

Lévitation d'une toupie magnétique

Problématique

Déformation des champs magnétiques, équilibrage dynamique d'une toupie, modélisation de l'interaction toupie/base

Plan

- I. Introduction
- II. Etude des champs magnétiques
- III. Prototypage rapide d'une toupie, recherche de l'équilibre
- IV. Etude de l'interaction toupie/base
- V. Conclusion

Lien avec le sujet

- Structures: champs
- Dynamique: forces et couples appliqués à la toupie, interaction toupie/base



Lévitron

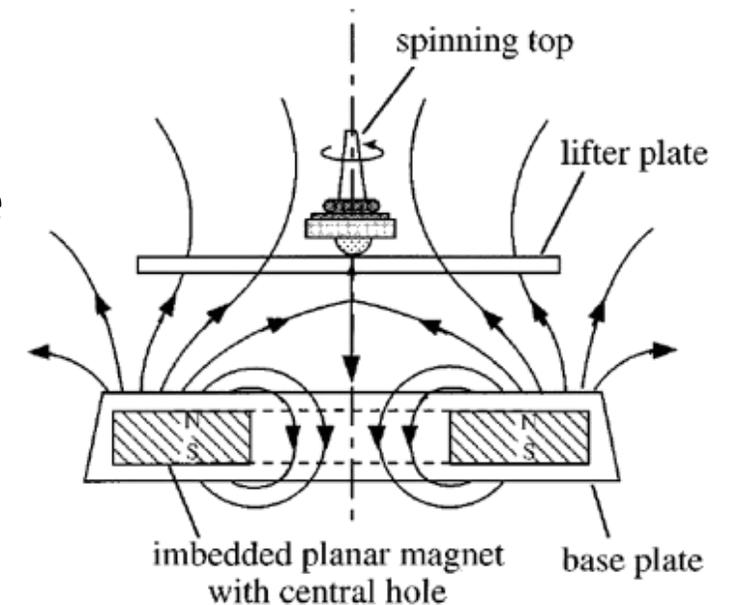
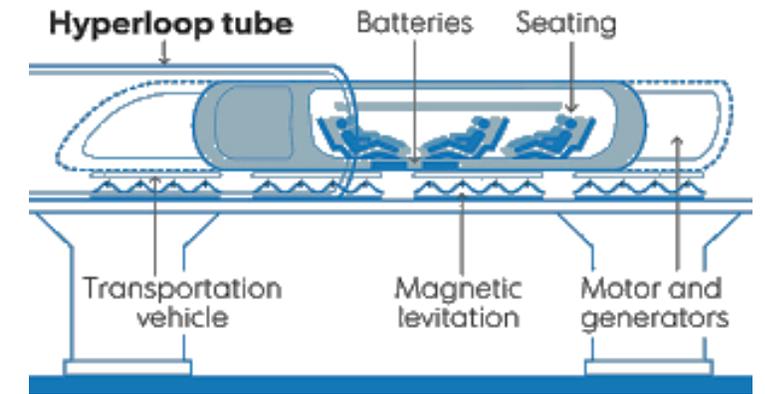
Introduction

• Contexte

- S-F, Maglev, Hyperloop: la lévitation passe de l'imaginaire au concret
- Contraintes technologiques mais moins de pièces d'usure par exemple

• Fonctionnement général du Lévitron

- Répulsion entre l'aimant-base et la toupie magnétique
- Le couple gyroscopique compense le couple magnétique
- La toupie se repose sur un « coussin » de champ magnétique et lévite



Etude des champs magnétiques

- **Axe d'étude**

- « Déformation » du champ de la base par celui de la toupie
- Simulation numérique des aimants utilisés, vérification expérimentale

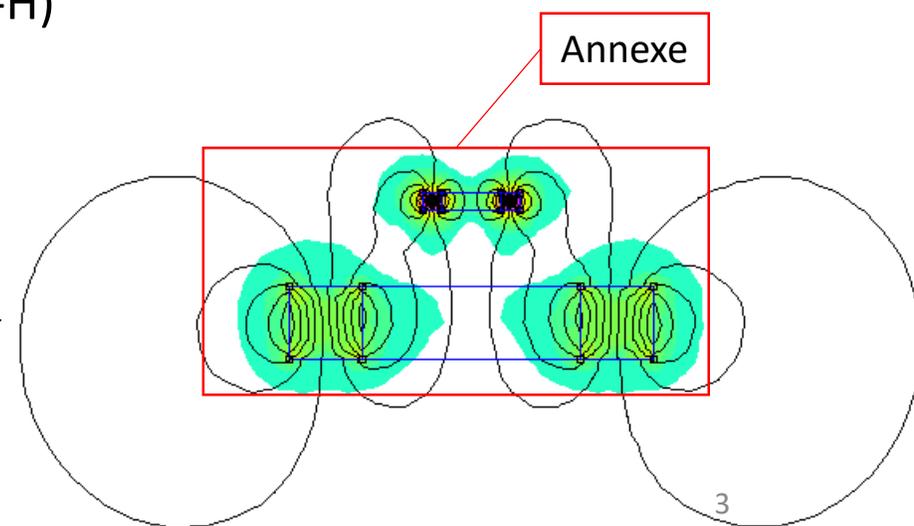
- **Mise en œuvre**

- FEMM

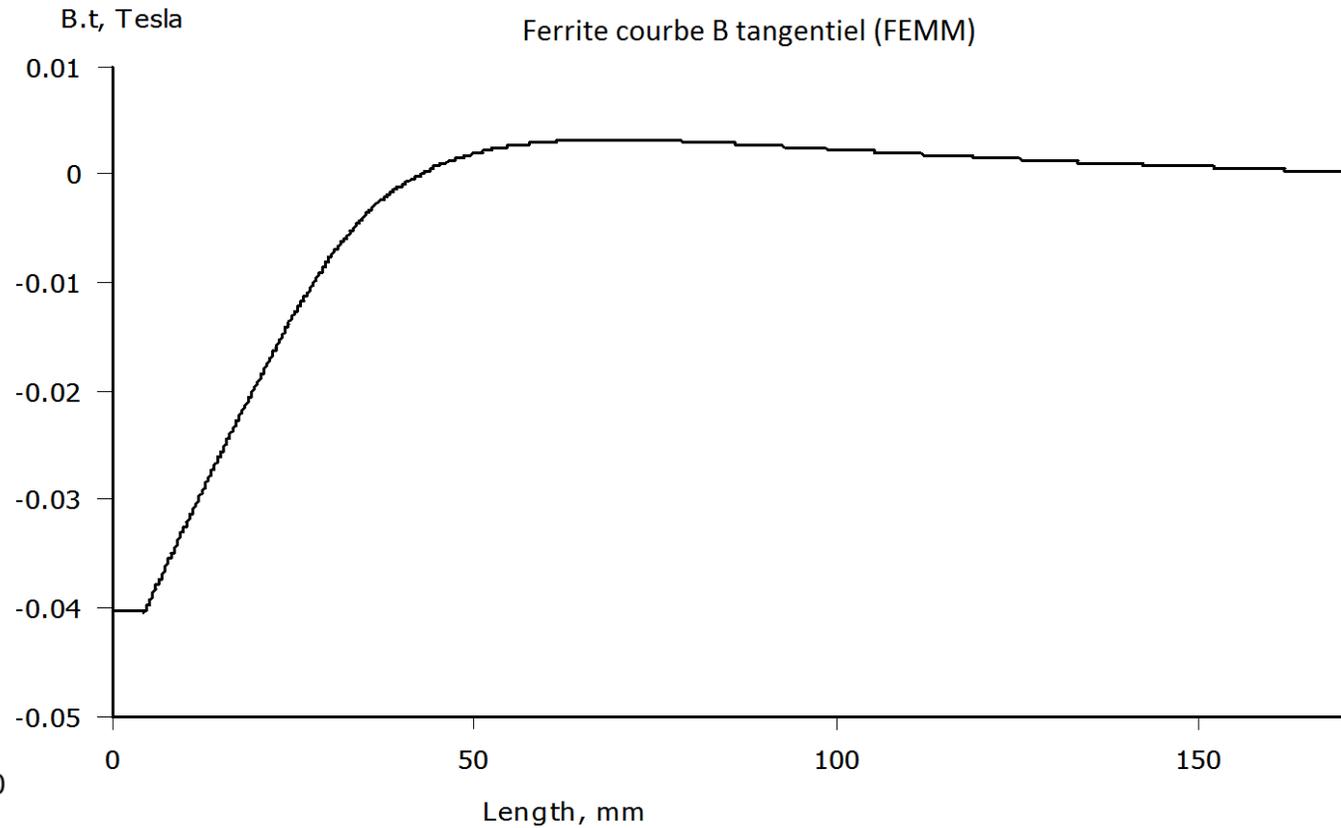
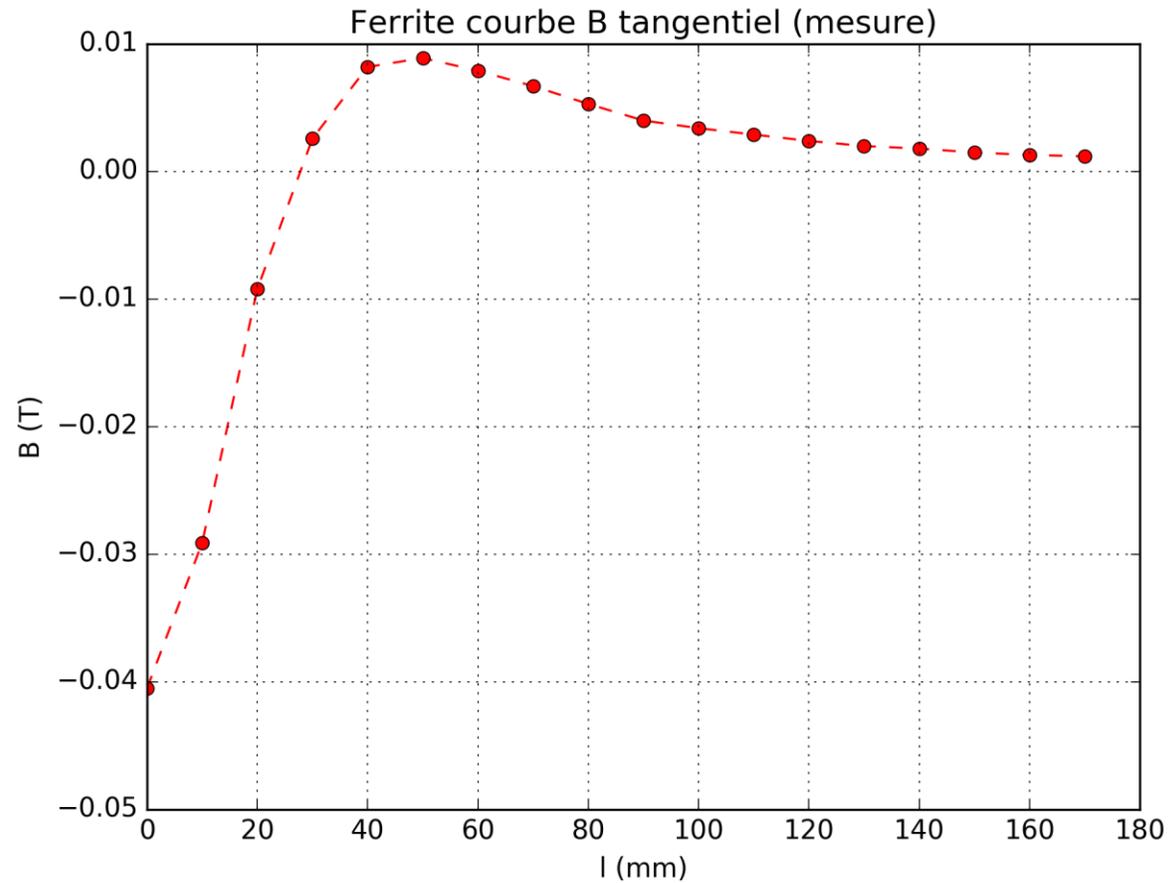
- Recherche des caractéristiques des aimants (courbes B-H)
- Champ magnétique entre les deux aimants à l'équilibre
- Tracé des courbes $B_{tan} = f(\text{distance})$

- Vérification

- Utilisation d'un teslamètre Leybold, acquisition de B_{tan}
- Tracé des courbes puis comparaison

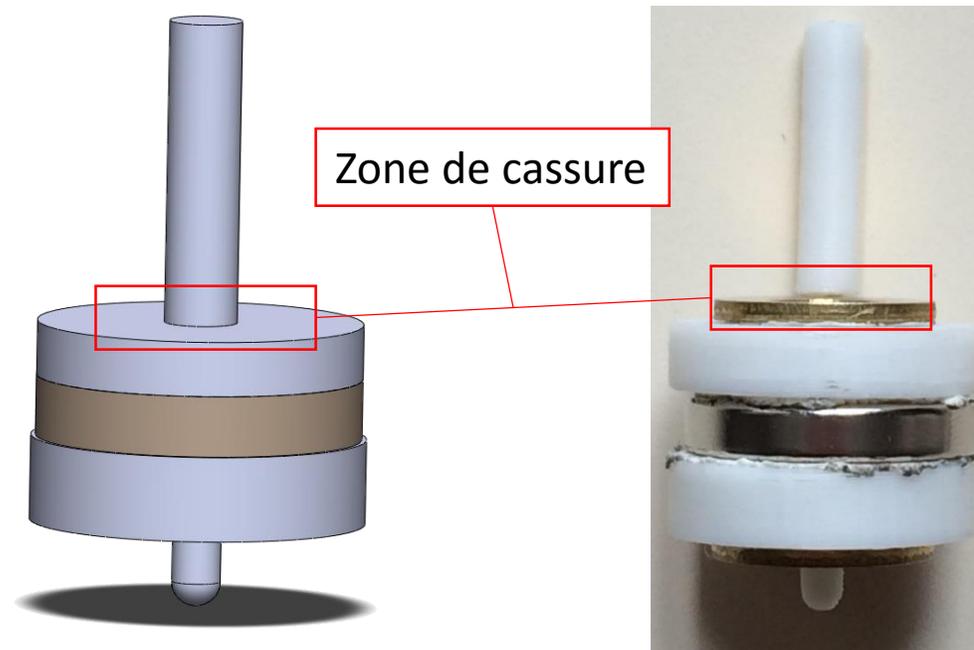


Etude des champs magnétiques



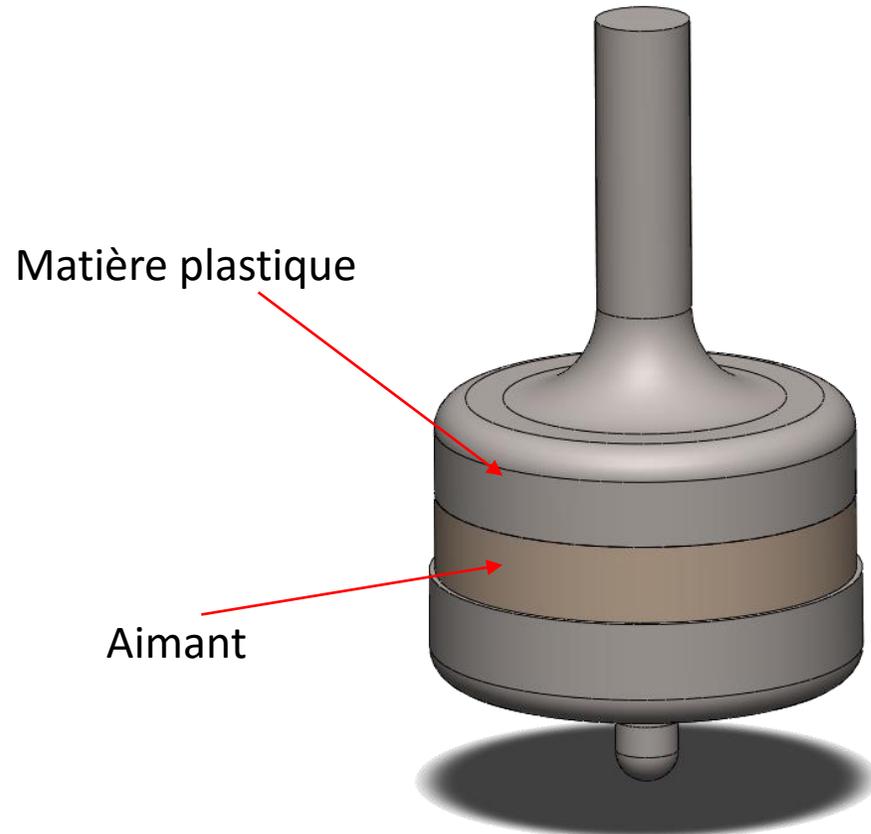
Prototypage rapide d'une toupie équilibrée

- **1^{ère} tentative**: fabrication rudimentaire d'une toupie à l'aide de liège et de chevilles en nylon
- **2^{ème} tentative**: prototypage rapide (SolidWorks, impression 3D) puis test sur l'aimant en ferrite: toupie mal équilibrée



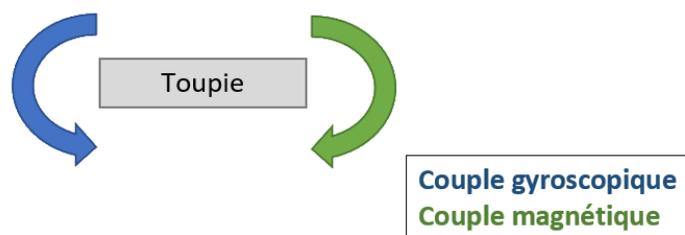
Prototypage rapide d'une toupie équilibrée

- **3^{ème} tentative**: renforcement du modèle précédent, affinage, ajout d'une rondelle pour abaisser le centre de gravité

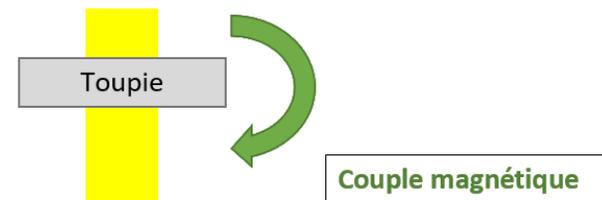


Modélisation de l'interaction toupie/base

- **Mise en œuvre**: proposition d'un modèle, mesures expérimentales, vérification de la cohérence modèle/mesures
- **Montage expérimental**
 - Une tige en PVC s'oppose au moment de renversement
 - Un croix en bois sur-mesure centre la tige dans l'aimant-base
 - Capture du mouvement avec une caméra haute vitesse
 - Exploitation des vidéos avec Tracker (pointage automatique)



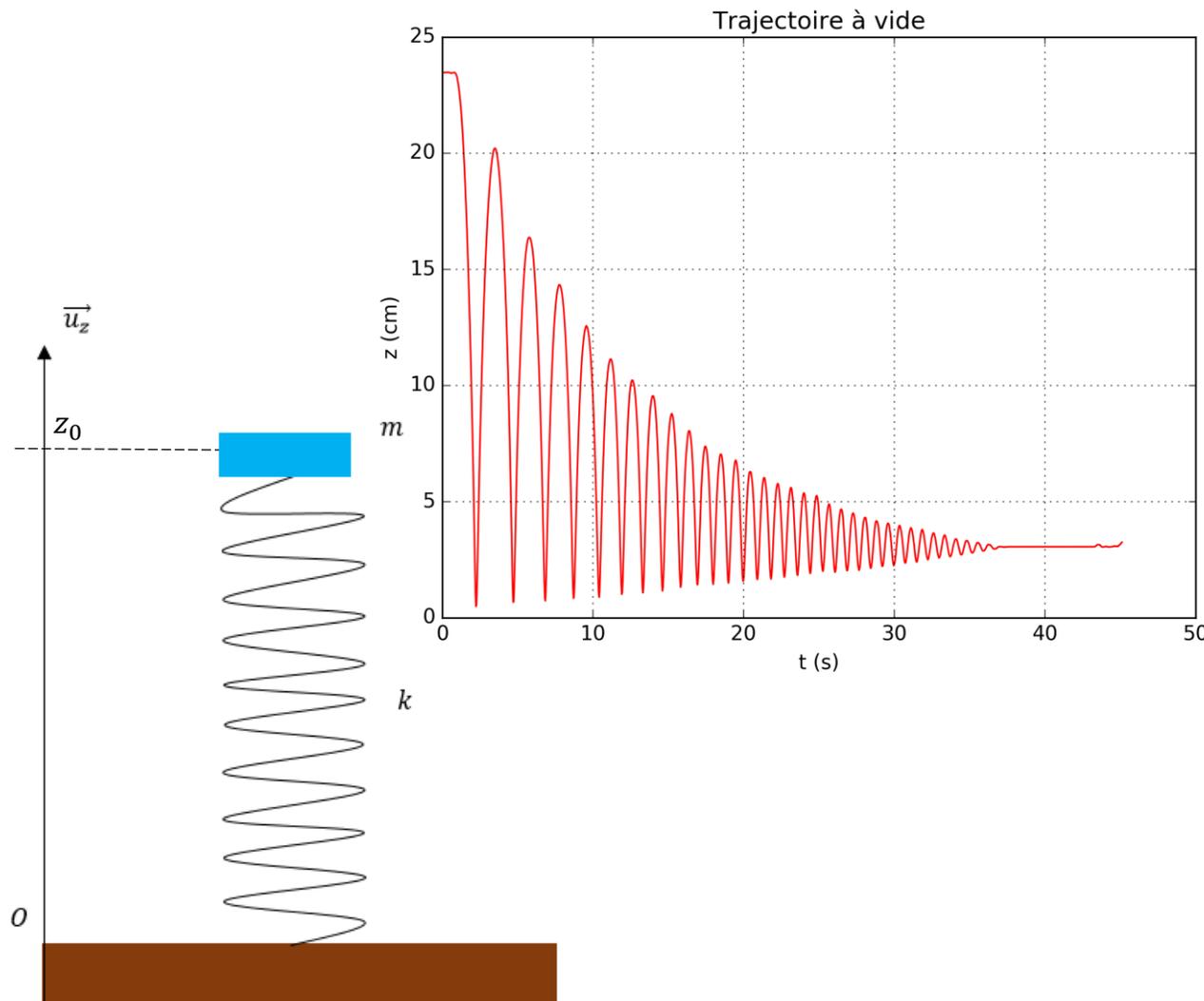
Base



Base



Modélisation de l'interaction toupie/base



- **1^{ère} modélisation**: ressort de constante de raideur k
 - Justifié par les oscillations observées

- PFS: $z_{\text{éq}} = z_0 - \frac{mg}{k}$

- PFD: $\ddot{Z}(t) + \frac{k}{m}Z(t) = 0$

donc $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, mais courbes non correspondantes (oscillateur harmonique)

➔ Modèle invalide

Variable	Unité
$z(t), z_{\text{éq}}, Z(t) = z(t) - z_{\text{éq}}$	m
k	N/m
m	kg

Modélisation de l'interaction toupie/base

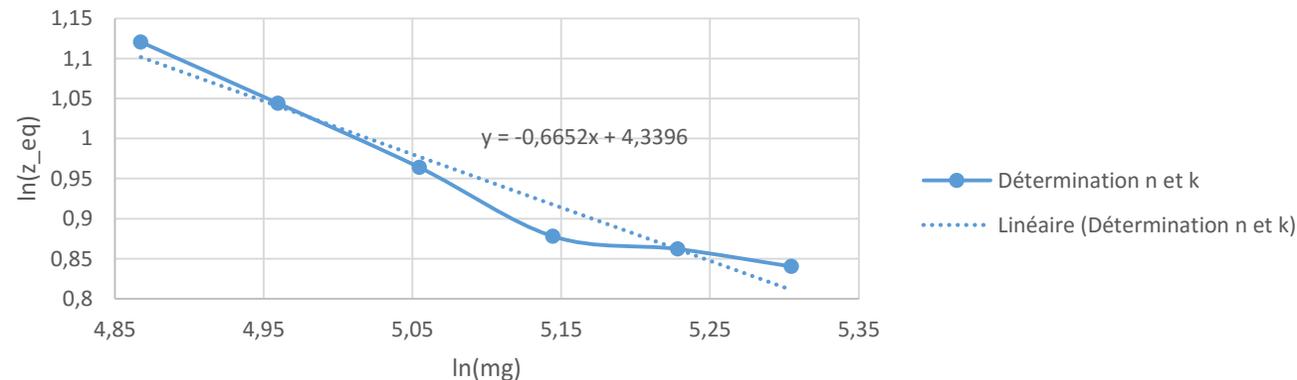
• 2^{ème} modélisation

- loi de la forme $z_{\text{éq}}^n = -\frac{mg}{k}$
- Les courbes donnaient $n = -1,5$, mais k n'était pas constante: modèle invalide

• 3^{ème} modélisation

- à l'équilibre: $F_{\text{aimant}} = \mu_0 \mathcal{M}_{\text{mag,toupie}} \frac{\partial H_z}{\partial z} = mg$

Détermination n et k



Modélisation de l'interaction toupie/base

- Force exercée par l'aimant-base sur la toupie:

$$F = \mu_0 \bar{m} \frac{\partial H_z}{\partial z} = \bar{m} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

- Expression de H: (Simple Theory for the Levitron)

$$H_z = \frac{\bar{m}}{4\pi r^3} * \left[\frac{2 \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 1}{\left(\left(\frac{z}{r}\right)^2 + 1\right)^{\frac{5}{2}}} \right]$$

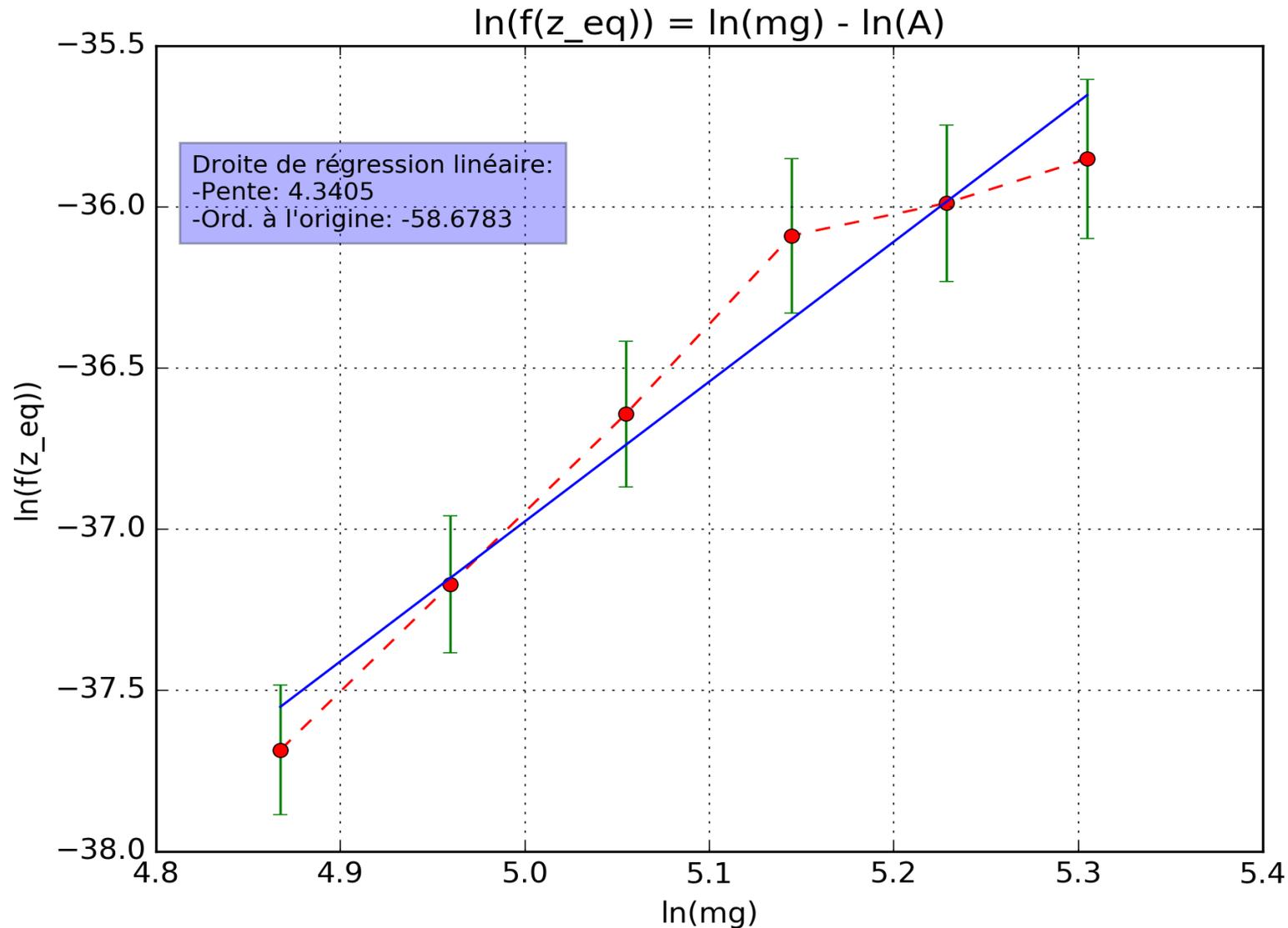
- D'où:

$$F = \frac{\mu_0 \bar{m}^2}{4\pi r^3} * \left[\frac{\frac{4z}{r^2}}{\left(\left(\frac{z}{r}\right)^2 + 1\right)^{3/2}} - \frac{\frac{10z}{r^2} (2 * \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 1)}{\left(\left(\frac{z}{r}\right)^2 + 1\right)^{7/2}} \right] \Bigg\} f(z)$$

- On a tracé $\ln(f(z_{\text{éq}})) = \ln(mg) - \ln(A)$

Variable	Unité
μ_0 (perméabilité magn.)	T.m/A
\bar{m} (moment magn. de la base)	N.m/T
r (rayon moyen de la base)	m
B (champ magnétique)	T

Modélisation de l'interaction toupie/base



Conclusion

- Déformation claire des champs sur une représentation graphique
- Utilisation de modeleurs volumiques et de machines
- Définition rigoureuse d'un protocole expérimental
- Rigueur lors du prototypage
- Impossibilité de conclure correctement sur un modèle d'interaction
- Effet d'amortissement observé, application à une suspension magnétique?

