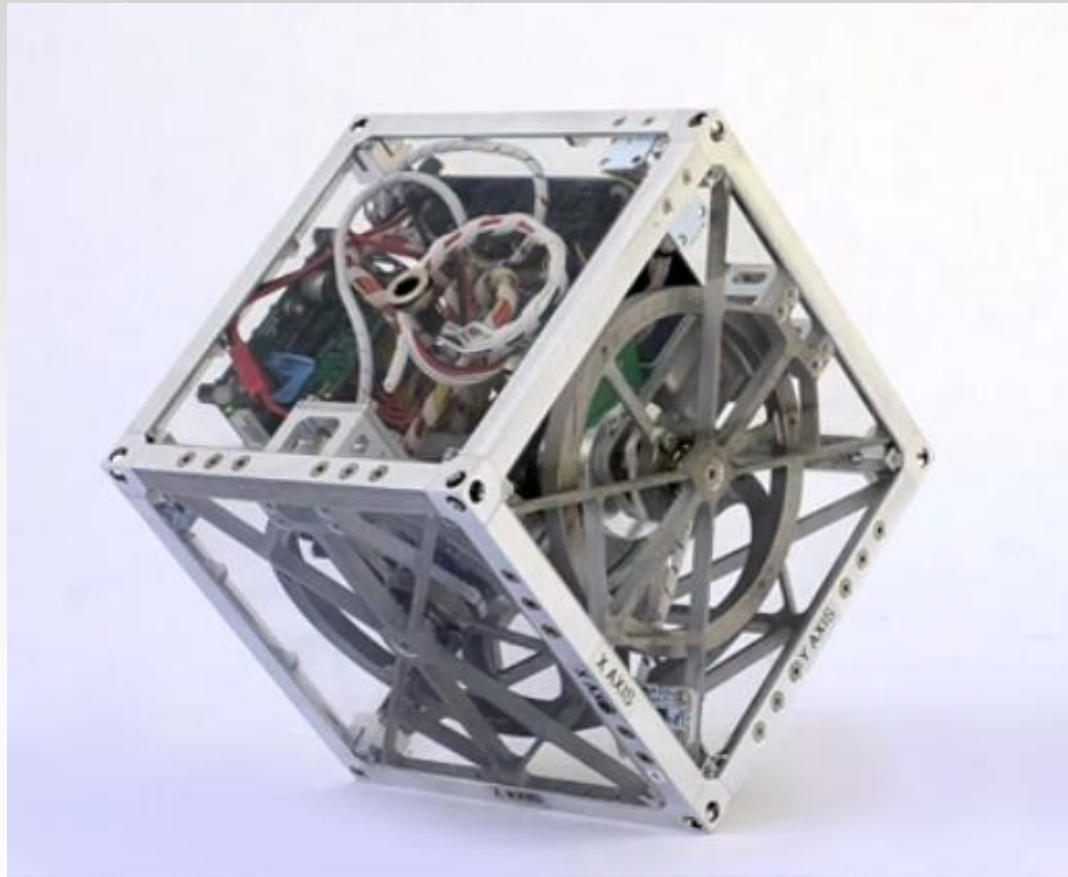


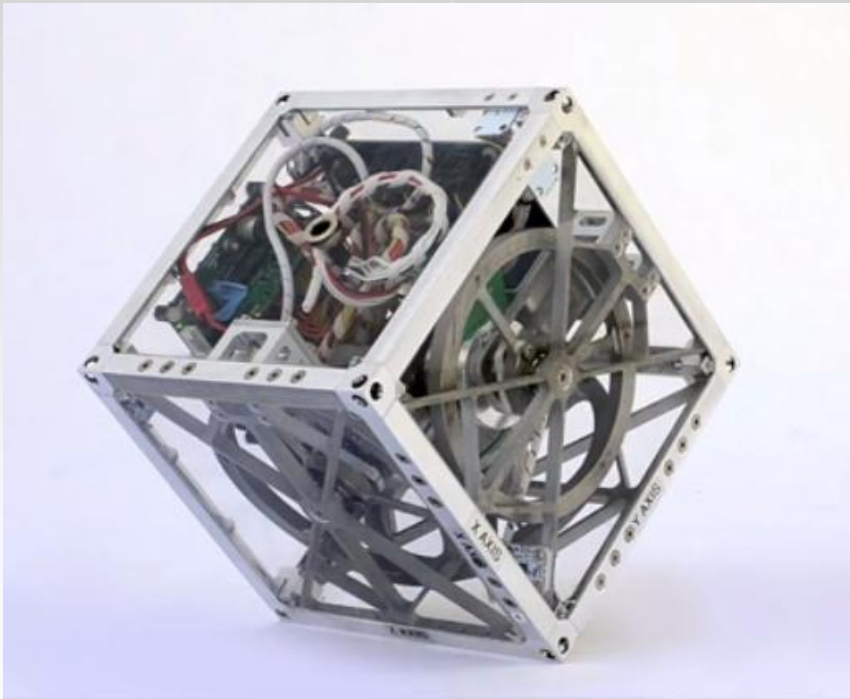
Systeme d'équilibrage utilisant des volants d'inertie asservis en rotation



Sommaire :

- Présentation
- Modèle dynamique
- Modèle Scilab
- Modèle Solidworks
- Expérimentation

Présentation :

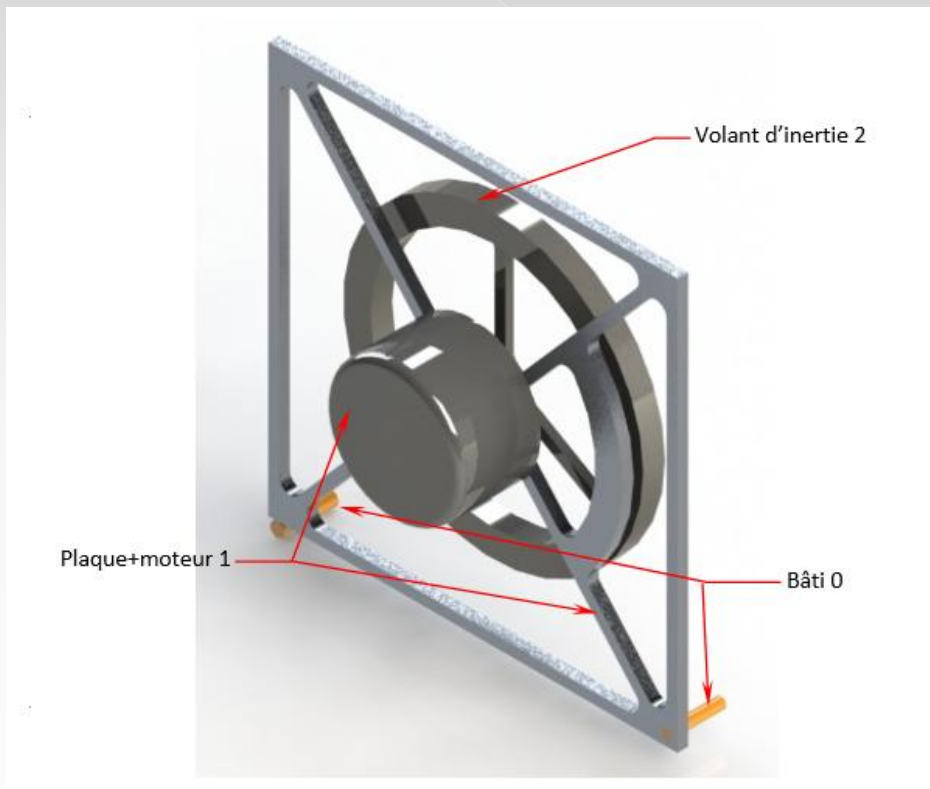


Système Cubli



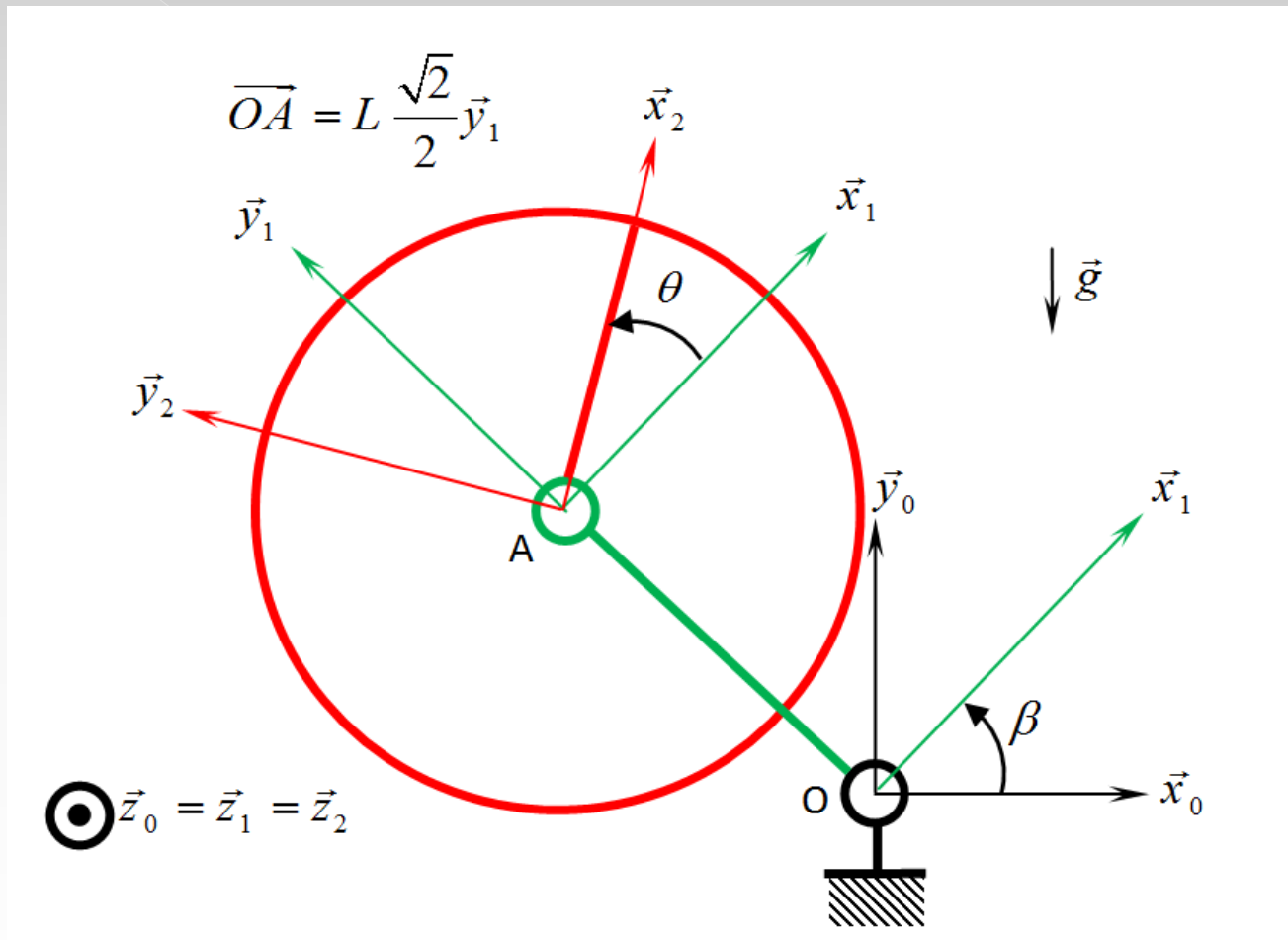
Domaine de l'étude

Modélisation de la chaîne d'énergie :



- La plaque+moteur 1 est en liaison pivot avec le bâti 0
- Le volant d'inertie 2 est en liaison pivot avec la plaque
- Le volant d'inertie 2 est animé d'un mouvement de rotation grâce à l'arbre moteur

Schéma cinématique et paramétrage du système :



Calcul de l'accélération angulaire du volant nécessaire au décollement de la plaque :

Système isolé : $S = \{\text{Plaque} + \text{Moteur} + \text{Volant}\}$.

Le système est placé dans la position repos de la photo :

$$\beta = 45^\circ \text{ et } \dot{\theta} = \dot{\beta} = \ddot{\theta} = \ddot{\beta} = 0$$

Déplacement du moment dynamique au point O :

$$\overrightarrow{OA} = L \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{y}_1 \Rightarrow \overrightarrow{V_{(A \in S/0)}} = -L \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\beta} \vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\Gamma_{(A \in S/0)}} = -L \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\ddot{\beta} \vec{x}_1 + \dot{\beta}^2 \vec{y}_1 \right)$$

$$\overrightarrow{\delta_{(O \in S/0)}} = \overrightarrow{\delta_{(A \in S/0)}} + m \cdot \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{\Gamma_{(A \in S/0)}} = J \ddot{\theta} \vec{z}_0 - m \cdot \left(L \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \ddot{\beta} \vec{y}_1 \wedge \vec{x}_1$$

- m : masse du système
- J : moment d'inertie du volant autour de l'axe (A, \vec{z}_0)
- Moment dynamique du système S au point A :
 $\overrightarrow{\delta_{(A \in S/0)}} = J \ddot{\theta} \vec{z}_0$ (A fixe avant le décollement de la plaque et centre d'inertie de S)
- L : longueur de la plaque

D'où :

$$\overrightarrow{\delta_{(O \in S/0)}} = J \ddot{\theta} \vec{z}_0 + m \cdot \frac{L^2}{2} \ddot{\beta} \vec{z}_0$$

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures appliquées sur S :

$$\text{Poids de S : } \left\{ \begin{matrix} -mg\vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} -mg\vec{y}_0 \\ \frac{L}{2}mg\vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_O$$

$$\text{Efforts dans la liaison pivot (1/0) : } \left\{ \begin{matrix} \vec{F}_{0 \rightarrow 1} = X\vec{x}_0 + Y\vec{y}_0 + Z\vec{z}_0 \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^O = L\vec{x}_0 + M\vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_O$$

Théorème du Moment Dynamique au point O en projection sur \vec{z}_0 :

$$\frac{L}{2}mg = J\ddot{\theta} + \frac{mL^2}{2}\ddot{\beta}$$

Pour qu'il ait décollement de la plaque, il faut que : $\ddot{\beta} < 0$ d'où :

$$\ddot{\theta} > \frac{Lmg}{2J}$$

Données numériques:

$$L = 0,141 \text{ m}$$

$$J = 0,498 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$m_{\text{masse}} = 0,060 \text{ kg} ; m_{\text{plaque}} = 0,022 \text{ kg} ; m_{\text{volant}} = 0,209 \text{ kg}$$

$$\text{Donc } m = m_{\text{plaque}} + m_{\text{volant}} + m_{\text{masse}} = 0,291 \text{ kg} \quad \text{d'où : } \ddot{\theta} > 404 \text{ rad/s}^2$$

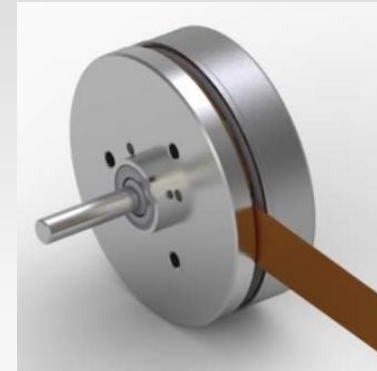
Couple moteur nécessaire au décollement de la plaque :

Dans un premier temps, seul le volant est accéléré en rotation, donc le couple minimum que doit fournir le moteur vaut :

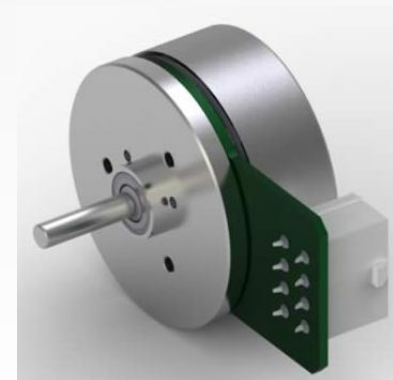
$$C_{min} = J\ddot{\theta} \text{ donc } C_{min} = 0,201 \text{ Nm}$$

Choix du moteur :

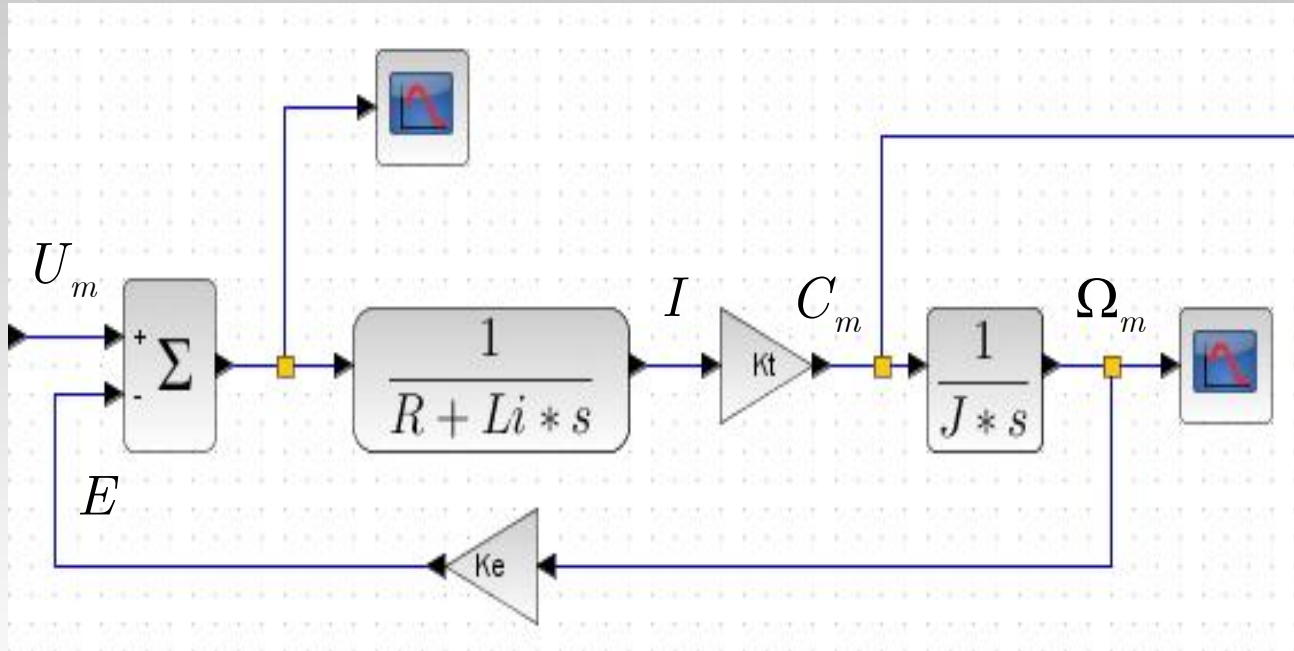
Le moteur brushless Maxon EC 45 flat Ø45 mm 30 W, couple de démarrage 247 mNm, masse 75 g.



Le moteur brushless Maxon EC 45 flat Ø45 mm 50 W, Couple de démarrage 780 mNm, masse 110 g.



Moteur à courant continu :

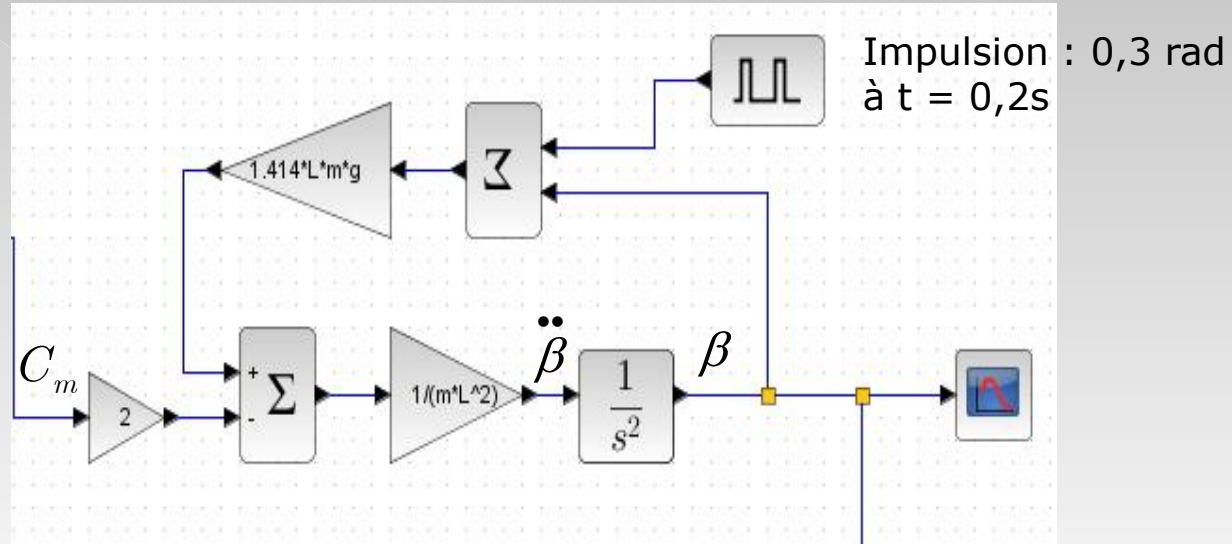


$$\begin{cases} u_m(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \\ C_m(t) = K_t \cdot i(t) \\ J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \\ e(t) = K_e \omega_m(t) \end{cases}$$

(Laplace)
 \Rightarrow

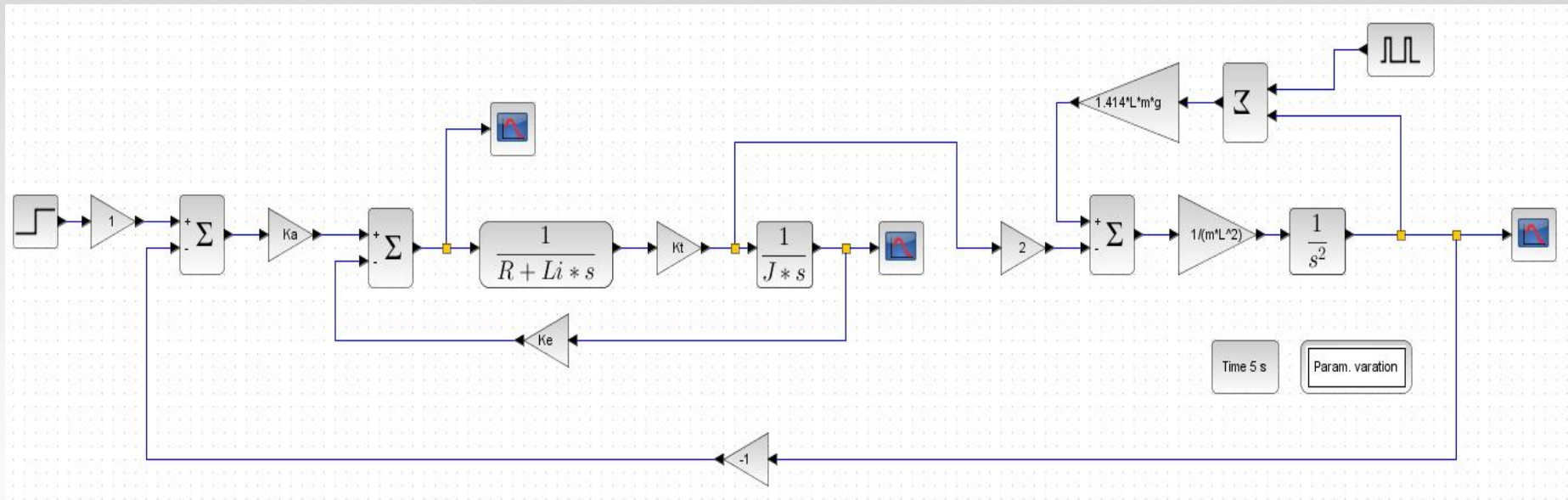
$$\begin{cases} U_m(s) = E(s) + (R + L \times s) I(s) \\ C_m(s) = K_t \cdot I(s) \\ J \cdot s \cdot \Omega_m(s) = C_m(s) \\ E(s) = K_e \Omega_m(s) \end{cases}$$

Volant + plaque :

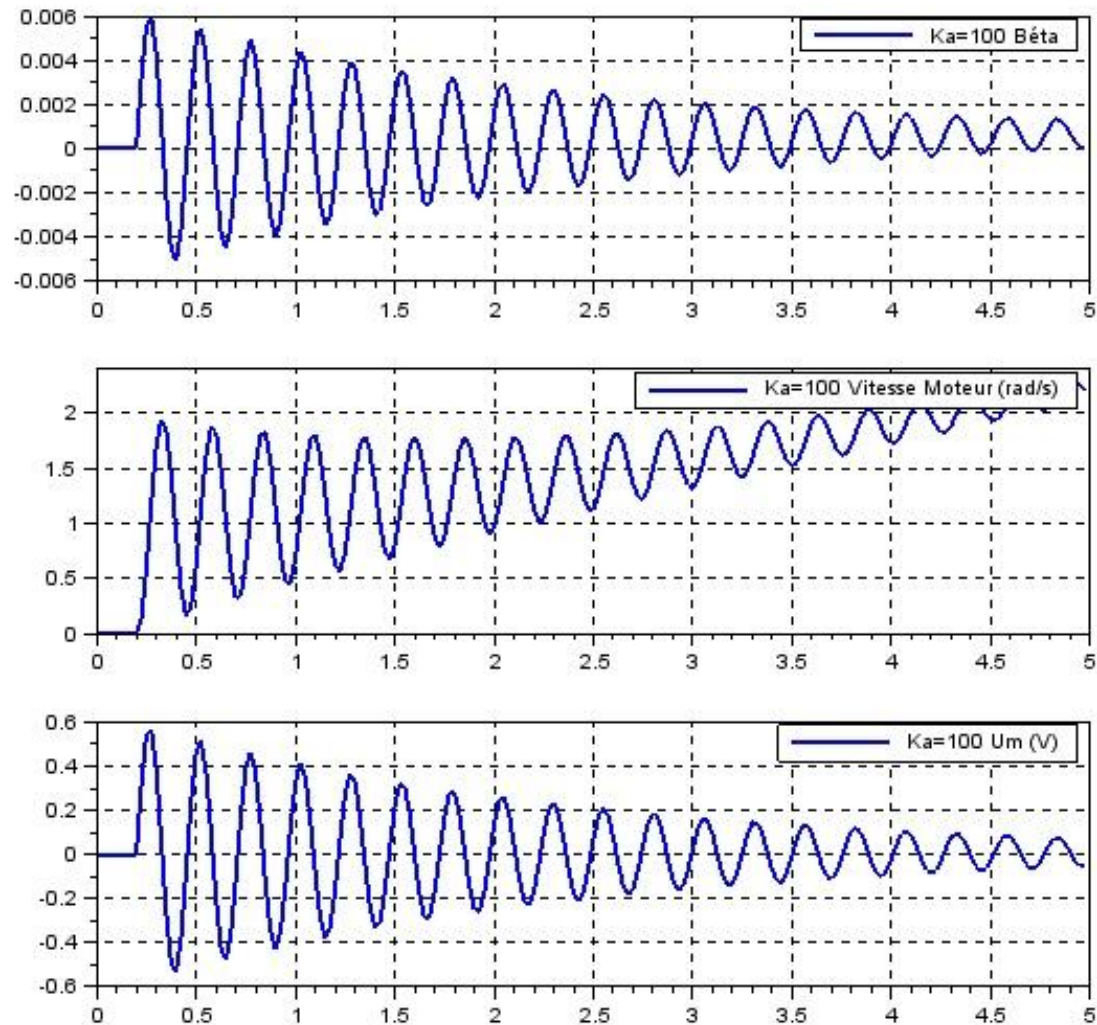


$$mg \frac{L\sqrt{2}}{2} \sin \beta = J \ddot{\theta} + m \cdot \frac{L^2}{2} \ddot{\beta} \Rightarrow \ddot{\beta} = \frac{mg \frac{L\sqrt{2}}{2} \sin \beta - J \ddot{\theta}}{m \cdot \frac{L^2}{2}}$$

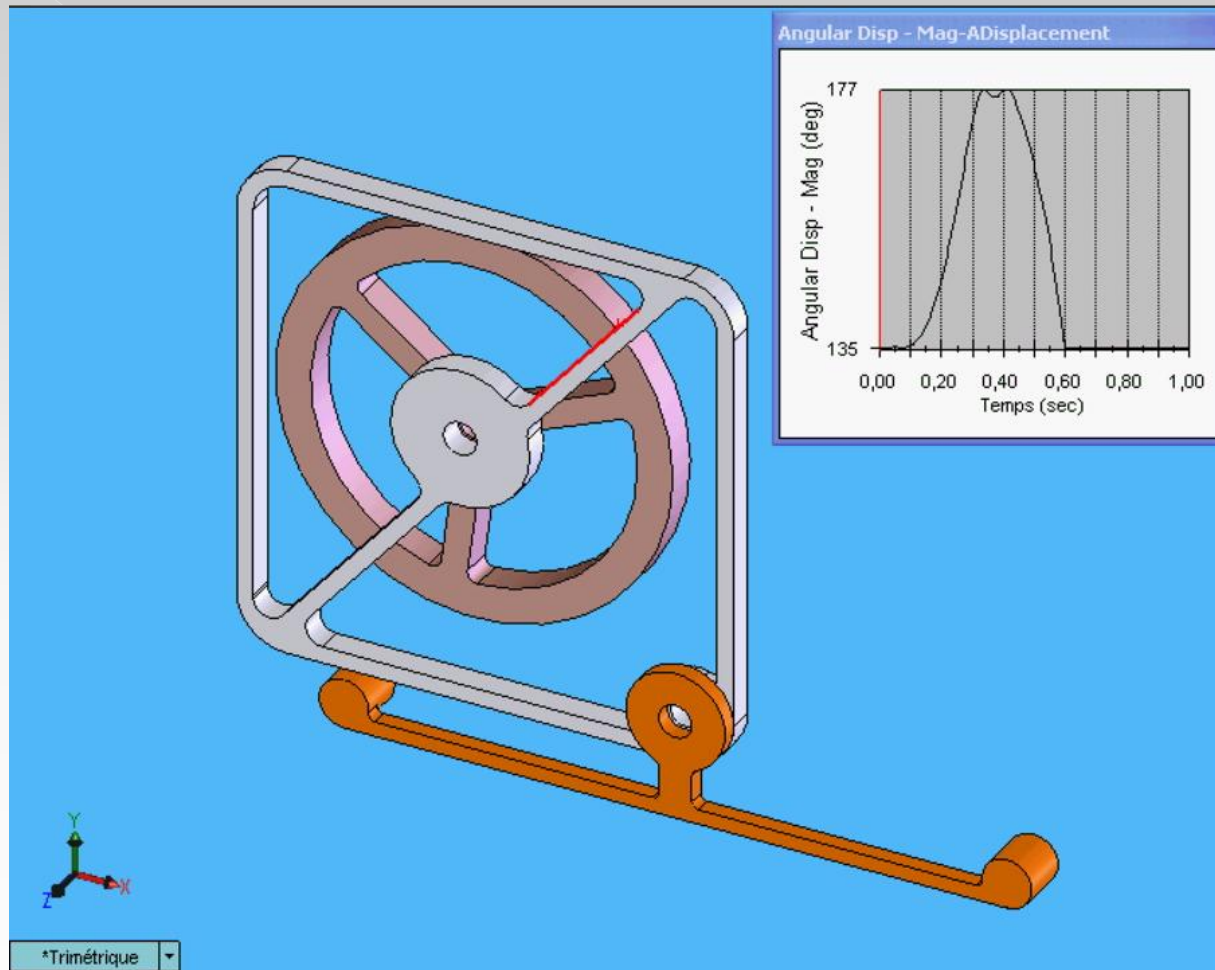
$$\ddot{\beta} = \frac{mgL\sqrt{2} \sin \beta - 2J \ddot{\theta}}{mL^2} \quad \text{Avec : } C_m = J \ddot{\theta}$$

Modèle Scilab :

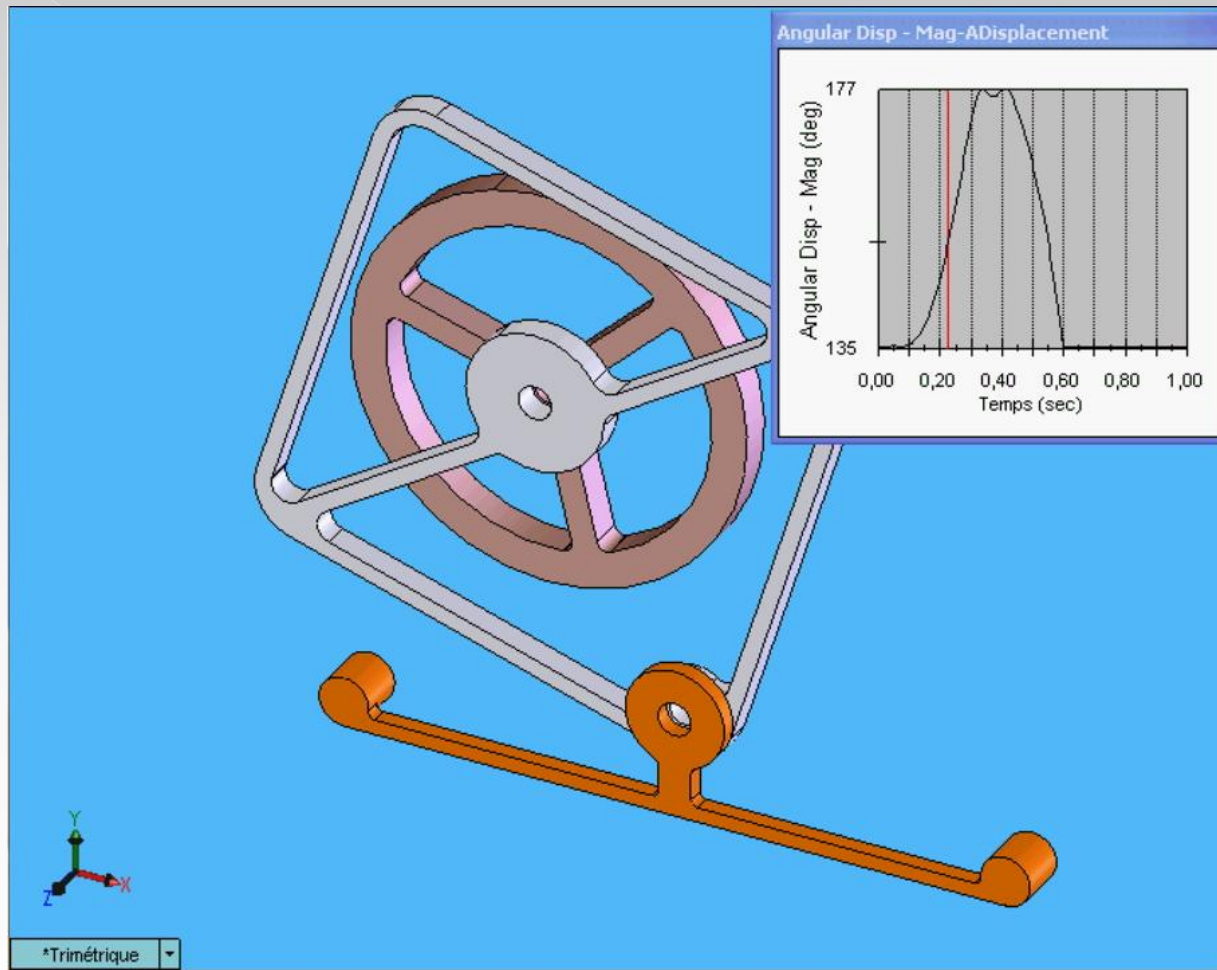
Résultats Scilab (réponse à une impulsion autour de la position d'équilibre) :



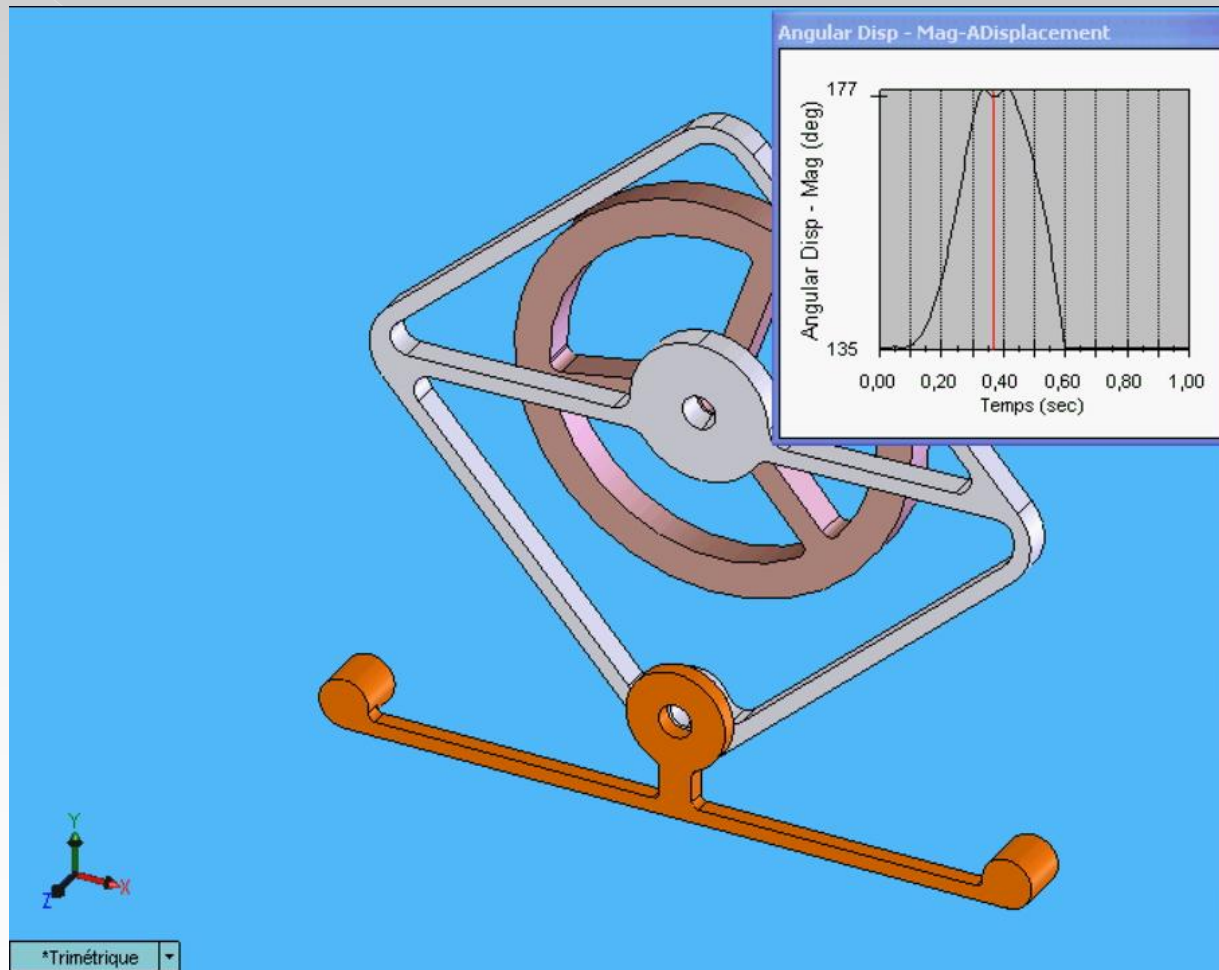
Simulation Solidworks :



Simulation Solidworks :



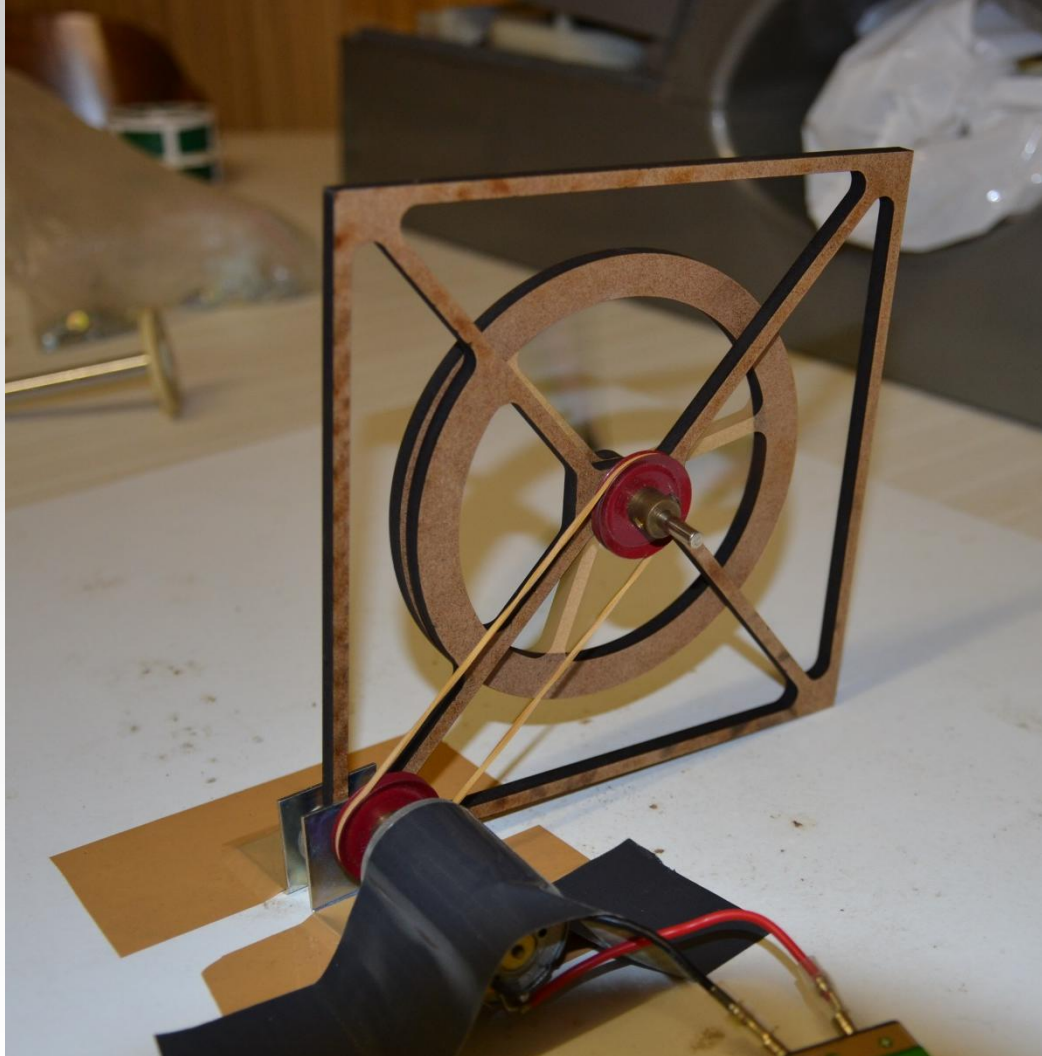
Simulation Solidworks :



Coût des différents composants :

- moteur brushless Maxon EC 45 flat Ø45 mm 50 W : 107,00 € HT
- carte de commande de moteur avec régulation vitesse : 125 € TTC
- alimentation stabilisée (24 V) : 70 € TTC
- centrale inertielle : 1200 € environ (prix AllianTech)
- **Total : 1522 € environ**

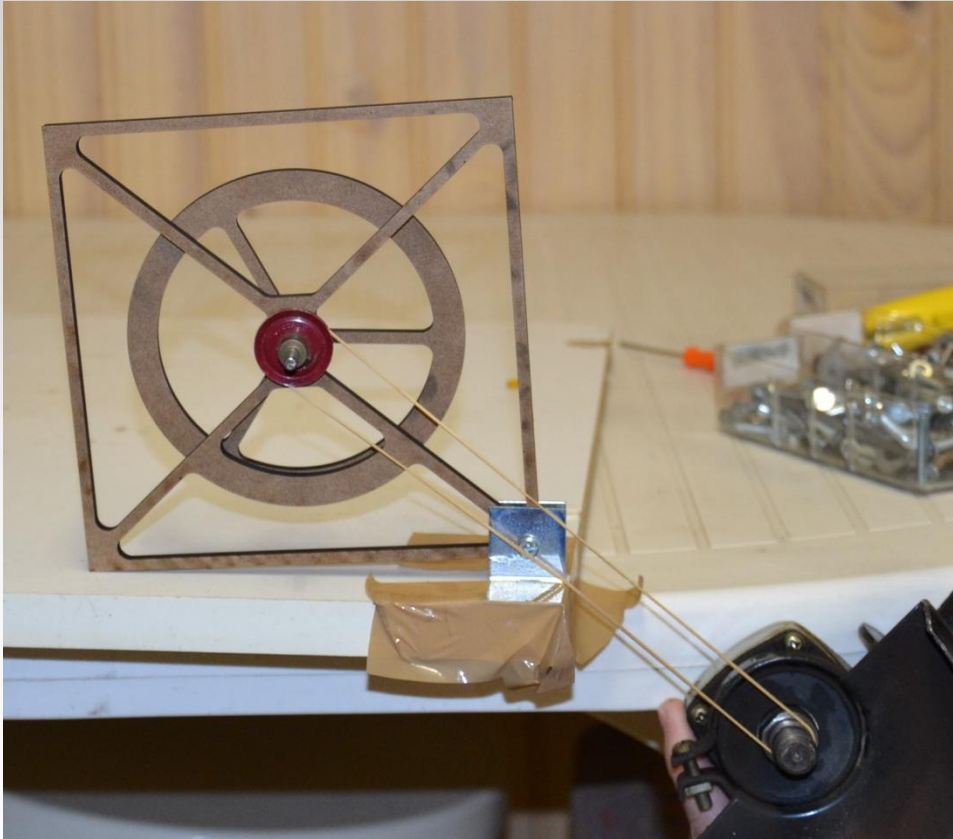
1^{ère} expérience :



- Frottement entre la plaque et le volant d'inertie en bois fabriqués en découpe laser
- Le moteur dispose d'un couple trop faible pour soulever la plaque
- A cause du couple trop faible, le volant d'inertie n'accélère pas assez

La plaque ne se soulève pas.

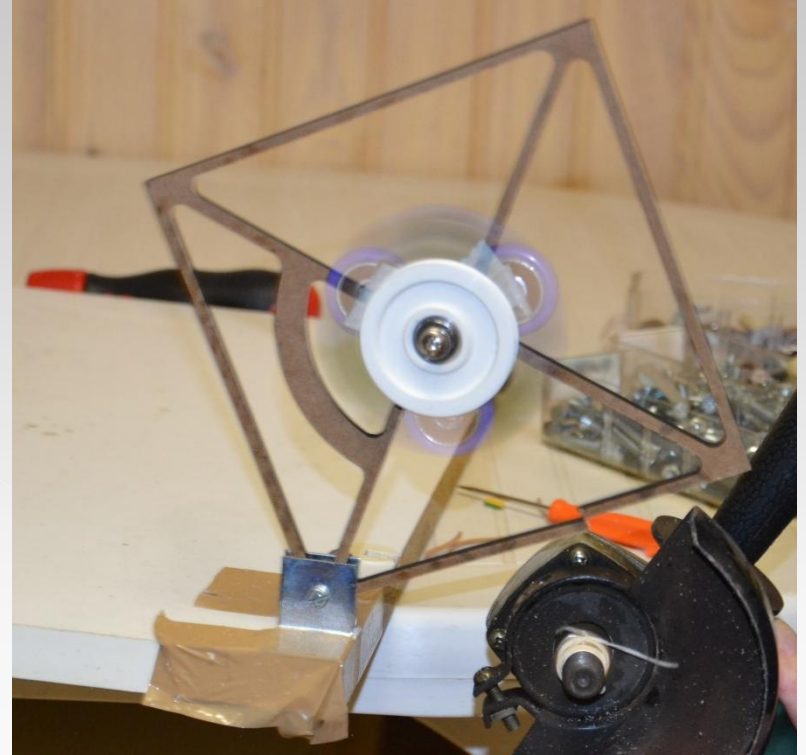
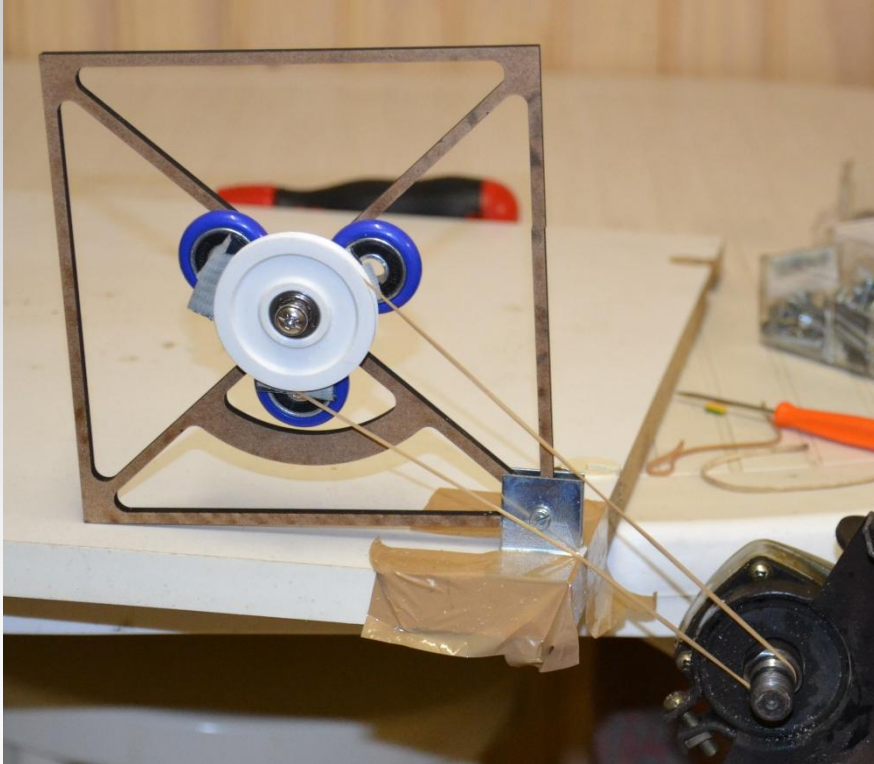
2^e expérience :



- Frottement entre la plaque et le volant d'inertie en bois fabriqués en découpe laser
- La disqueuse dispose d'un couple suffisamment grand pour l'expérience
- A cause du frottement et du manque d'inertie du volant, celui-ci accélère suffisamment mais la plaque ne se soulève pas

La plaque ne se soulève pas.

3^e expérience :



- Peu de frottement entre le volant d'inertie (hand spinner) et la plaque
- Le volant d'inertie et la poulie sont assemblés en une seule pièce par du scotch pour exploiter le roulement à billes de la poulie

Le volant d'inertie tourne et, grâce au peu de frottement présent, la plaque se soulève.

Conclusion :

- Modélisation du comportement dynamique d'une face du cube Cubli afin de dimensionner le moteur nécessaire à la réalisation de la maquette.
- Modélisation de l'asservissement sous Scilab module Xcos dans le cadre restreint d'une réponse à une perturbation impulsionnelle, afin de mettre en place les différents composants nécessaires à la réalisation de la maquette.
- Modélisation du décollement du système à l'aide du logiciel de CAO Solidworks.
- Bilan financier de la réalisation de la maquette.
- Expérience réalisée et réussie avec des moyens inférieurs à ceux nécessaires, mettant en évidence le décollement de la plaque sous l'effet d'une accélération angulaire.

Enrichissement personnel dans l'utilisation des différents logiciels de modélisation utilisés.