

# Etude de la géométrie des cuves de stockage dans le transfert thermique.

# Sommaire :

Présentation du sujet

- I – Géométrie cylindrique
- II – Géométrie sphérique
- III – Analogie électrique-thermique

Conclusion

# Présentation du sujet.



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

On trouve des réservoirs de stockage partout :



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

A qui rend-elle service ?

Industrie  
nécessitant de  
stocker des  
fluides à bonne  
température

Sur quoi agit-elle ?

Fluides bruts ou  
transformés

**CUVE DE  
STOCKAGE**

**Assurer la conservation optimale des fluides stockés par les  
industriels**

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Deux modèles de stockage cohabitent principalement :



*Cuve à géométrie cylindrique*



*Cuve à géométrie sphérique*



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Problématique :

Comment limiter les pertes thermiques lors du stockage  
d'un fluide ?



Présentation  
du sujet

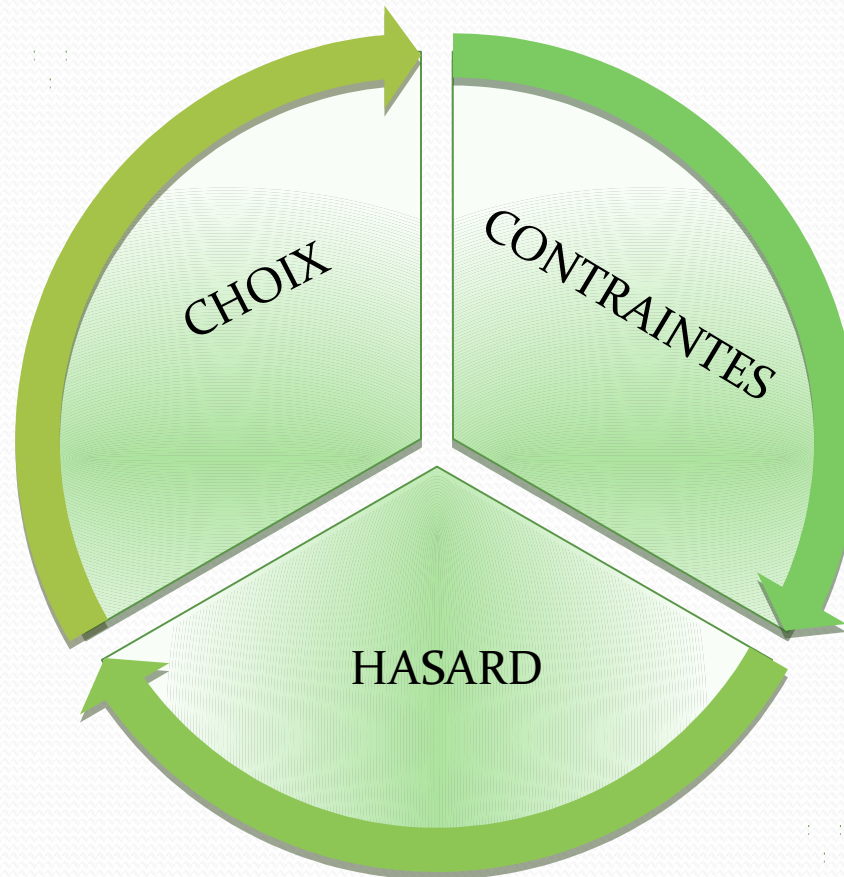
Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

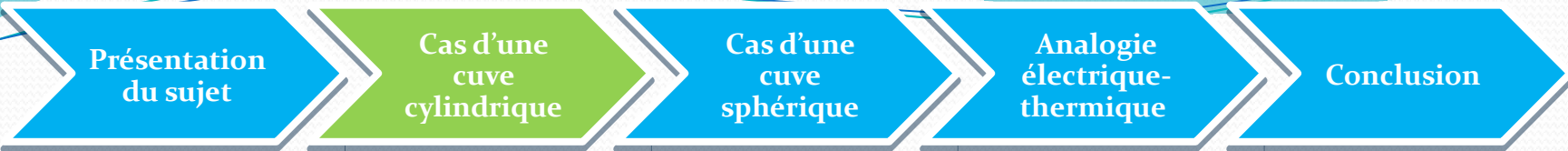
Conclusion

## OPTIMALITÉ :





# Géométrie cylindrique.



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Modélisation de la cuve :

- Tube en verre.
- Dimension :  $\varnothing$  37 mm ; Longueur 145 mm

## Hypothèse :

- Température uniforme sur chaque section.

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

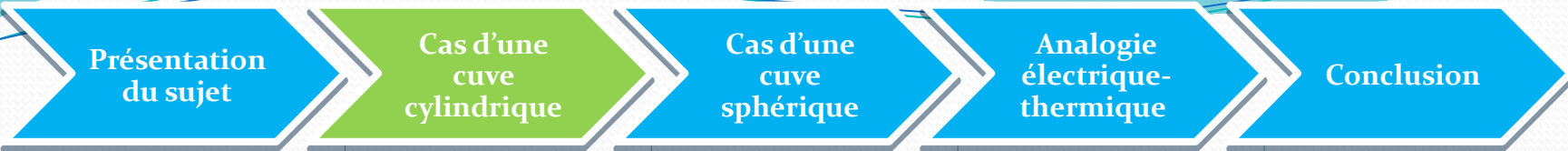
Conclusion



Expérience n°1 :

- Chauffer de l'eau à  $100^{\circ}\text{C}$
- Remplir le cylindre avec l'eau chauffée
- Mesurer la température de refroidissement au cours du temps sur chaque section.

**OBJECTIF** : Tracer l'évolution de la température en fonction de la section du cylindre et du temps



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Conditions de l'expérience :

- Température initiale de l'eau :  $100^{\circ}\text{C}$
- Température de l'air ambiant :  $28^{\circ}\text{C}$  (thermostatée)
- Température initiale du cylindre :  $28^{\circ}\text{C}$



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

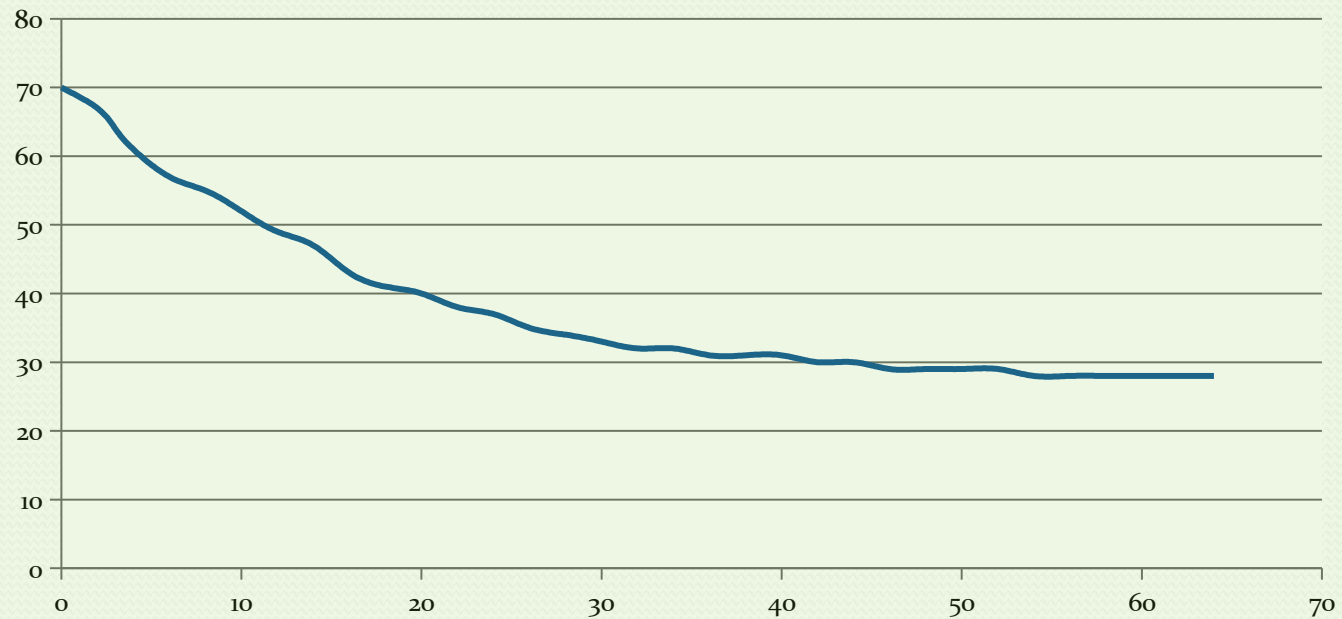
Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Résultat :

Température (°C)

Refroidissement au centre du cylindre



Temps (min)

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Modélisation informatique :

- Diamètre  $\ll$  Longueur  $\rightarrow$  problème à une dimension
- Modèle de l'équation de la chaleur (Fourier – 1882)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{où } D = \frac{\lambda}{\rho c_v}$$

- $\lambda = 0.8 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  ;  $C_v = 4200 \text{ kJ.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Adimensionnement de l'équation :

- Variable d'espace  $X \rightarrow X = x/L$  où  $L$  est la longueur de la barre.
- Variable de temps  $\tau \rightarrow \tau = t.D/L^2$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2}$$

- Utilisation du schéma de Crank-Nicholson

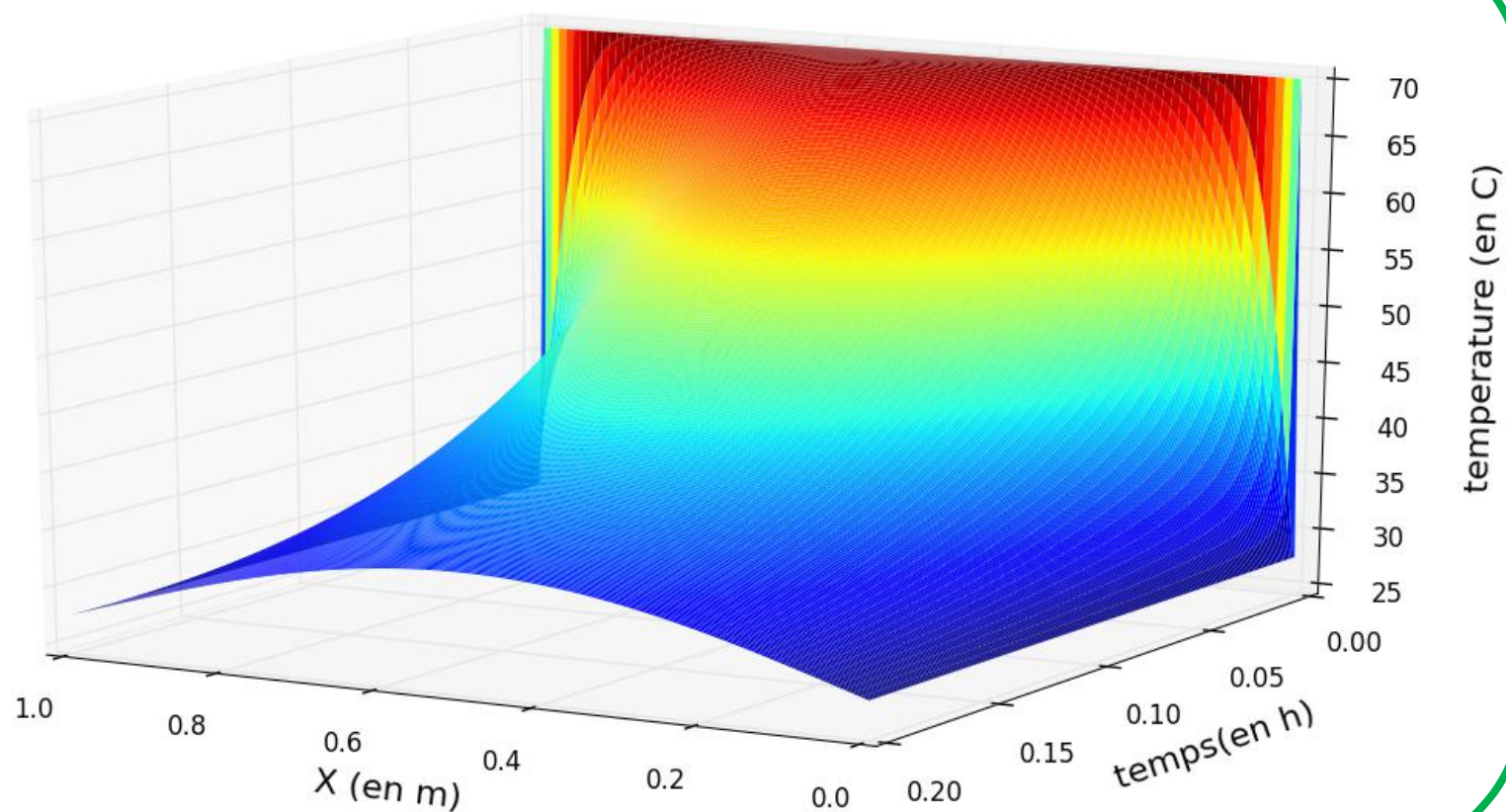
Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion





# Géométrie sphérique.

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Modélisation de la cuve :

- Sphère en verre.
- Dimension :  $\varnothing$  210 mm



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Expérience n°2 :

- Chauffer de l'eau à  $100^{\circ}\text{C}$
- Remplir la sphère avec l'eau chauffée
- Mesurer la température du centre de la sphère.

**OBJECTIF** : Tracer l'évolution de la température au centre de la sphère en fonction du temps.

**Remarque** : On mesure le centre de la sphère pour des raisons de commodité.

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

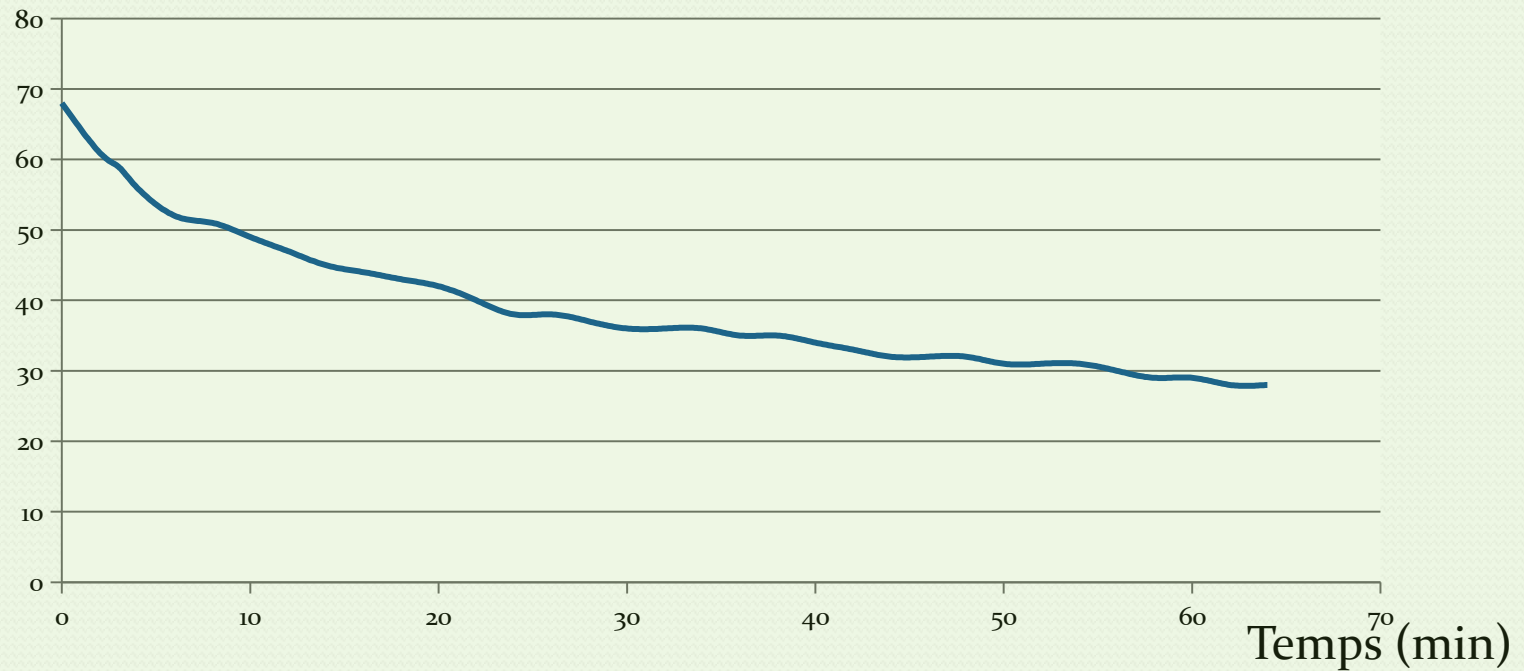
Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Résultat :

Température (°C)    Refroidissement au centre de la sphère





Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

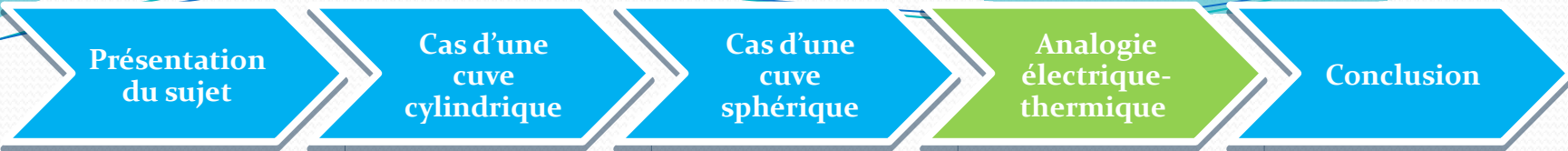
Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Synthèse cuve sphérique <-> cuve cylindrique :

	Cuve cylindrique	Cuve sphérique
Température au bout de <b>1</b> minute	70°C	68°C
Température au bout de <b>15</b> minutes	44°C	44°C
Température au bout de <b>30</b> minutes	33°C	36°C
Durée totale de refroidissement	54 min	62 min

# Analogie électrique-thermique.



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

**Objectif : Créer un modèle électrique traduisant le comportement du système thermodynamique**

- Expérience plus facile à réaliser.
- Observation du comportement en temps réel *via* un oscilloscope.
- Meilleure compréhension des phénomènes engagés.

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

## Tableau des analogies :

	Electrique	Thermique
Epaisseur de la paroi	Résistor	Résistance thermique
Capacité thermique de la paroi	Condensateur	Capacité thermique
Mesurande	Tension	Température



Présentation  
du sujet

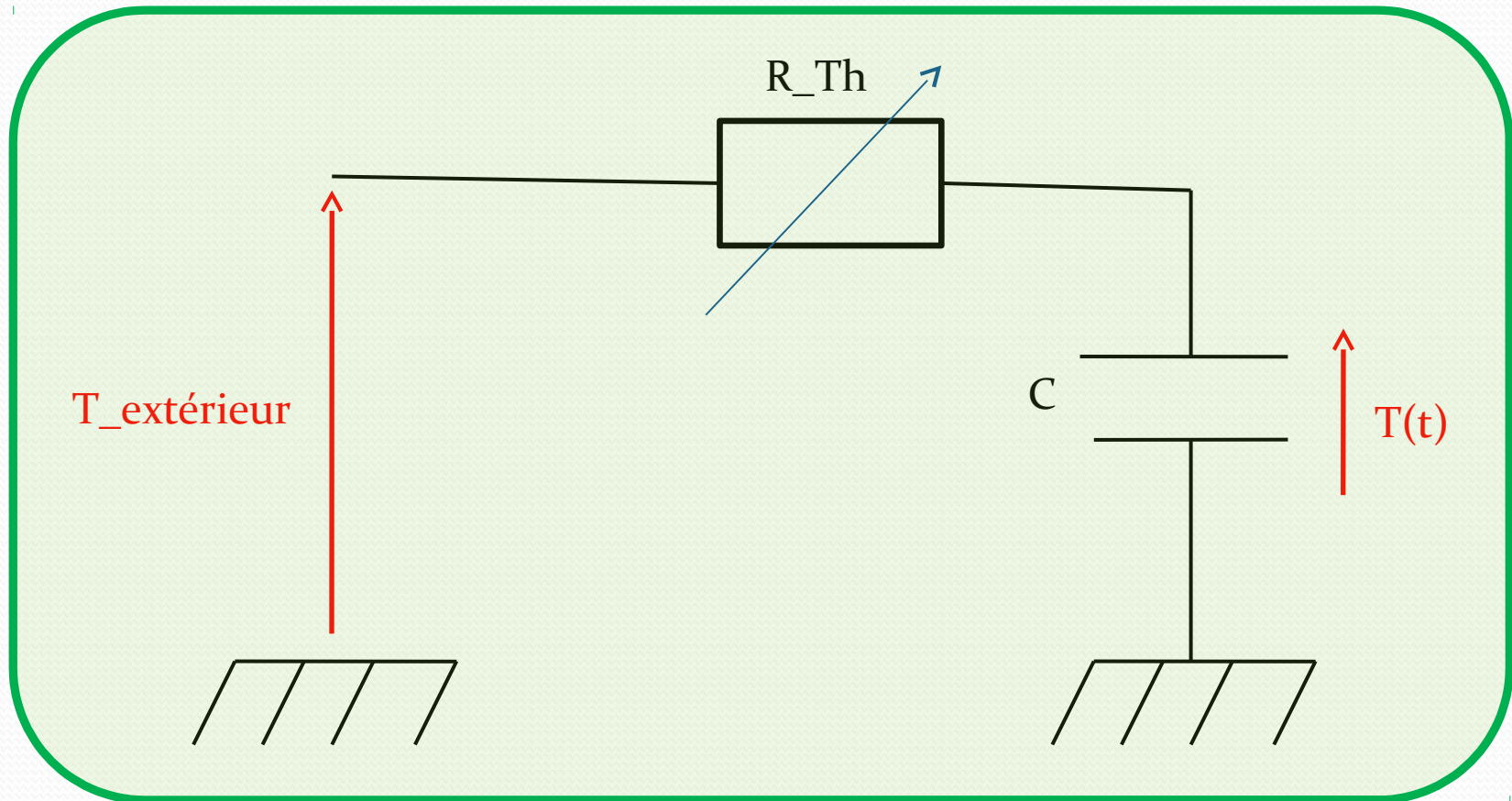
Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

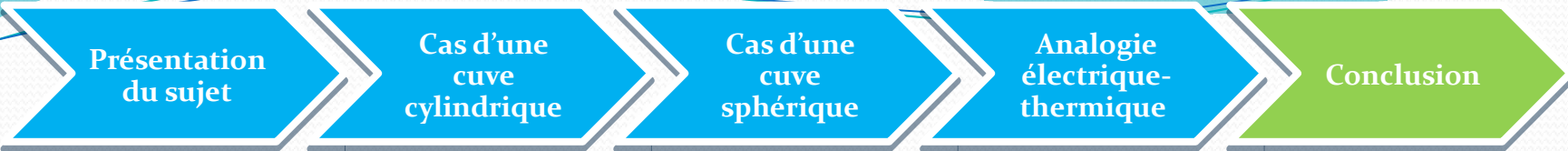
Conclusion

Schéma du principe :



The background is a solid blue color with a subtle, fine-grained grid pattern. Overlaid on this are several wavy, horizontal lines in a slightly darker shade of blue, creating a sense of motion or depth. The lines are most prominent near the top and bottom edges of the frame.

# Conclusion.



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Conservation de la température la plus efficace d'un point de vue temporel :

- ✓ **Cuve à géométrie cylindrique pour les courtes durées**
- ✓ **Cuve à géométrie sphérique pour les longues durées**

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Compacité de la sphère :

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{sp} = \frac{4\pi R^2}{\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right)} = \frac{3}{R}$$

Compacité du cylindre :

$$\left(\frac{S}{V}\right)_{cyl} = \frac{2\pi R^2 + 2\pi Rh}{\pi R^2 h} = \frac{2}{h} + \frac{2}{R}$$



Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Conservation de la température la plus efficace d'un point de vue géométrique :

$$\frac{3}{R} > \frac{2}{h} + \frac{2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad h > 2R$$

Présentation  
du sujet

Cas d'une  
cuve  
cylindrique

Cas d'une  
cuve  
sphérique

Analogie  
électrique-  
thermique

Conclusion

Aspect financier :

$$f(h, V) = 2\left(\frac{V}{h} + \sqrt{\pi h V}\right)$$

Minimisé pour :

$$h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$$