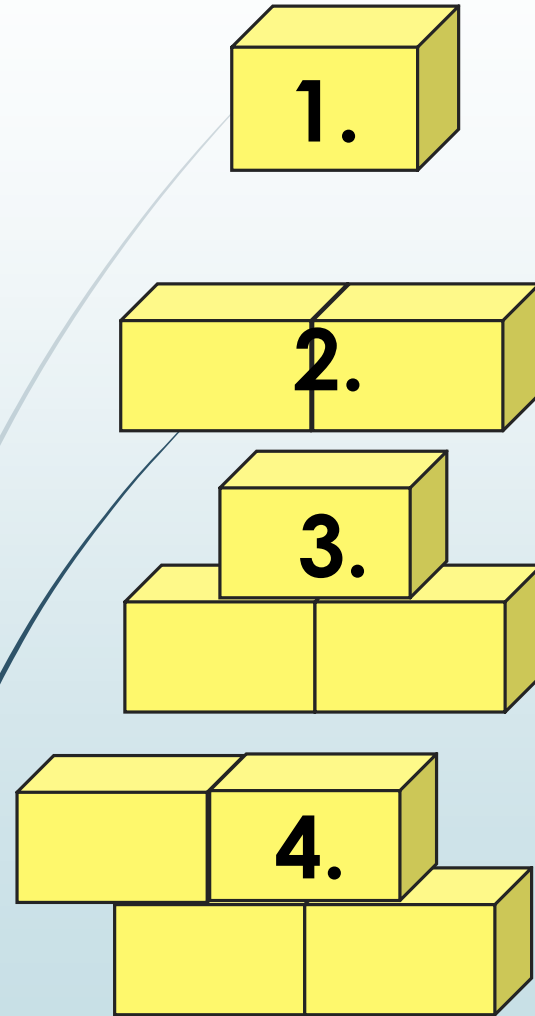


Etude de la stabilité des voûtes



Sommaire



Construction d'une voûte

Analogie avec l'étude du funiculaire

Etude théorique

Conclusion



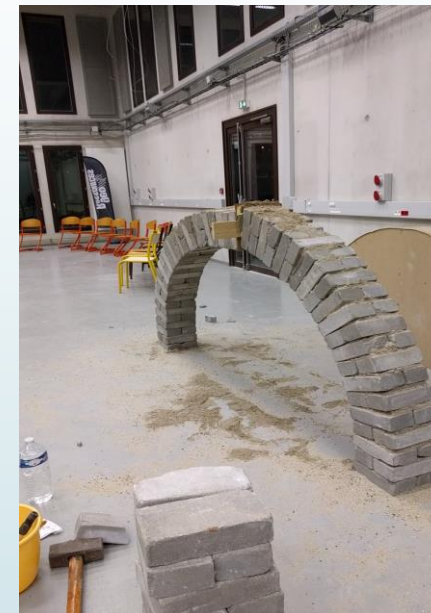
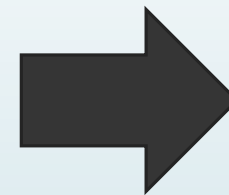
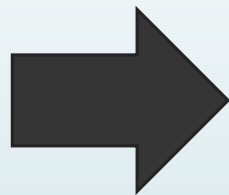
3

1.

Construction d'une voûte



Etapes de construction

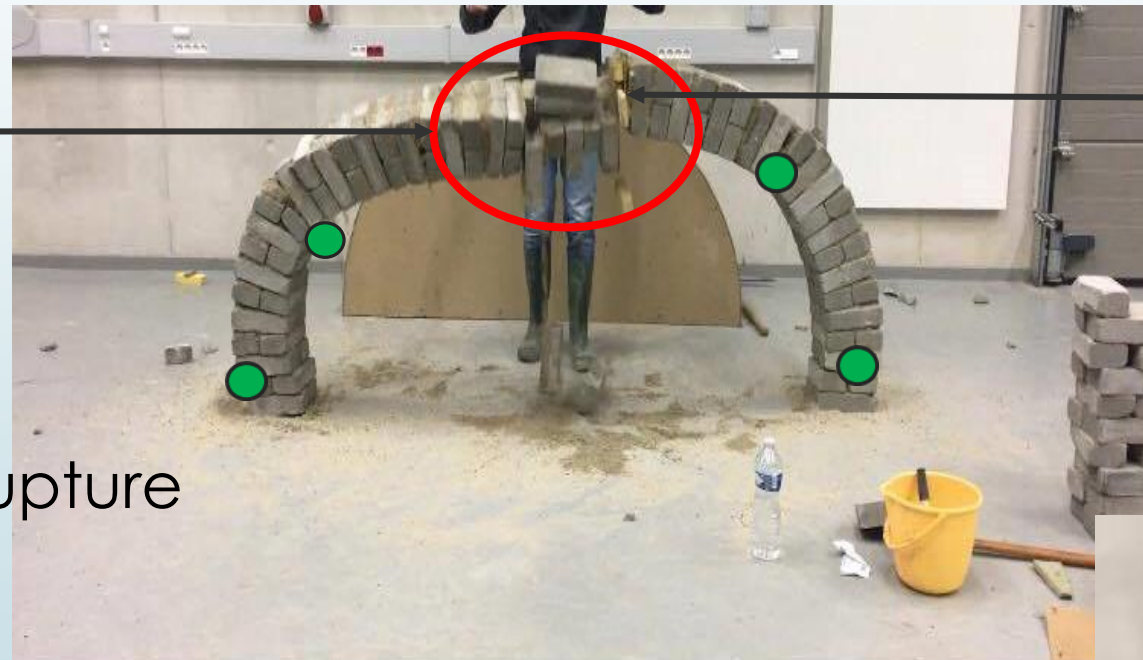


Patron de dimension:
rayon de 1m

Rupture de la voûte

Ajout de 6kg

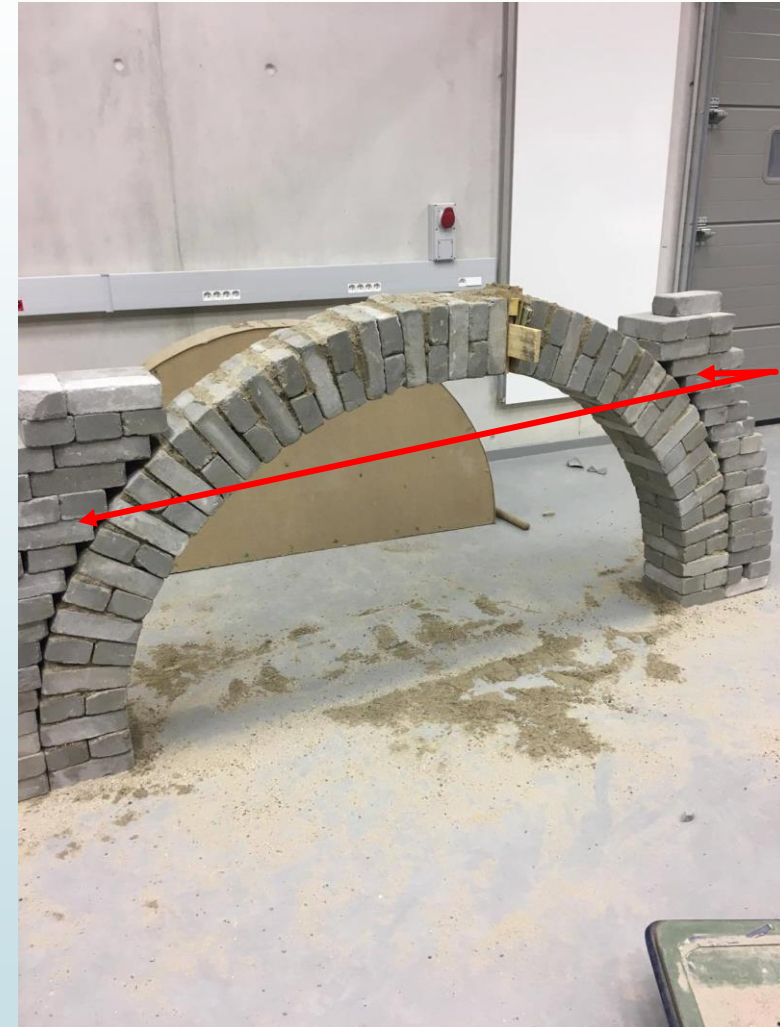
- 4 rotules liées à la rupture



Rupture par glissement

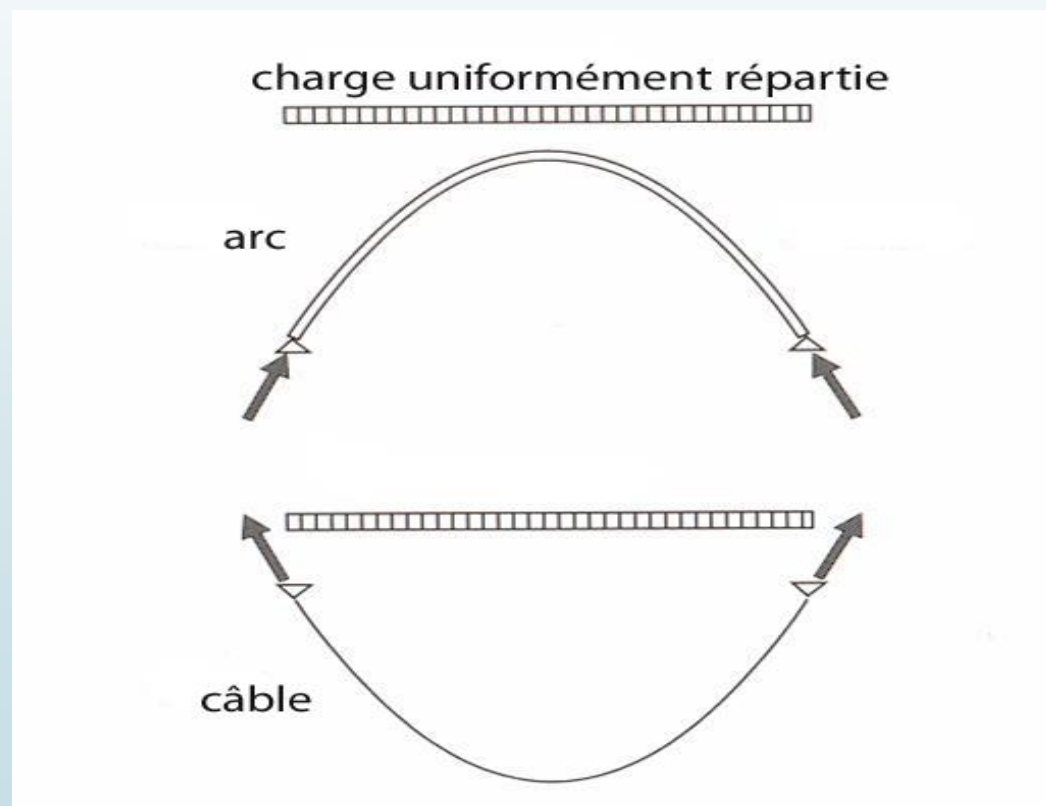


Augmentation de la stabilité



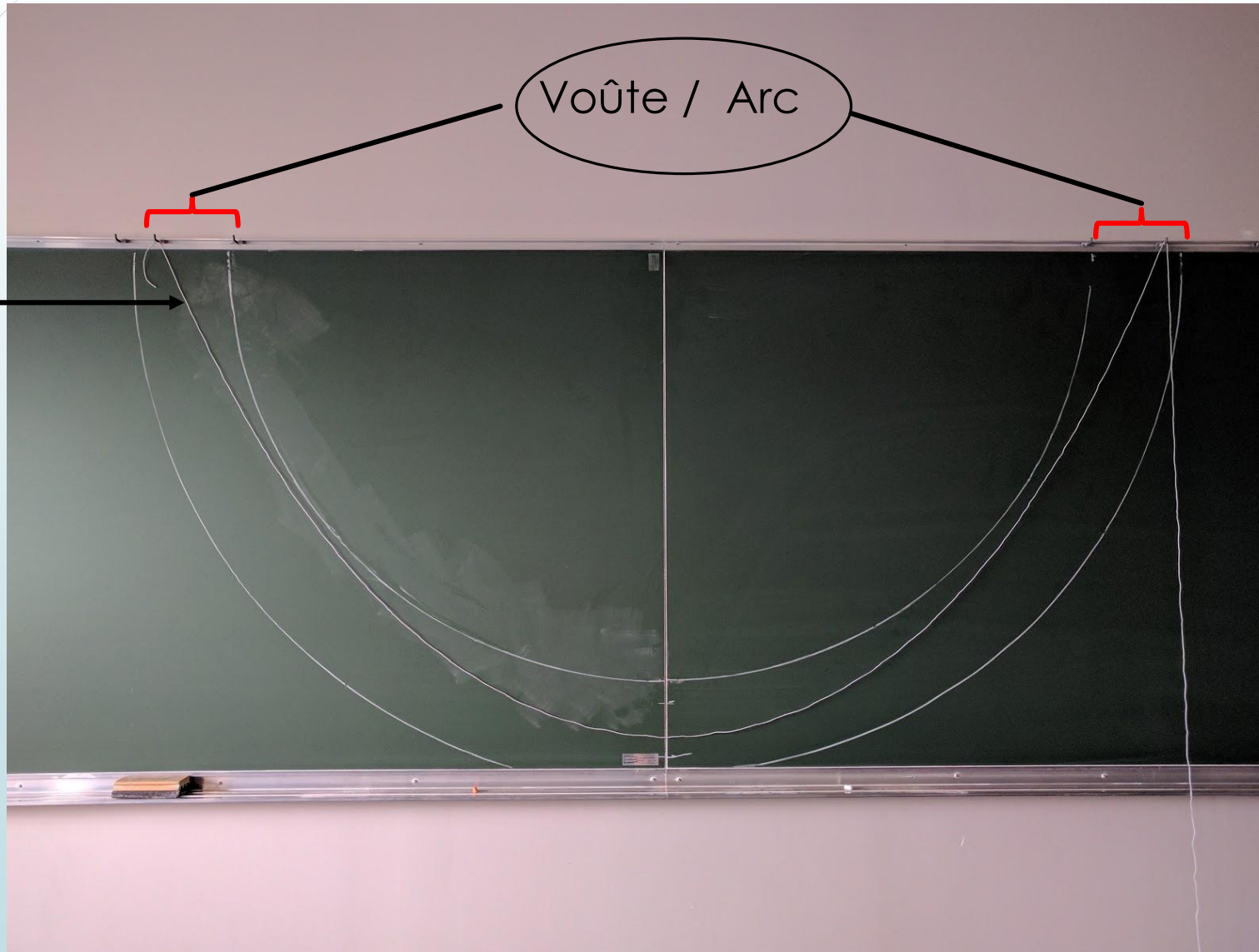
contreforts

Analogie avec l'étude du funiculaire

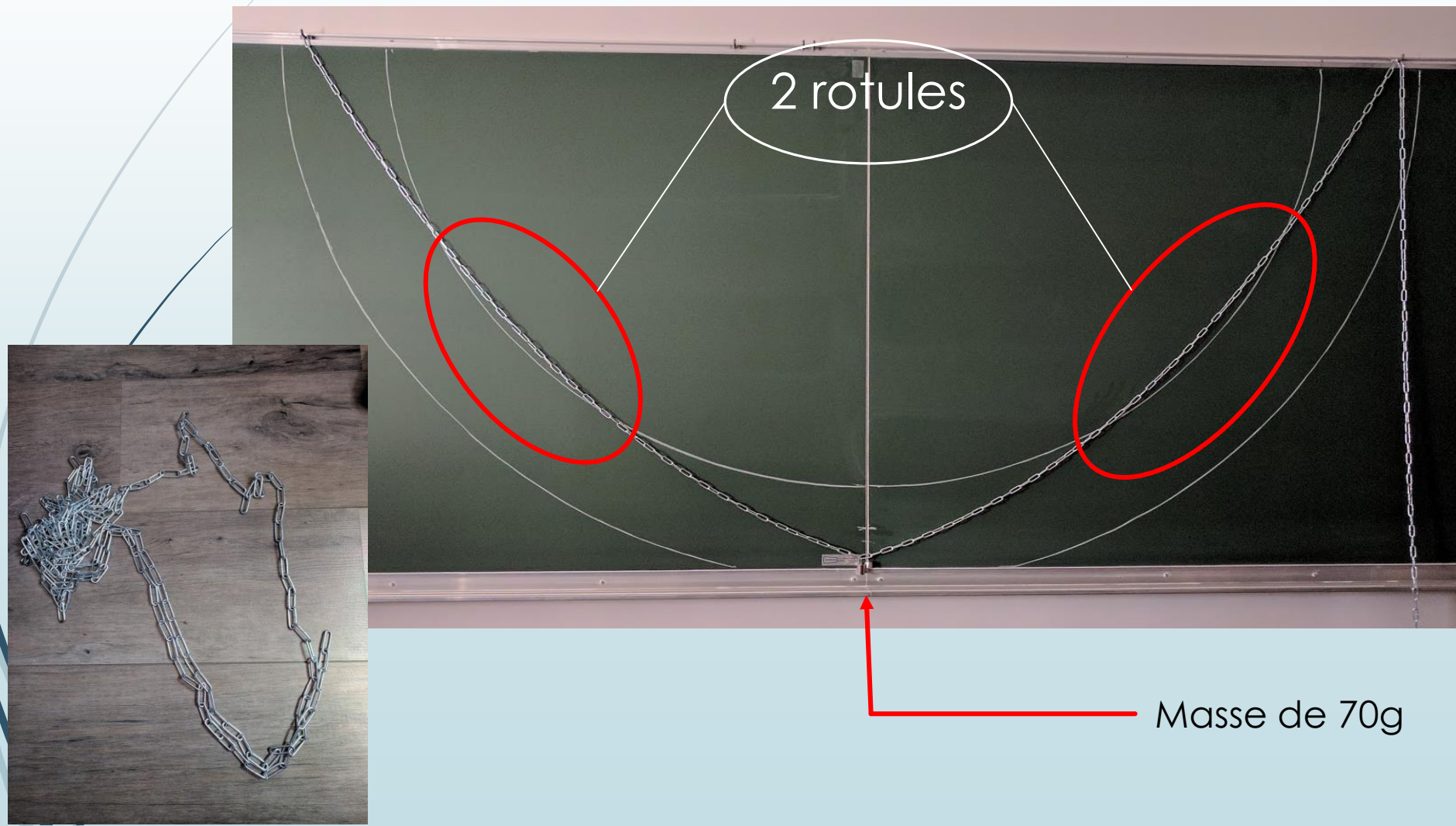


Le funiculaire

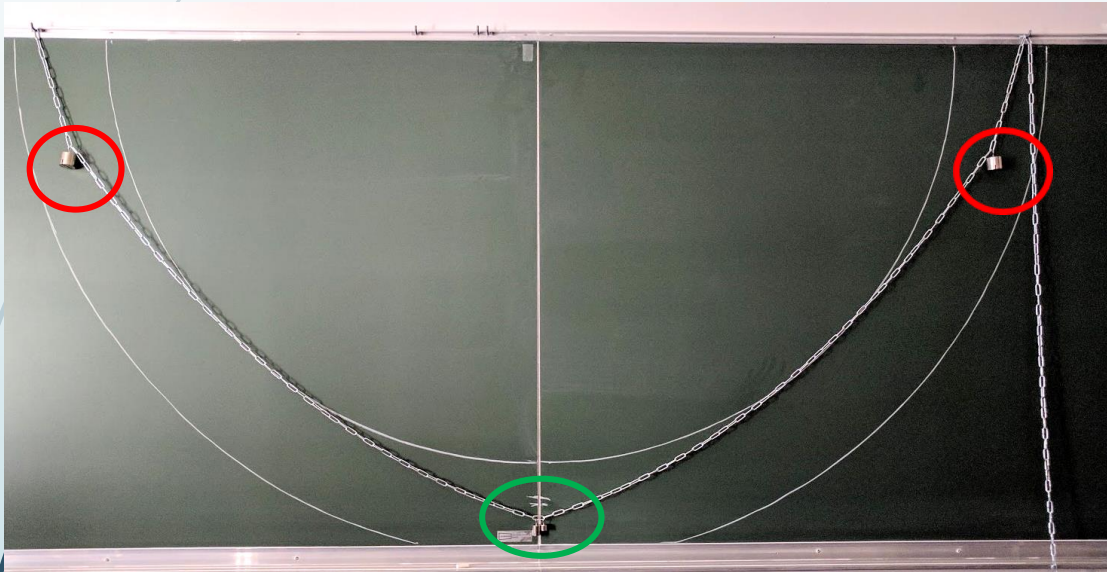
Funiculaire



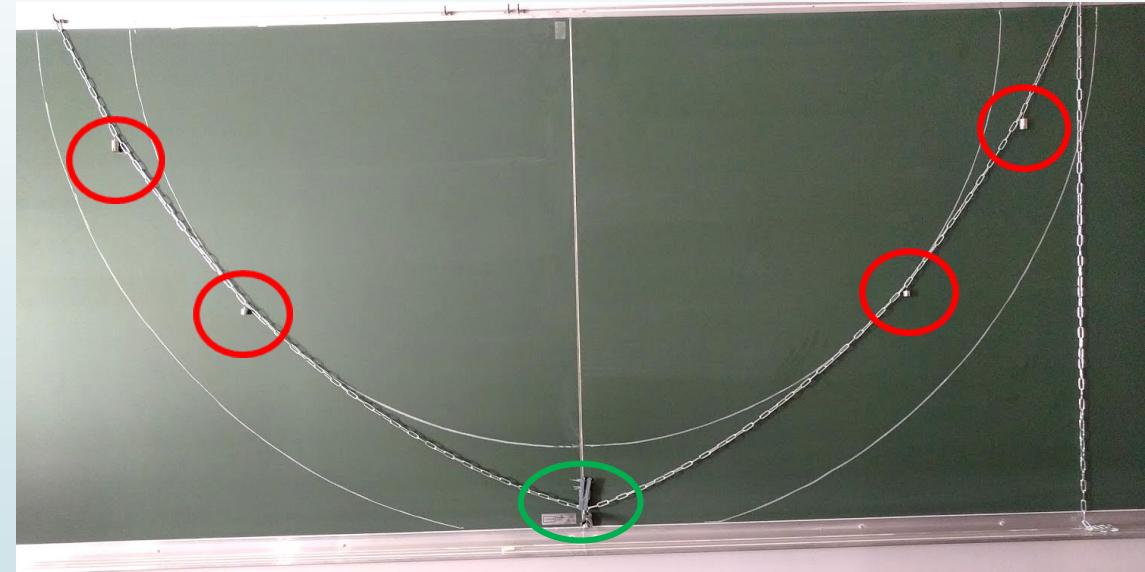
Ajout de masses



Avec les contreforts

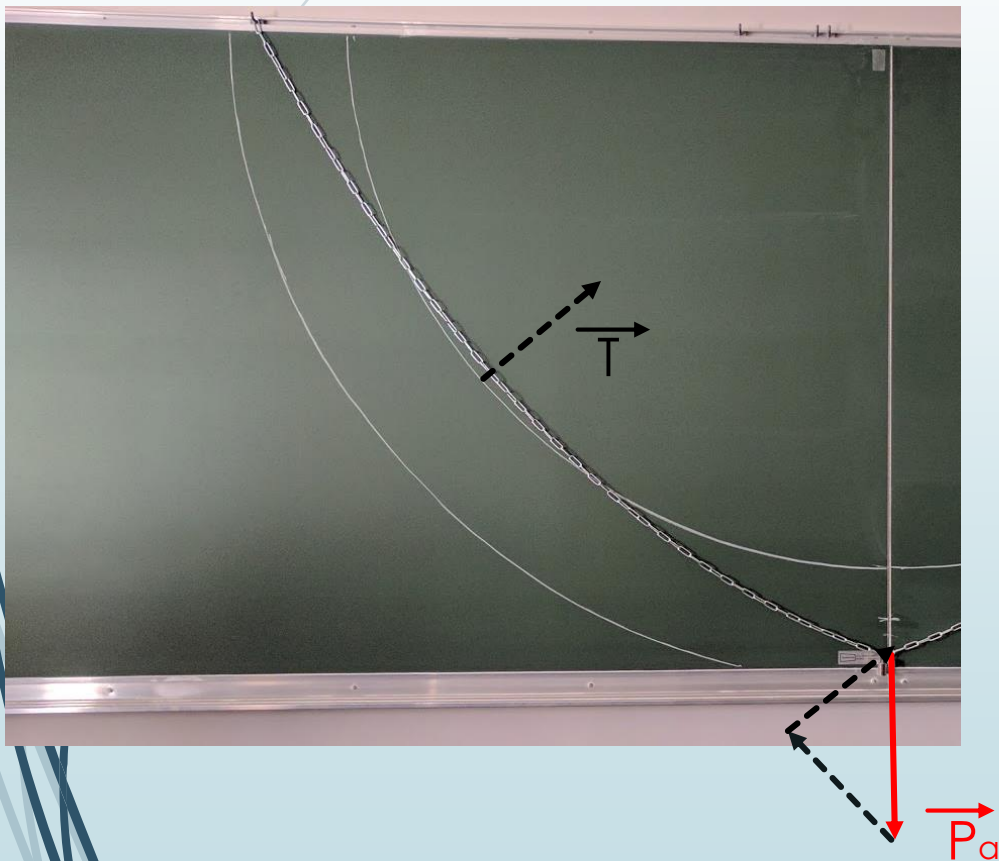
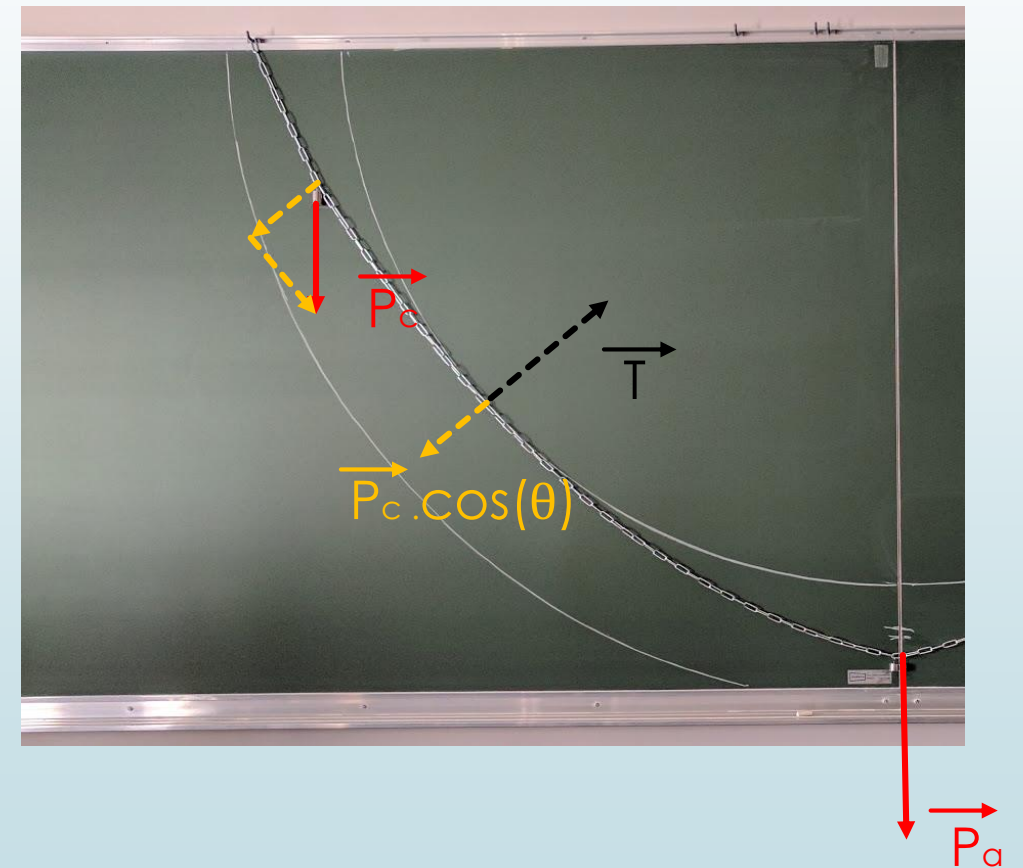


Masse de 70g ———
Contrefort 200g ———



Masse de 72g ———
Contreforts 50g et 20g ———

Explication des contreforts

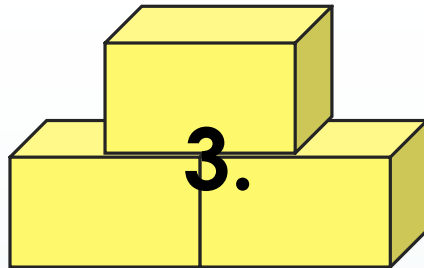
Sans contrefortAvec contrefort

Rapport de la contrainte maximale avec la voûte réelle

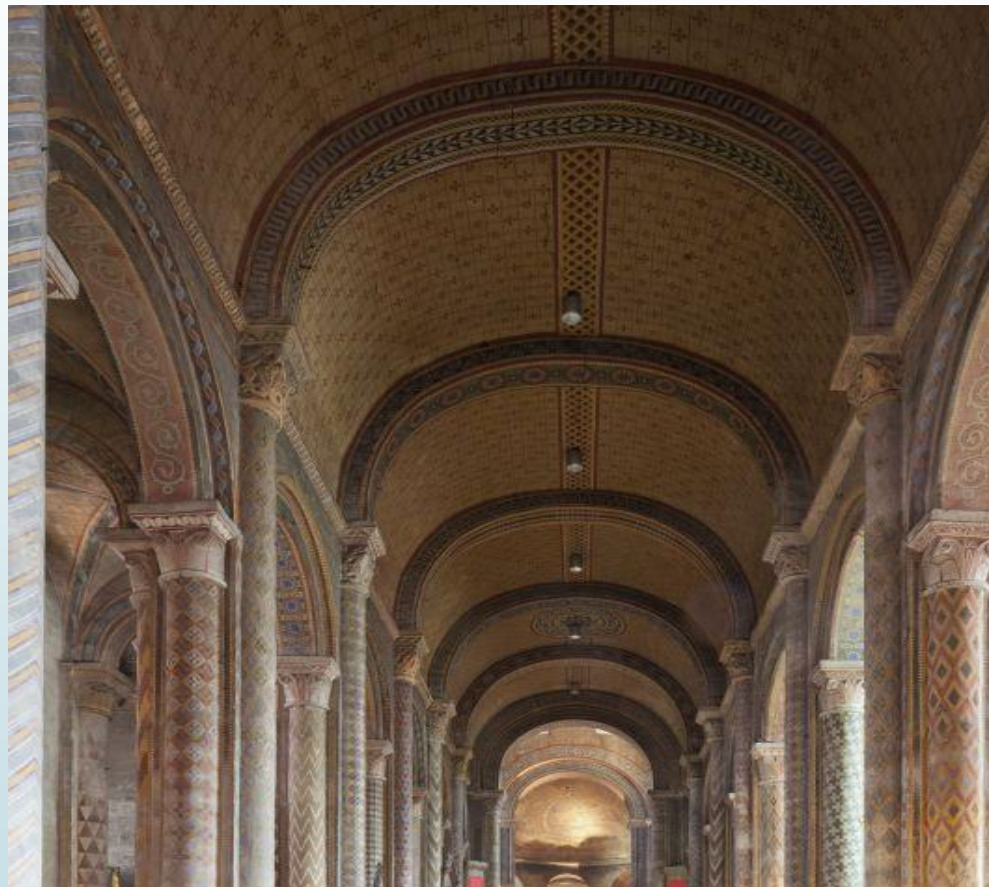
$q(\text{ funiculaire}) = 0,1\text{kg/m}$ soutient jusqu'à 30g

$q(\text{ voûte réelle}) = 118\text{kg/m}$ donc la voûte pourra soutenir au maximum 35,4kg

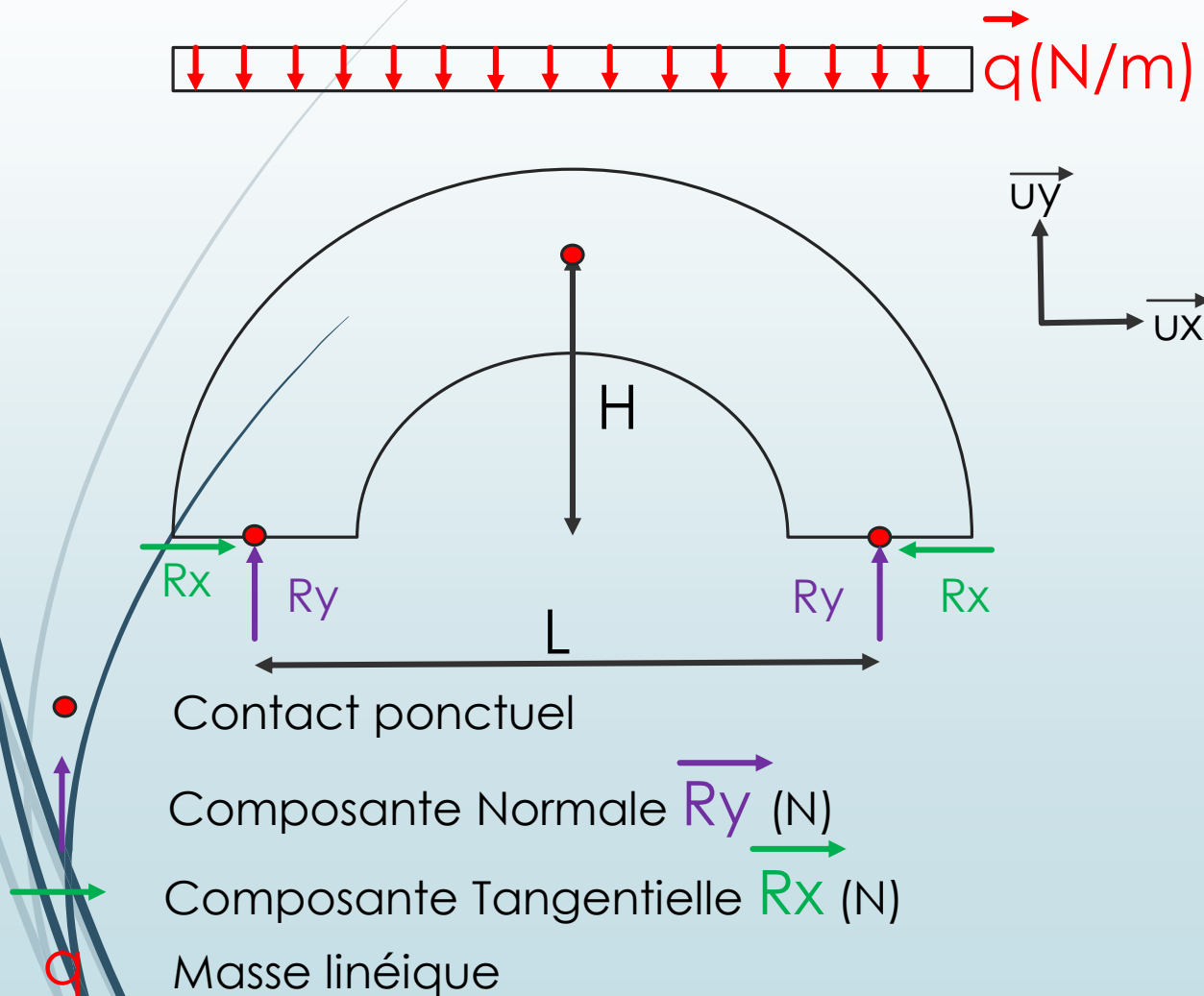
13



Etude théorique



Les efforts s'exerçant sur une voûte



Les hypothèses :

- Les contacts ponctuels sont des rotules.
- Modélisation de la voûte en une poutre de masse uniformément répartie sur L .

Les efforts s'exerçant sur une voûte

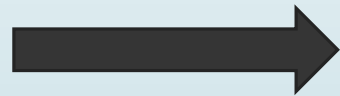
On a : $q = \frac{m \cdot g}{L}$

Principe Fondamental de la Statique appliqué au système {voûte} :

$$\sum \vec{M} = \vec{0}$$

$$\sum R_y \cdot \vec{u}_y = \vec{0}$$

$$\sum R_x \cdot \vec{u}_x = \vec{0}$$



$$R_y = \frac{qL}{2}$$

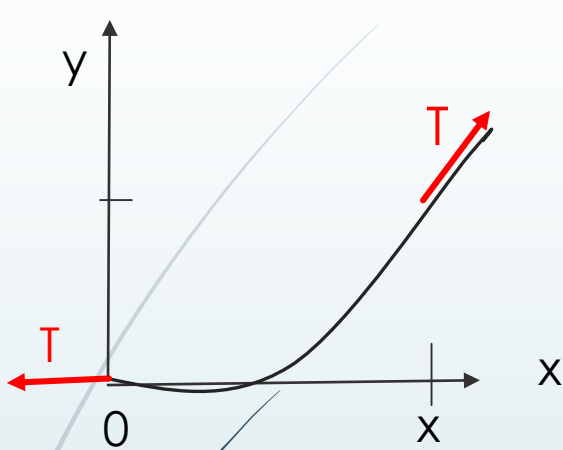
$$R_x = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot H}$$



$$R_y = 1284 \text{ N}$$

$$R_x = 584 \text{ N}$$

Détermination de la forme du funiculaire



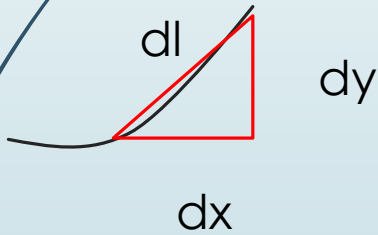
On applique le PFS :

$$\begin{cases} \text{Sur } x : 0 = T_x(x) - T_x(0) \\ \text{Sur } y : 0 = T_y(x) - dm \cdot g \end{cases} \quad (1)$$

Appliquer le théorème de Pythagore:

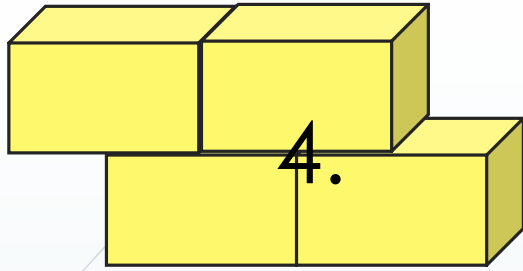
$$\frac{dl}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (2)$$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{dy}{dx} = y'(x) \quad (3)$$



En remplaçant (2) dans (1) puis (3) dans (1) puis après avoir résolu l'équation différentielle, on obtient :

$$y(x) = a \cdot \text{ch}\left(\frac{x}{a}\right) \quad \text{ou} \quad a = \frac{T_x}{g\mu}$$



Conclusion

Nos résultats expérimentaux sont beaucoup plus faibles que les valeurs théoriques. Cet écart s'explique en parti par les joints de la voûte et les morceaux de bois que nous avons utilisé.

