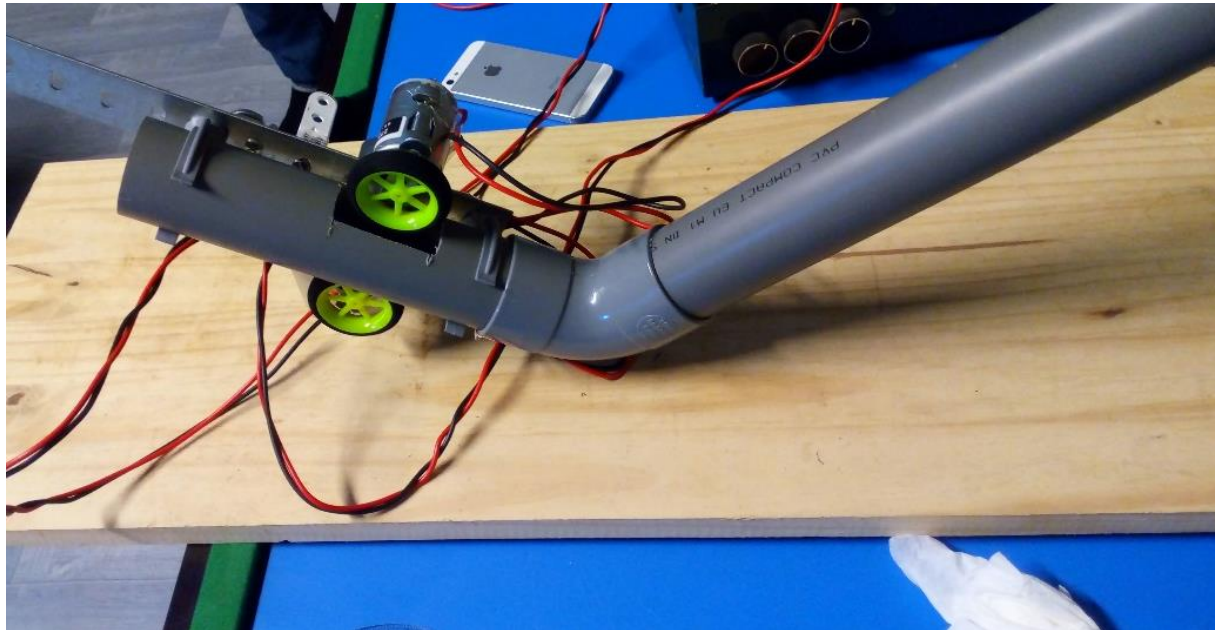


# Conception d'un lanceur en vue d'étudier la trajectoire d'une balle de ping pong



# Sommaire

## ► Conception de la machine

- Cahier des charges
- La machine
- Les composants

## ► Etude avant le rebond

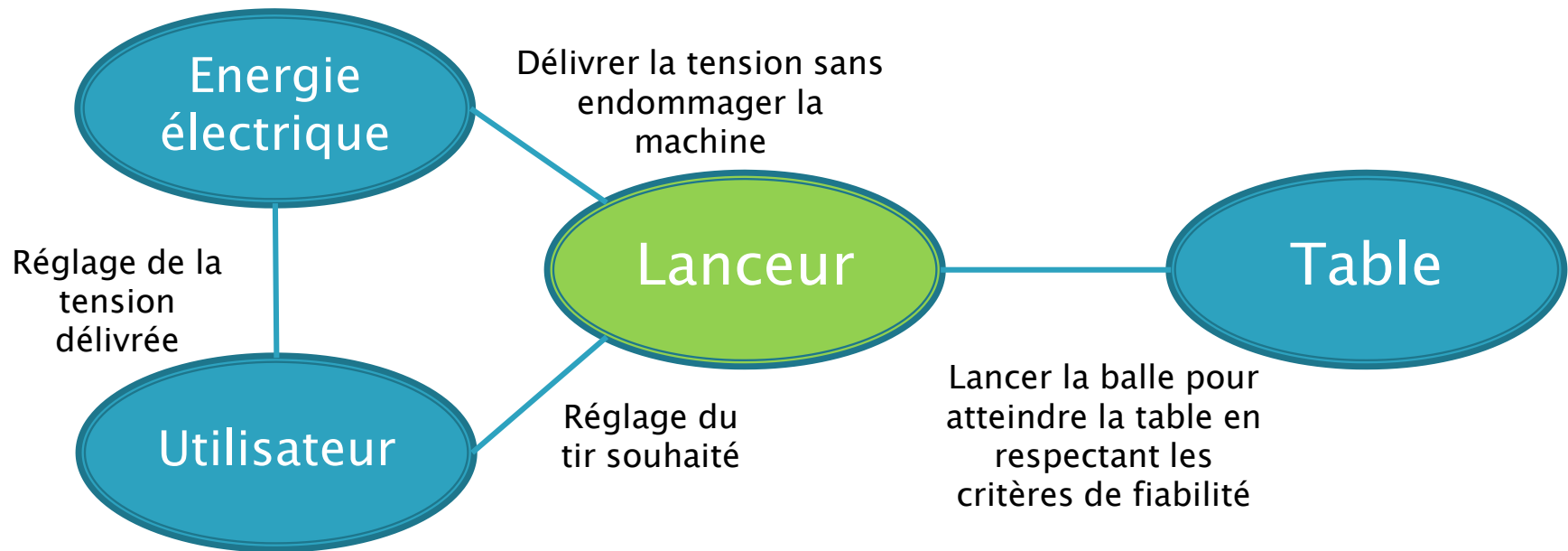
- Modèle théorique
- Equation du mouvement
- Modèle expérimentale

## ► Etude pendant le rebond

- Cause du rebond
- Pertes dues au rebond
- Changement de vitesse

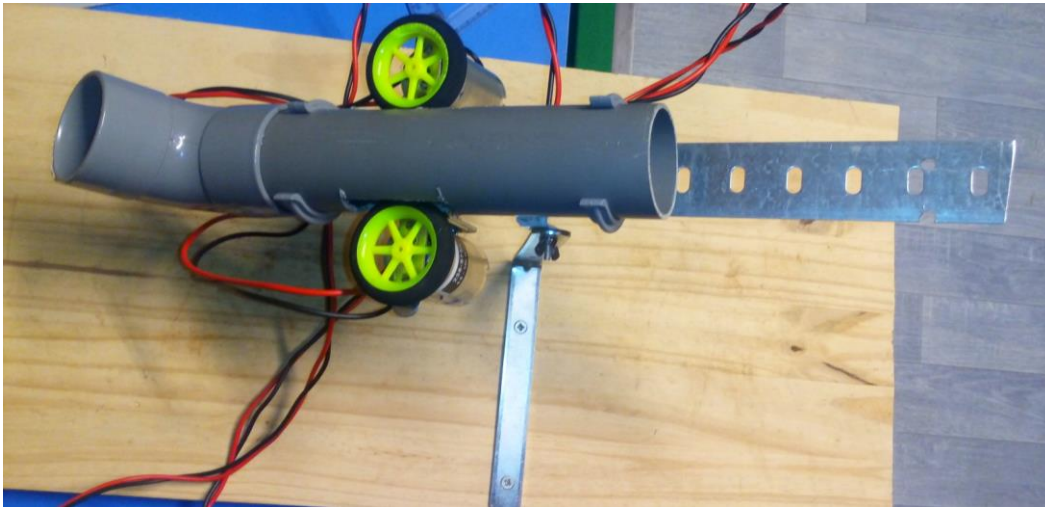
# Le cahier des charges

- Le but du projet est de construire une machine capable de lancer des balles de tennis de table se rapprochant des conditions réelles



# La machine

- 2 solutions de lancements par chocs(imprécis) et **par frottements**
- possibilité d'imprimer un effet de rotation à la balle
- tir précis et canalisé



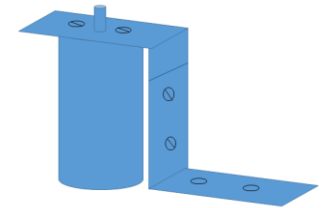
# Les composants : choix des moteurs

## Hypothèses

- Roues de diamètre 50mm pour la maquette.
- La balle doit atteindre 50km/h.
- Transmission de 50% de pertes pour calculer le vitesse maximale nécessaire au moteur.

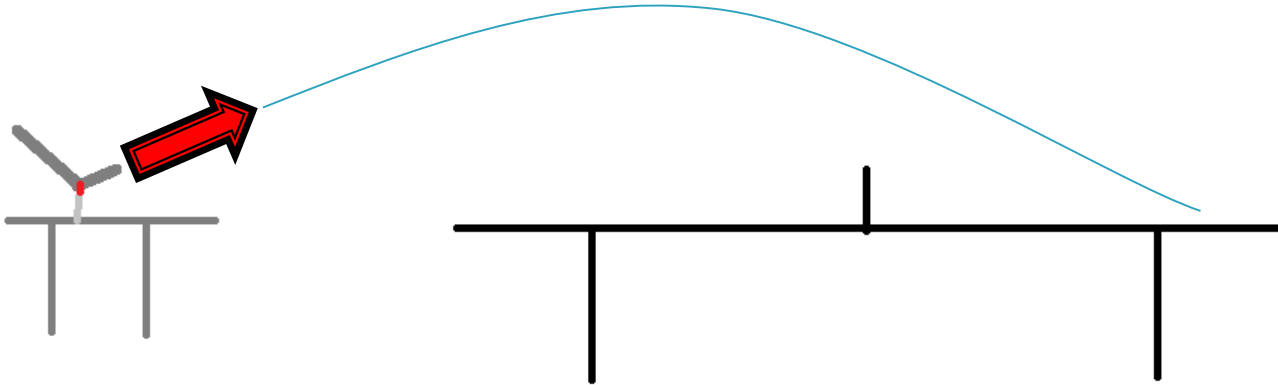
$$\omega = V_{\text{balle}} / (2 \times \pi \times R \times 0.5)$$

$$\omega_{\text{max}} = 10600 \text{ tr/min}$$



Tension d'alimentation	4,5 → 15 V c.c.
Gamme de puissance	21,2 W
Vitesse de sortie	13 360 tr/min
Diamètre d'arbre	3.175mm
Couple de sortie maximum	154,4 gcm
Courant	2,85 A

# Etude de la trajectoire simple

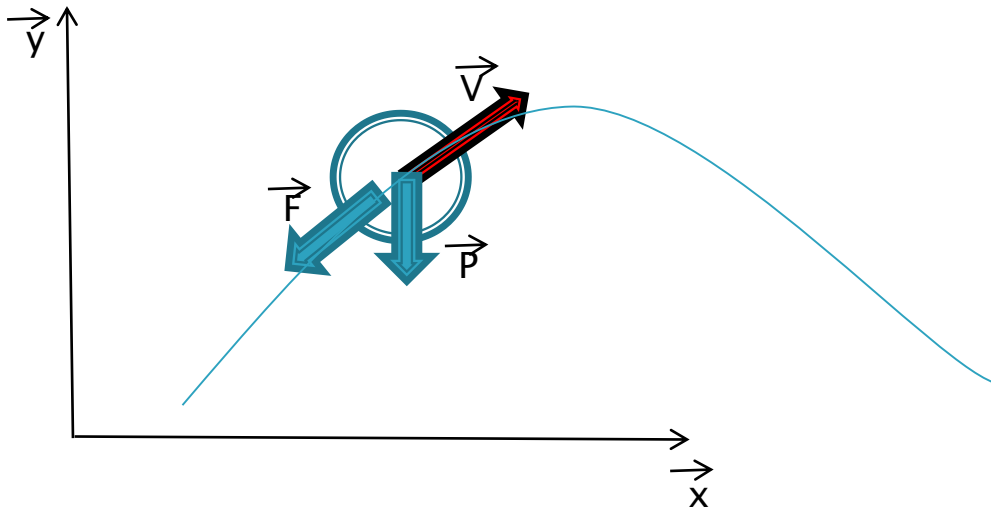




# Modèle théorique

## Bilan des forces sur la balle :

- Le poids :  $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$
- La force de trainée  $\vec{F} = \frac{1}{2}\rho SCv\vec{v}$



## Type d'écoulement

- Nombre de Reynolds:  $Re = \frac{v * \rho * D}{\eta}$
- Application numérique :  $D = 40mm, \rho = 1,293kg.m^{-3}, \eta = 1,8 * 10^{-5}Pa.s$  et  $v = 10m.s^{-1}$
- D'où  $Re \approx 29 * 10^3$
- L'écoulement est donc turbulent

Coefficient de traînée d'une sphère

	Condition	Expression
Stokes(écoulement de Stokes)	$Re < 1$	$C_x = \frac{24}{Re}$
Van Allen(écoulement intermédiaire)	$1 < Re < 10^3$	$C_x = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$
Newton(écoulement turbulent)	$10^3 < Re < 5. 10^5$	$C_x = 0,44$

$$\vec{F} = \frac{-1}{2} \rho S C v \vec{v} = -3 * 10^{-4} * v * \vec{v}$$



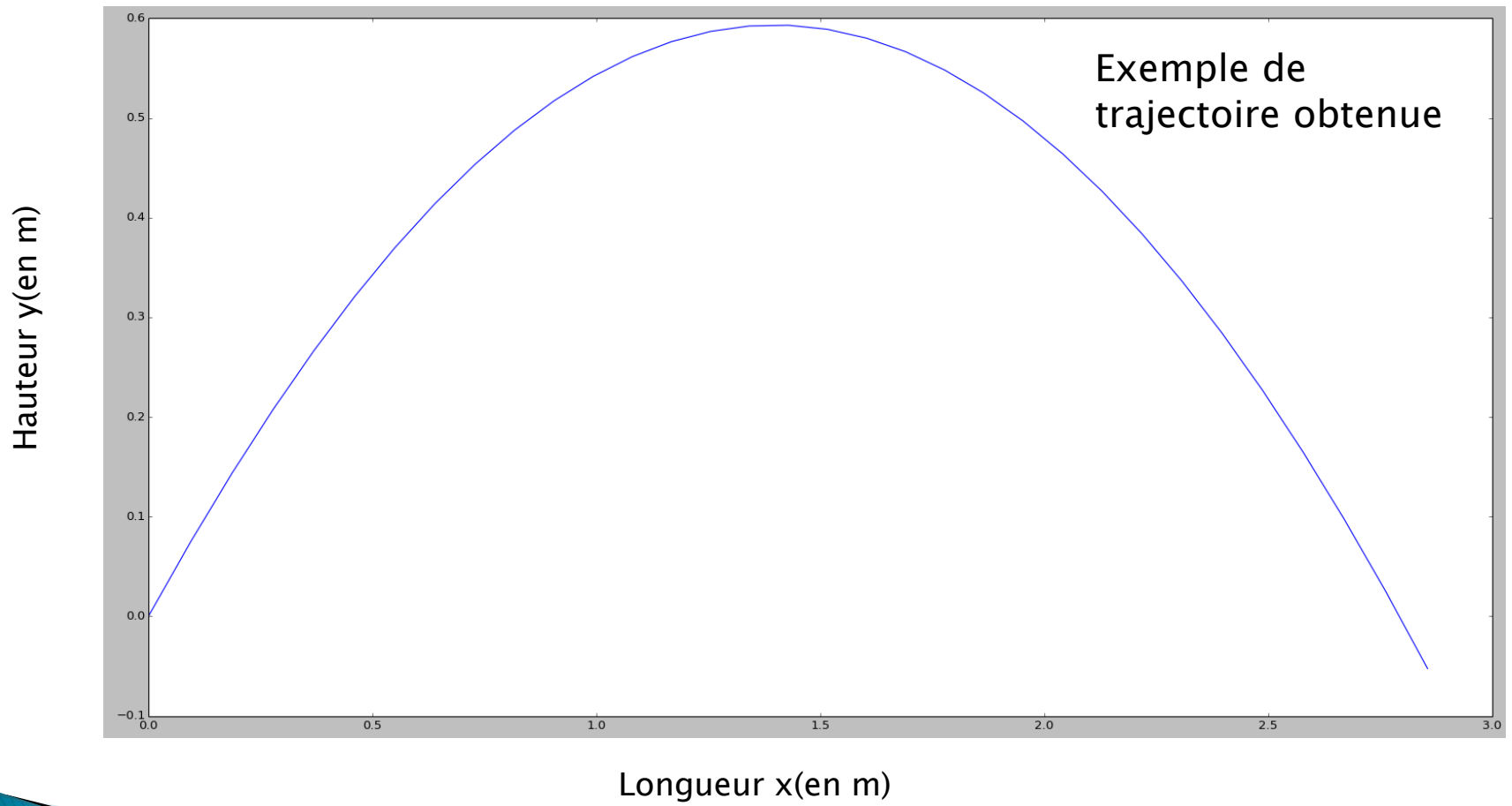
## Equation du mouvement

- ▶ On applique le PFD :

$$m \frac{dv}{dt} = mg + F \leftrightarrow m \frac{dv}{dt} = -mgu_y - 3 * 10^{-4} * v * v$$

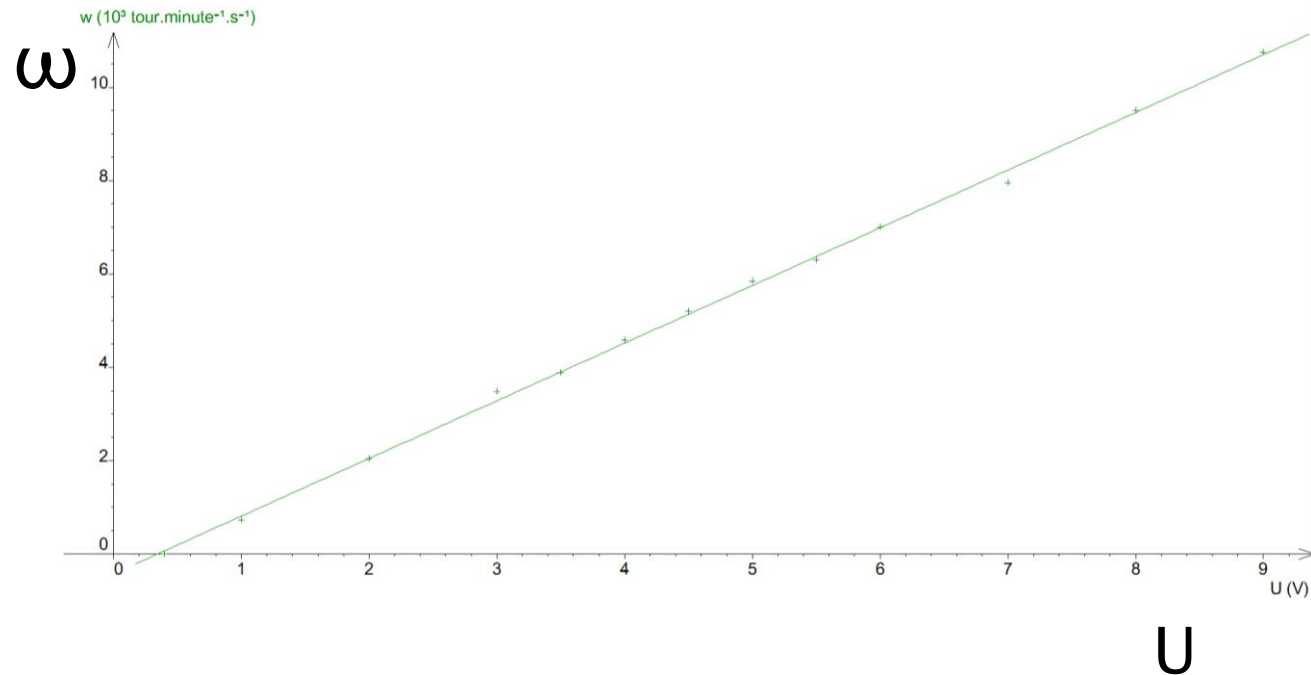
$$\begin{cases} m\ddot{x} = -3 * 10^{-4} * \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} * \dot{x} \\ m\ddot{y} = -3 * 10^{-4} * \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} * \dot{y} - m * g \end{cases}$$

# Résultats modélisés



# Modèle expérimental

## Mesure vitesse des moteurs



i	x	t	y	vx	vy	v	ax	ay	a
	m	s	m	m/s	m/s	m/s	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
0	0,0375	1,301	0,1240	-4,076	2,448	4,755	124,5	20,55	126,2
1	0,0375	5,806	0,1160	-3,759	2,237	4,374	116,0	25,08	118,7
2	0,0488	0,1670	0,1280	6,851	5,598	8,847	-18,69	-33,41	38,29
3	0,0563	7,007	0,1390	-2,369	2,137	3,190	104,5	18,59	106,2
4	0,0638	3,503	0,1460	-6,511	1,912	6,786	140,2	20,55	141,7
5	0,1280	8,075	0,1910	-6,533	1,945	6,817	136,6	19,96	138,1
6	0,1390	4,671	0,2100	-2,480	1,921	3,137	104,7	18,49	106,4
7	0,1760	9,142	0,2360	-4,963	1,511	5,188	119,7	16,41	120,9
8	0,1880	2,469	0,2360	-3,996	1,996	4,467	117,7	17,95	119,1
9	0,1910	5,839	0,2700	2,698	3,430	4,364	75,34	8,768	75,85
10	0,1950	10,38	0,2360	-2,451	2,081	3,215	105,2	17,11	106,6
11	0,2180	3,537	0,2550	1,820	2,939	3,457	99,52	8,323	99,86
12	0,2180	7,040	0,2510	3,808	3,097	4,908	65,89	4,718	66,06
13	0,2740	0,2000	0,3120	6,241	4,614	7,762	-18,91	-30,31	35,73
14	0,2740	1,335	0,3150	3,120	3,308	4,547	77,44	1,850	77,46
15	0,2970	9,176	0,3150	2,192	2,535	3,351	81,64	7,308	81,97
16	0,3150	8,108	0,3300	1,678	3,021	3,456	92,29	5,813	92,47
17	0,3570	4,705	0,3570	3,473	2,854	4,495	62,19	3,832	62,30
18	0,3640	10,41	0,3530	3,464	2,845	4,483	66,42	3,879	66,53
19	0,3750	5,872	0,4050	5,034	3,774	6,292	61,35	1,915	61,38
20	0,3980	2,502	0,3830	2,426	2,652	3,595	73,74	3,450	73,82
21	0,4390	7,074	0,4090	5,547	3,195	6,401	48,88	-2,503	48,94
22	0,4470	3,570	0,4200	5,451	3,343	6,395	81,20	1,096	81,21
23	0,4620	0,2340	0,4350	5,613	3,600	6,668	-19,14	-27,11	33,19
24	0,4770	1,368	0,4470	5,587	3,477	6,581	60,16	-5,269	60,39
25	0,4840	9,209	0,4320	4,750	2,714	5,471	65,11	1,632	65,13
26	0,4920	8,141	0,4620	5,086	3,271	6,047	76,70	-1,188	76,71
27	0,4990	4,738	0,4470	5,250	2,956	6,025	48,08	-1,513	48,10
28	0,5250	5,906	0,5180	5,170	3,216	6,089	11,43	-12,38	16,85
29	0,5440	10,44	0,4800	5,314	3,017	6,111	51,43	-2,884	51,51
30	0,5780	2,536	0,4880	5,028	2,833	5,772	59,53	-1,818	59,56
31	0,6040	3,604	0,4950	5,536	2,833	6,219	19,47	-10,98	22,36
32	0,6160	7,107	0,4840	5,450	2,693	6,079	5,180	-13,31	14,28
33	0,6310	1,401	0,5220	5,076	2,550	5,680	10,36	-15,06	18,28

Valeurs imprécises

Moyenne de la vitesse en sortie = 6.16m/s

Les moteurs ont été alimentés en 3.5V.

Grâce aux mesures réalisées sur les moteurs, on a une vitesse de 3880 tours/min

En théorie dans un modèle parfait on aurait donc:

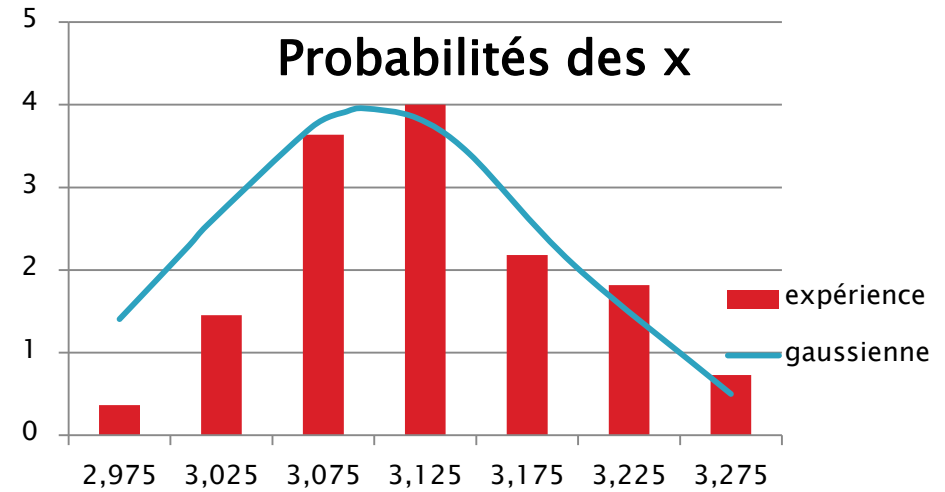
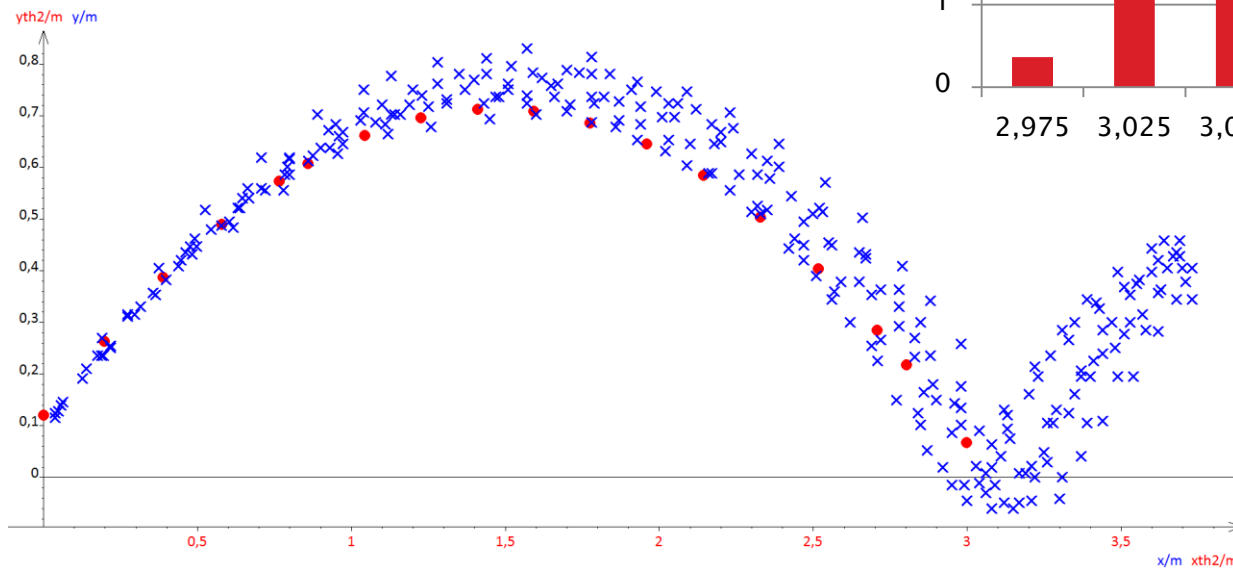
$$V = 3880 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{\text{roues}} / 60$$

$$V = 10.1 \text{ m/s}$$

On a donc 40 % de pertes au niveau de la transmission de vitesse

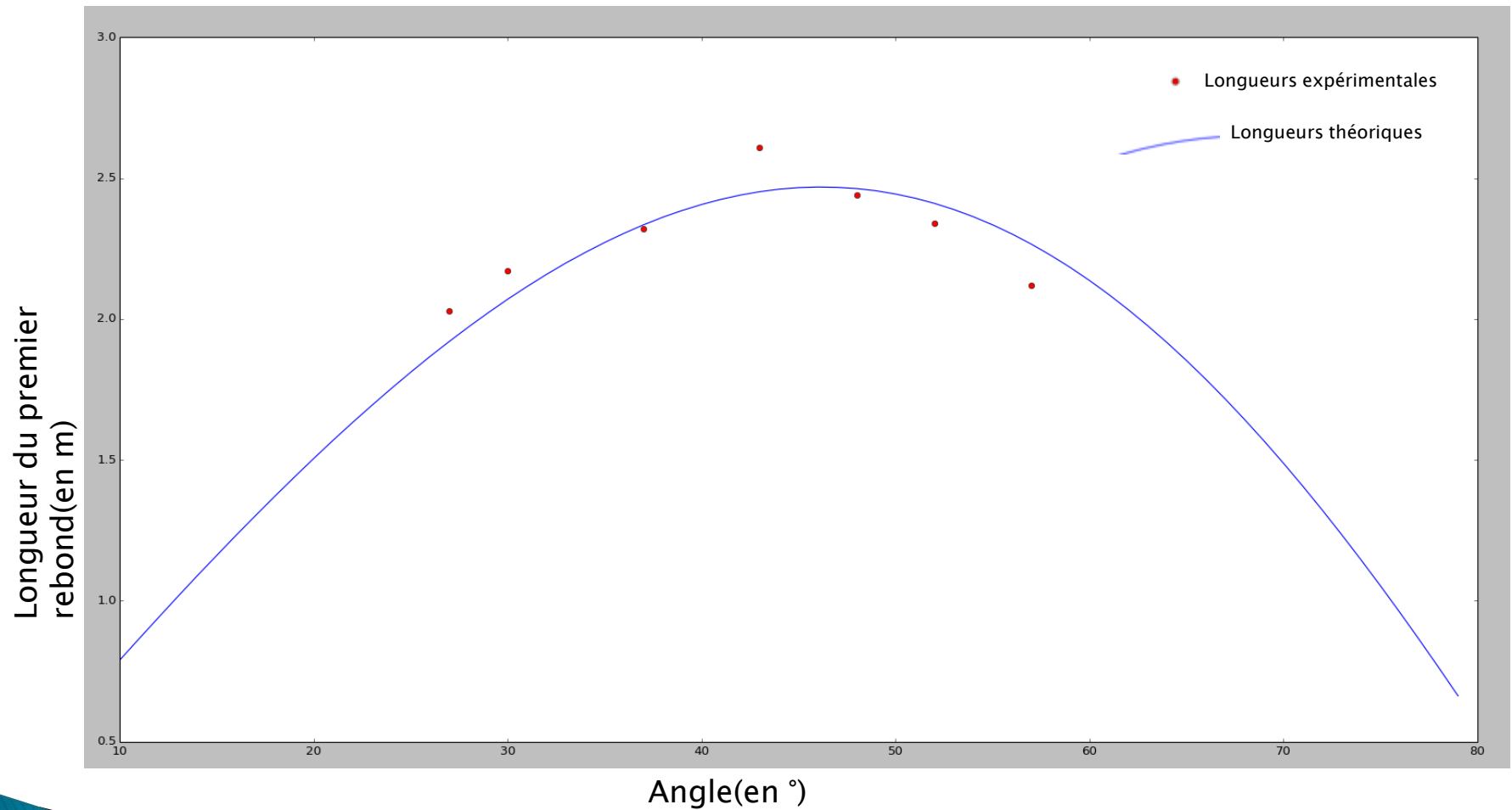
Valeurs choisies

# Fiabilité



- Théorie
- × Expérience

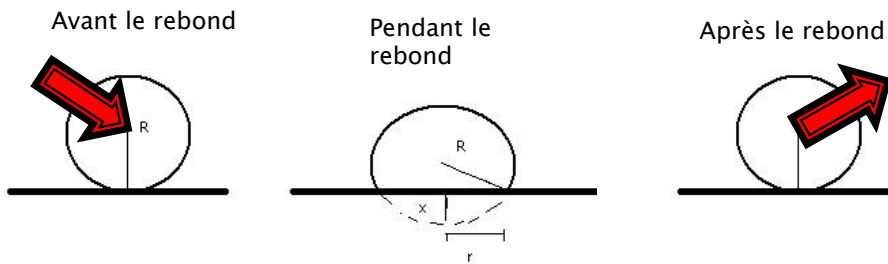
Comparaison théorie/pratique (différents angles de lancer et tension constante)





# Etude du rebond

–2 types de rebond **élastique** ou plastique



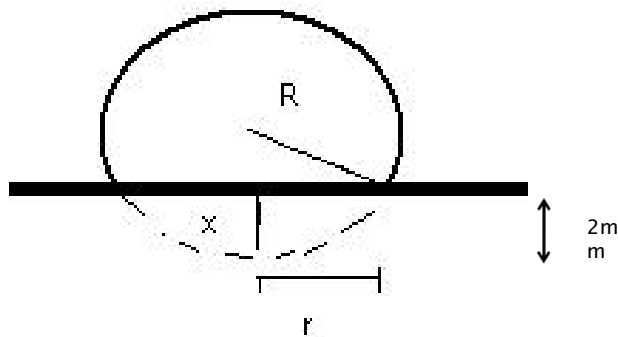
Forces à l'origine du rebond:

- Force de surpression
- Force due aux déformations du matériau

# Cause du rebond

Etude de la surpression :

Supposons un enfoncement de 2 mm (diamètre d'une balle 40mm)



$$r = 8.7 \text{ mm}$$

volume déformé modélisé par une pyramide

$$V_{\text{tot}} = 3,35 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 10^3$$

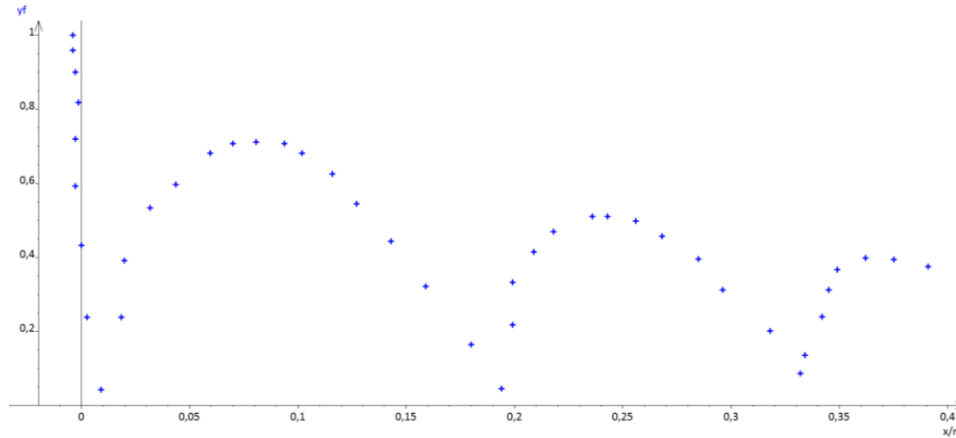
$$V_{\text{déformé}} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot 10^3$$

La déformation correspond à 0.15% du volume total

On modélise le rebond par un ressort.

On ne peut pas déterminer la force car le rebond est trop court.

# Pertes dues au rebond



Avec le calcul des énergies potentielles et cinétiques:

$$V_{\text{avant}} = 4.21 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{après}} = 3.73 \text{ m/s}$$

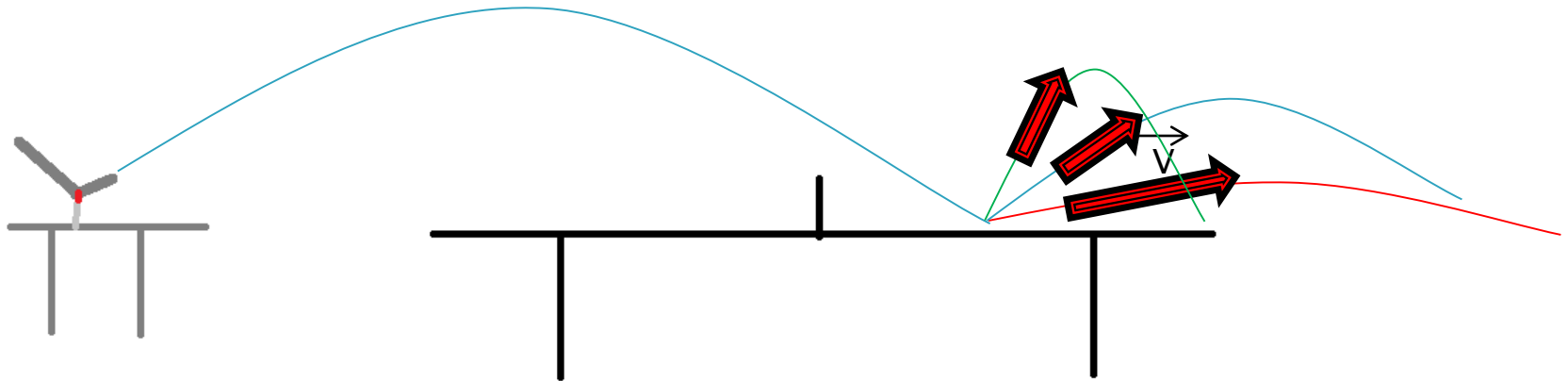
$$n = 3.73 / 4.21 = 0.886$$

On a une perte de vitesse de 21.4%

Pertes d'énergie dues  
aux frottements

$$\frac{dEM}{dt} = \sum F_{nc}$$

# Etudes des changements de vitesse au moment du rebond



Rebond normal

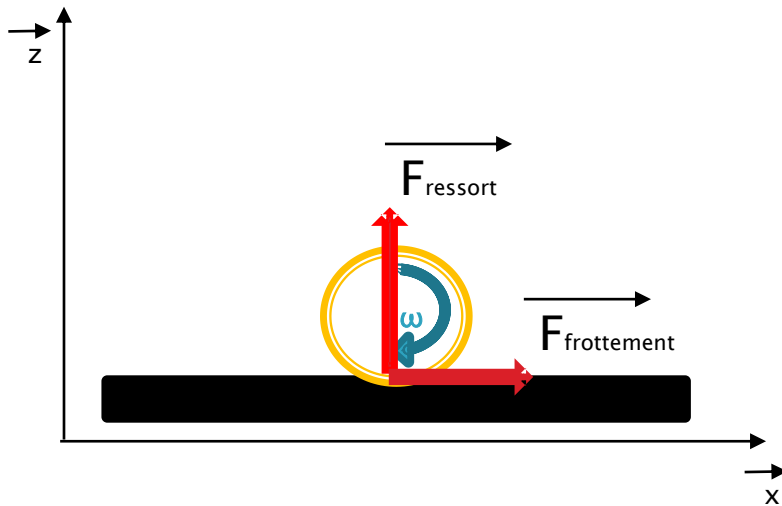


Top spin



Coupé

# Etude et approximation lors du contact

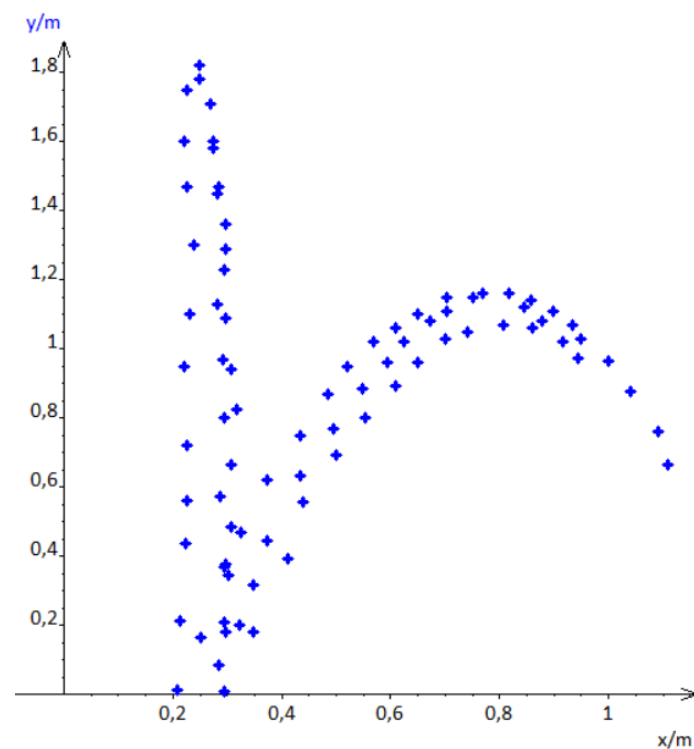


Force de frottement due à la rotation.  
Mouvement modifié seulement suivant  $\vec{x}$ .

On a donc les équations :

$$V_{y\text{apresrebond}} = -V_{y\text{avantrebond}} * 0,886$$

$$V_{x\text{apresrebond}} = V_{x\text{avantrebond}} + \omega * 0,0185$$



Lancé vertical avec la balle en rotation

# Conclusion

- Comparaison entre modèle expérimental et théorique
- Détermination de toutes les trajectoires possibles(avec effets)
- Possibilité de réaliser une vraie machine avec un système de distribution de balles



# Annexe

## ► programme

```
from math import *
import matplotlib.pyplot as plt

def equadiff(vy,vx):
    return(-3*10**-4*sqrt(vx**2+vy**2)*vx)/(2.7*10**-3)
def equadiff2(vy,vx):
    return(-3*10**-4*sqrt(vx**2+vy**2)*vy)/(2.7*10**-3)-9.81

def euler(eq1,eq2,x0,y0,vx0,vy0):
    p=0.0001
    t=0
    x=[x0]
    y=[y0]
    vx=vx0
    vy=vy0
    ax=0
    ay=0
    i=0
    ys=1
    while ys>=0 :
        ax=eq1(vx,vy)
        ay=eq2(vx,vy)
        vx=vx+ax*p
        vy=vy+ay*p
        x.append(x[i]+vx*p)
        ys=y[i]+vy*p
        y.append(ys)
        i=i+1
    return x,y
```

```
angle=40
v=6.2
vx0=cos(angle*3.14/180)*v
vy0=sin(angle*3.14/180)*v
s=euler(equadiff,equadiff2,0,0,vx0,vy0)
plt.plot(s[0],s[1])
plt.show()
```

```
for ang in range (10,80,1):
    v=5.5
    vx0=cos(ang*3.14/180)*v
    vy0=sin(ang*3.14/180)*v
    s=euler(equadiff,equadiff2,0,0,vx0,vy0)
    angle.append(ang)
    longueur.append(s[0][len(s[0])-1])
plt.plot([27,30,37,43,48,52,57], [2.03,2.17,2.32,2.61,2.44,2.34,2.12], 'ro')
plt.plot(angle,longueur)
plt.show()
```

# Annexe

## ► Calcul de pertes lors du rebond

$$\frac{dEM}{dt} = \sum F_{nc}$$

Calcul perte d'énergie due aux frottements  
Durée du mouvement 0,7s et vitesse  
moyenne de 3m/s

$$E_{frottement} = 3 * 10^{-4} * 3^2 * 0,7 = 0,0026J$$

On calcule l'énergie potentielle initiale(1 m) et  
finale(0,71 m) avec les hauteurs des rebonds

$$E_{pi} = 0,0265J$$

$$E_{pf} = 0,0188J$$

On en déduit les vitesses avec les  
frottements

$$V_i = 4,21m/s \quad V_f = 3,73m/s$$

# Annexe

## ► Calcul top spin

i	x	t	y	vx	vy	v	ax	ay	a
	m	s	m	m/s	m/s	m/s	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
29	0,2980	3,070	1,360	0,1230	-3,428	3,430	-0,3317	-10,11	10,11
30	0,2980	0,2670	1,290	0,1081	-4,610	4,611	-2,317	-9,813	10,08
31	0,2980	3,137	1,090	0,1436	-4,068	4,071	-0,4651	-6,870	6,886
32	0,2980	3,337	0,1800	0,2285	-2,821	2,830	10,67	64,74	65,62
33	0,3010	3,304	0,3450	-0,0994	-4,843	4,844	6,341	35,41	35,98
34	0,3070	3,237	0,6630	-0,06266	-4,582	4,583	-1,880	-4,973	5,317
35	0,3070	3,270	0,4840	-0,1266	-4,818	4,820	0,8847	8,873	8,917
36	0,3070	3,170	0,9410	0,1257	-4,181	4,183	-1,470	-4,811	5,030
37	0,3160	3,204	0,8230	0,05181	-4,480	4,481	-2,198	-5,717	6,125
38	0,3210	0,5340	0,2000	0,6638	2,092	2,194	8,784	57,44	58,10
39	0,3240	1,969	0,4690	1,314	4,215	4,415	4,191	3,609	5,531
40	0,3480	0,5670	0,3160	1,057	4,004	4,142	8,861	35,37	36,46
41	0,3480	3,404	0,1800	1,207	3,466	3,670	9,695	59,29	60,08
42	0,3740	0,6010	0,4430	1,310	4,376	4,568	7,454	11,67	13,84
43	0,3740	2,002	0,6200	1,438	3,775	4,040	1,881	-11,18	11,34
44	0,4110	3,437	0,3940	1,509	5,216	5,430	5,166	24,39	24,93
45	0,4340	0,6340	0,6310	1,553	4,391	4,657	3,244	-8,087	8,713
46	0,4340	2,036	0,7500	1,512	3,627	3,929	-0,1829	-13,74	13,74
47	0,4400	3,470	0,5560	1,501	4,646	4,882	2,211	-6,982	7,323
48	0,4840	2,069	0,8690	1,422	2,994	3,315	-1,745	-16,25	16,34
49	0,4950	0,6670	0,7700	1,663	3,899	4,239	-0,4802	-17,15	17,15
50	0,5010	3,504	0,6920	1,514	3,705	4,003	0,07372	-21,14	21,14
51	0,5210	2,102	0,9500	1,298	2,326	2,664	-1,578	-17,06	17,13
52	0,5470	0,7010	0,8860	1,423	2,893	3,224	-3,389	-21,02	21,29

