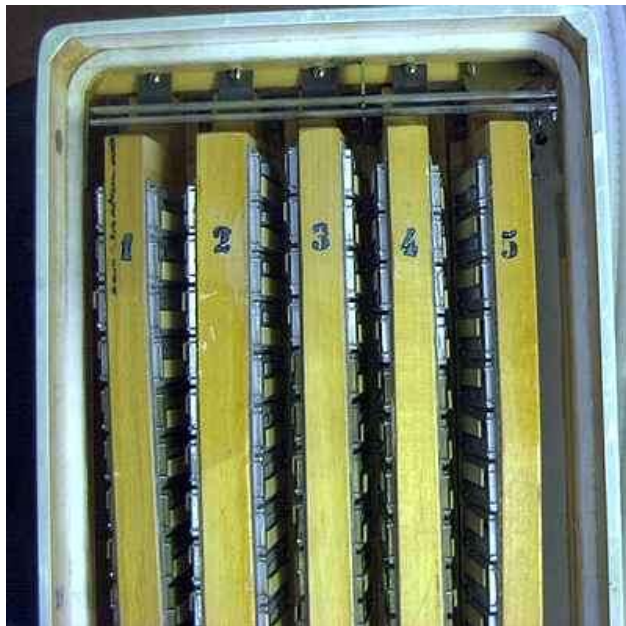


L'Anche dans l'accordéon



37 mm

L'Anche d'accordéon

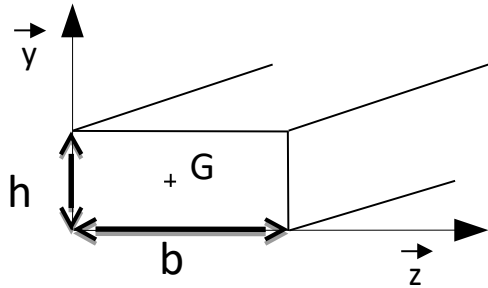
Comment modéliser le mouvement oscillant de l'anche et quelles sont ses caractéristiques ?



- A. Paramètres de l'anche
- B. Modèles simplifiés
- C. Comparaison des résultats

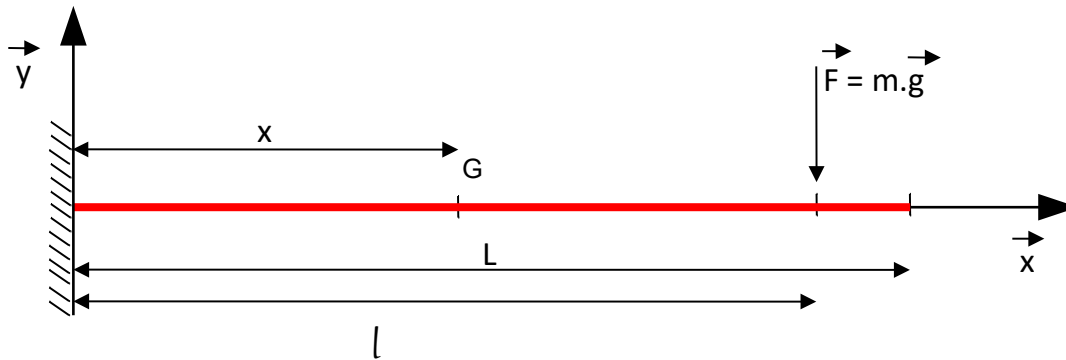
A.1 Paramètres de l'anche

Module d'Young en encastrement



Moment quadratique :

$$I_{Gz} = b \times \left(\frac{h^3}{12} \right) = 1,37 \times 10^{-14} \text{ m}^4$$



Conditions aux Limites :

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(0)=0 \end{cases} \quad E = \frac{\left(\frac{1}{3} \right) \times l^3 \times m \times g}{y(l) \times l}$$

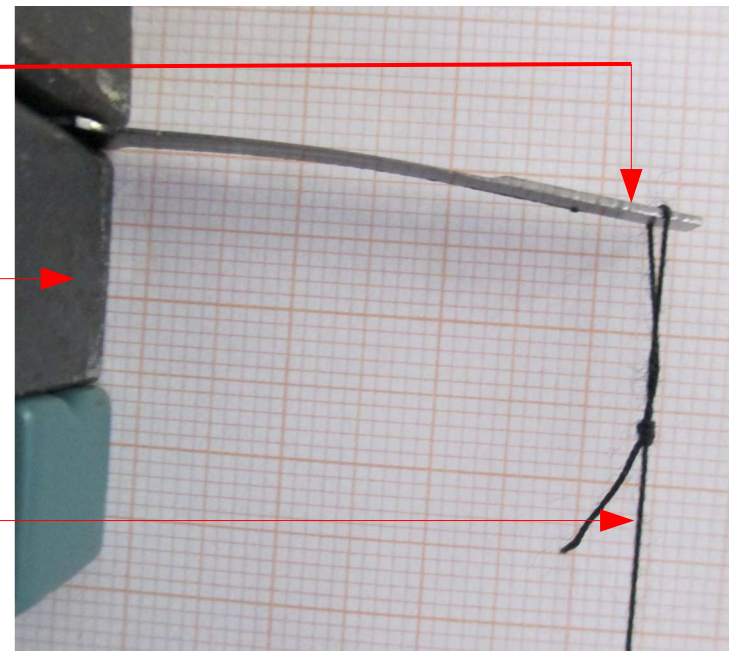
$$E = (110 \pm 30) \text{ GPa}$$



Surépaisseur

Encastrement

Fil supportant
les masselottes



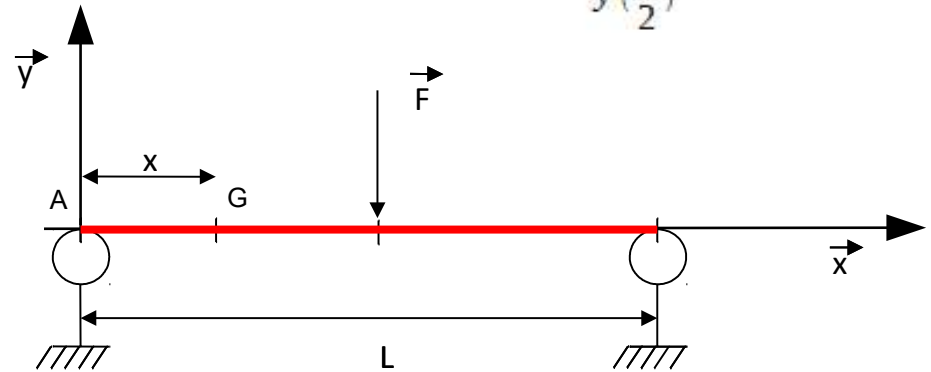
A.1 Paramètres de l'anche

Module d'Young en flexion trois points

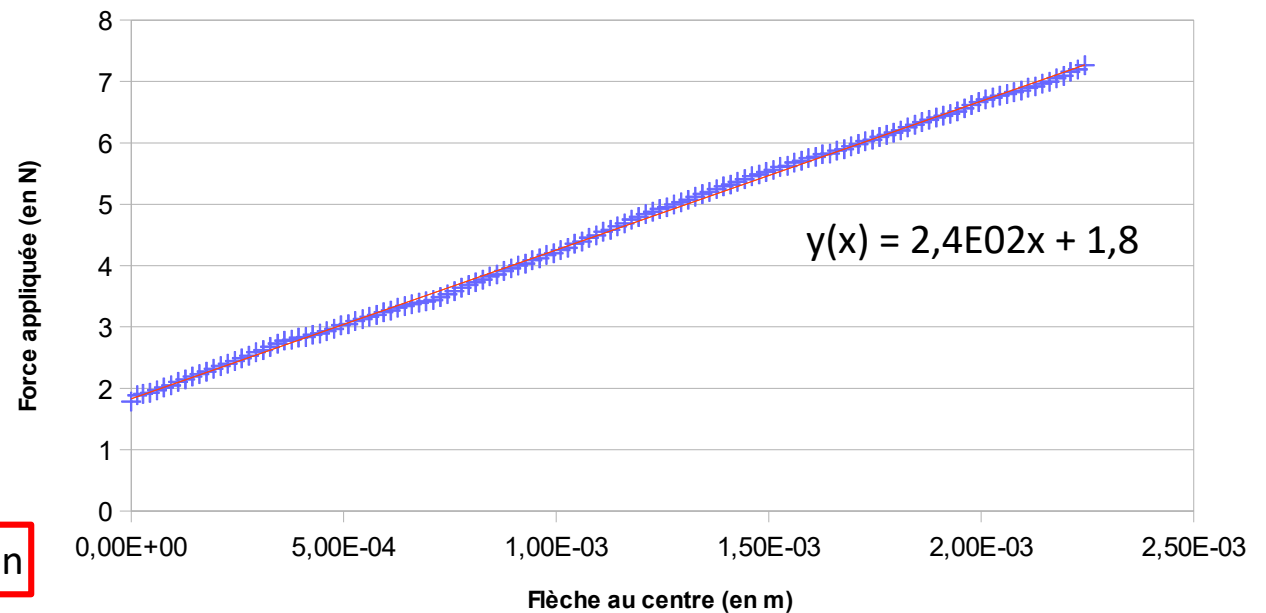
Conditions aux Limites :

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(L/2)=0 \end{cases}$$

D'où : $\frac{F}{y(\frac{L}{2})} = -E \times I \times (\frac{48}{L^3})$



Expérience de flexion trois points



Lame

Anche

Machine de traction

$E = (72 \pm 2) \text{ GPa}$

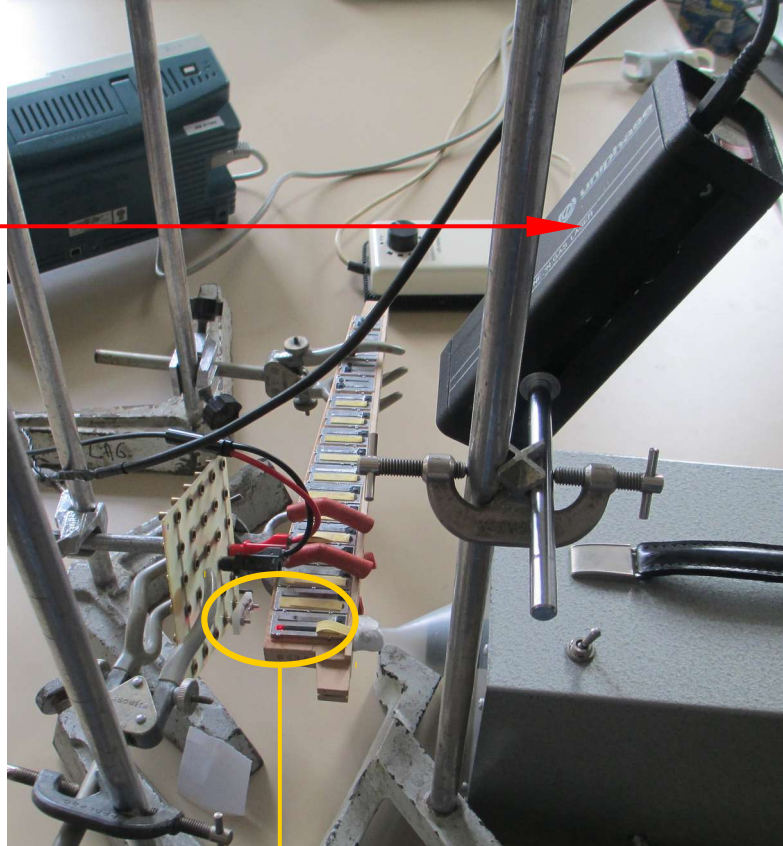
A.2 Paramètres de l'anche

Fréquence (photodiode)

Laser

Photodiode

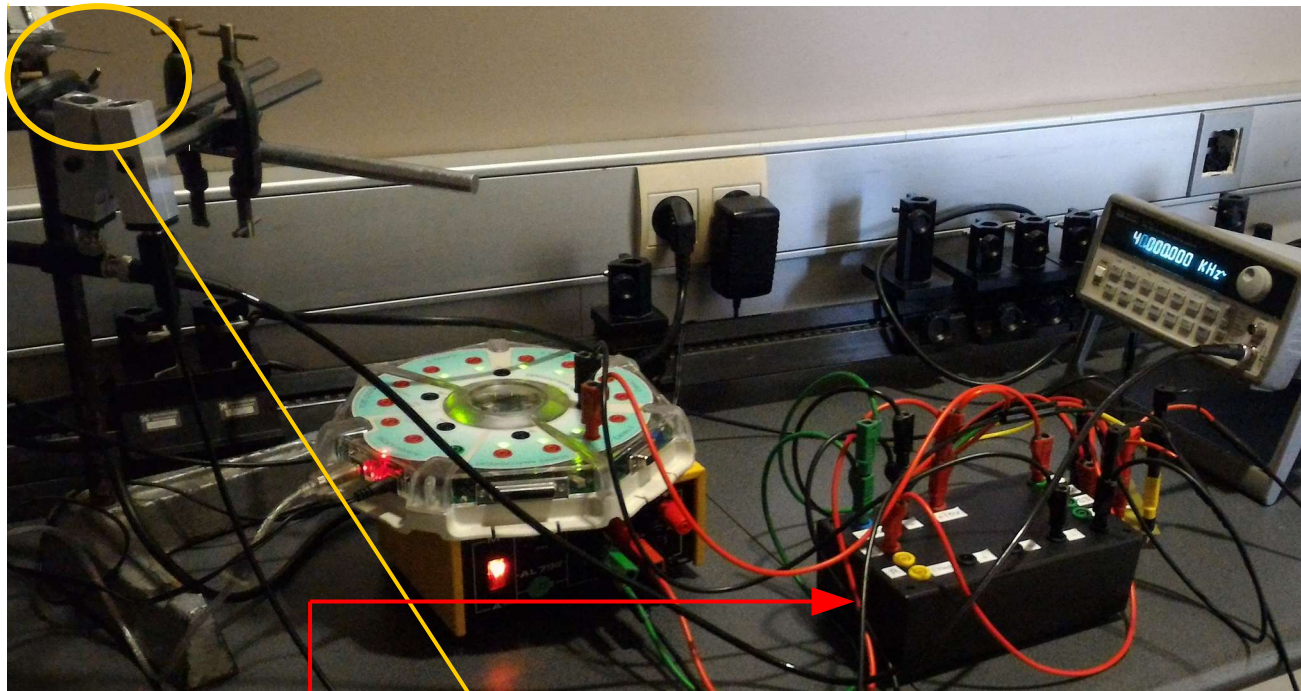
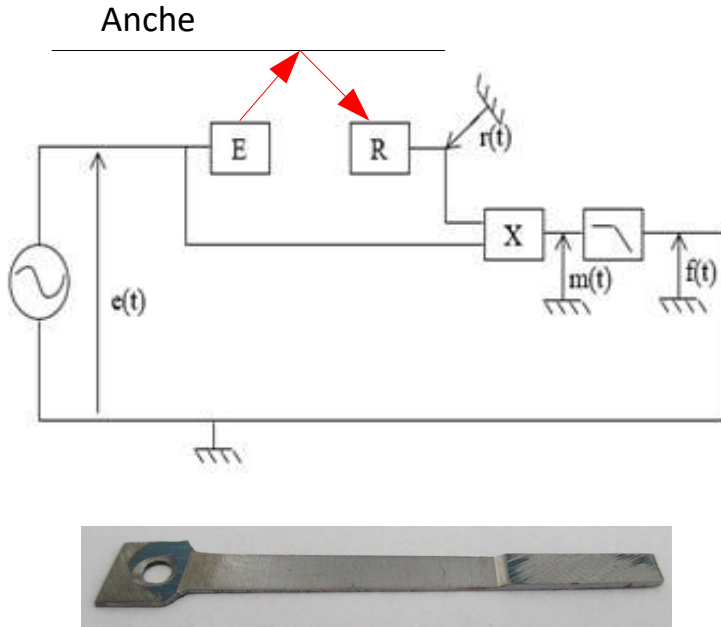
Anche



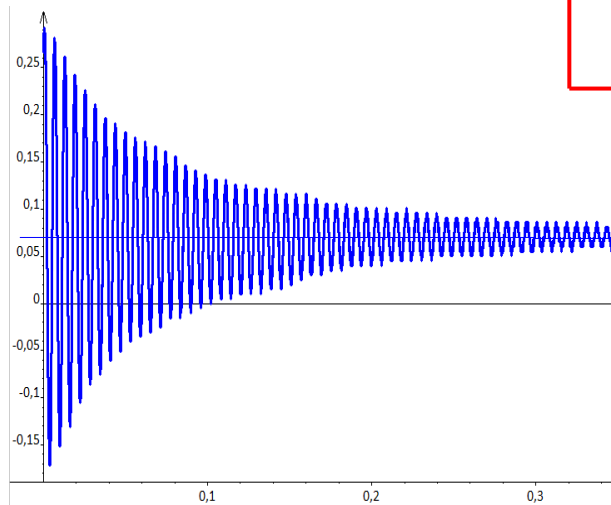
$$f = (155 \pm 1) \text{ Hz (mib)}$$

A.2 Paramètres de l'anche

Fréquence (ultrasons)



Tension (en V)



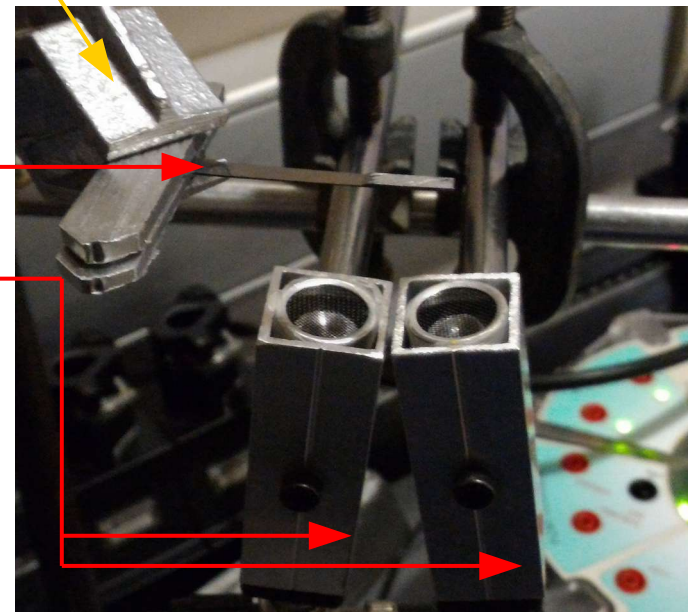
Temps (en s)

Filtre Passe-bas

Anche

Émetteur/Récepteur
ultrasons

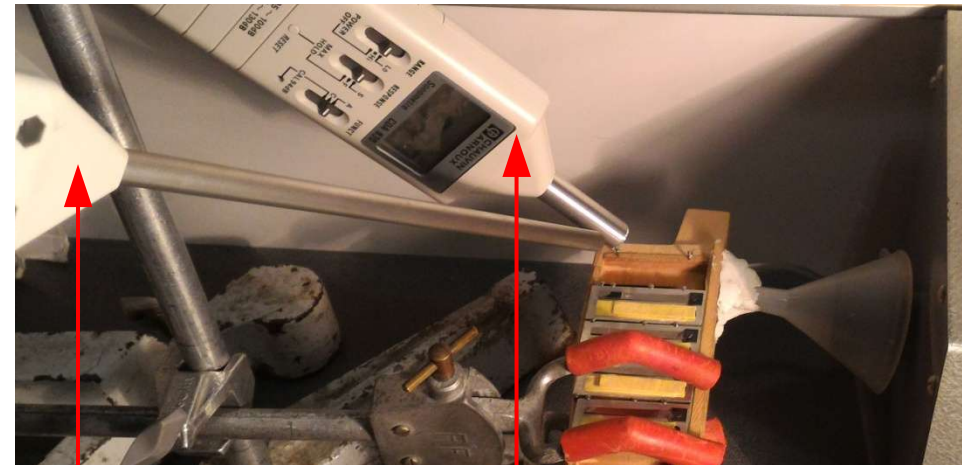
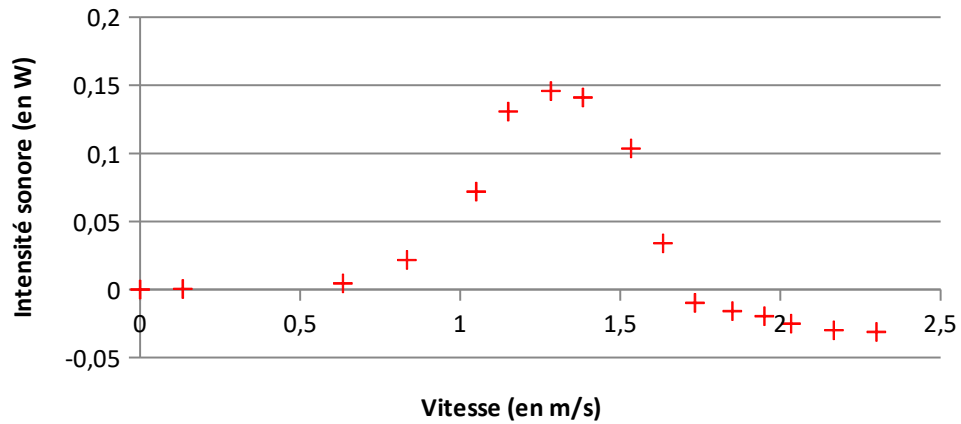
$Q = 132$
 $f = 163 \text{ Hz}$ (mi)



A.3 Paramètres de l'anche

Intensité en fonction de la surpression et de la vitesse

Intensité sonore en fonction de la vitesse



Micro d'exploration

Sonomètre

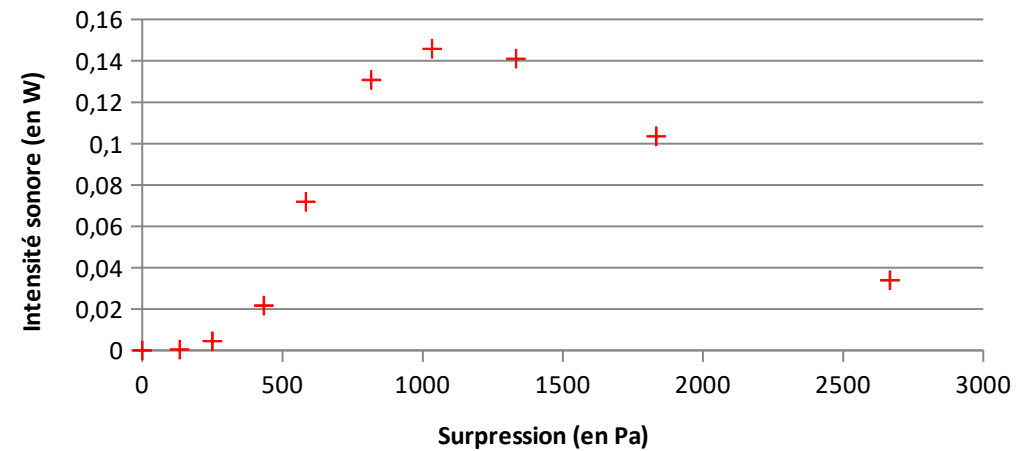


Anémomètre

Sommier

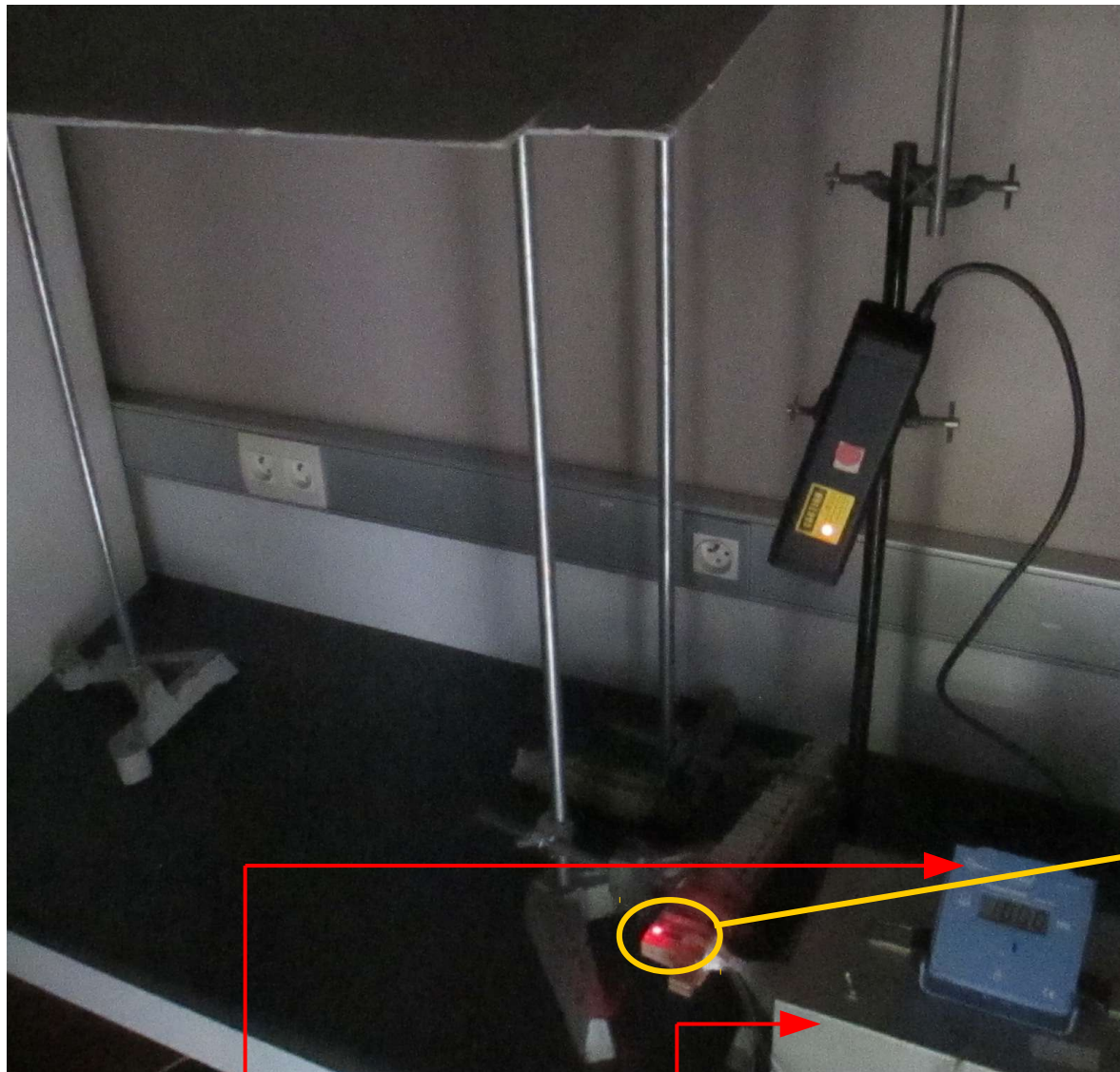
Soufflerie

Intensité en fonction de la surpression



A.4 Paramètres de l'anche

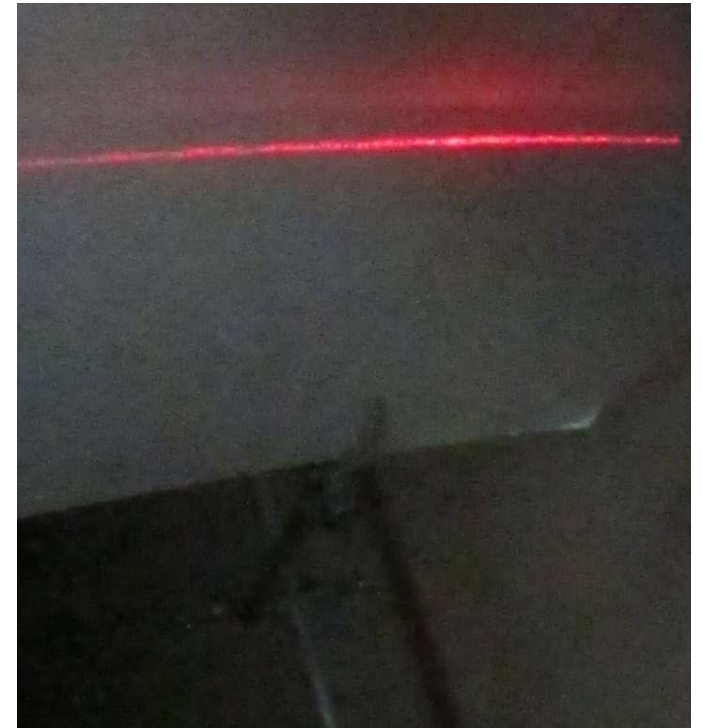
Modes de vibrations



Manomètre

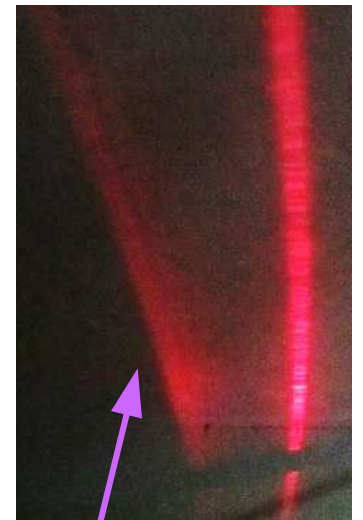
Soufflerie

Anche + Cadre

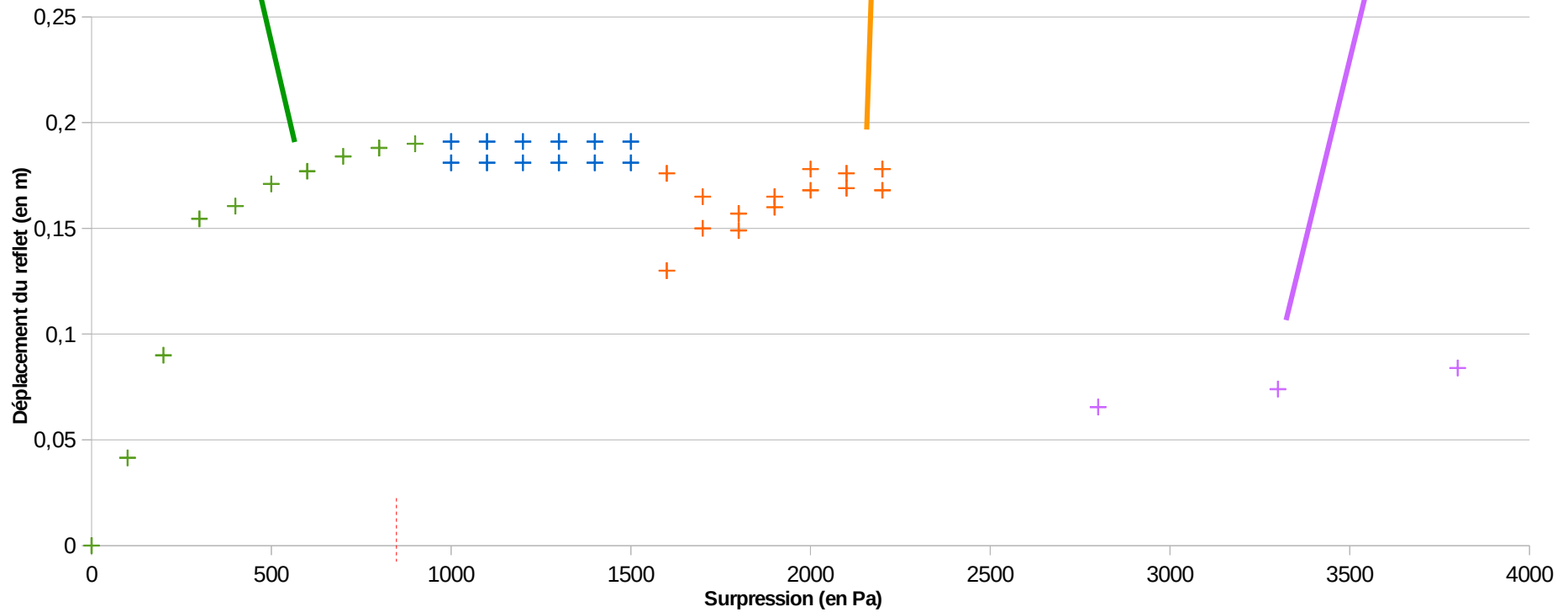


A.4 Paramètres de l'anche

Modes de vibrations

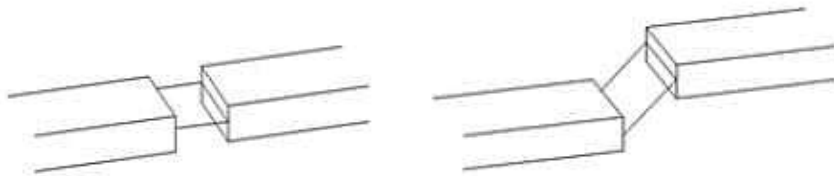


Amplitude reflet laser en fonction de la Surpression



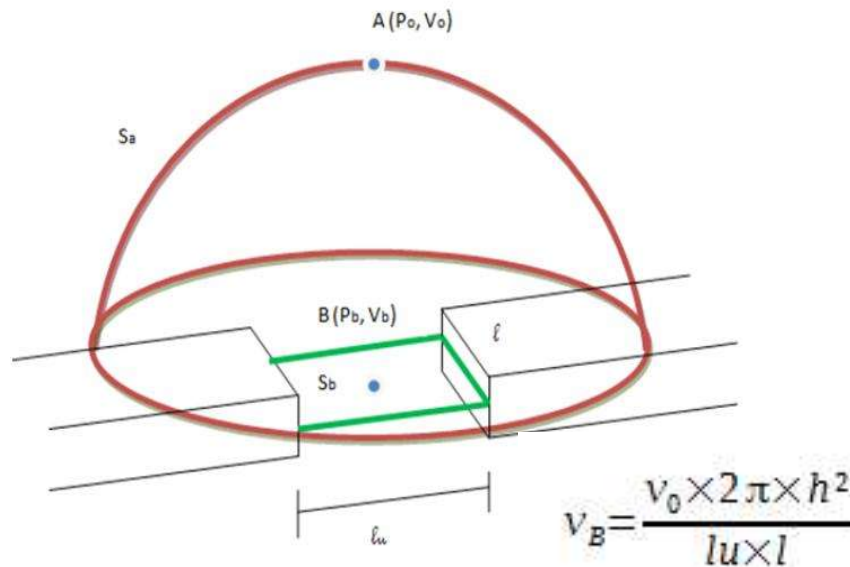
B.1 Modèles simplifiés

Surface variable au cours du temps :

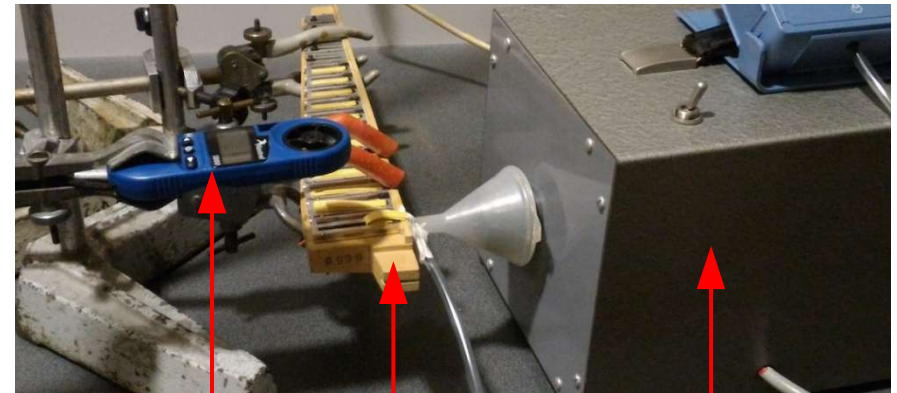


$$\begin{cases} y(t) = y_0 + e \times \cos(\omega \cdot t) \\ v(t) = \frac{v_B \times S_0}{S(t)} \end{cases}$$

Conservation du débit volumique :



Régime dépendant du temps

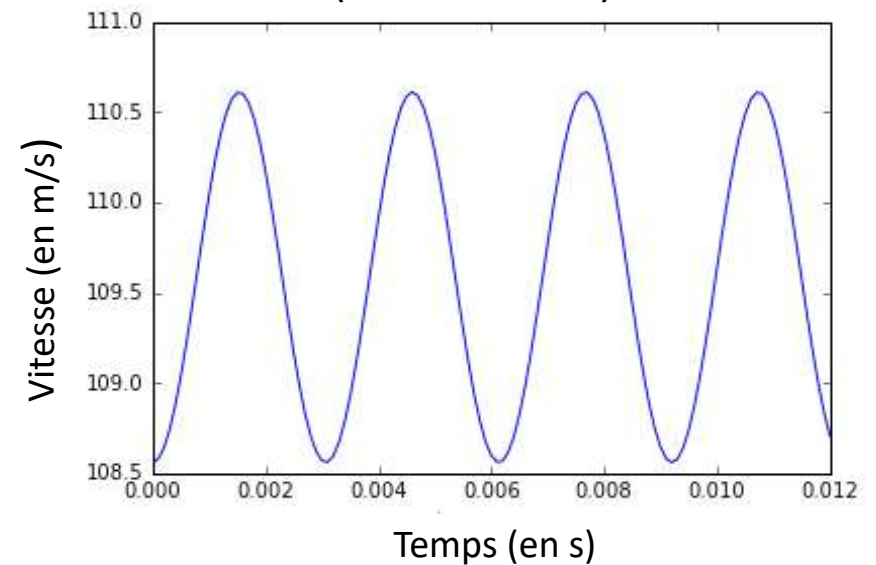


Anémomètre

Sommier

Soufflerie

Vitesse d'écoulement en fonction du temps
(modélisation)



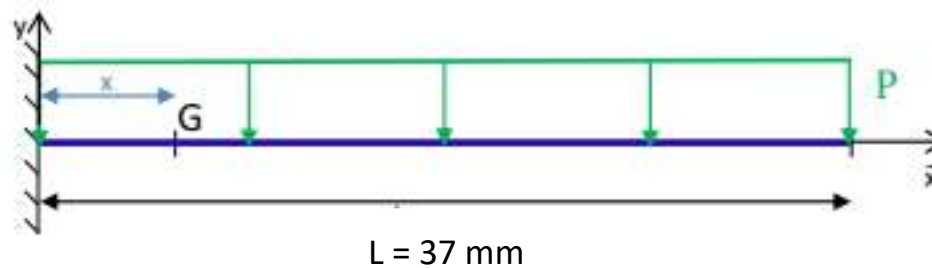
→ $Re \approx 3300$

→ La surpression varie

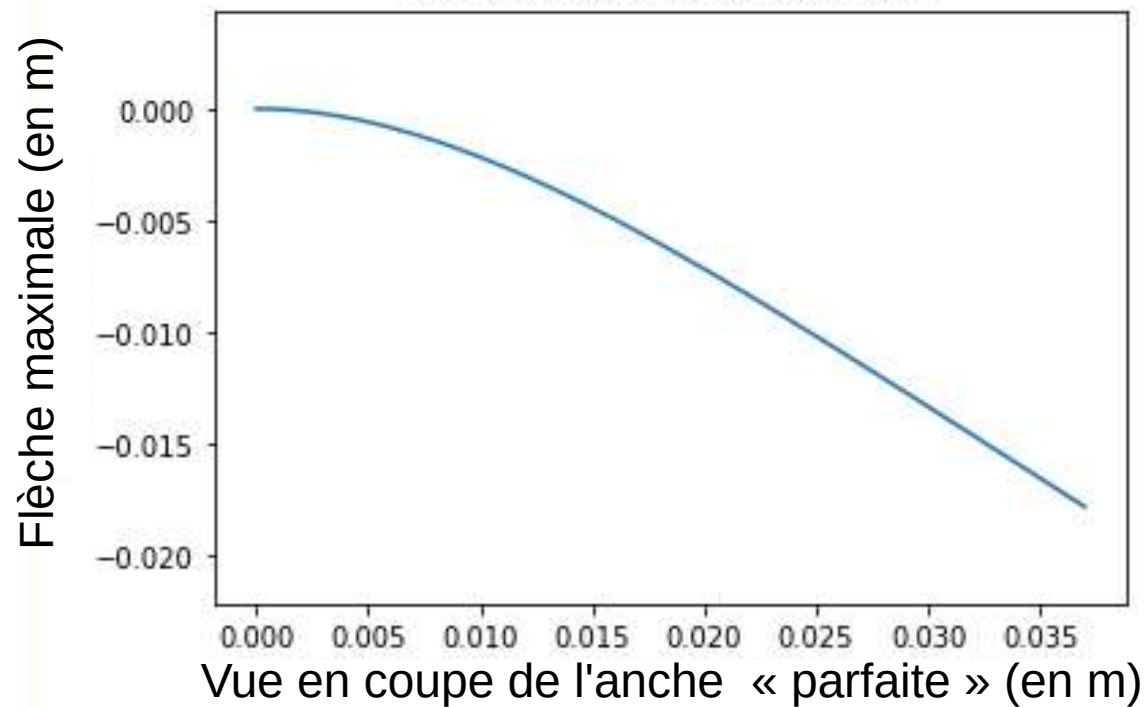
→ Régime non stationnaire

B.2 Modèles simplifiés

Modèle Python



Déformation de l'anche parfaite

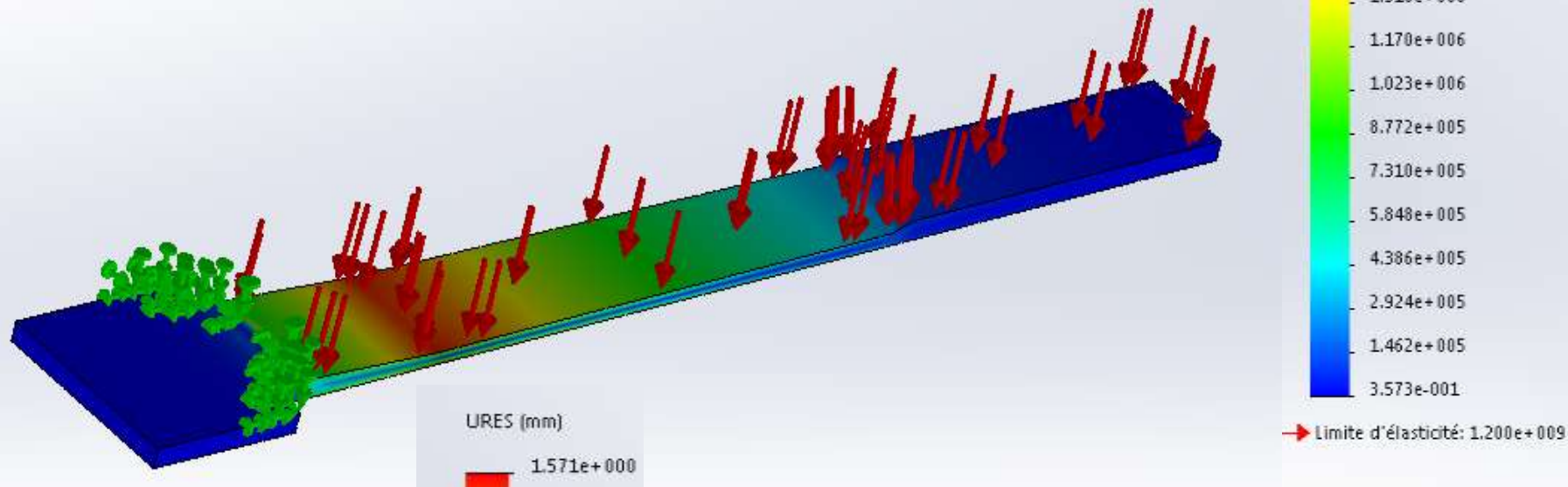


Problème : Élongation très importante

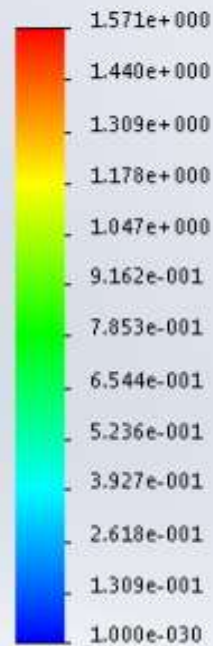
B.3 Modèles simplifiés

Modèle SolidWorks Simulation

Contrainte (100 Pa)



URES (mm)

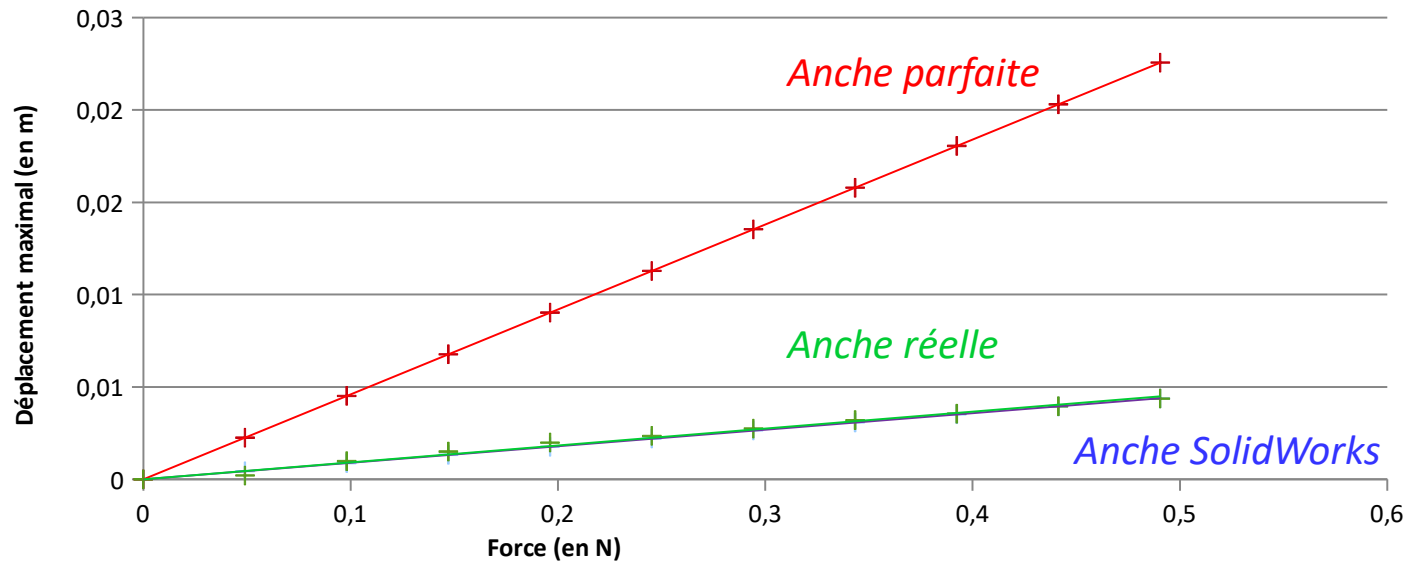


Déplacement (100 Pa)

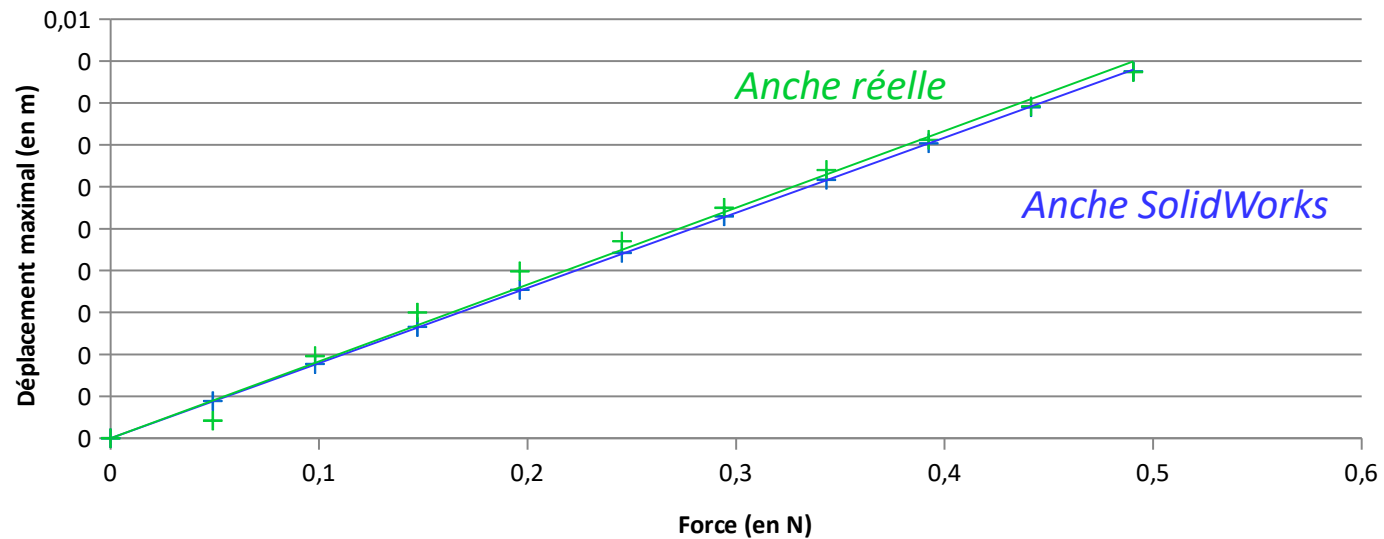
C.1 Comparaison des résultats

Comparaison par rapport à l'ancre réelle

Déplacement maximal en fonction de la force appliquée



Déplacement maximal en fonction de la force appliquée (zoom)

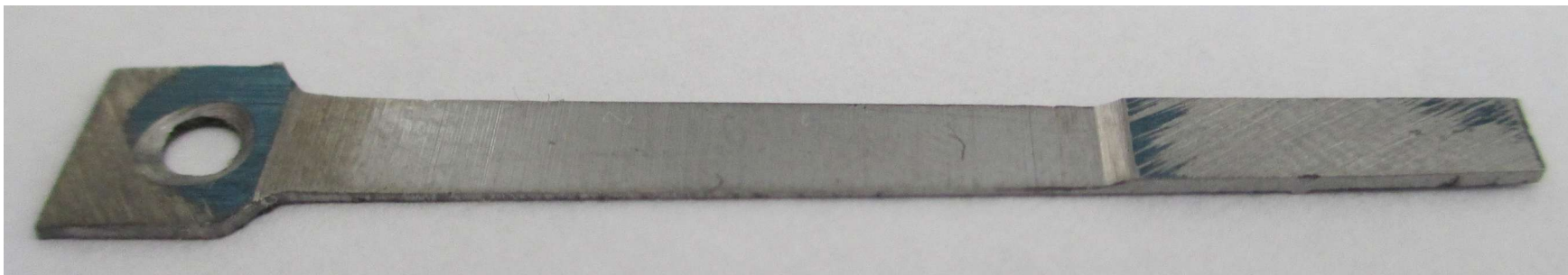
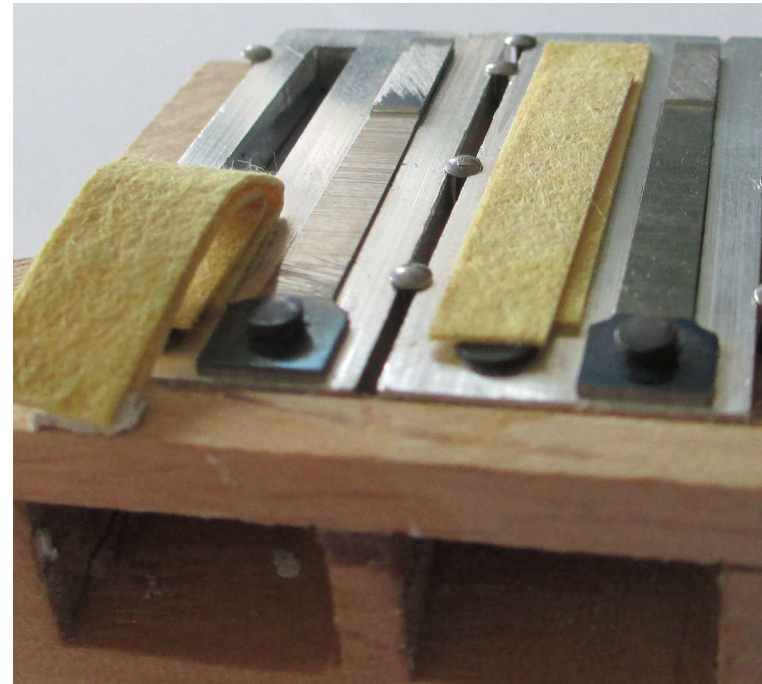


C.2 Comparaison des résultats *Conclusion*

Comment modéliser le mouvement oscillant de l'anche et quelles sont ses caractéristiques ?

Facteurs caractéristiques :

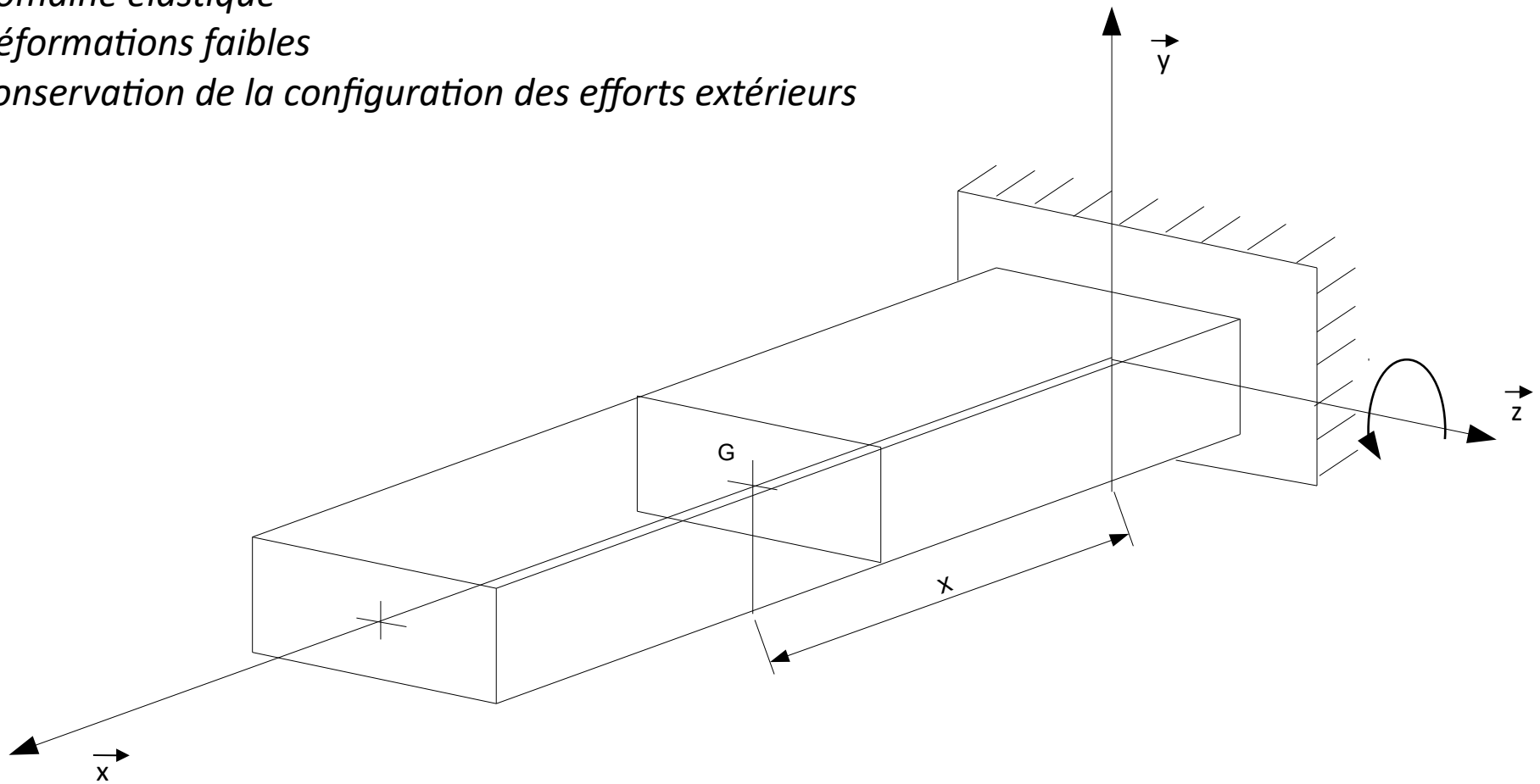
- *Surépaisseur*
- *Surpression*
- *Lumière*
- *Relation de Bernoulli en régime non stationnaire*



Annexe 1 : Résistance des Matériaux

Hypothèses :

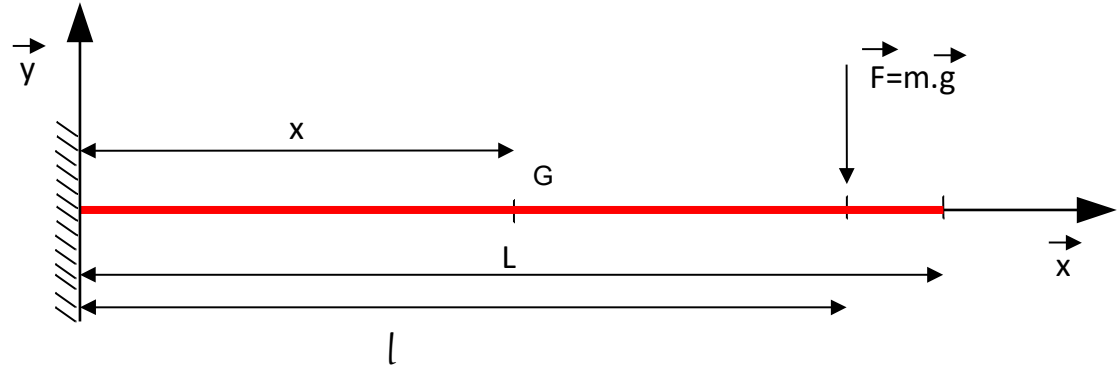
- *Domaine élastique*
- *Déformations faibles*
- *Conservation de la configuration des efforts extérieurs*



Annexe 2 : Module d'Young en encastrement (calculs)

- Définition du torseur de cohésion :

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{cohésion}} &= -\mathbf{T}_{(\text{ext} \rightarrow \text{G})} = \mathbf{T}_{(\text{ext} \rightarrow \text{D})} \\ &= \mathbf{G} \left\{ \begin{array}{l} -F \times \vec{y} \\ -(l-x) \times m \times g \times \vec{z} \end{array} \right. \end{aligned}$$



- Conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0)=0 \\ y'(0)=0 \end{array} \right.$$

Calcul de l'équation de la déformée :

$$E \times I \times y''(x) = -(l-x) \times m \times g$$

$$E \times I \times y'(x) = -\left(l - \frac{x}{2}\right) \times x \times m \times g$$

$$E \times I \times y(x) = -\left(\frac{l \times x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) \times m \times g$$

$$y(l) \times E = \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{l^3 \times m \times g}{I}\right)$$

Annexe 3 : Module d'Young en flexion trois points (calculs)

- Définition du torseur de cohésion :

$$\mathbf{T}_{\text{cohésion}} = -\mathbf{T}_{(\text{ext} \rightarrow G)} = \mathbf{T}_{(\text{ext} \rightarrow D)}$$

$$\mathbf{T}_{\text{cohésion}} = - \left\{ \begin{array}{c} \frac{F}{2} \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \frac{F}{2} \vec{y} \\ -\frac{F}{2} x \times \vec{z} \end{array} \right\}_G$$

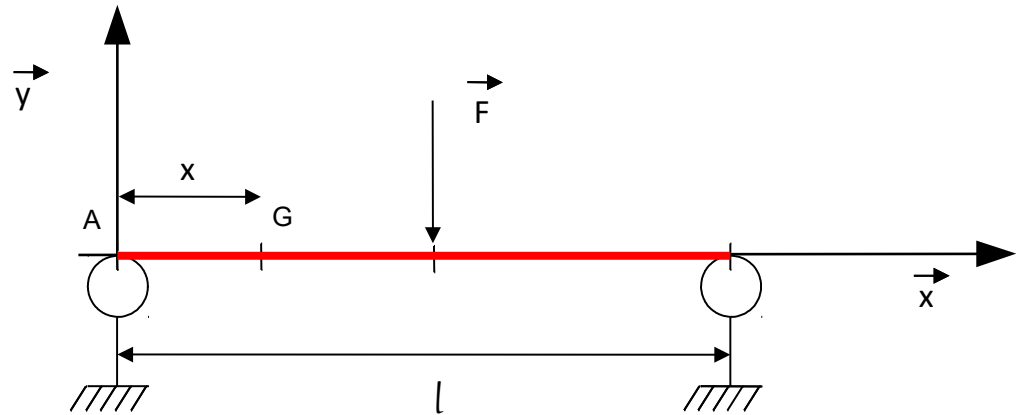
$$\mathbf{T}_{\text{cohésion}} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{F}{2} \vec{y} \\ \mu_{fz} = \frac{F}{2} \times x \end{array} \right\}_G$$

- Conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) = 0 \\ y'(\frac{l}{2}) = 0 \end{array} \right.$$

- Moment en G :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mu}_G = \vec{\mu}_A + \vec{GA} \wedge \vec{F} \\ \vec{\mu}_G = -\frac{x \times F}{2} \vec{z} \end{array} \right.$$



Calcul de l'équation de la déformée :

$$E \times I \times y''(x) = \frac{F}{2} \times x$$

$$E \times I \times y'(x) = \frac{F}{4} x^2 + c \quad c = \frac{-F \times l^2}{16}$$

$$E \times I \times y'(x) = \frac{F}{4} \times (x^2 - \frac{l^2}{4})$$

$$E \times I \times y(x) = (\frac{F}{4}) \times (\frac{x^3}{3} - \frac{l^2}{4} \times x)$$

Annexe 4 : Déformation pour une surpression uniforme (calculs)

- Définition du torseur de cohésion :

$$T_{\text{cohésion}} = -T_{(\text{ext} \rightarrow G)} = T_{(\text{ext} \rightarrow D)}$$

$$T_{\text{cohésion}} = \begin{cases} -P \times (L-x) \times \vec{y} \\ -P \times (L-x) \times \left(\frac{L-x}{2}\right) \times \vec{z} \end{cases}$$



- Conditions aux limites :

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(0)=0 \end{cases}$$

Calcul de l'équation de la déformée :

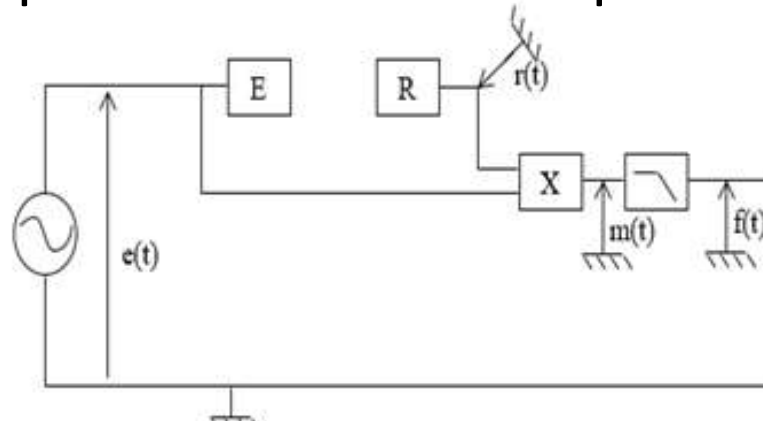
$$\begin{cases} E \times I \times y''(x) = M_z = \frac{-P \times (L-x)^2}{2} \\ E \times I \times y'(x) = -\left(\frac{P}{6}\right) \times (L-x)^3 - \left(\frac{P}{6}\right) \times L^3 \\ E \times I \times y(x) = M_z = -\left(\frac{P}{24}\right) \times ((L-x)^4 - L^4) - \left(\frac{P}{6}\right) \times L^3 \times x \end{cases}$$

$$y(L) = -\left(\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{P}{E \times I}\right) \times L^4$$

Annexe 5 : Lois d'entrée/sortie (tableaux de valeurs)

U1 (en V)	Vmoy (en m/s)	L soufflerie (dB)	I soufflerie (W)	I système (dB)	I système (W)	I Anche (W)	Surpression moyenne (Pa)
20,4	6,800E+00	47,5	5,623E-08	47,5	5,623E-08	0,000E+00	0
30,5	1,017E+01	65,2	3,311E-06	81,4	1,380E-04	4,347E-04	133,33
41,4	1,380E+01	76,1	4,074E-05	96,5	4,467E-03	4,429E-03	250
51,2	1,707E+01	83,4	2,188E-04	103,4	2,188E-02	2,168E-02	433,33
62	2,067E+01	87,5	5,623E-04	108,6	7,244E-02	7,184E-02	583,333
72,9	2,430E+01	91	1,259E-03	111,2	1,318E-01	1,307E-01	816,667
82,4	2,747E+01	93,4	2,188E-03	111,7	1,479E-01	1,458E-01	1033,33
93,1	3,103E+01	96	3,981E-03	111,6	1,445E-01	1,410E-01	1333,33
103,9	3,463E+01	98,1	6,457E-03	110,4	1,096E-01	1,035E-01	1833,33
114,8	3,827E+01	99,9	9,772E-03	106,4	4,365E-02	3,393E-02	2667,77
125,7	4,190E+01	101,4	1,380E-02	96	3,981E-03	-9,820E-03	Résultats non exploitables
137,6	4,587E+01	103,4	2,188E-02	97,8	6,026E-03	-1,587E-02	
148,6	4,953E+01	104,3	2,692E-02	98,6	7,244E-03	-1,966E-02	
159,4	5,313E+01	105,6	3,631E-02	100,5	1,122E-02	-2,510E-02	
171,2	5,707E+01	106,6	4,571E-02	102	1,585E-02	-2,990E-02	
181,6	6,053E+01	107,05	5,070E-02	102,9	1,950E-02	-3,120E-02	

Annexe 6 : Fréquence et facteur de qualité (calculs)



Tr le déphasage dû au temps de parcours.

Réglé ensuite expérimentalement à $\pi/4$ pour simplifier.

Approximation des petits angles, ϕ (image de l'angle entre l'ancre et l'horizontale) étant supposé très petit.

On approxime alors $T \approx T_0$

Décroissement logarithmique

$$f \approx f_0 \approx 163 \text{ Hz}$$

$$\begin{cases} e(t) = E \times \cos(\omega_0 \cdot t) \\ r(t) = R \times \cos(\omega_0 \cdot t - \varphi(\omega_r) - 2 \times T_r) \\ m(t) = k \times e(t) \times r(t) = k \times E \times R \times \cos(\omega_0 \cdot t) \times \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi(\omega_r) - 2 \times T_r) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(t) = \left(\frac{1}{2}\right) \times k \times E \times R \times (\cos(2 \times T_r - \varphi(\omega_r)) + (\cos(2 \times \omega_0 \cdot t - 2 \times T_r + \varphi(\omega_r)))) \\ m(t) = -\left(\frac{1}{2}\right) \times k \times E \times R \times (\sin(\varphi(\omega_r)) + \sin(2 \times \omega_0 \cdot t + \varphi(\omega_r))) \\ m(t) = -\left(\frac{1}{2}\right) \times k \times E \times R \times (\varphi(\omega_r) + \sin(2 \times \omega_0 \cdot t + \varphi(\omega_r))) \end{cases}$$

$$f(t) = -k \times E \times R \times \left(\frac{\varphi(\omega_r)}{2}\right)$$

Passe-bas

$$\begin{cases} \delta = \left(\frac{1}{n}\right) \times \ln\left(\frac{U(t) - U_\infty}{U(t+n \cdot t) - U_\infty}\right) = \frac{\omega_0 \times T}{2 \times Q} \\ \delta = \left(\frac{1}{50}\right) \times \ln\left(\frac{281,7 - 0,07}{85,51 - 0,07}\right) \\ Q = \frac{\pi}{\delta} \approx 131,69 \end{cases}$$

Annexe 7 : Modes de vibrations (tableau)

Surpression (Pa)	déplacement moyen (en cm)	Observations :
100	4,15	
200	9	
300	15,45	
400	16,05	oscillations d'amplitude stable
500	17,1	
600	17,7	
700	18,4	
800	18,8	
900	19	
1000	18,1 – 19,1	
1100	18,1 – 19,1	
1200	18,1 – 19,1	oscillations d'amplitude variable
1300	18,1 – 19,1	de variation stable, indépendante
1400	18,1 – 19,1	de la surpression sur l'intervalle
1500	18,1 – 19,1	considéré
1600	13 – 17,6	
1700	15 – 16,5	
1800	14,9 – 15,7	
1900	16 – 16,5	variations instables de l'amplitude
2000	16,8 – 17,8	des oscillations. Comportement
2100	16,8 – 17,8	chaotique
2200	16,8 – 17,8	
2800	6,55	
3300	7,4	saturation.
3800	8,4	Plus d'oscillations, anche bloquée
* reprise des oscillations lorsqu'on fait décroître la surpression dans la cavité		

Annexe 8 : Programme python régime dépendant du temps

```
8 """ écoulement incompressible -> conservation du débit volumique """
9 from math import *
10 import matplotlib.pyplot as plt
11
12 y0=0 #position de départ
13 e=5*10**-3 #élongation maximale
14 f=163 #fréquence de vibration
15 w=2*pi*f
16 lu=2.5**-4 #lumière
17 l=3*10**-3 #largeur
18 v0=0.5 #vitesse loin de l'écoulement
19 h=0.052 #distance caractéristique entre un point dans la lumière et un autre
20 #loin de tout
21 Vb=v0*(2*pi*h**2/(lu*l)) #vitesse initiale au milieu de la lumière
22
23 P0=10**5
24 P1=100 #surpression
25 mu=1
26 g=9.81
27 Pb=P0+0.5*mu*(v0**2-Vb**2)+mu*g*h
28 S0=lu*l
29 L=37*10**-3
30
31 temps=[t/10000 for t in range (121)]
32
33 def ordonnée(y0,e,t):
34     return(y0+e*cos(w*t))
35
36
37 def n(t):
38     return((lu**2+ordonnée(y0,e,t)**2)**0.5)
39
40 def Surface(y):
41     return(y*l)
42
43 """ on a  $v(A)*S(A)=v(B)*S(B)$  """
44 ### il nous faut définir la vitesse initiale au milieu de la lumière
45
46 def vit(n,t):
47     return(Vb*S0/Surface(n))
48
49 def vitesse():
50     W=[]
51     for t in temps :
52         N=n(t)
53         W.append(vit(N,t))
54     return(W)
55
56
57 plt.plot(temps,vitesse())
58 plt.xlabel("temps en s")
59 plt.ylabel("vitesse en m/s")
60 plt.show()
```

Annexe 9 : Programme python de l'anche parfaite

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 from decimal import Decimal
4
5 P=Decimal(100)
6 L=37*10**-3
7 largeur=Decimal(4*10**-3)
8 hauteur=Decimal(38*10**-5)
9 S=Decimal(largeur*Decimal(L))
10 E=Decimal(72*10**9)
11 I=Decimal(largeur*hauteur**3/12)
12
13 def f(x):
14     return -P*(((Decimal(L)-x)**4-Decimal(L)**4)/24+Decimal(L)**3*x/6)/E/I
15
16 ListeAbscisses=np.linspace(0,L,1001)
17 ListeOrdonnees=[Decimal(0)]*len(ListeAbscisses)
18 for i in range (len(ListeAbscisses)):
19     ListeOrdonnees[i]=f(Decimal(ListeAbscisses[i]))
20
21 plt.axis('equal')
22 plt.plot(ListeAbscisses,ListeOrdonnees)
23 plt.xlabel("vue en coupe de l'anche 'parfaite', echelle en metres")
24 plt.ylabel("fleche maximale en m")
25 plt.title("vue reelle du l'anche deformee")
26 plt.show()
```


Annexe 10 : Programme python (comparaison)

```
1 from decimal import Decimal
2
3 F=[Decimal(i*5*10**-3*9.81) for i in range(11)]
4 L=Decimal(37*10**-3)
5 l=L-Decimal(2.439**-3)
6 largeur=Decimal(4*10**-3)
7 hauteur=Decimal(38*10**-5)
8 S=Decimal(largeur*Decimal(L))
9 E=Decimal(72*10**9)
10 I=Decimal(largeur*hauteur**3/12)
11
12 def f(x):
13     return -F[x]*L**2*(l-Decimal(L/3))/I/E
14
15 Extremum=[Decimal(0)]*len(F)
16 for i in range(len(F)):
17     Extremum[i]=f(i)
18
19 print(Extremum[:2])
20
```