

# Sustentation électromagnétique

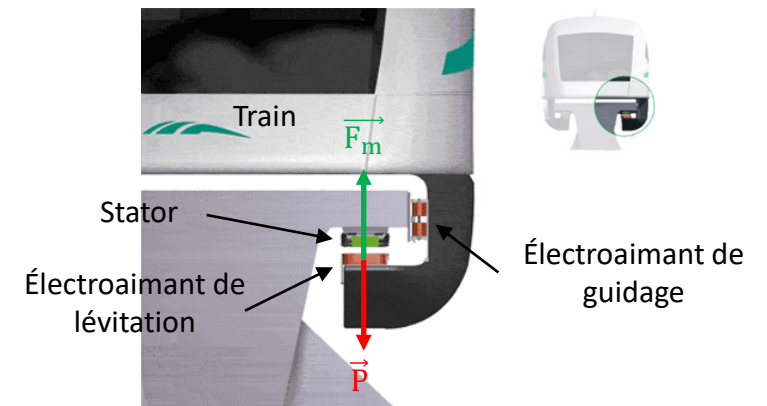
Plan d'étude:

- ❑ INTRODUCTION
- ❑ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ❑ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ❑ CONCLUSION



**Problématique:**

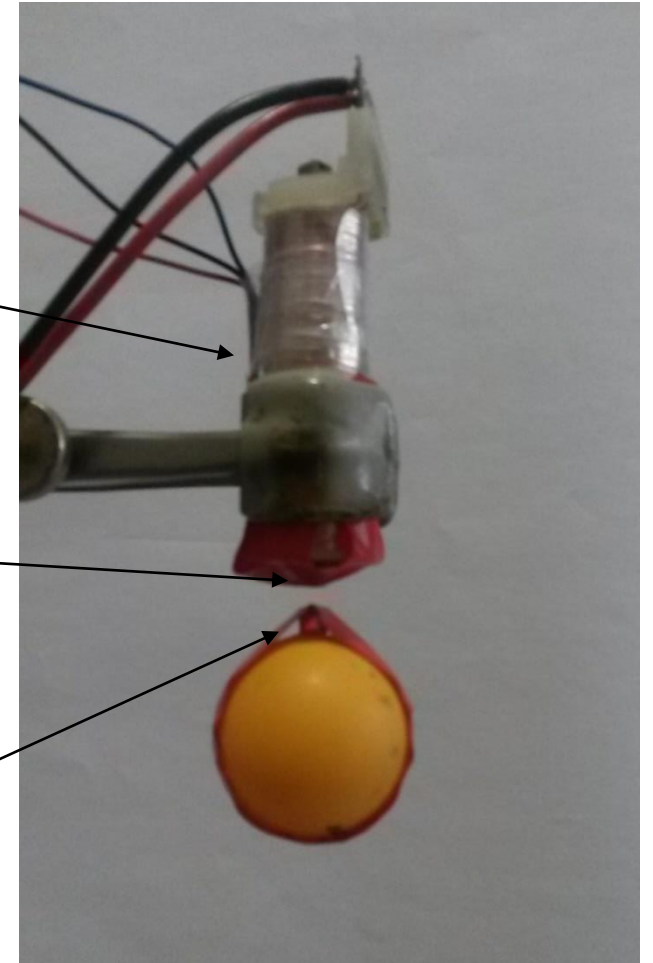
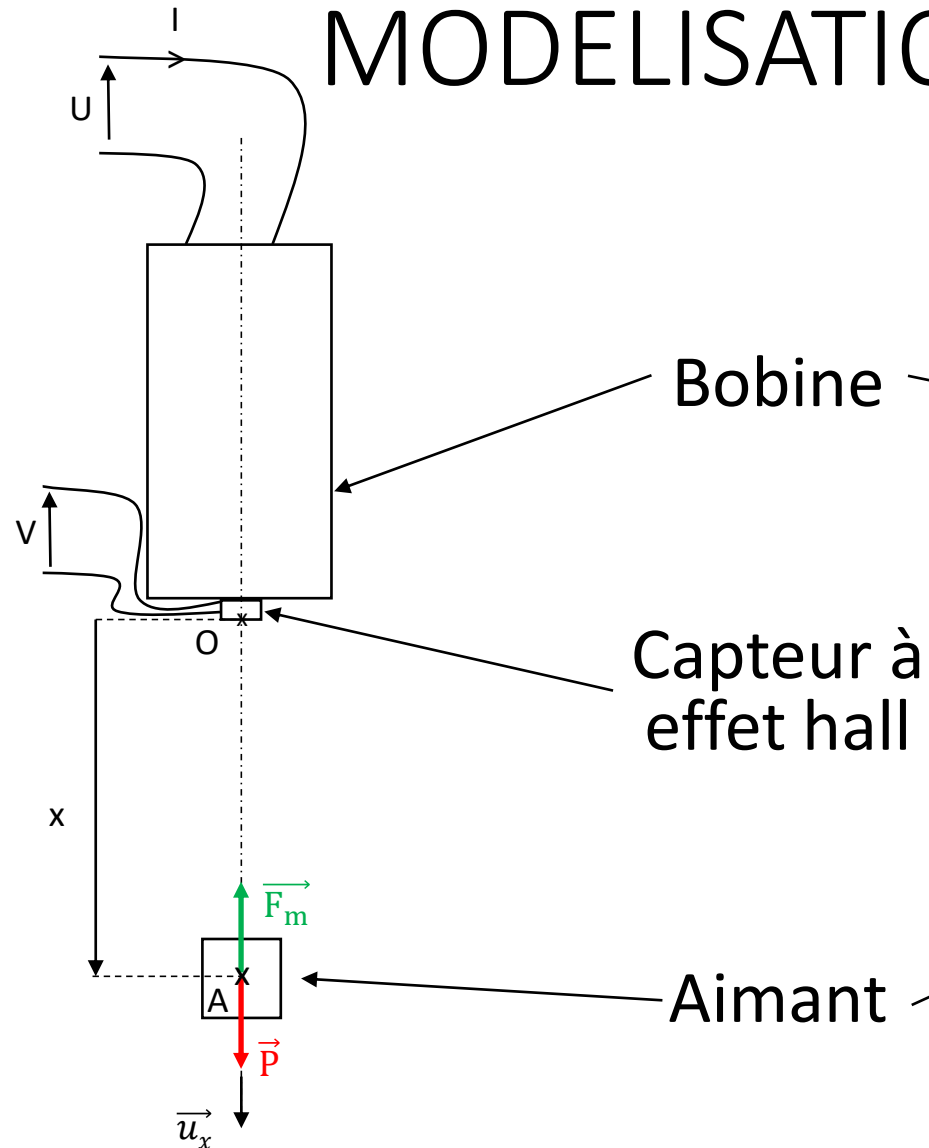
Comment faire léviter de manière stable un aimant?



# MODELISATION: Système

Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - **Système**
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ☐ CONCLUSION



# MODELISATION: Système

Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

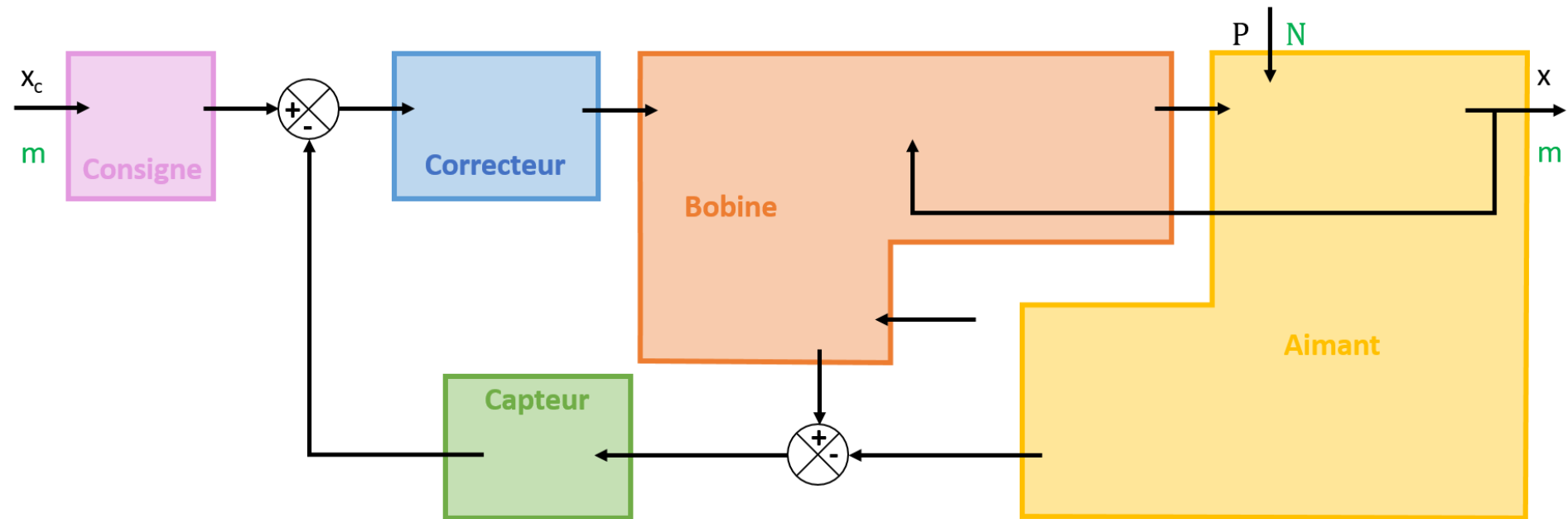
❑ MODELISATION

- **Système**
- Caractéristiques

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

❑ CONCLUSION



Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

❑ **MODELISATION**

- Système
- **Caractéristiques**

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

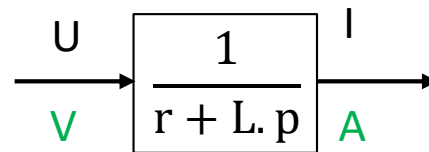
❑ CONCLUSION

# MODELISATION: Caractéristiques

- Bobine:

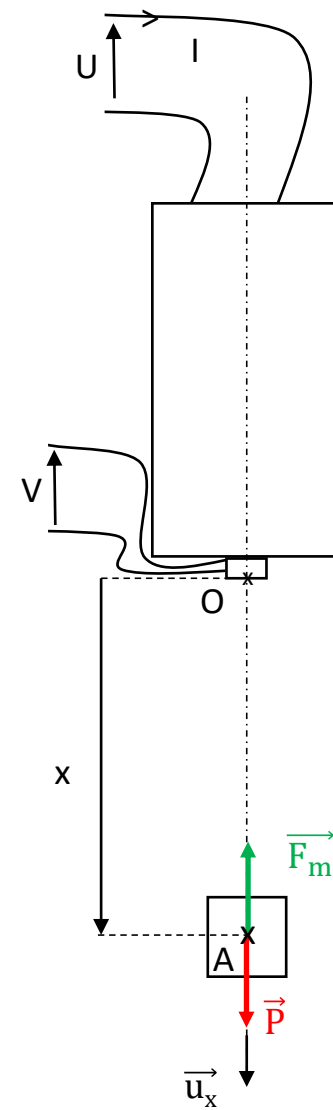
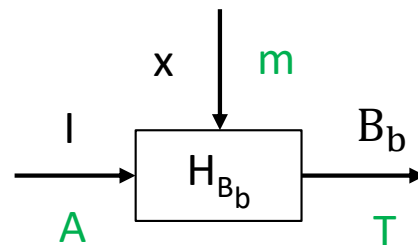
Résistance interne de la bobine:  $r=76,88 \pm 0,03\Omega$

Inductance de la bobine:  $L=642,3 \pm 0,6 \text{ mH}$



Rayon de la bobine:  $R=10,0 \pm 0,4 \text{ mm}$

$$\overrightarrow{B_b(x, I)} = \frac{\mu_r \cdot n}{2} \cdot I \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x} = 117,5 \cdot I \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \overrightarrow{u_x}$$



## Plan d'étude:

## □ INTRODUCTION

## MODELISATION

- Système
- **Caractéristiques**

## ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

## CONCLUSION

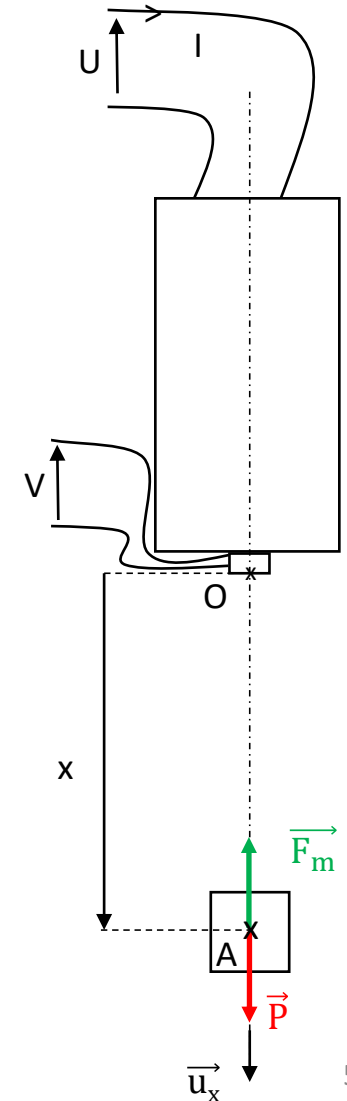
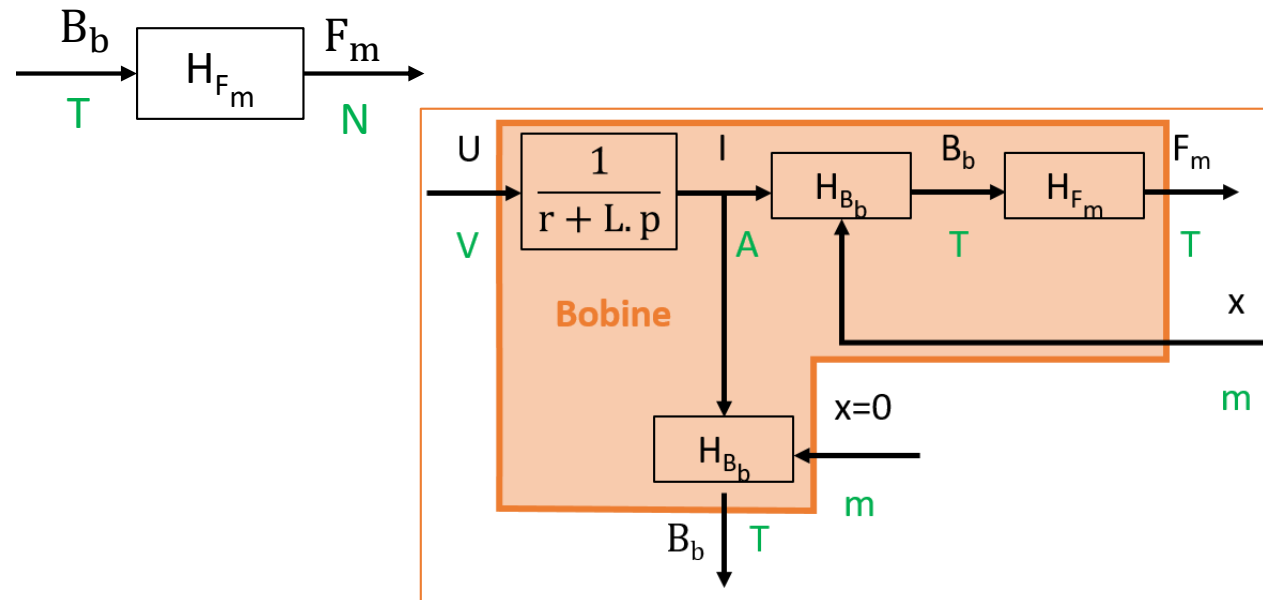
# MODELISATION: Caractéristiques

- Bobine:

$$\overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p) = -\overrightarrow{\text{grad}}(-M B_b) = \overrightarrow{\text{grad}}(M B_b)$$

$$\alpha = \frac{M \cdot \mu_r \cdot n}{2}$$

$$\overrightarrow{F_m(x, I)} = -\alpha \cdot I \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \overrightarrow{u_x} = -1,5 \cdot 10^{-6} \frac{I}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \overrightarrow{u_x}$$



# MODELISATION: Caractéristiques

Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

❑ **MODELISATION**

- Système
- **Caractéristiques**

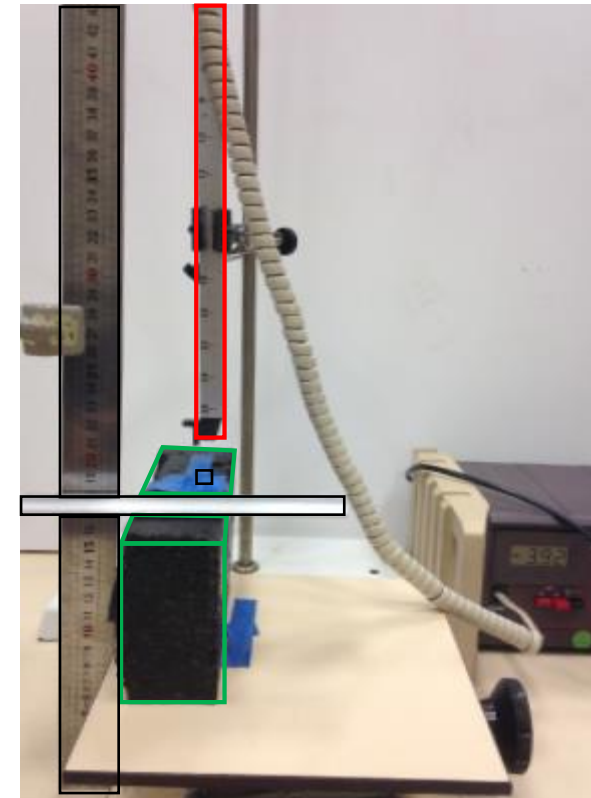
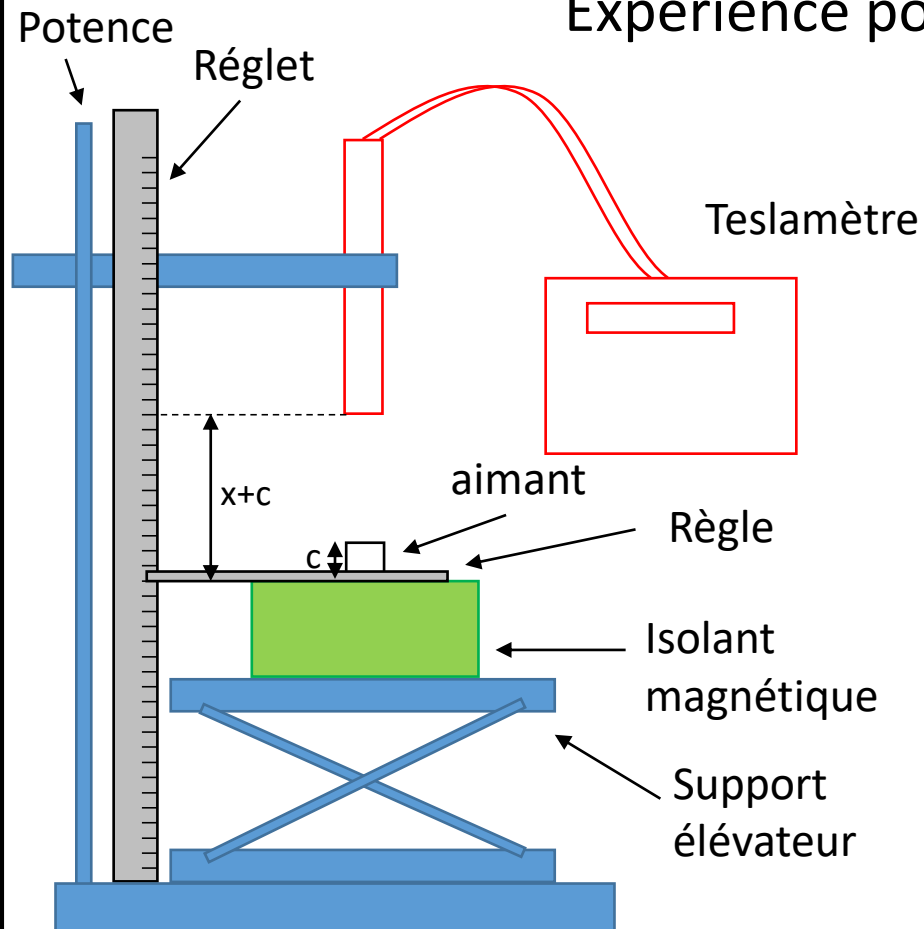
❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

❑ CONCLUSION

• Aimant:

Expérience pour déterminer  $B_a=f(x)$

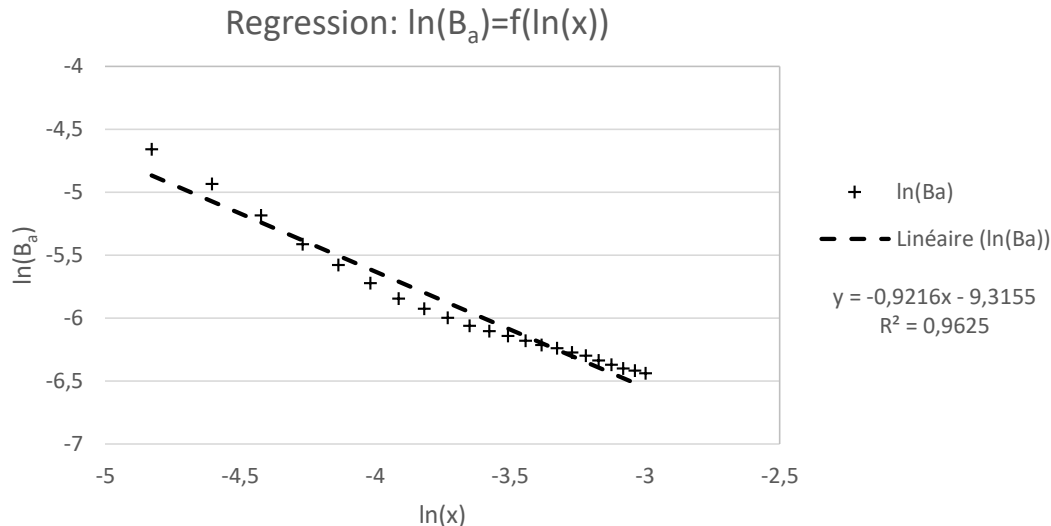
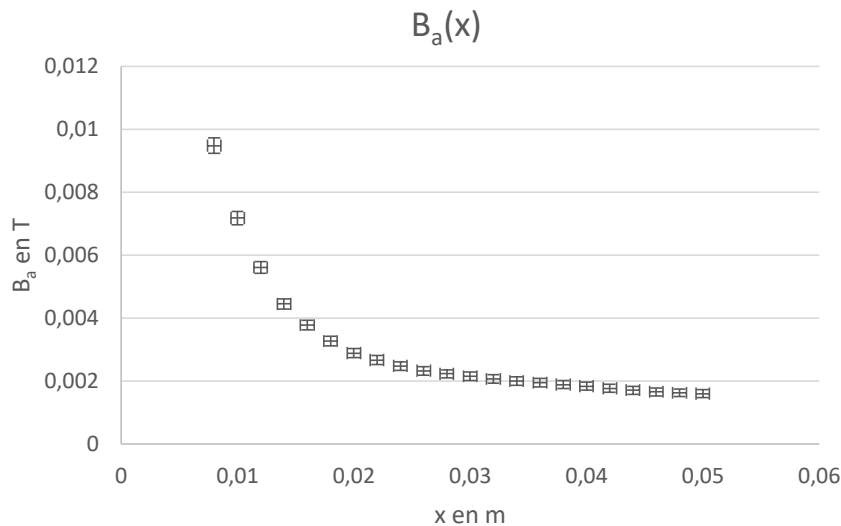


Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ **MODELISATION**
  - Système
  - **Caractéristiques**
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ☐ CONCLUSION

# MODELISATION: Caractéristiques

• Aimant:



$$\ln(B_a) = a \ln(x) + b$$

$$\ln(B_a) = -0,9216 \ln(x) - 9,3155$$

Donc  $B_a(x) = e^b x^a$

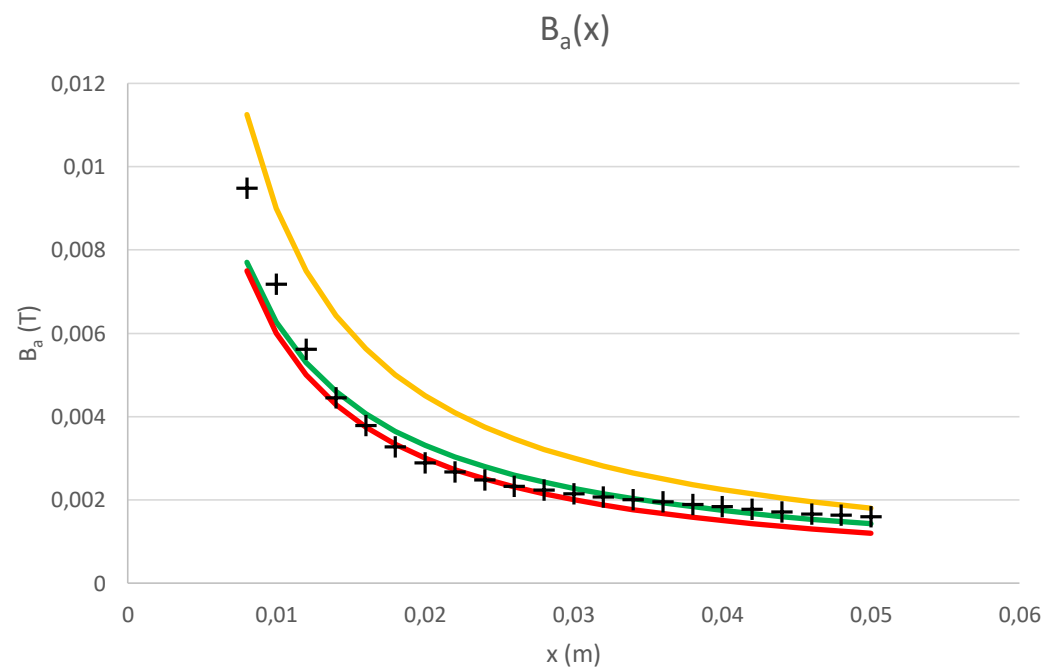
$$a = -0,9216$$
$$b = -9,3155$$

Plan d'étude:

- ❑ INTRODUCTION
- ❑ **MODELISATION**
  - Système
  - **Caractéristiques**
- ❑ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ❑ CONCLUSION

# MODELISATION: Caractéristiques

• Aimant:



- +  $B_a$
- $B_a$  avec  $a = -0,9216$
- $B_a$   $a = -1$
- $B_a$  ajusté

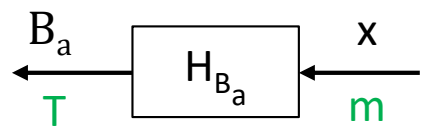
$$B_a(x) = 9 \cdot 10^{-5} x^{-0,9216}$$

$$B_a(x) = 9 \cdot 10^{-5} x^{-1}$$

$$B_{a \text{ ajusté}}(x) = 6 \cdot 10^{-5} x^{-1}$$

$$B_a(x) = \frac{\beta}{x}$$

$$B_a(x) = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{x}$$





Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

❑ MODELISATION

- Système
- **Caractéristiques**

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

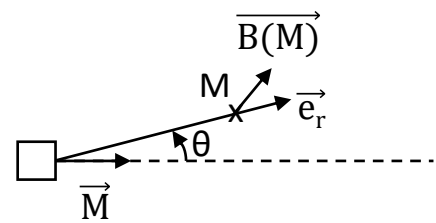
❑ CONCLUSION

# MODELISATION: Caractéristiques

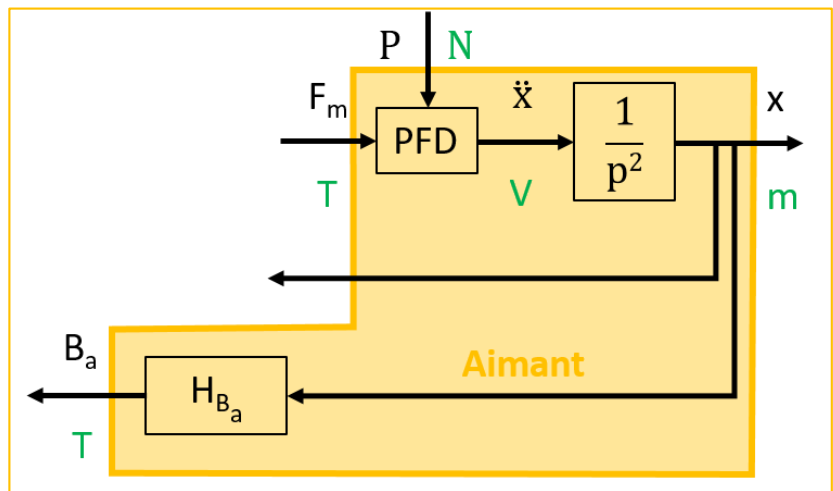
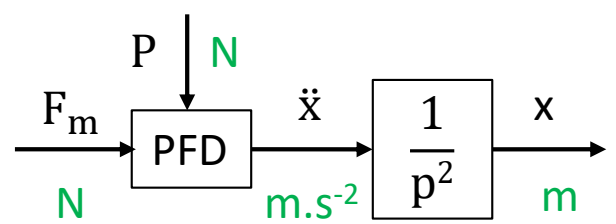
• Aimant:

$B_a(x) = 6 \cdot 10^{-5} x^{-1}$

Dipôle magnétique:  $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{M}}{r^3}$



PFD suivant  $\vec{u}_x$ :  $m \ddot{x} = -F_m(I, x) + P$  donc:  $\ddot{x} = \frac{P - F_m(x, I)}{m}$



# MODELISATION: Caractéristiques

Plan d'étude:

☐ INTRODUCTION

☐ MODELISATION

- Système
- **Caractéristiques**

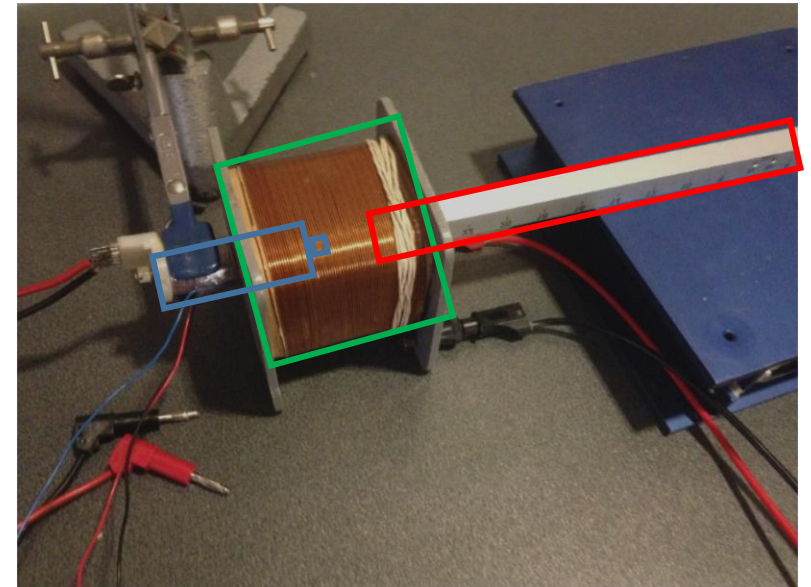
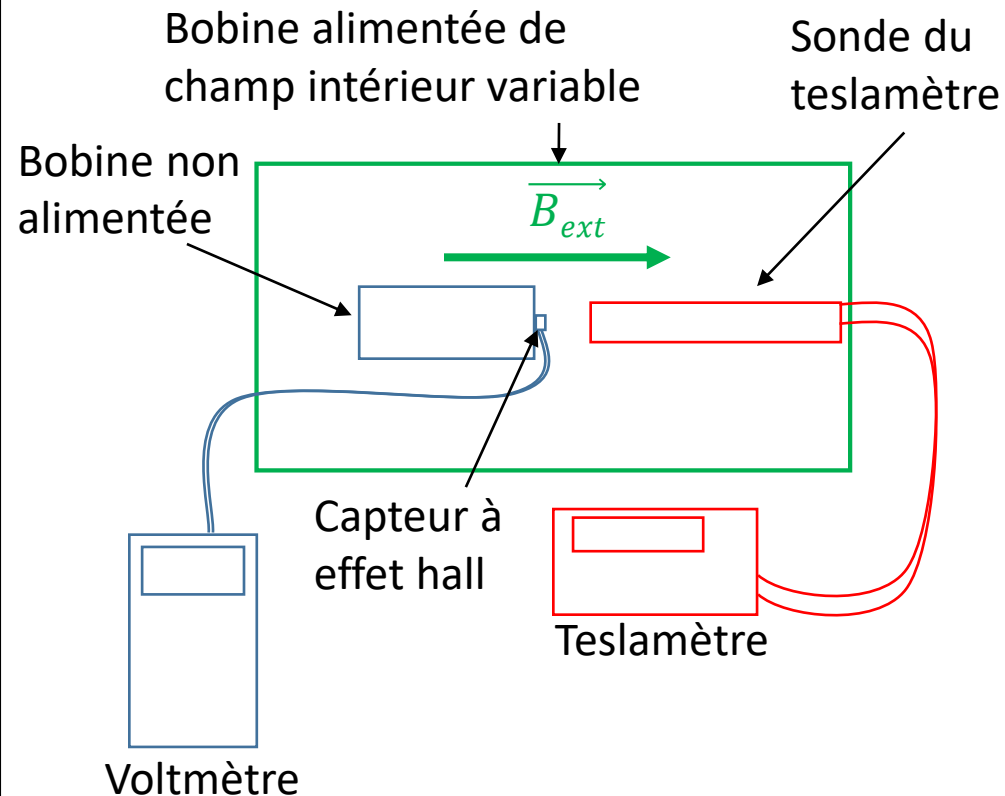
☐ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

☐ CONCLUSION

- Capteur à effet hall:

Expérience pour déterminer  $V=f(B_{\text{tot}})$

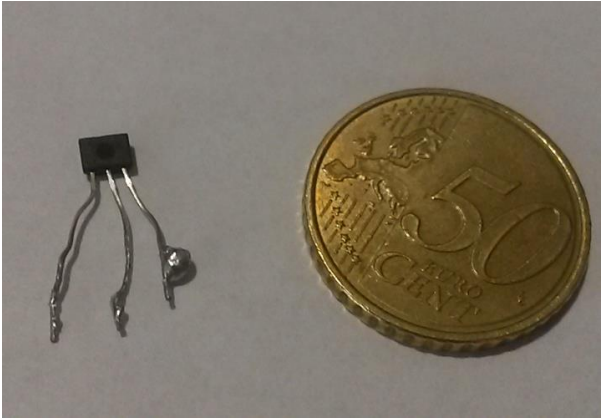
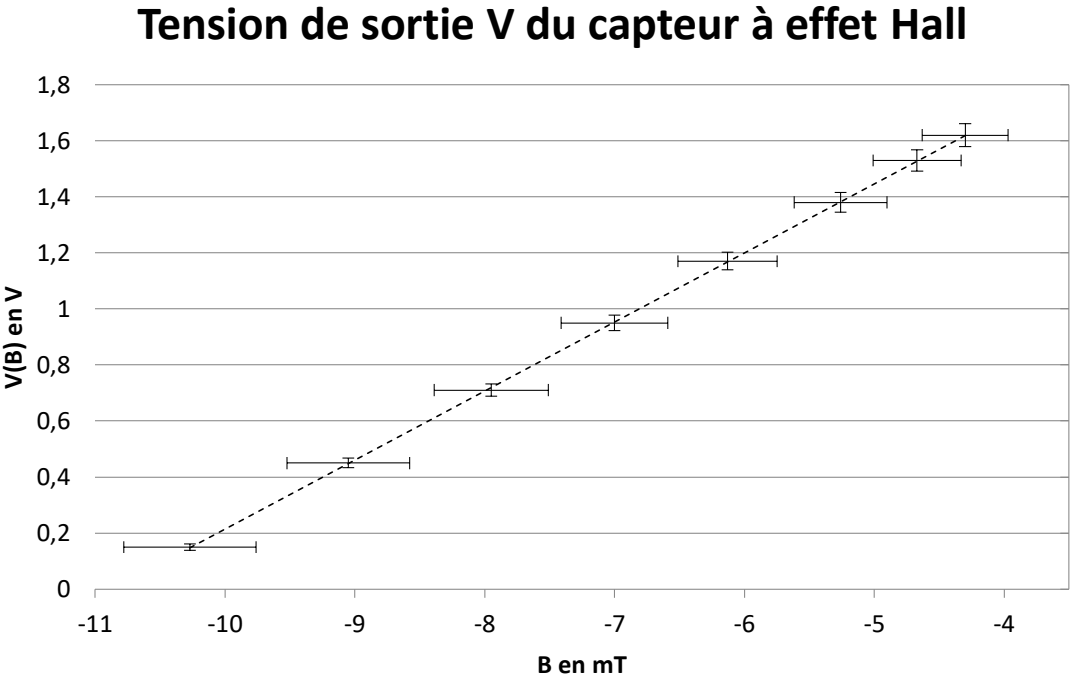


Plan d'étude:

- ❑ INTRODUCTION
- ❑ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ❑ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ❑ CONCLUSION

# MODELISATION: Caractéristiques

- Capteur à effet hall:



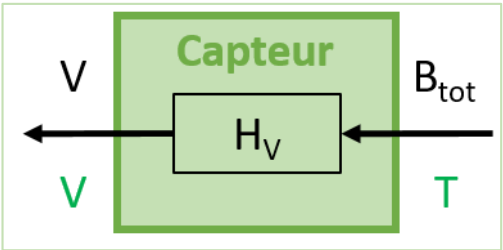
tension capteur effet hall

----- Linéaire (tension capteur effet hall)

$$y = 0,2466x + 2,6789$$
$$R^2 = 0,9999$$

$$V(B_{\text{tot}}) = \gamma \cdot B_{\text{tot}} + V_0$$
$$V(B_{\text{tot}}) = 0,2466 \cdot B_{\text{tot}} + 2,6789$$

avec  $B_{\text{tot}}(x, I) = B_a(x) + B_b(0, I)$



# ASSERVISSEMENT: Mise en équations

Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

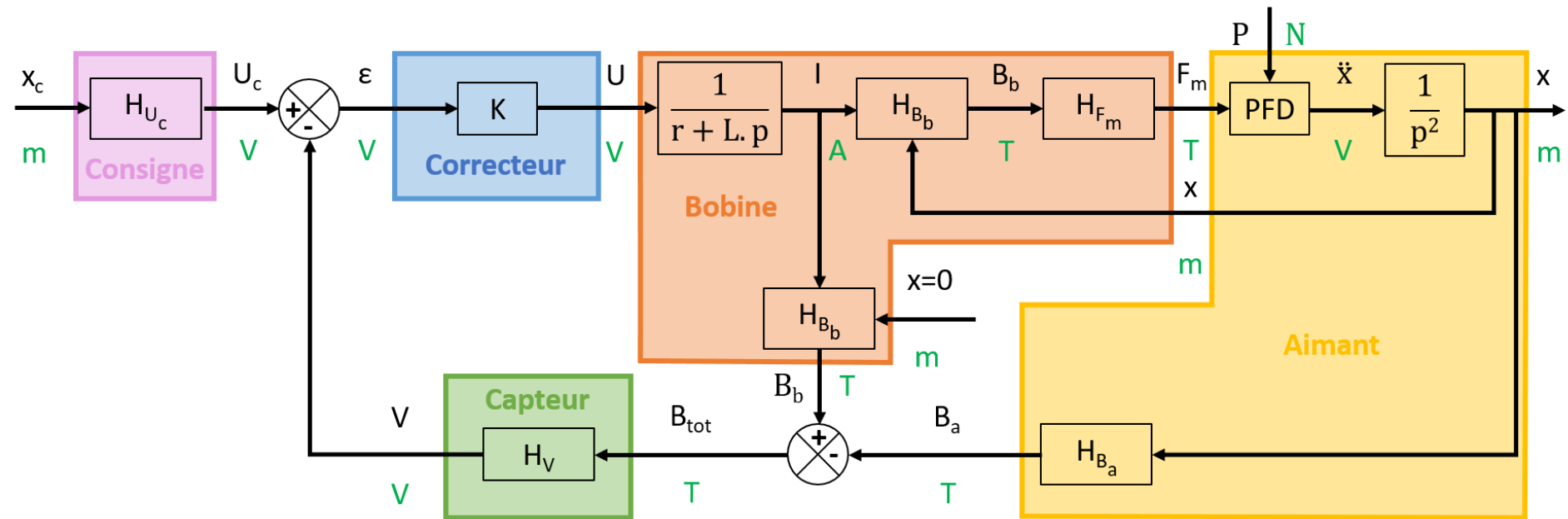
❑ MODELISATION

- Système
- Caractéristiques

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- Correcteurs

❑ CONCLUSION



# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

❑ MODELISATION

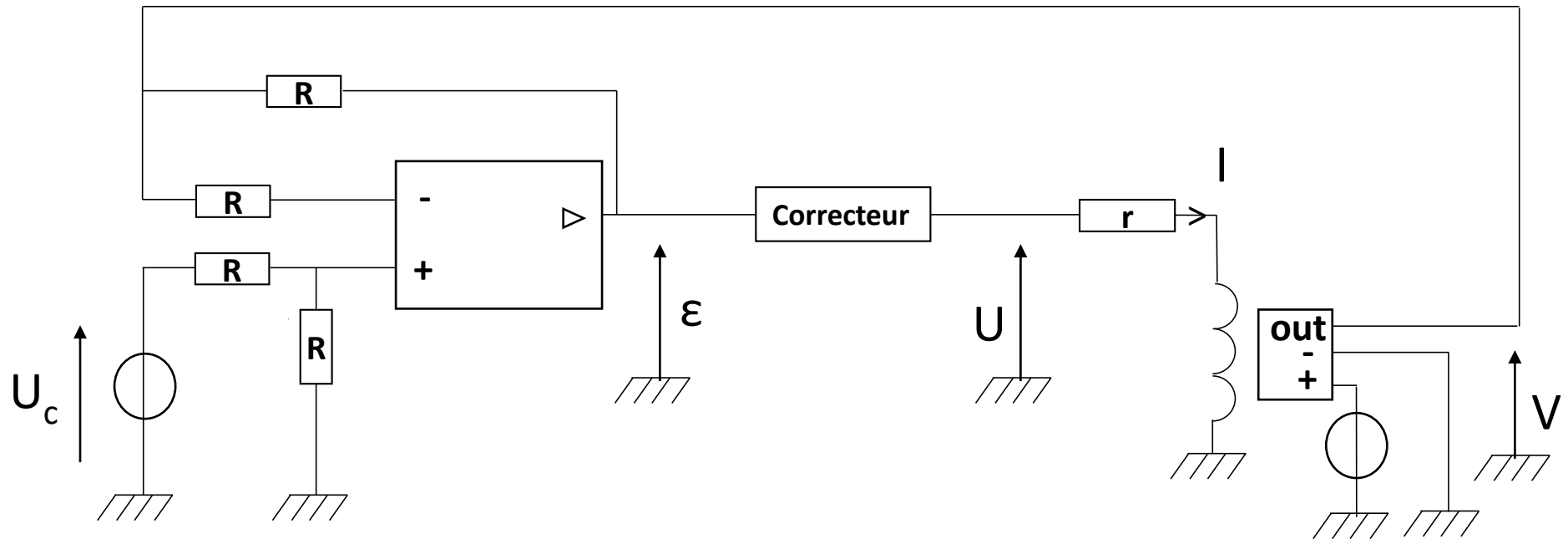
- Système
- Caractéristiques

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- **Correcteurs**

❑ CONCLUSION

- Schéma électrique:

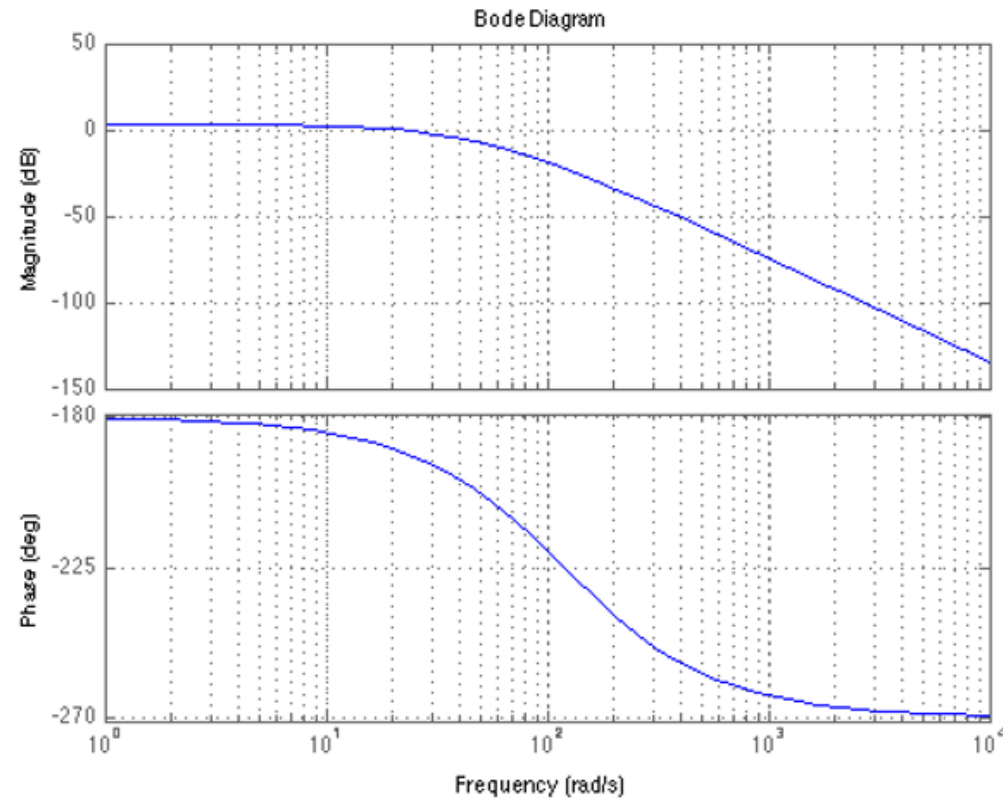


# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - **Correcteurs**
- ☐ CONCLUSION

- Diagramme de Bode:  $FTBO_{nc}$

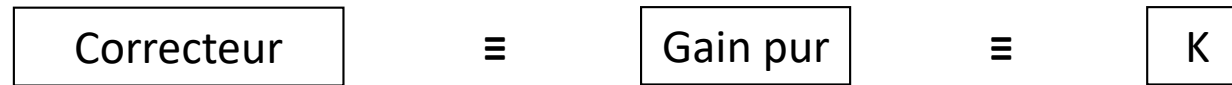


# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

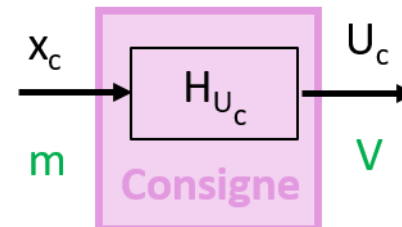
- ❑ INTRODUCTION
- ❑ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ❑ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - **Correcteurs**
- ❑ CONCLUSION

- Correcteur Proportionnel:
  - Tension consigne:



A l'équilibre:  $x = x_c = x_{eq}$  et  $l = l_{eq}$

$$U_c = \varepsilon + V_{eq} = -\gamma \cdot \left( \frac{\mu_r \cdot n}{2} \cdot \frac{m \cdot g \cdot (x_c^2 + R^2)^{3/2}}{\alpha} + \frac{\beta}{x_c} \right) + V_0 - r \cdot \frac{m \cdot g \cdot (x_c^2 + R^2)^{3/2}}{K \cdot \alpha}$$



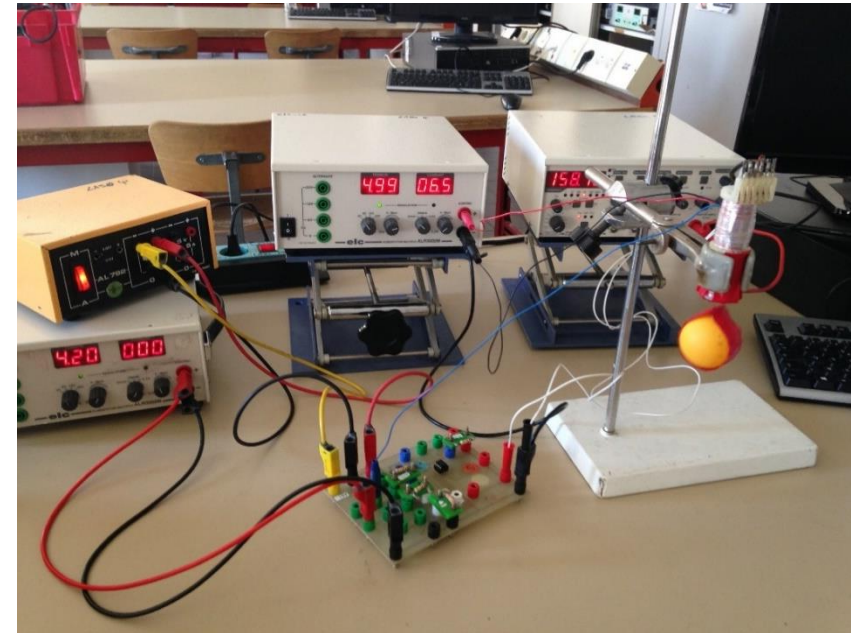
# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - **Correcteurs**
- ☐ CONCLUSION

- Correcteur Proportionnel:
  - Expérience:

$$\boxed{\text{Correcteur}} \equiv \boxed{\text{Gain}}$$



Stabilisation grâce au bruit de l'amplificateur

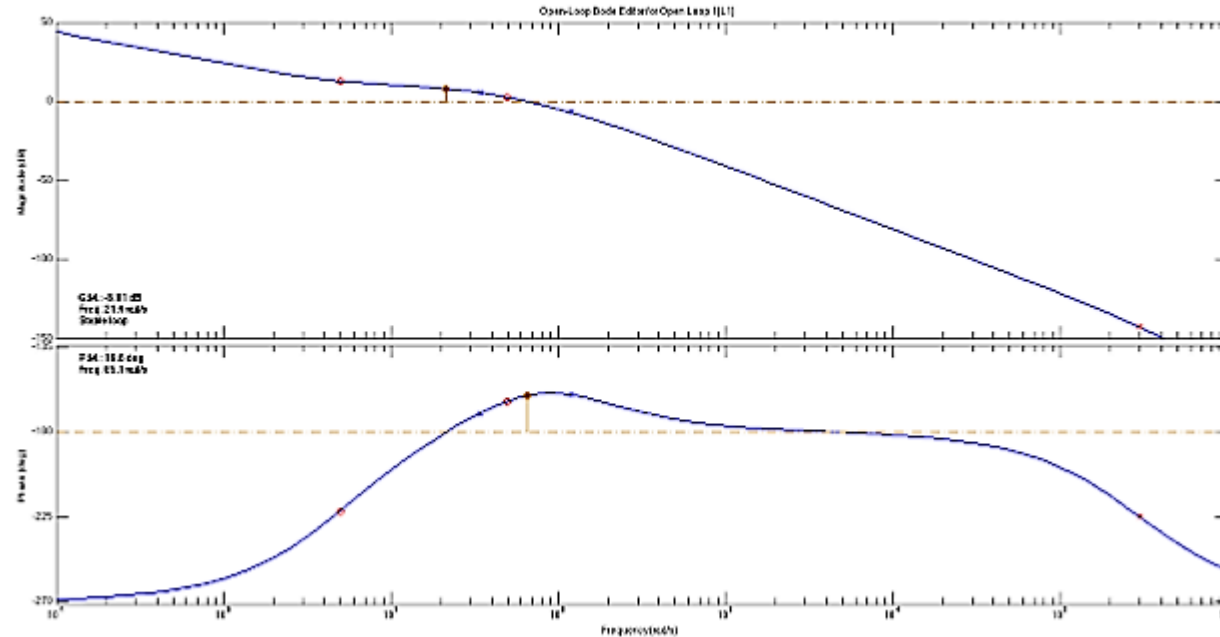


# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - **Correcteurs**
- ☐ CONCLUSION

- Correcteur Proportionnel Intégral Dérivé (PID):



# ASSERVISSEMENT: Correcteurs

Plan d'étude:

❑ INTRODUCTION

❑ MODELISATION

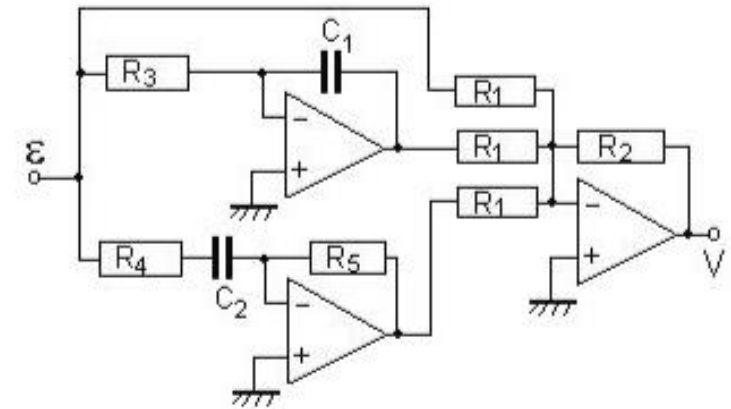
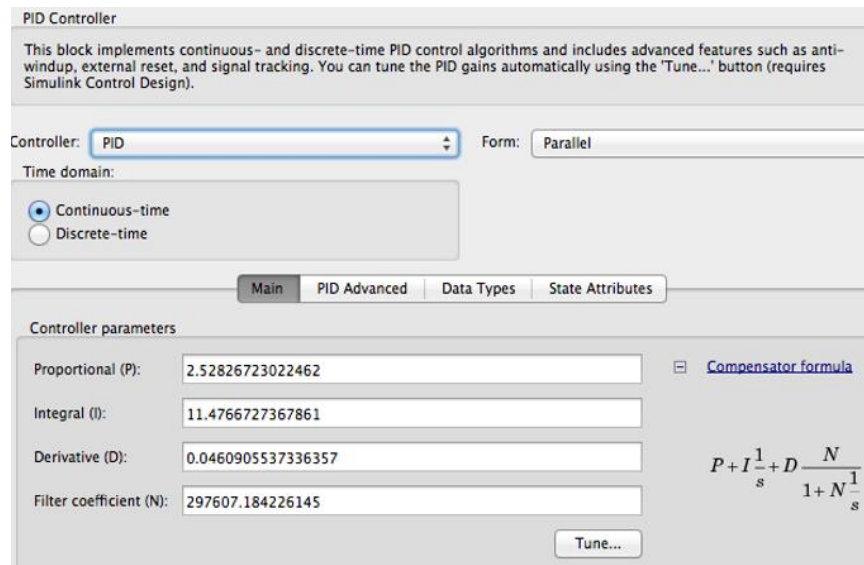
- Système
- Caractéristiques

❑ ASSERVISSEMENT

- Mise en équations
- **Correcteurs**

❑ CONCLUSION

- Correcteur Proportionnel Intégral Dérivé (PID):



$$K(s) = \frac{V(s)}{\varepsilon(s)} = P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

$$K(s) = \frac{V(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{R_2}{R_1} \left( -1 + \frac{1}{R_3 C_1 s} + \frac{R_5 C_2 s}{1 + R_4 C_2 s} \right)$$

# CONCLUSION

Plan d'étude:

- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ☐ CONCLUSION

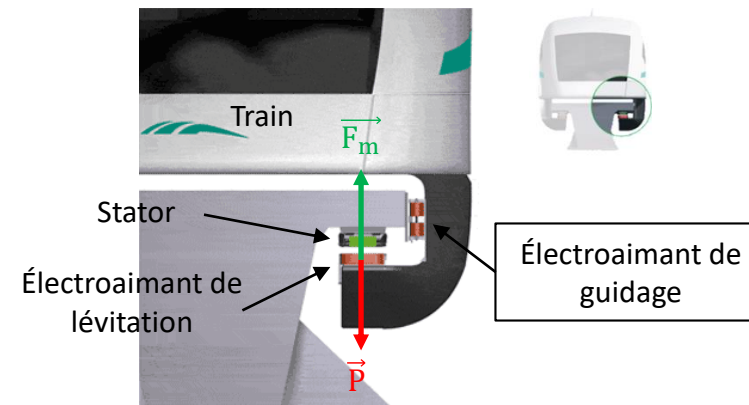
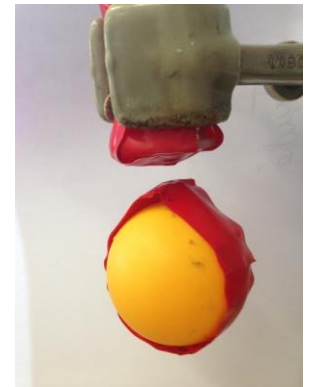
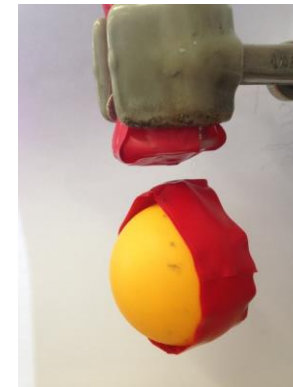
- Critiques:
  - Modèles
  - Expériences
  - Résultats

# CONCLUSION

Plan d'étude:

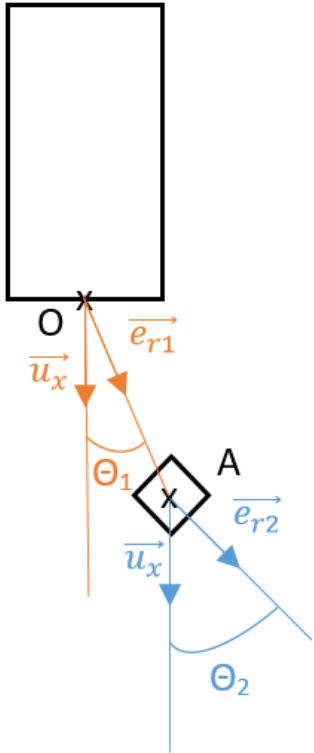
- ☐ INTRODUCTION
- ☐ MODELISATION
  - Système
  - Caractéristiques
- ☐ ASSERVISSEMENT
  - Mise en équations
  - Correcteurs
- ☐ CONCLUSION

• Remarque:



# Annexe 0: Alignement de $\vec{M}$ sur $\vec{B}_b$

$\vec{u}_x$  axe de symétrie du système, invariance du problème par rotation autour de  $\vec{u}_x$ .



$$\vec{B}_b(A) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3 \left( \vec{M}_b \vec{e}_{r1} \right) \vec{e}_{r1} - \vec{M}_b}{r^3}$$

$$\varepsilon_p = - \vec{\mu} \cdot \vec{B}_{bob}(A)$$

$$\vec{B}_b(A) = \frac{\mu_0 M_b}{2\pi r^3} \vec{u}_x$$

$$\vec{\mu} = \mu \vec{u}_x$$

$$\vec{B}_b(A) = - \frac{\mu_0 M_b}{2\pi r^3} \vec{u}_x$$

$$\vec{\mu} = - \mu \vec{u}_x$$

# Annexe 1.1: Champ Bobine Théorie

Paramètres:

$R, a, I, n, \theta, \theta_1, \theta_2, M, \mu_r$

Hypothèses:

- Solénoïde infini

- $n$  important  $\Rightarrow$  sur  $dx$ :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_r n I}{2R} \sin^3(\theta) dx \vec{u}_x$$

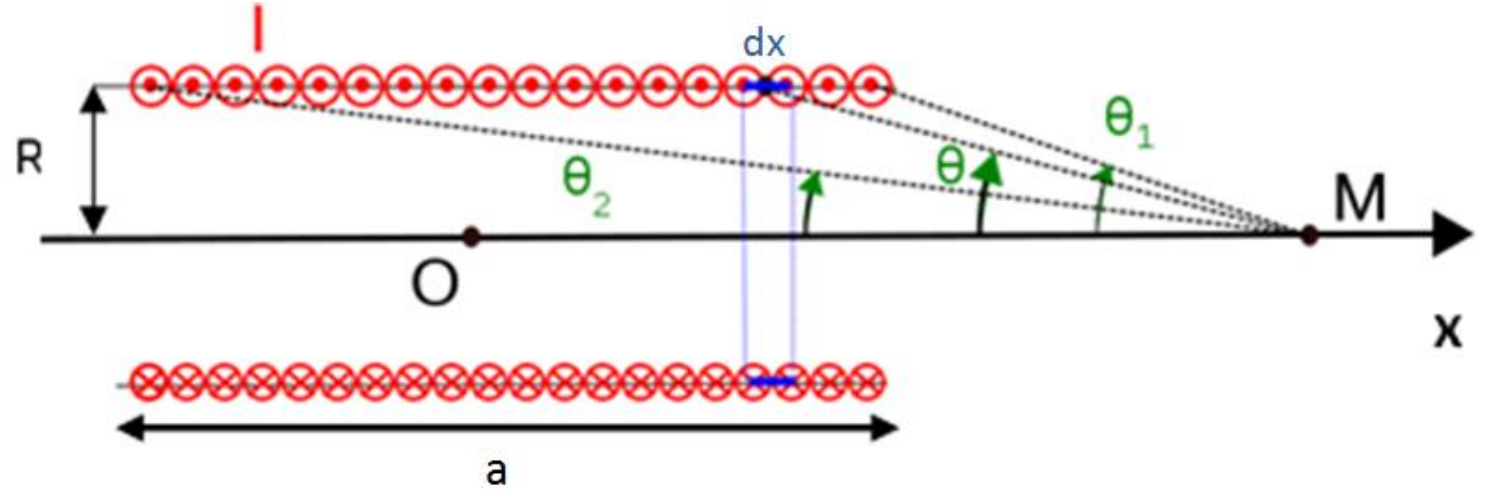
- $a^2 \gg R^2$

$\tan(\theta) = \frac{R}{x} \Leftrightarrow x = \frac{R}{\tan(\theta)} \Leftrightarrow \frac{dx}{d\theta} = \frac{-R}{\sin^2(\theta)}$  donc  $d\vec{B}_b(M) = -\frac{\mu_r n I}{2} \sin(\theta) d\theta \vec{u}_x$  et en intégrant de  $\theta_1$  à  $\theta_2$  :

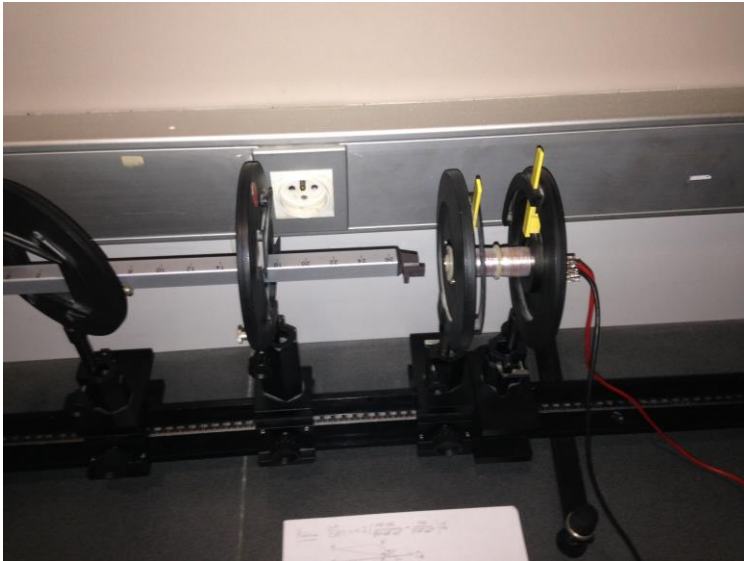
$$\vec{B}_b(M) = \frac{\mu_r I n}{2} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \vec{u}_x$$

$$\vec{B}_b(M) = \frac{\mu_r I n}{2} \left( \frac{x+a}{\sqrt{R^2 + (x+a)^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \vec{u}_x$$

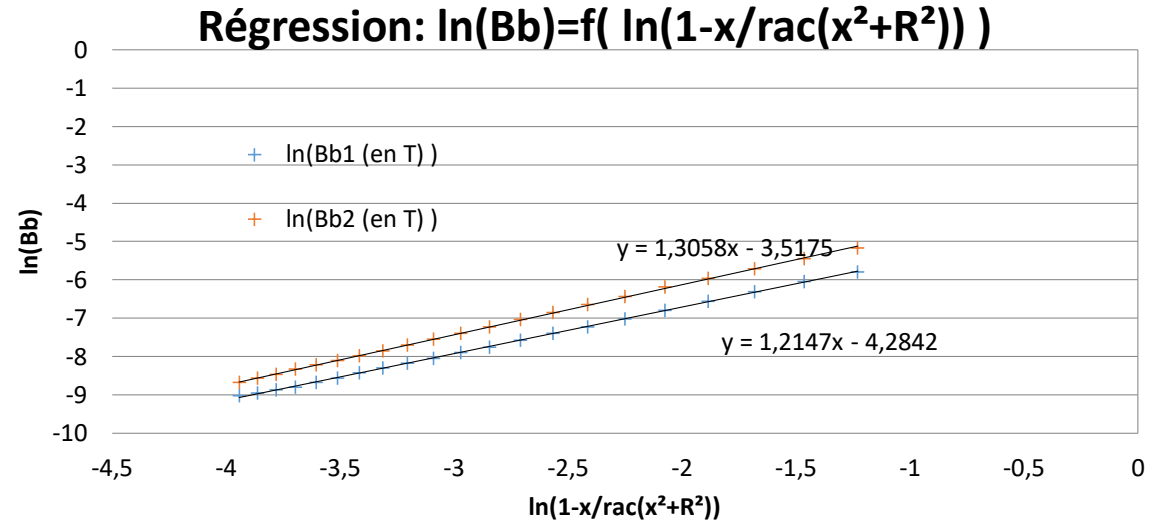
$$\boxed{\vec{B}_b(M) = \frac{\mu_r I n}{2} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \vec{u}_x}$$



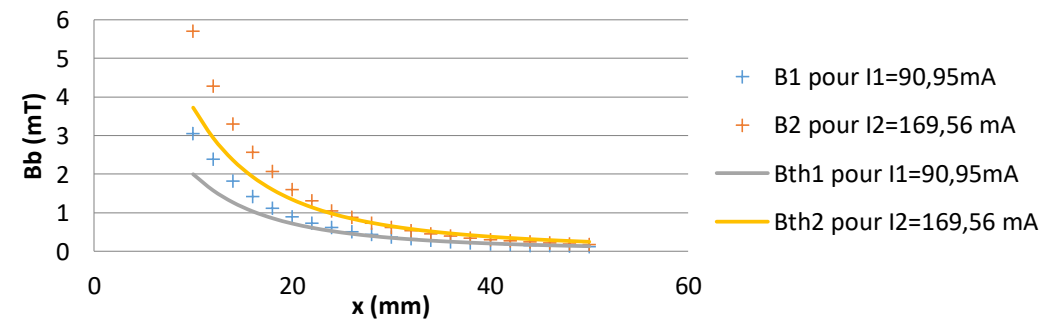
# Annexe 1.2: Champ Bobine Expérience



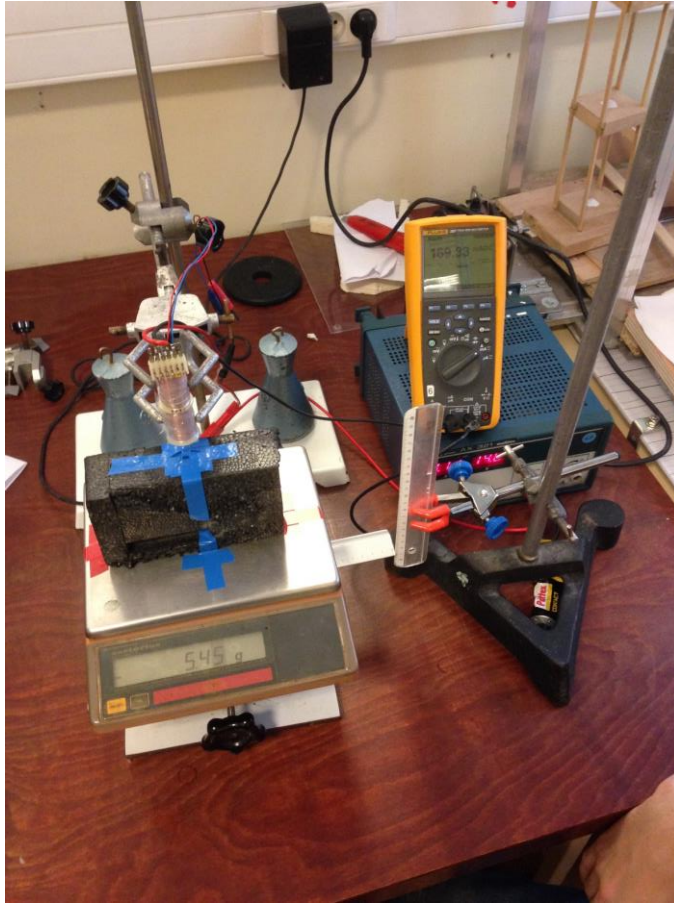
Déplacement de la sonde teslamétrique  
le long du banc d'optique



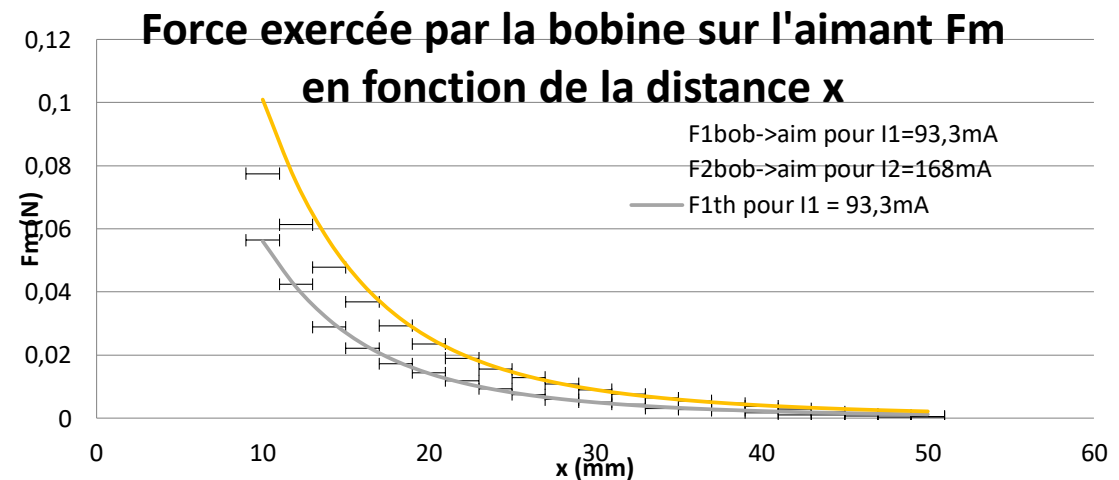
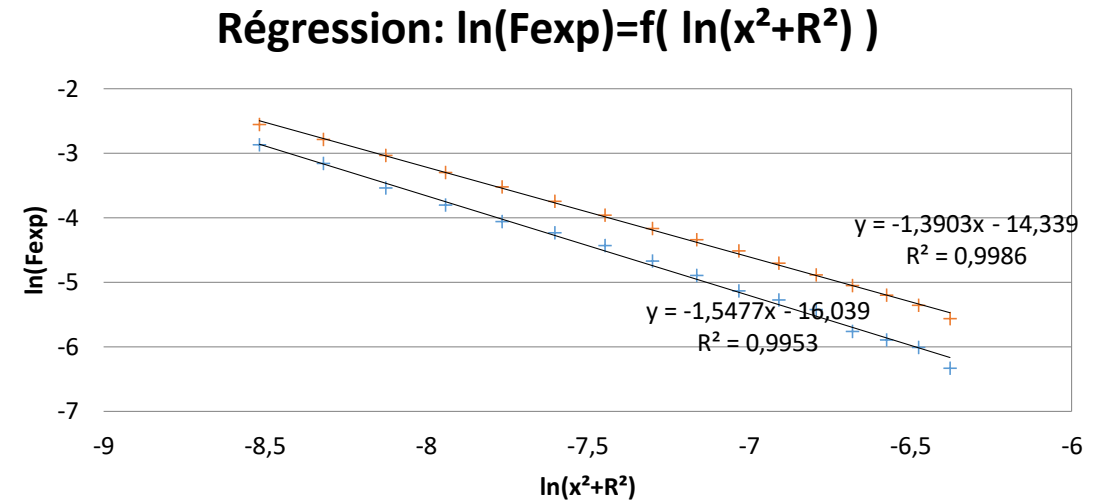
**Champ magnétique induit par la bobine  
 $Bb(x,I)$  en un point de l'axe situé à  $x$  mm**



# Annexe 2: Force Bobine Expérience



On mesure la force grâce à la balance





# Annexe 3: Consigne Correcteur Proportionnel

A l'équilibre:  $x=x_c=x_{eq}$  et  $I=I_{eq}$   $\Rightarrow$  on a alors:  $\ddot{x}=0$  et  $F_m(x_{eq}, I_{eq})=m.g$

$$\text{donc } I_{eq} = - \frac{m.g.(x_{eq}^2 + R^2)^{3/2}}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad U_{eq} = r.I_{eq} \text{ et } \varepsilon = \frac{U_{eq}}{K}$$

$$V_{eq} = \gamma.B_{tot}(x_{eq}, I_{eq}) + V_0$$

$$B_{tot}(x_{eq}, I_{eq}) = \frac{\mu_r.n}{2} . I_{eq} + \frac{\beta}{x_{eq}}$$

$$V_{eq} = \gamma . \left( \frac{\mu_r.n}{2} . I_{eq} + \frac{\beta}{x_{eq}} \right) + V_0$$

$$U_c = \varepsilon + V_{eq} = \gamma . \left( \frac{\mu_r.n}{2} . I_{eq} + \frac{\beta}{x_{eq}} \right) + V_0 - r . \frac{m.g.(x_{eq}^2 + R^2)^{3/2}}{K.\alpha}$$

$$U_c = \varepsilon + V_{eq} = -\gamma . \left( \frac{\mu_r.n}{2} . \frac{m.g.(x_{eq}^2 + R^2)^{3/2}}{\alpha} + \frac{\beta}{x_{eq}} \right) + V_0 - r . \frac{m.g.(x_{eq}^2 + R^2)^{3/2}}{K.\alpha}$$