

Tri des déchets : le séparateur balistique

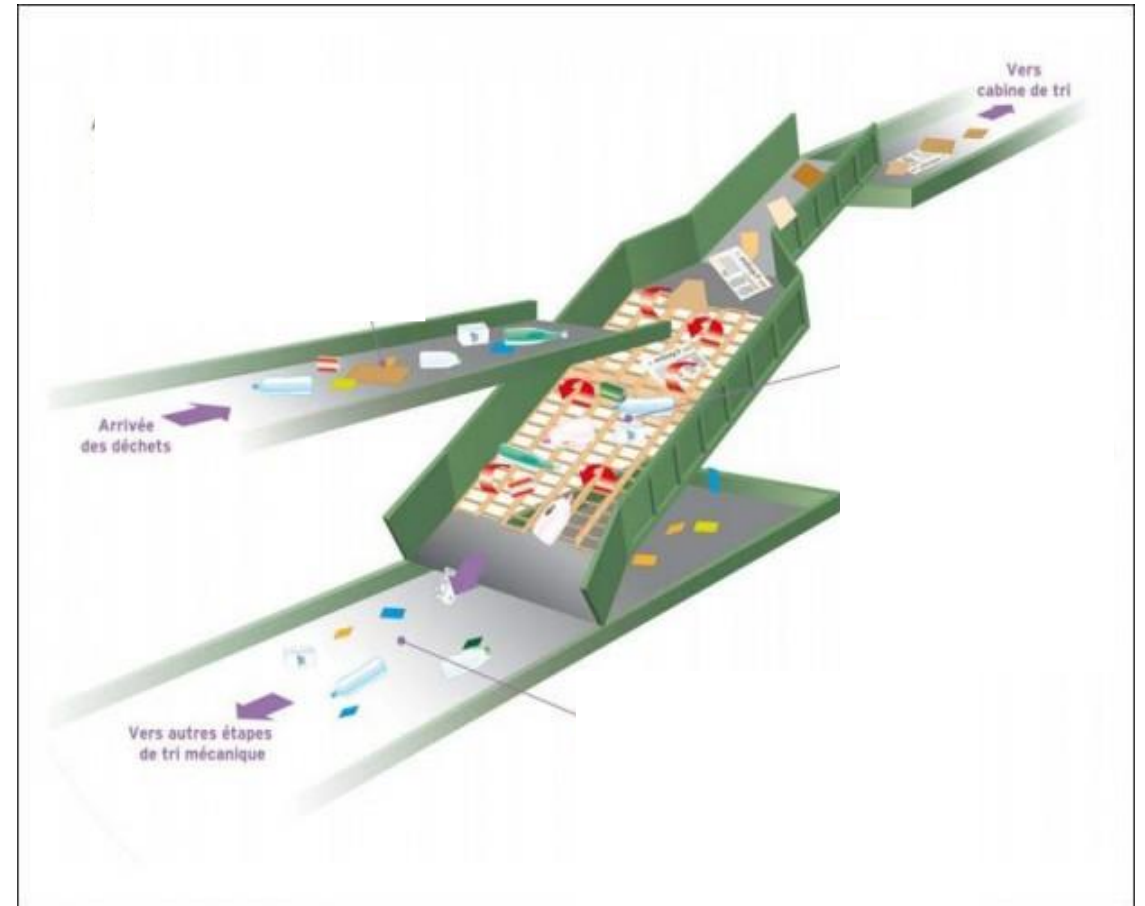
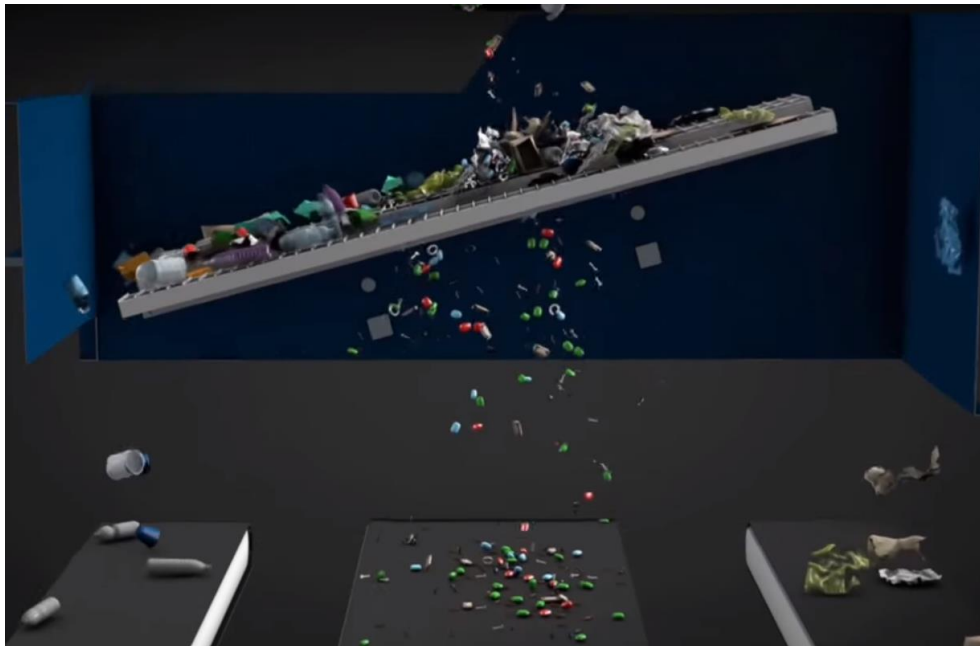
Tri des déchets : le séparateur balistique

Quels sont les paramètres qui permettent d'optimiser le tri d'un séparateur balistique ?

I-Recherche des caractéristiques du séparateur

II-Remontée des objets plats

III-Descente des objets anguleux



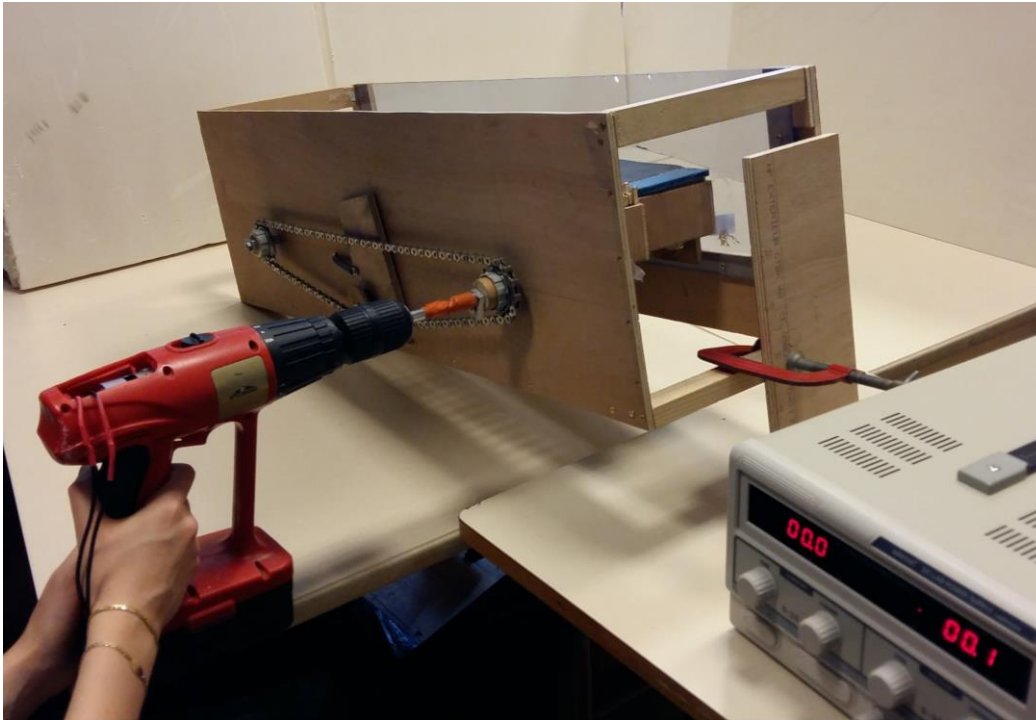
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



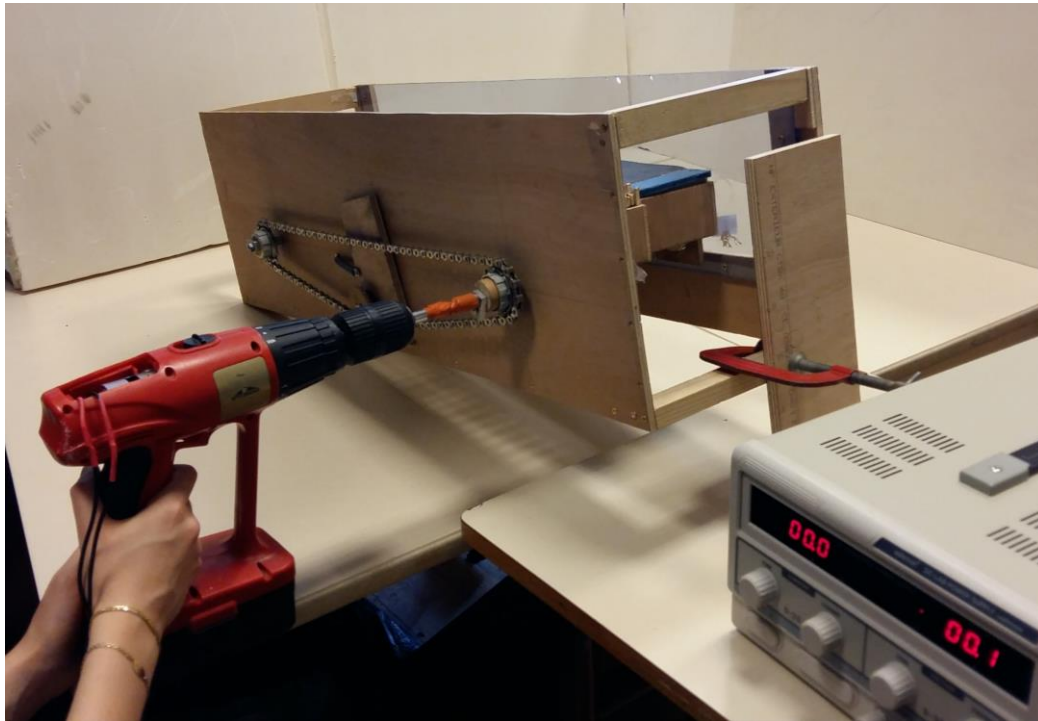
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



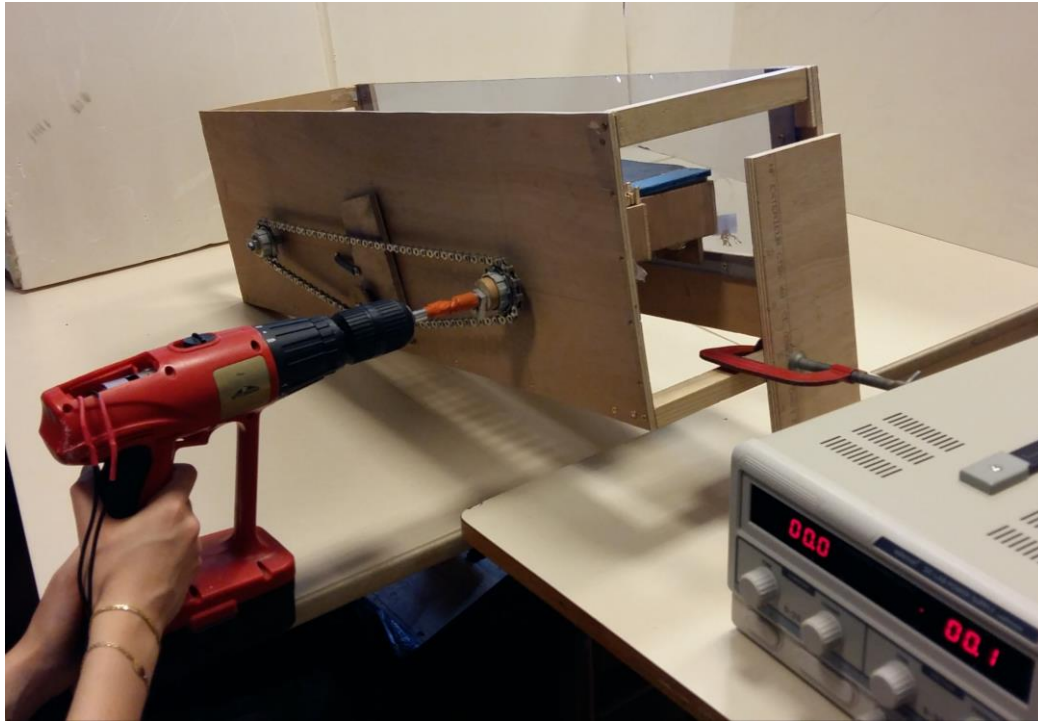
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



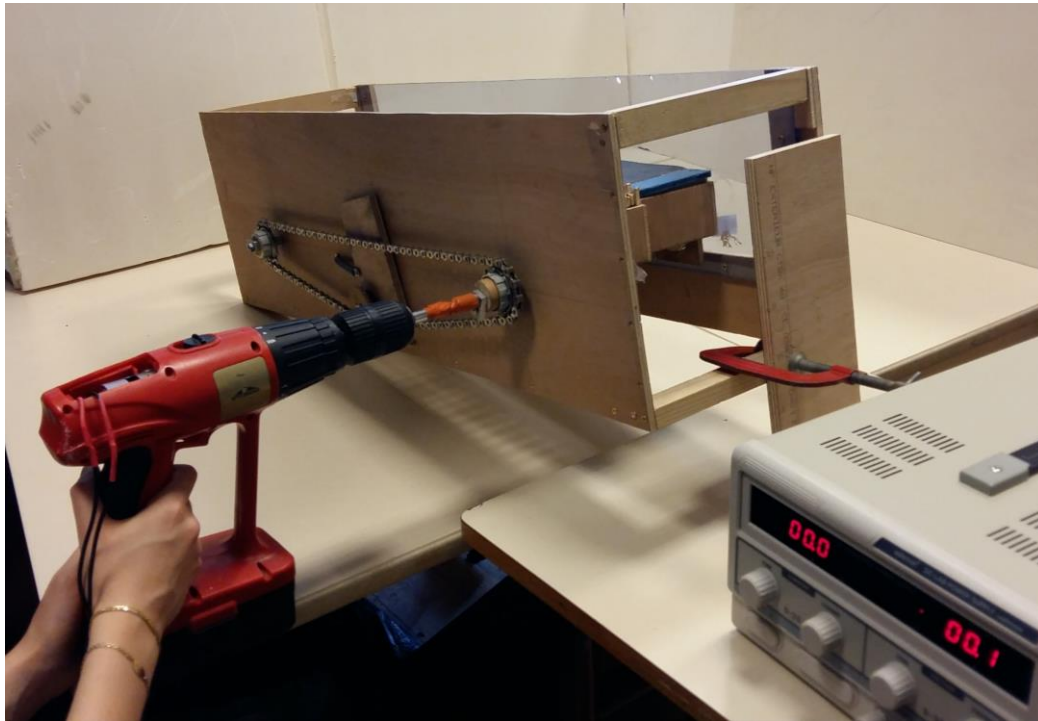
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



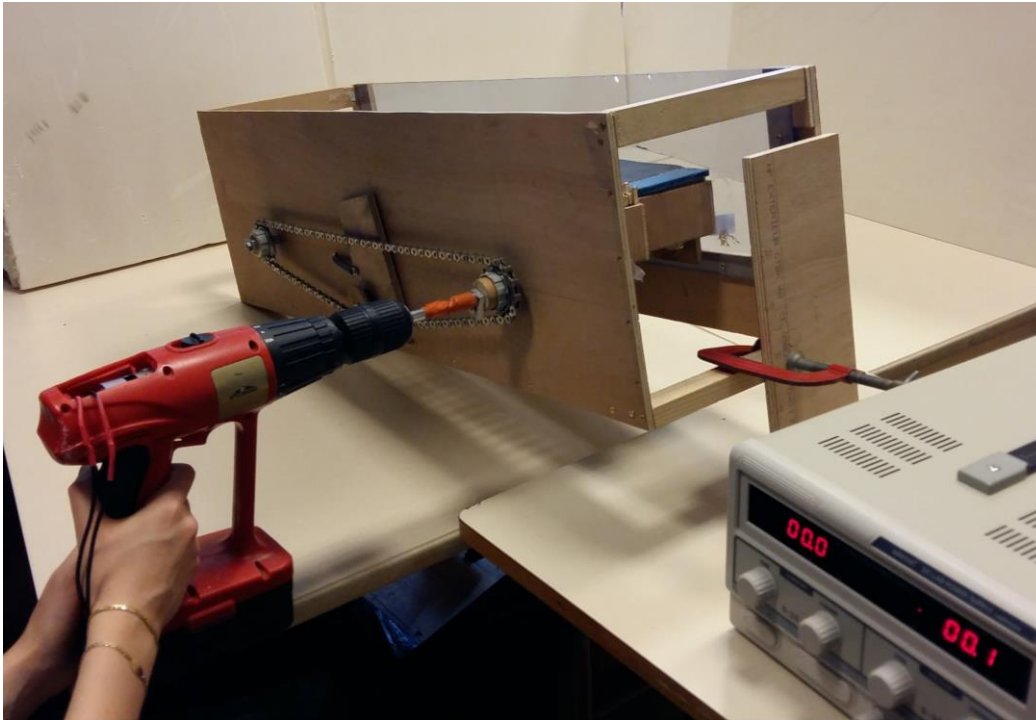
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



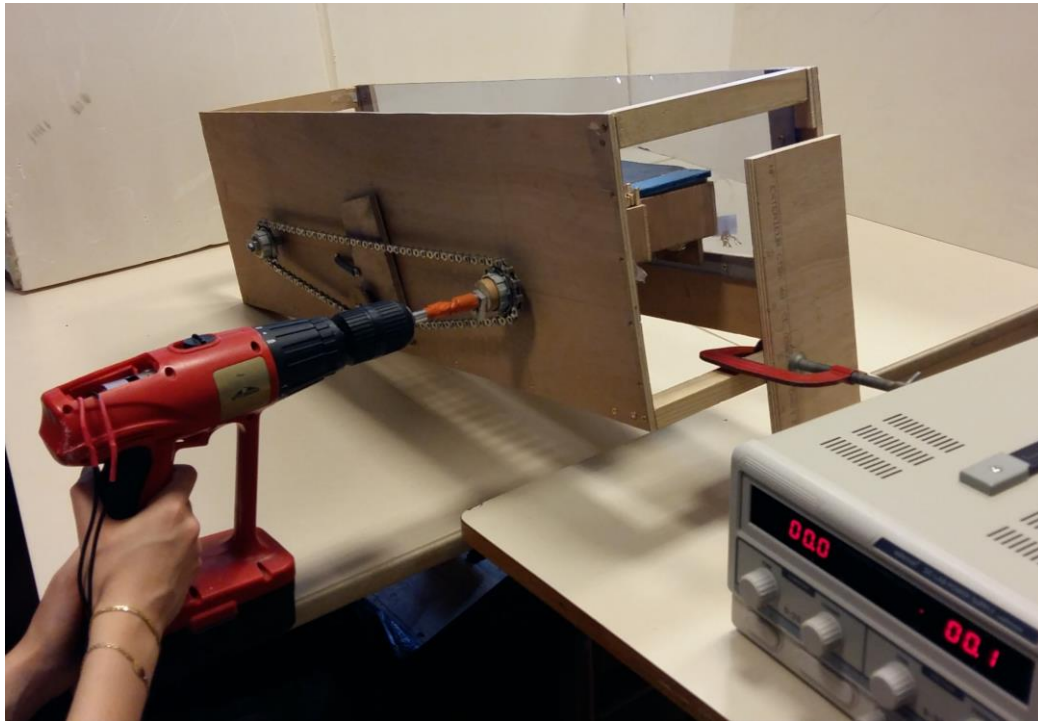
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



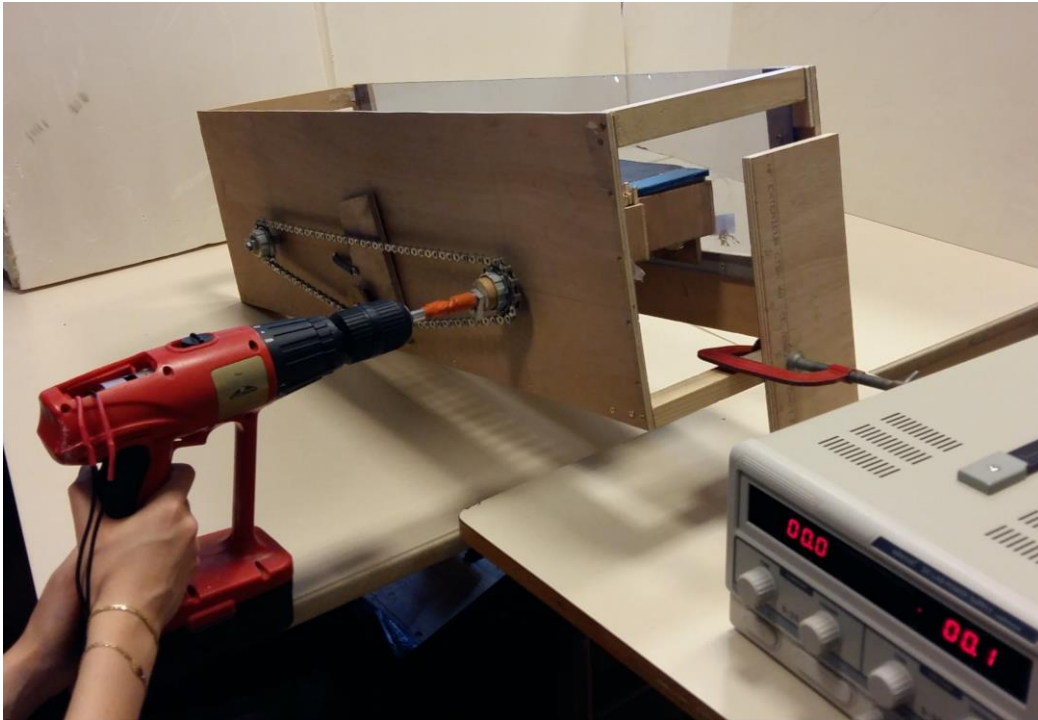
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



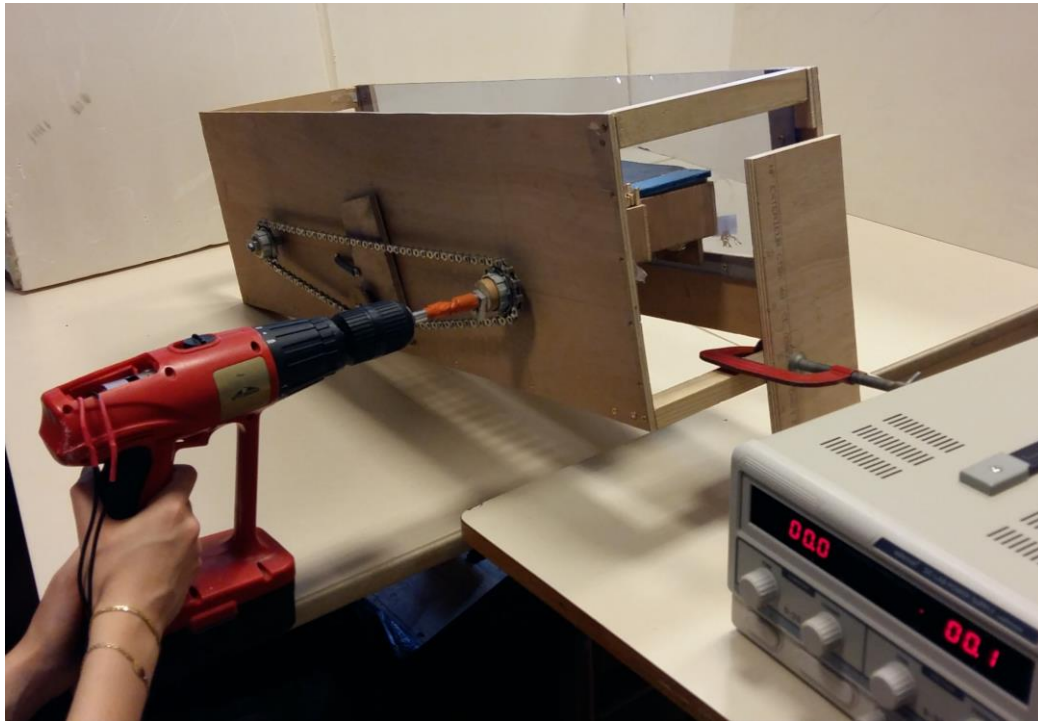
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



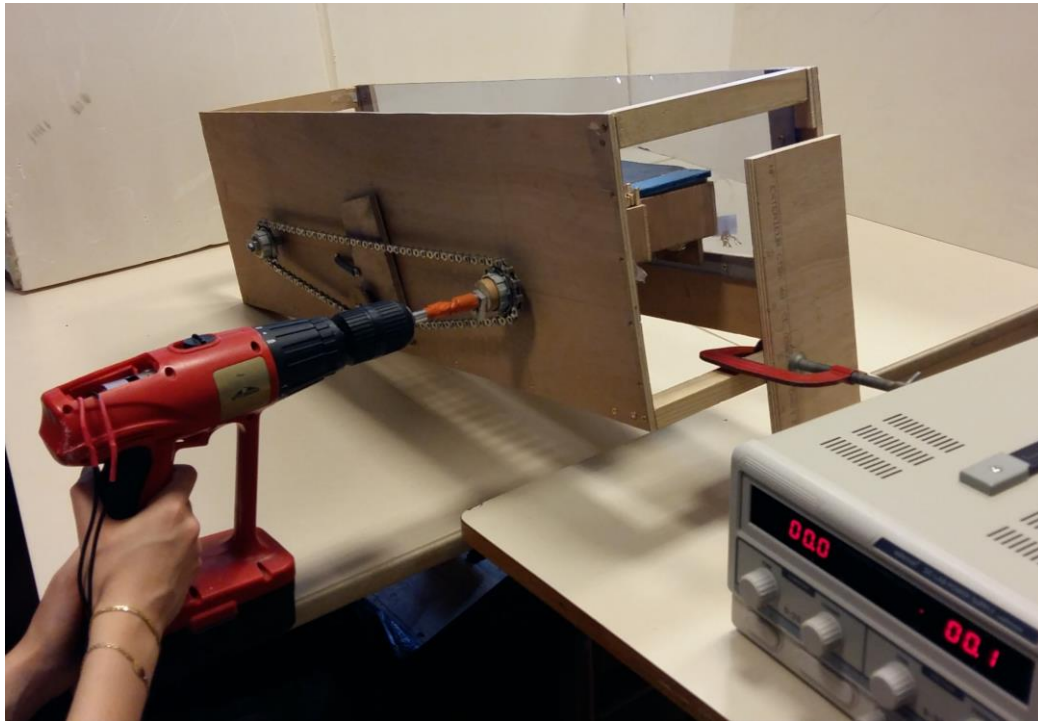
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



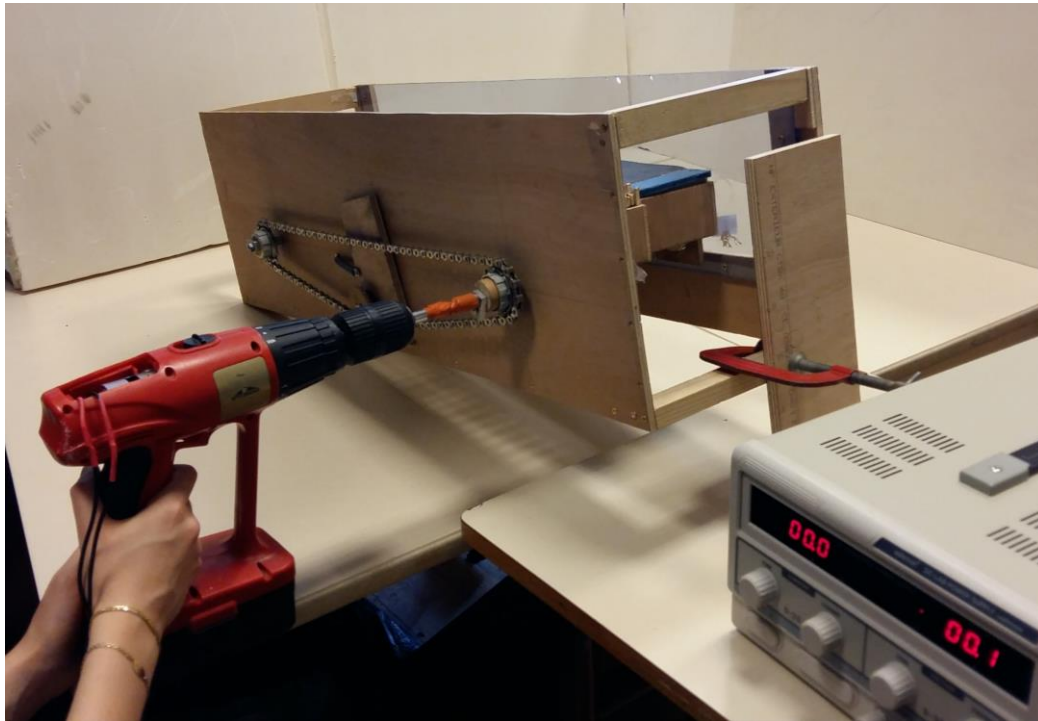
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



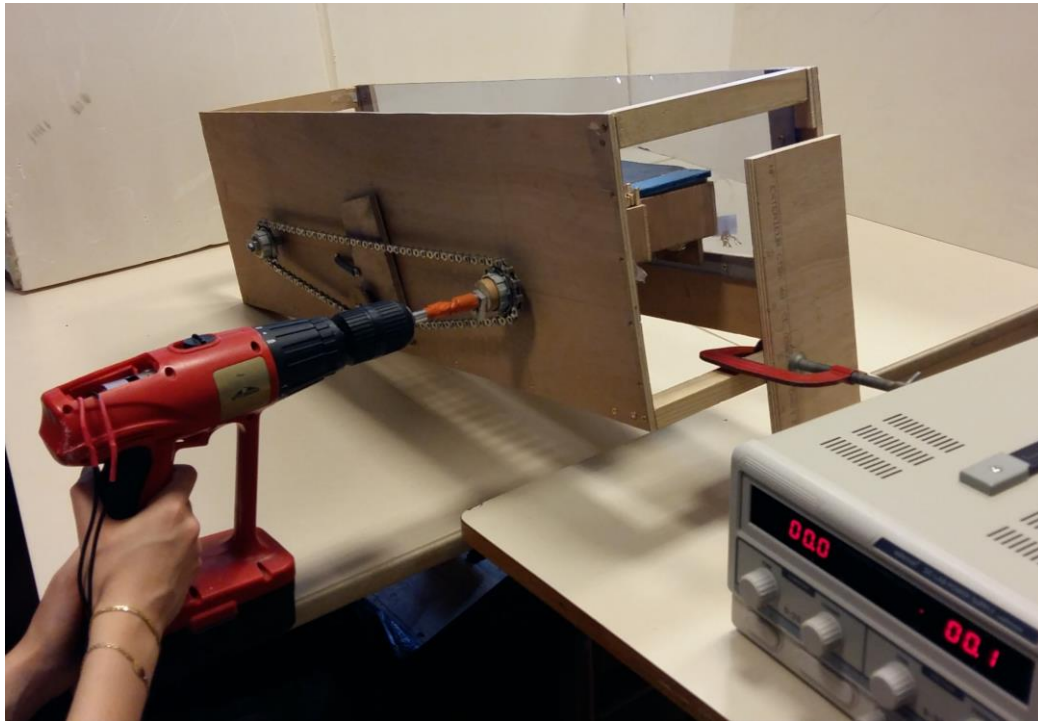
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



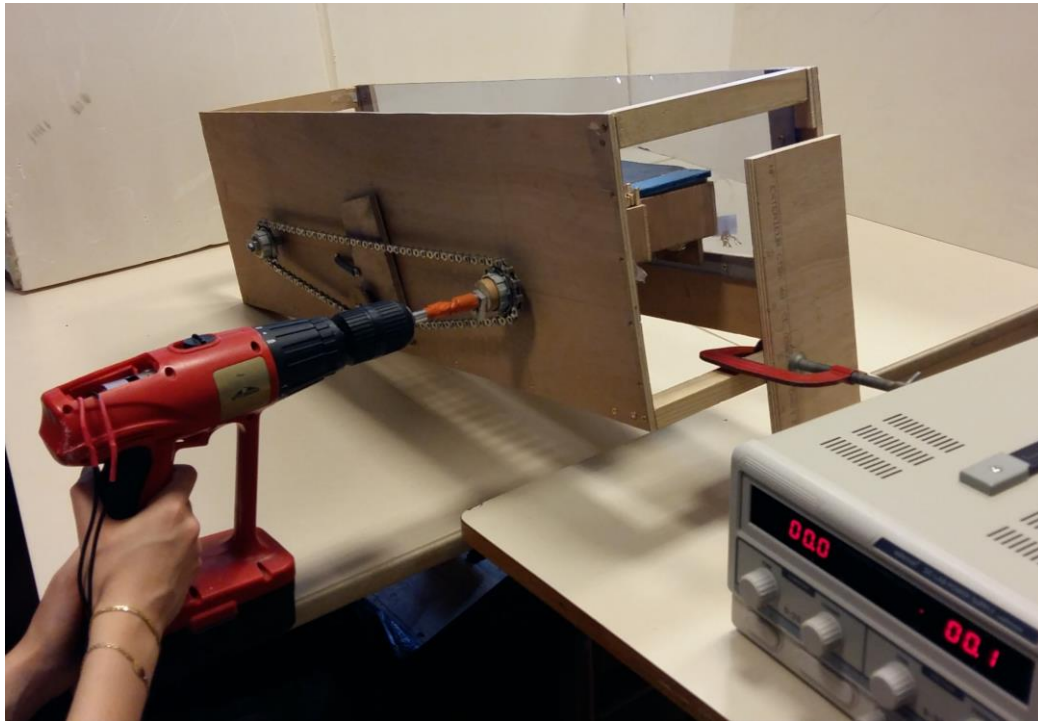
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



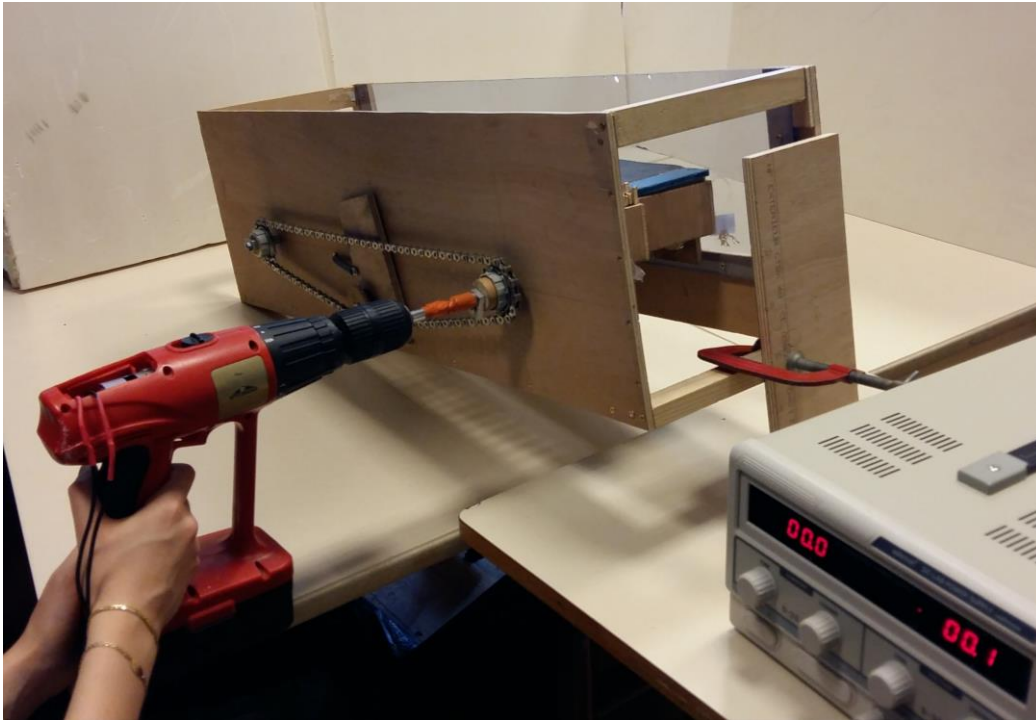
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



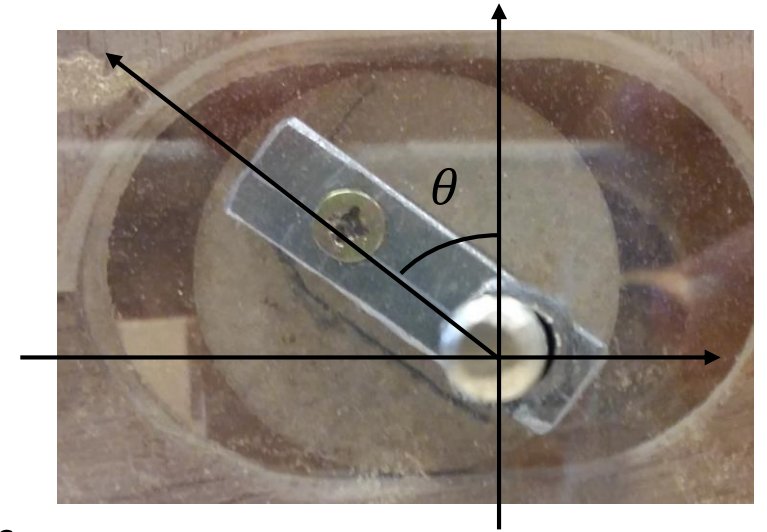
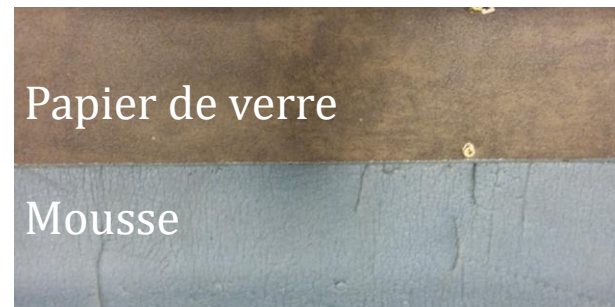
I-Recherche des caractéristiques du séparateur

1) Maquette et notations



α : angle d'inclinaison du séparateur

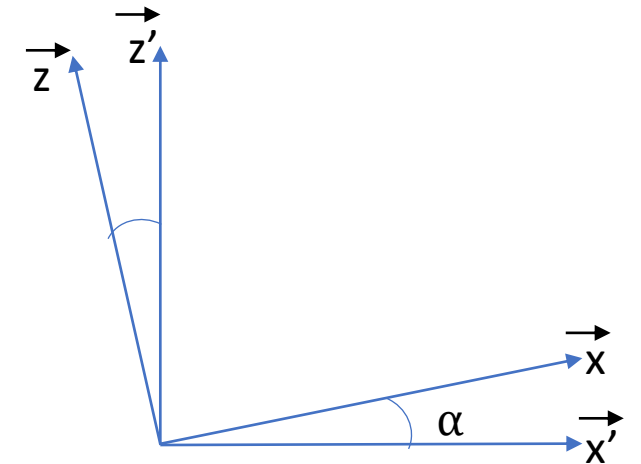
$\dot{\theta}$: vitesse de rotation des arbres du séparateur



expériences

$\alpha = 10^\circ$

$\dot{\theta} = 408 \text{ tr/min}$



I-Recherche des caractéristiques du séparateur

2) Détermination du coefficient de frottements

expérience

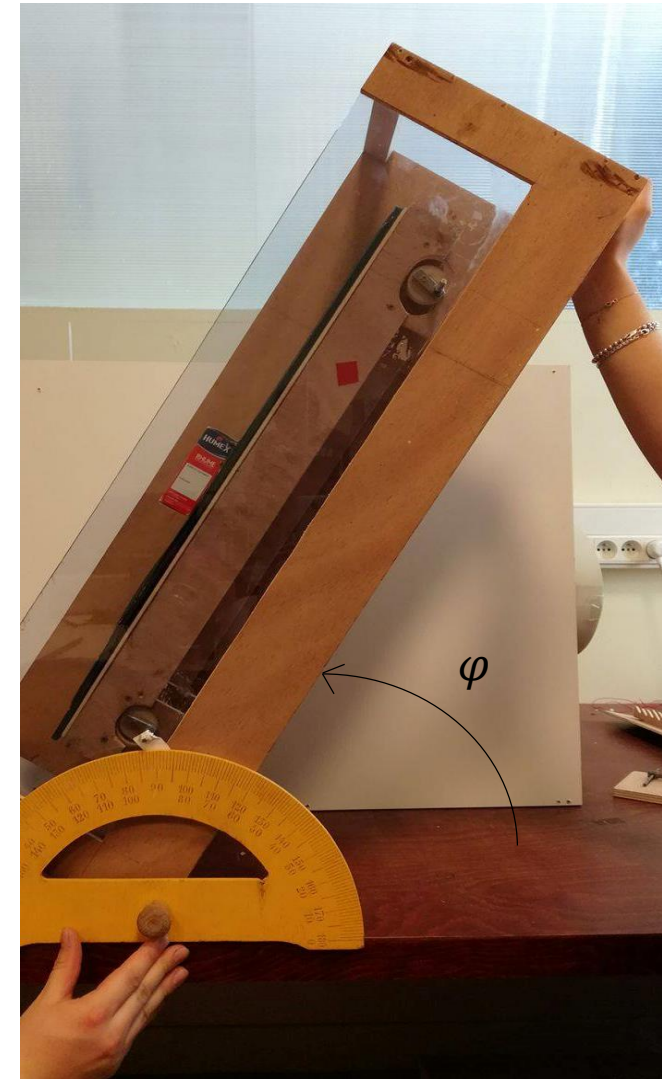
Protocole :

Augmentation de l'angle d'inclinaison du séparateur jusqu'à ce qu'il y ait glissement de l'objet.

$$f = \tan(\varphi)$$

Résultats :

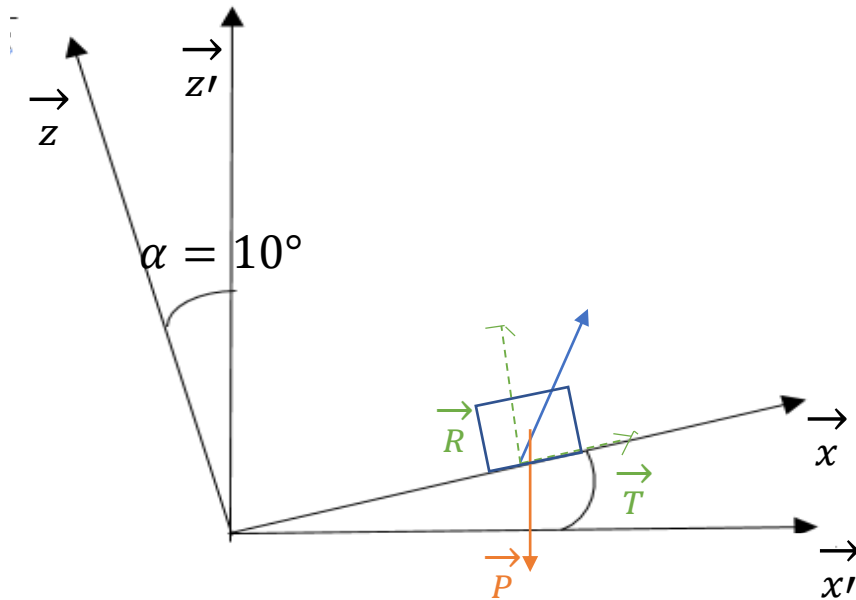
- pour la mousse : $f = 0,49 \pm 0,01$
- pour le papier de verre : $f = 1,10 \pm 0,03$



Expérience entre la boîte et le papier de verre

I-Recherche des caractéristiques du séparateur

3) Recherche de la vitesse à partir de laquelle il y a glissement



Pour le **papier de verre**:

$-\alpha=0^\circ$

$$v_g = 249 \text{ tr. min}^{-1}$$

$-\alpha=10^\circ$

$$v_g = 233 \text{ tr. min}^{-1}$$

théorie

$$m_p \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$$

Glissement si $T > f R$:

$$\dot{\theta}^2 > \frac{f g \cos(\alpha) - g \sin(\alpha)}{f e \cos(\theta) - e \sin(\theta)}$$

Pour **la mousse** :

$-\alpha=0^\circ$

$$v_g = 198 \text{ tr. min}^{-1}$$

$-\alpha=10^\circ$

$$v_g = 157 \text{ tr. min}^{-1}$$

→ Présence de glissement

expérience



Glissement si :

pour **la mousse**

$-\alpha=0^\circ$

$$v_g \geq 192 - 202 \text{ tr. min}^{-1}$$

$-\alpha=10^\circ$

$$v_g \geq 145 - 162 \text{ tr. min}^{-1}$$

II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats



II-Remontée des objets plats

1) Détermination de la vitesse à partir de laquelle l'objet décolle

théorie

PFD appliqué au papier sur le séparateur :

$$m_p \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$$

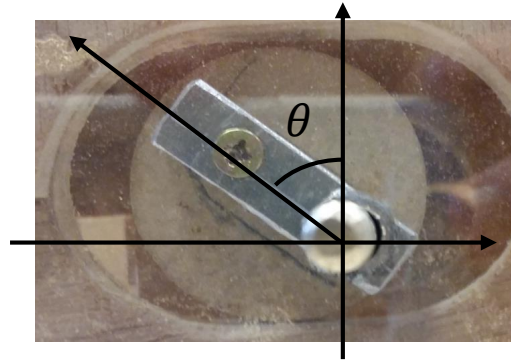
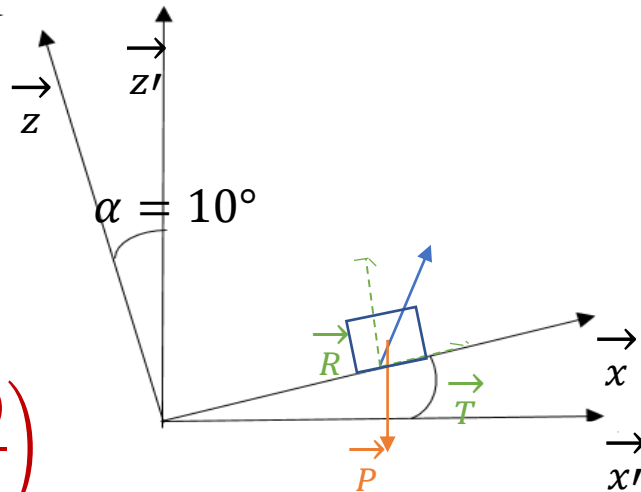
$$/ \vec{u}_z : m_p e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) = -R + m_p g \cos(\alpha)$$

$$\theta_{lim} = \arccos\left(\frac{g \cos(\alpha)}{e \dot{\theta}^2}\right)$$

Soit

$$\dot{\theta} \geq \sqrt{\frac{g \cos(\alpha)}{e}}$$

Dans notre cas : $\dot{\theta}_{lim} = 297$ tr/min pour $\alpha = 0^\circ$
 $\dot{\theta}_{lim} = 297$ tr/min pour $\alpha = 10^\circ$



expérience



Mesures au tachymètre :

- $\dot{\theta}_{lim} = 294$ tr/min pour $\alpha = 0^\circ$
- $\dot{\theta}_{lim} = 290$ tr/min pour $\alpha = 10^\circ$

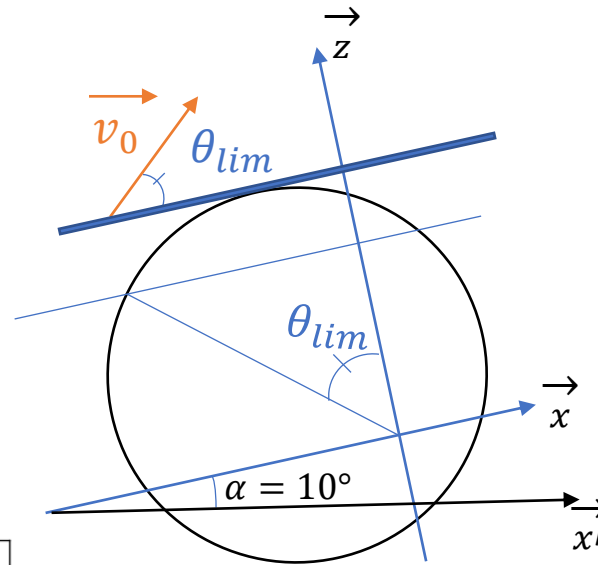
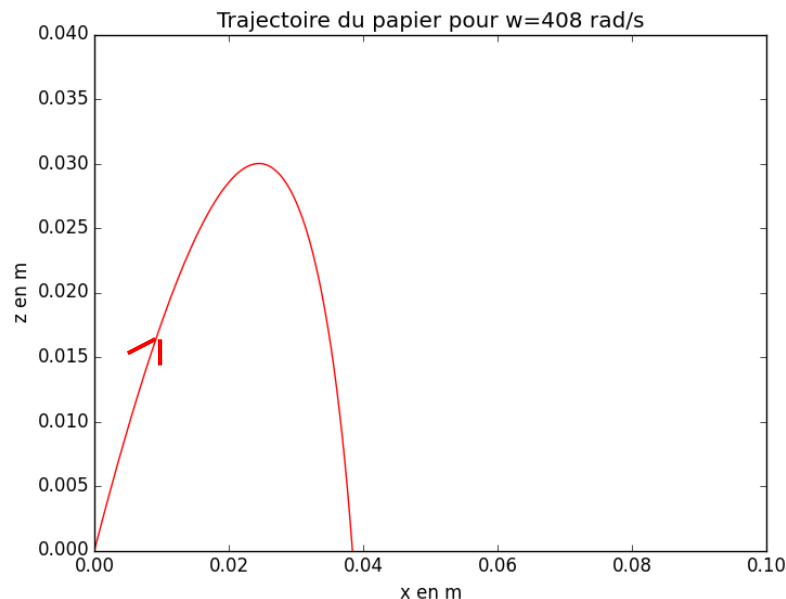
II-Remontée des objets plats

2) Détermination de la trajectoire du papier

théorie

$$\theta_{lim} = \arccos\left(\frac{g \cos(\alpha)}{e \dot{\theta}^2}\right)$$

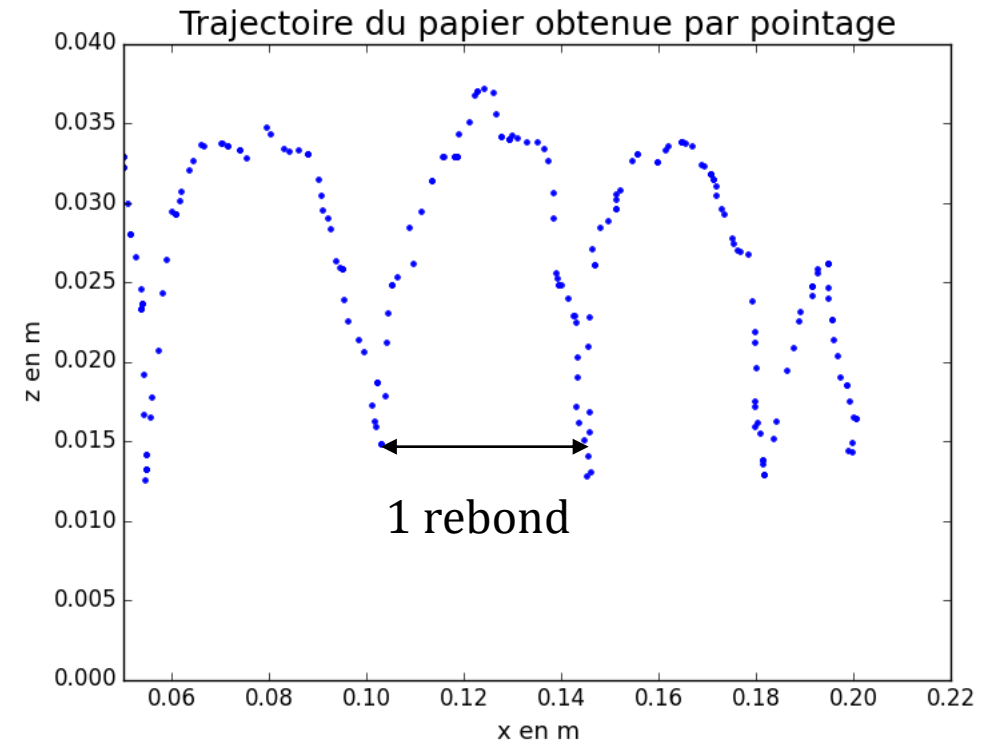
$$v_0 = e \dot{\theta} = 0,43 \text{ m/s}$$



Portée attendue : 3,8 cm.

expérience

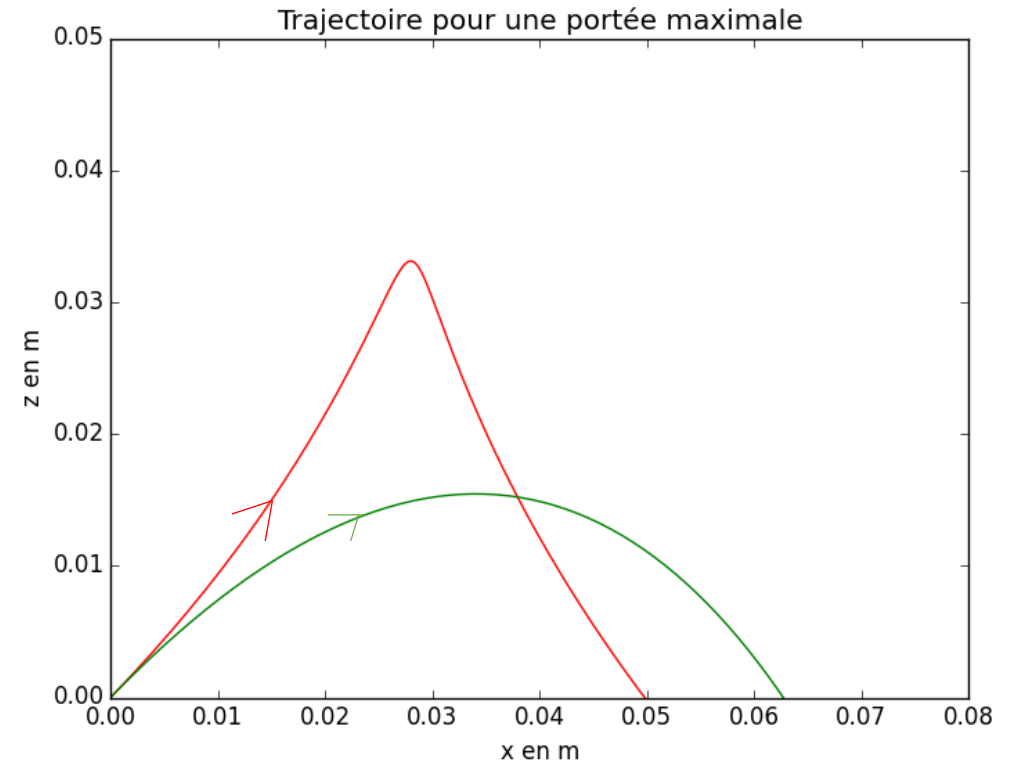
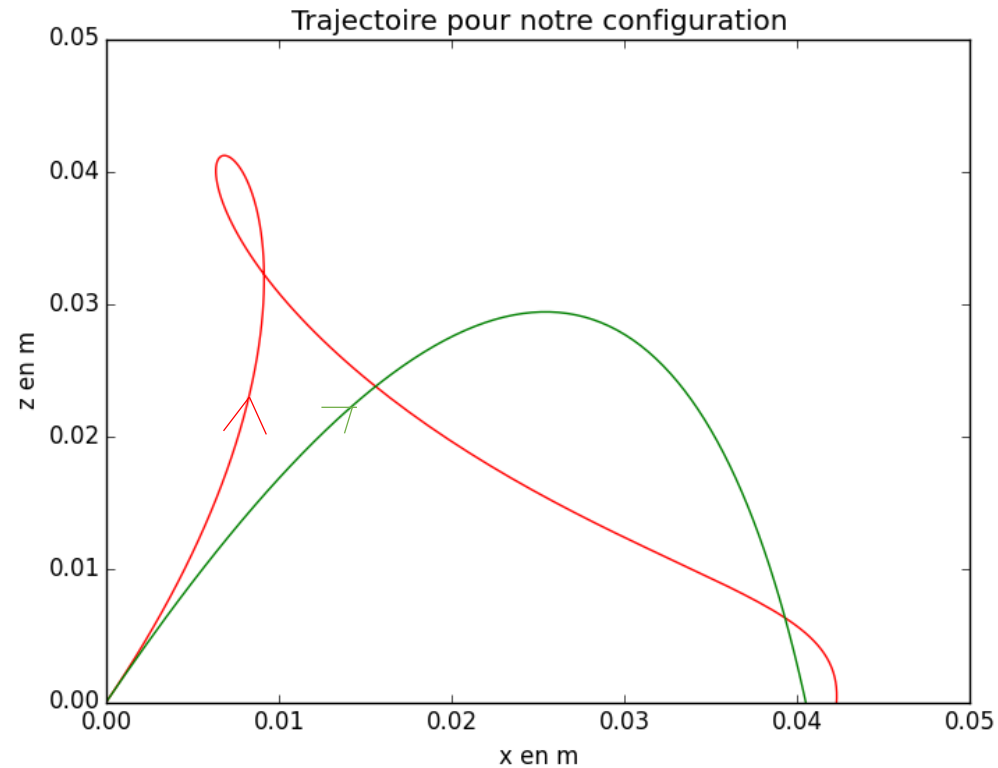
On mesure $v_{0exp} = 0,45 \text{ m/s}$.



Portée moyenne : 4,1 cm

II-Remontée des objets plats

3) Choix de la vitesse pour un tri optimal



→ Choix de la vitesse de rotation $\dot{\theta}$

III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



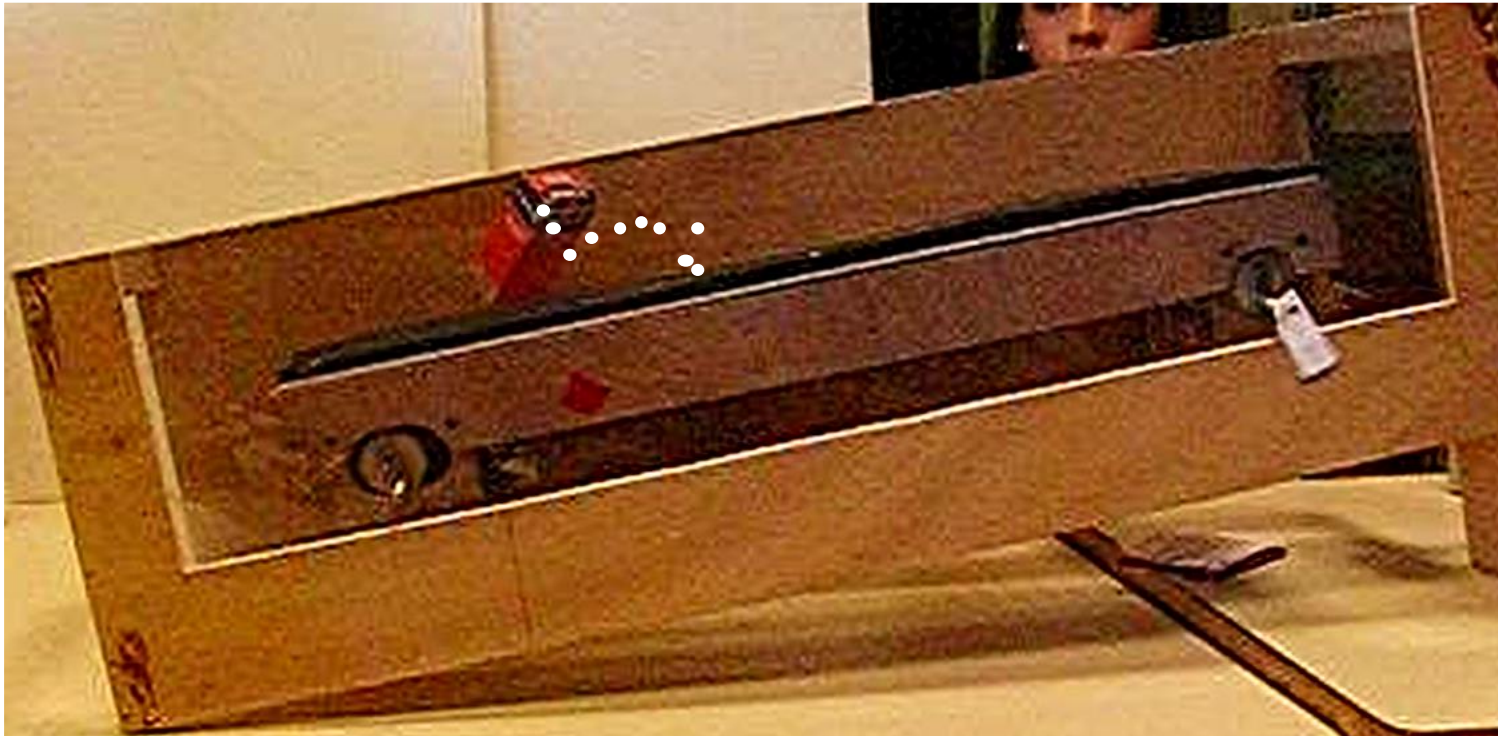
III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux



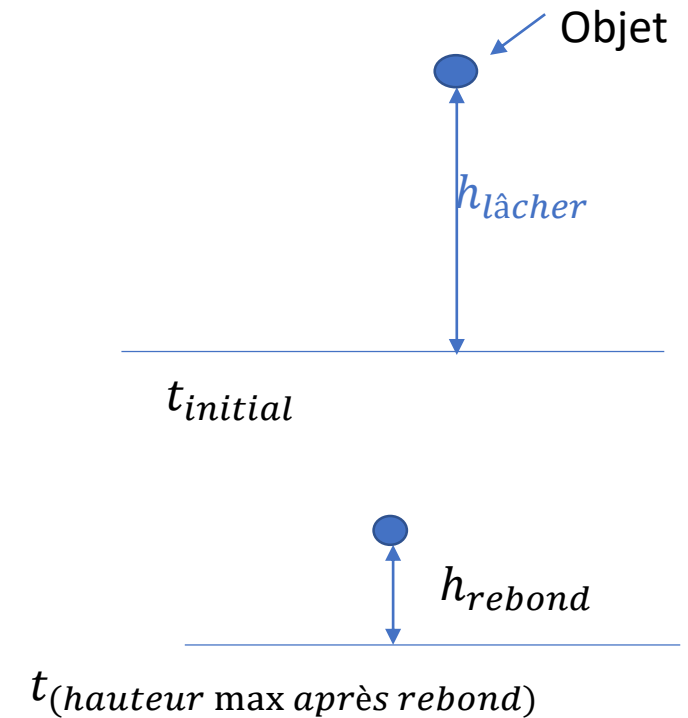
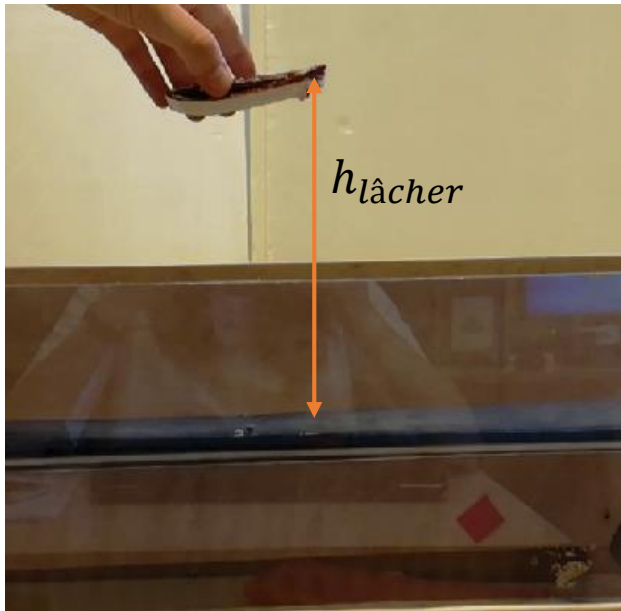
III-Descente des objets anguleux



III-Descente des objets anguleux

1) Détermination des coefficients de restitution

Le coefficient de restitution est $C = \sqrt{\frac{h_{rebond}}{h_{lâcher}}}$.



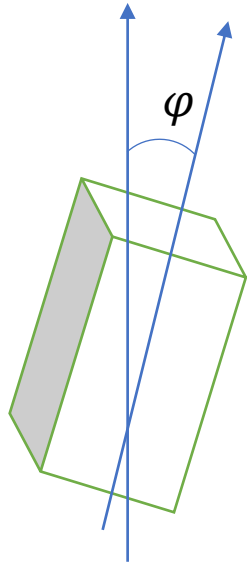
En mesurant sur plusieurs vidéos :

$$C_{\text{papier}} = 0,28$$

$$C_{\text{boite}} = 0,41$$

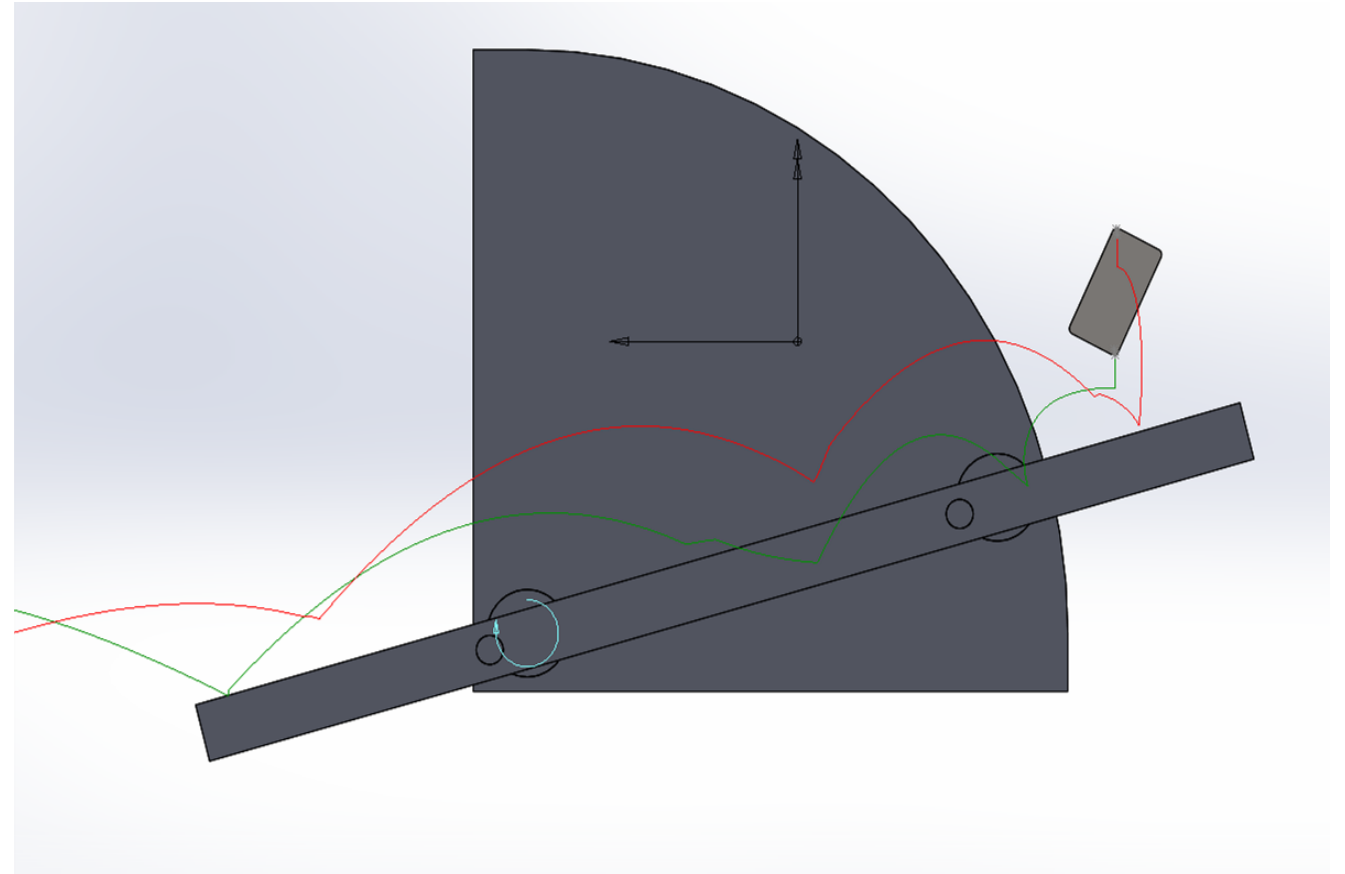
III-Descente des objets anguleux

2) Modèle numérique : utilisation de SolidWorks



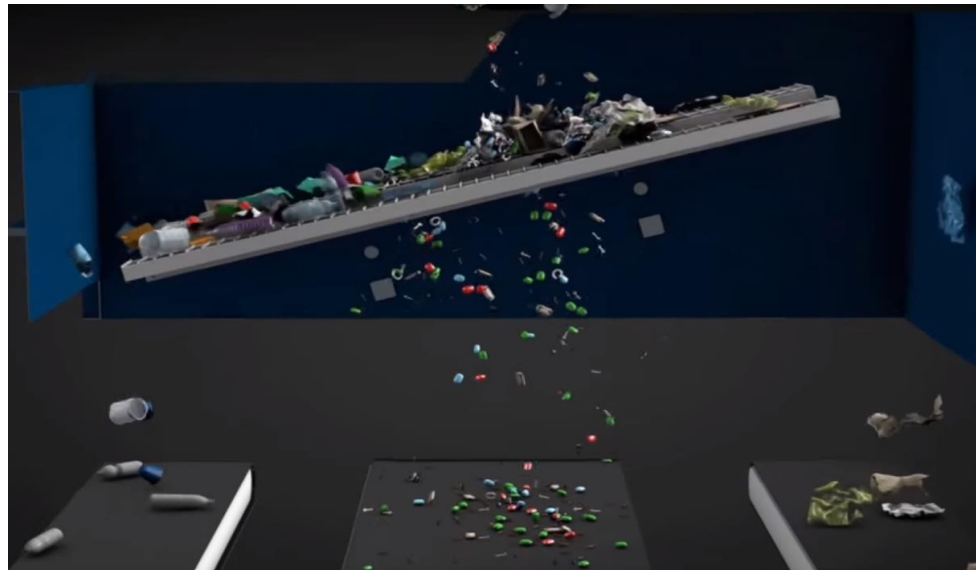
L'objet stagne pour quelques rares configurations.

Sinon, il descend.



Conclusion

- *Comportement des objets avec la maquette fidèle aux résultats attendus.*
- *Etude limitée du fait du nombre et de la diversité des objets.*
- *Paramètre permettant l'optimisation du tri : vitesse de rotation.*
- *Possibilité de prendre en compte la valeur de e pour une étude complète.*



Annexes

Annexe 0) – Equations du séparateur

$$/a_z : -e\dot{\theta}^2 \cos(\theta)$$

$$/a_x : e\dot{\theta}^2 \sin(\theta)$$

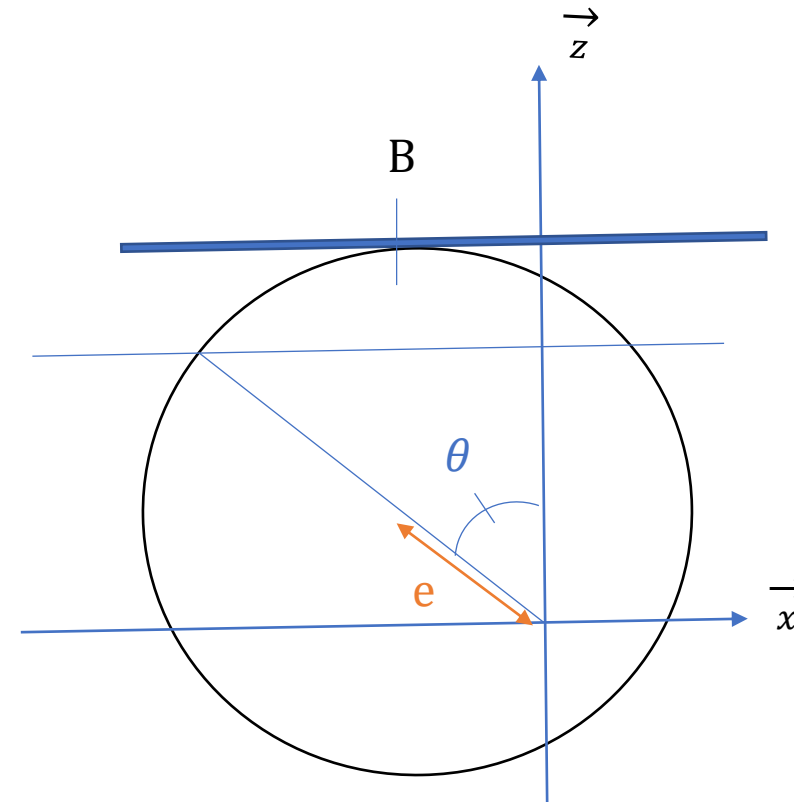
$$/v_z : -e\dot{\theta} \sin(\theta)$$

$$/v_x : -e\dot{\theta} \cos(\theta)$$

$$/z : e \cos(\theta) + R$$

$$/x : -e \sin(\theta)$$

$$\text{Donc } v_0 = \sqrt{v_z^2 + v_x^2} = e\dot{\theta}$$



Annexes

Annexe I.3) -Détermination de la vitesse de glissement

$$m_p \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$$

$$/u_z: -m_p e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) = R - g m_p \cos(a)$$

$$/u_x: -m_p e \dot{\theta}^2 \sin(\theta) = -m_p g \sin(a) + T$$

Début du glissement quand $T > fR$,

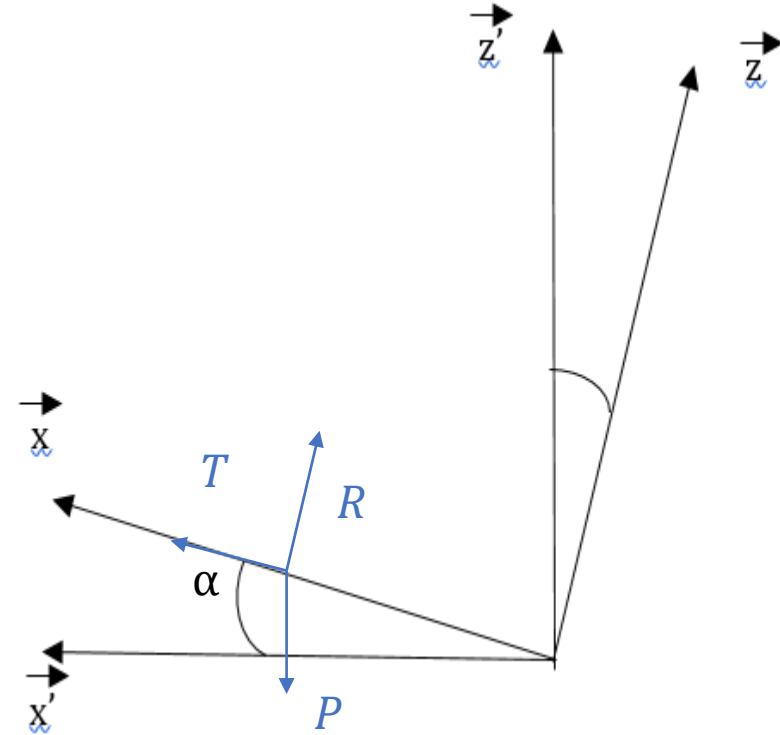
Soit $-m_p e \dot{\theta}^2 \sin(\theta) + m_p g \sin(a) > fR$

Et $-m_p e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) + g m_p \cos(a) = R$

$$\text{D'où } \frac{-e \dot{\theta}^2 \sin(\theta) + g \sin(a)}{-e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) + g \cos(a)} > f$$

On a donc $\dot{\theta}_{max}$ avant glissement :

$$\dot{\theta}_{max}^2 > \frac{f g \cos(\alpha) - g \sin(\alpha)}{f e \cos(\theta) - e \sin(\theta)}$$



Annexes

Annexe – II.1) Détermination de la vitesse à partir de laquelle l'objet décolle

$$m_p \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$$

$$/ u_z : m_p e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) = -R + m_p g \cos(\alpha)$$

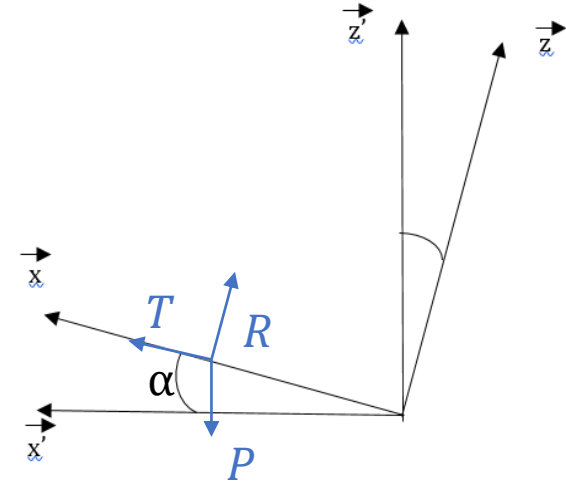
Lorsque le papier décolle, R s'annule :

$$e \dot{\theta}^2 \cos(\theta) = g \cos(\alpha)$$

$$\text{Soit } \theta_{lim} = \arccos\left(\frac{g \cos(\alpha)}{e \dot{\theta}^2}\right)$$

Or l'arccosinus est défini à condition que $\left| \frac{g \cos(\alpha)}{e \dot{\theta}^2} \right| < 1$,

$$\text{Soit à partir de } \dot{\theta}_{lim} \geq \sqrt{\frac{g \cos(\alpha)}{e}}.$$



Annexes

Annexe – II.2) Détermination de la trajectoire du papier

L'angle d'incidence est θ_{lim} .

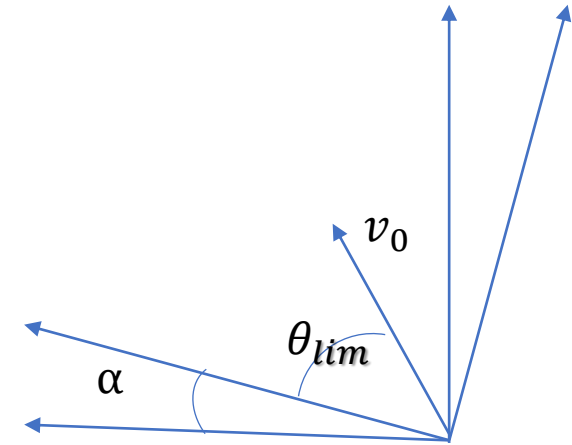
$$\vec{m_p a} = \vec{P}$$

$$/u_z : \ddot{z} = g \cos(\alpha)$$

$$/u_x : \ddot{x} = -g \sin(\alpha)$$

$$z(t) = -g \cos(\alpha) \frac{t^2}{2} + v_0 \sin(\theta_{lim}) * t + z(t=0)$$

$$x(t) = -g \sin(\alpha) \frac{t^2}{2} + v_0 \cos(\theta_{lim}) * t + x(t=0)$$



Annexes

Annexe –II.2) Programme Python pour la trajectoire, calcul de la portée et du temps d'annulation

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 R=0.08 #Distance plateau-arbre
4 e=0.01 #rayon de l'excentrique
5 g=9.81
6 v=408*2*np.pi/60 #vitesse de rotation de l'arbre
7 k=10*np.pi/180 #angle d'inclinaison du séparateur
8 v0=0.85 #vitesse de départ
9 a=63.6*np.pi/180
10
11 import scipy.integrate as sci
12
13 T=np.arange(0,8,0.001)
14 resuz= sci.odeint(lambda Y,t: [ Y[1], -g*np.cos(k) ] , [0, v0*np.sin(a)], T)
15 Z=resuz[:,0]
16 resux=sci.odeint(lambda Y,t: [ Y[1], -g*np.sin(k) ] , [0, v0*np.cos(a)], T)
17 X=resux[:,0]
18
19 lili=[]
20 lizt=[]
21 for i in range(len(Z)):
22     lili=lili+[(Z[i],X[i])]
23     lizt=lizt+[(Z[i],T[i])]
24
25 def xport():
26     li=[]
27     for i in range(len(lili)):
28         if lili[i][0]>-0.0005 and lili[i][0]<0.0005:
29             li=li+[lili[i][1]]
30     return li
```

```
32 def tannul():
33     li=[]
34     for i in range(len(lili)):
35         if lizt[i][0]>-0.0005 and lizt[i][0]<0.0005:
36             li=li+[lizt[i][1]]
37     return li
38
39 plt.title('Trajectoire du papier pour w=408 rad/s')
40 plt.xlabel('x en m')
41 plt.ylabel('z en m')
42 plt.plot(X,Z,'r')
43 plt.axis([0,0.05,0,0.04])
```

Annexes

Annexe –II.3) Programme Python pour la prise en compte du séparateur

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 R=0.08 #Distance plateau-arbre
4 e=0.01 #rayon de l'excentrique
5 g=9.81
6 v=42.7 #vitesse de rotation de l'arbre
7 k=10*np.pi/180 #angle d'inclinaison du séparateur
8 v0=0.85 #vitesse de départ
9
10 lim=alim(v)
11 def alim(m):
12     return np.arccos((g*np.cos(k))/(e*m*m))
13
14 def omz(t):
15     return -g*np.cos(k)*t*t/2+v0*np.sin(lim)*t
16
17 def omx(t):
18     return -g*np.sin(k)*t*t/2+v0*np.cos(lim)*t
19
20 def olo(t):
21     return e*np.cos(lim)+0.08
22
23 def olopz(t):
24     return e*np.cos(v*t+lim)+0.02
25
26 def olopx(t):
27     return e*np.sin(v*t+lim)
28
29 T=np.arange(0,4,0.001)
30
31 import scipy.integrate as sci
32
33 resuz= sci.odeint(lambda Y,t: [ Y[1], -g*np.cos(k) ] , [0, v0*np.sin(lim)], T)
34 Z1=resuz[:,0]
35 resux=sci.odeint(lambda Y,t: [ Y[1], -g*np.sin(k) ] , [0, v0*np.cos(lim)], T)
36 X1=resux[:,0]
```

```
37
38 def th(t):
39     return (62.5*np.pi/180 + 42.7*t)*180/np.pi
40 theta=[]
41 for t in T:
42     theta=theta+[th(t)]
43
44
45 Z=[]
46 X=[]
47 for t in T:
48     Z=Z+[omz(t)+olo(t)-olopz(t)-0.06]
49     X=X+[omx(t)+olopx(t)-e*np.sin(lim)]
50
51 plt.plot(X,Z,'r',X1,Z1,'g')
52 plt.show()
53 plt.axis([0,0.08,0,0.05])
54 plt.xlabel('x en m')
55 plt.ylabel('z en m')
56 plt.title('Trajectoire pour une portée maximale')
```


Annexes

Annexe –III.1) Mouvement de rotation

Centre de gravité G , tel que $\vec{AG} = L \vec{x} + h \vec{z}$

$$\vec{R} = R \cos(\alpha) \vec{z} + R \sin(\alpha) \vec{x}$$

TMD appliqué à la boîte en A dans le repère (x, y, z) :

$$\vec{M}_{G, \text{gravité} \rightarrow \text{boîte}} = -mgL \vec{y}$$

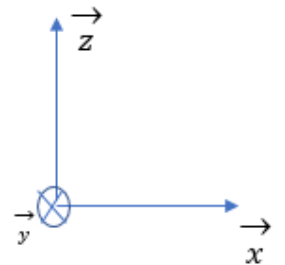
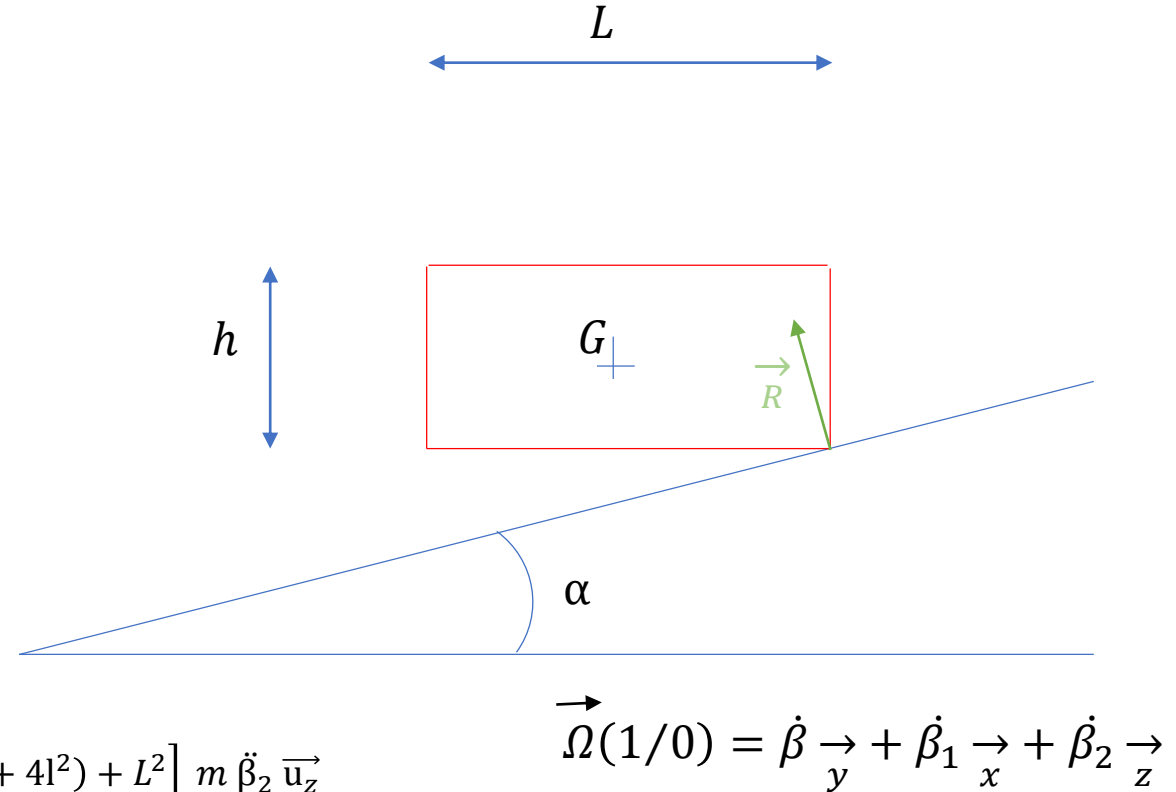
$$\vec{M}_{G, R \rightarrow \text{boîte}} = \vec{0}$$

Moment dynamique en G de $1/0$:

$$\overrightarrow{\delta_{G,1/0}} = \left[\frac{1}{12} (4h^2 + 4l^2) + h^2 \right] m \ddot{\beta}_1 \vec{u}_x + \frac{m}{3} (4h^2 + 4L^2) \ddot{\beta} \vec{u}_y + \left[\frac{1}{12} (4h^2 + 4l^2) + L^2 \right] m \ddot{\beta}_2 \vec{u}_z$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{12} (4h^2 + 4l^2) + h^2 \right] m \ddot{\beta}_1 &= 0 \\ \frac{1}{3} (4h^2 + 4L^2) \ddot{\beta} &= -g L \\ \left[\frac{1}{12} (4h^2 + 4l^2) + L^2 \right] m \ddot{\beta}_2 &= 0 \end{aligned}$$

Apparition d'un mouvement de rotation selon \vec{y} .



Annexes

Annexe –III.1) Mouvement de rotation

$$I(A, b/0) = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(4h^2 + 4l^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(4h^2 + 4L^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(4L^2 + 4l^2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mh^2 & 0 & 0 \\ 0 & m(h^2 + L^2) & 0 \\ 0 & 0 & mL^2 \end{bmatrix}$$