

Physique : DS4

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, **la qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Les schémas (donnés ou non) devront être (re)tracés sur vos copies avec soin. Les schémas auront des points attirés pour chaque question. Il faut savoir être **rapide, précis et propre**.

Partie A – Assistance gravitationnelle

Du fait de leur faible rendement, les générateurs thermoélectriques restent aujourd'hui confinés à des applications de niches. Ils sont par exemple utilisés dans la plupart des sondes spatiales, avec du combustible radioactif comme source chaude et l'espace environnant comme source froide (générateur thermoélectrique à radioisotope ou GTR). Les GTR assurent une production électrique stable, permettant de maintenir opérationnels pendant plusieurs années les instruments embarqués dans les sondes au-delà de l'orbite de Mars, où les panneaux solaires ne sont plus efficaces. Lancées par la NASA en 1977, les deux sondes *Voyager* continuent encore aujourd'hui d'envoyer des informations sur Terre, à plus de 20 milliards de kilomètres de distance. Ces sondes ont collecté d'innombrables données scientifiques sur les planètes extérieures Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, en tirant profit d'une conjonction exceptionnelle de ces planètes qui a permis aux sondes leur survol pratiquement sans dépense de carburant, grâce à l'assistance gravitationnelle.

III.1 - Généralités

On considère une sonde du programme *Voyager*, assimilée à un point matériel P de masse m . La sonde est en mouvement dans un champ gravitationnel qu'on supposera uniquement dû ici à Jupiter, relativement au référentiel d'étude "jupiterocentrique" \mathcal{R}_J considéré galiléen.

La planète est assimilée à une boule à répartition sphérique de masse, de sorte qu'elle se comporte d'un point de vue gravitationnel comme un point matériel fictif de même masse M_J que cette dernière et situé en son centre J .

Q27. Justifier à l'aide du théorème du moment cinétique que le moment cinétique \vec{L}_J par rapport au point J de la sonde se conserve. En déduire que le mouvement de la sonde est plan.

On repère la sonde par ses coordonnées cylindriques $(r, \theta, z=0)$ de centre J . On choisit l'axe (J, \vec{u}_z) de sorte que $\vec{L}_J = \|\vec{L}_J\| \vec{u}_z$. Montrer que la quantité $C = r^2 \dot{\theta}$ est constante.

Q28. Établir l'expression de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(r)$ dont dérive la force gravitationnelle subie par la sonde. On prendra $\mathcal{E}_p(r \rightarrow +\infty) = 0$.

Q29. Justifier que l'énergie mécanique \mathcal{E}_m de la sonde se conserve. Établir son équation radiale

sous la forme : $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \mathcal{E}_{p,eff}(r)$, où $\mathcal{E}_{p,eff}(r)$ désigne une énergie potentielle effective dont on donnera l'expression en fonction de m , C , r et de $\mathcal{E}_p(r)$.

Représenter qualitativement $\mathcal{E}_{p,eff}(r)$. Expliciter les différents états possibles de la sonde en précisant la forme de sa trajectoire selon la valeur de son énergie mécanique \mathcal{E}_m .

Q30. Donner l'expression de la vitesse minimale v_ℓ qu'il faudrait communiquer à la sonde à la distance r du centre J de Jupiter pour qu'elle se libère de l'attraction gravitationnelle de Jupiter. Cette vitesse est appelée vitesse de libération de la sonde.

III.2 - Sphère de Hill de Jupiter

Dans la sous-partie précédente, seule l'influence de l'attraction gravitationnelle de Jupiter sur le mouvement de la sonde a été considérée. On se propose dans cette sous-partie d'établir une condition quantitative pour négliger l'influence de l'attraction gravitationnelle du Soleil devant celle de Jupiter.

On considère pour cela que le centre J de Jupiter décrit une trajectoire circulaire de rayon $d = 7,8 \cdot 10^8$ km autour du centre S du Soleil dans le plan orbital $(S, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, relativement au référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h considéré galiléen. On note Ω la vitesse angulaire à laquelle tourne le point J dans le sens direct de l'axe (S, \vec{u}_z) dans ce référentiel (**figure 7**). On suppose, comme pour Jupiter, que le Soleil se comporte d'un point de vue gravitationnel comme un point matériel fictif de même masse M_S que ce dernier et situé en son centre S .

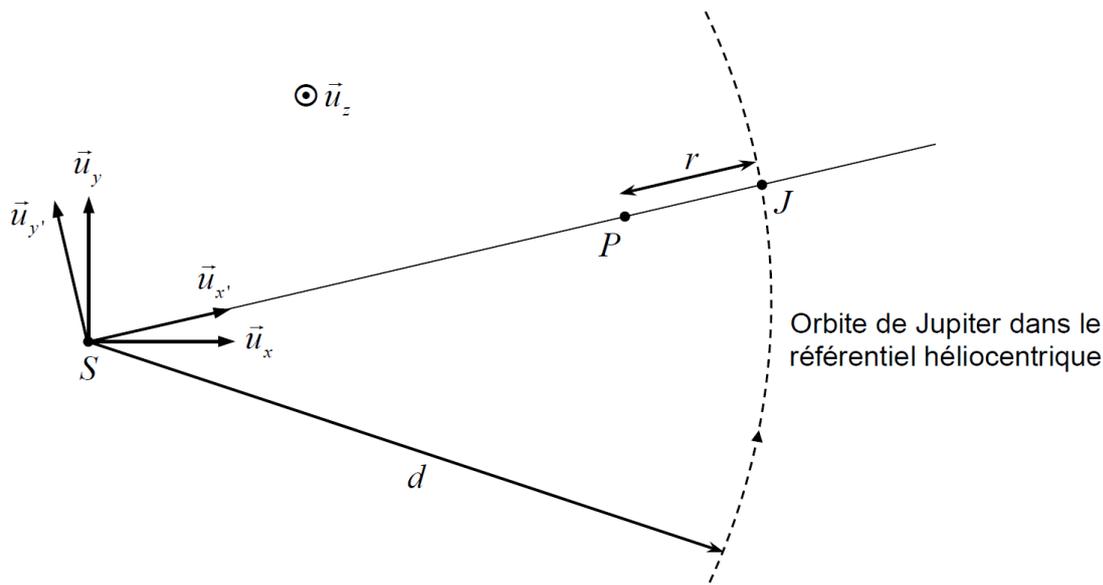


Figure 7 - Position considérée de la sonde dans le plan orbital de Jupiter

Q31. Établir, à partir de la 2^e loi de Newton, les expressions de Ω et de la vitesse $V_{J,h}$ de Jupiter dans le référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h en fonction de \mathcal{G} , M_S et de d . Calculer $V_{J,h}$.

On raisonne dans la suite de cette sous-partie dans le référentiel \mathcal{R}' auquel est lié un repère de centre S dont les axes $(S, \vec{u}_{x'})$ et $(S, \vec{u}_{y'})$ tournent autour de l'axe (S, \vec{u}_z) , dans le sens direct et à la vitesse angulaire Ω dans le référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h , avec $\vec{u}_{x'} = \overrightarrow{SJ} / d$.

Q32. Le référentiel \mathcal{R}' est-il galiléen ? Justifier.

Q33. On considère la configuration où la sonde P est située dans le plan orbital $(S, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ de Jupiter et telle que S , P et J soient alignés dans cet ordre (**figure 7**). On cherche la distance r de la sonde au centre J de Jupiter à laquelle elle est en équilibre dans le référentiel \mathcal{R}' . Donner les expressions des forces s'exerçant sur la sonde P en fonction de m , M_J , M_S , Ω , \mathcal{G} , d et de r . On se limitera pour les forces d'origine gravitationnelle à celles dues au Soleil et à Jupiter.

Q34. Montrer que la condition d'équilibre conduit à : $M_J d^3 (d-r)^2 = -M_S r^2 ((d-r)^3 - d^3)$.

On suppose que $r \ll d$. En effectuant un développement limité à l'ordre le plus bas possible en r/d de chaque terme de l'égalité précédente, établir l'expression de la distance $r = r_H$ en fonction de M_J , M_S et de d .

On admet que cette expression reste valide en première approximation pour toute valeur de l'angle θ repérant la position de la sonde depuis le centre de Jupiter. L'ensemble des points de l'espace tels que la sonde P soit en équilibre dans le référentiel \mathcal{R}' est donc approximativement une sphère centrée en J , de rayon r_H , appelée sphère de Hill. Calculer r_H .

Désormais, nous négligerons donc l'influence du Soleil devant celle de Jupiter sur la sonde dès lors que cette dernière se trouve dans la sphère de Hill.

III.3 - Principe de l'assistance gravitationnelle

On considère dans cette dernière sous-partie que la sonde arrive à l'entrée de la sphère de Hill de Jupiter avec une vitesse $\vec{v}_{e,j} = v_{e,j} \vec{u}_x$ relativement au référentiel "jupiterocentrique" \mathcal{R}_j . Elle passe "derrière" Jupiter, puis sort de la sphère de Hill avec une vitesse $\vec{v}_{s,j}$. On note D l'angle entre $\vec{v}_{s,j}$ et $\vec{v}_{e,j}$ (figure 8).

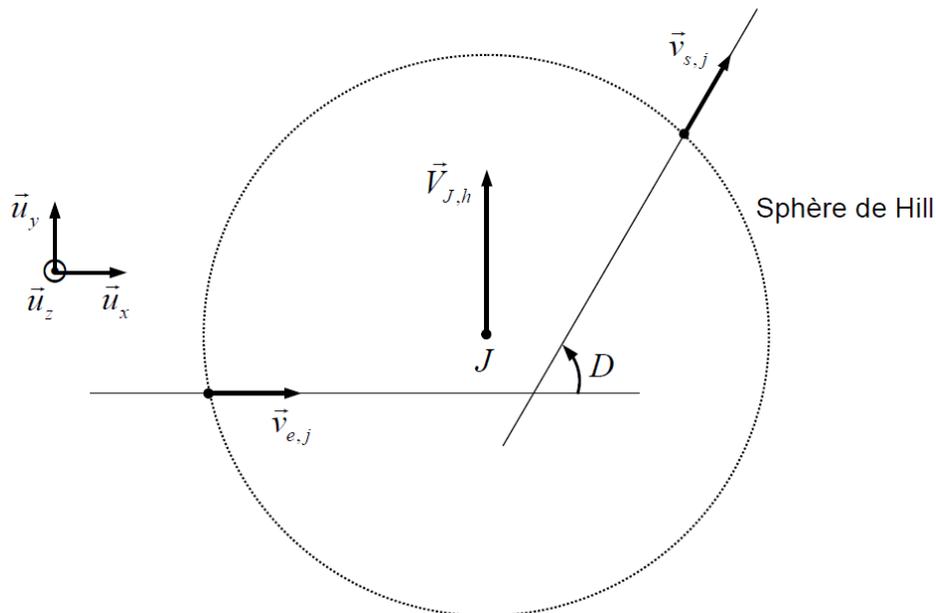


Figure 8 - Déviation de la sonde dans le référentiel "jupiterocentrique"

On suppose la durée de passage dans la sphère de Hill suffisamment courte pour pouvoir considérer d'une part le référentiel "jupiterocentrique" \mathcal{R}_j galiléen, et d'autre part la vitesse $\vec{V}_{J,h}$ du centre J de Jupiter dans le référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h constante et selon $+\vec{u}_y$ pendant cette durée. On suppose enfin que le plan orbital de la sonde dans le référentiel "jupiterocentrique" \mathcal{R}_j est confondu avec le plan orbital $(S, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ de Jupiter dans le référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h .

Q35. En traduisant la conservation de l'énergie mécanique de la sonde, montrer que $v_{e,j} = v_{s,j}$.

On notera simplement par la suite $v_j = v_{e,j} = v_{s,j}$. On prendra pour les applications numériques $v_j = 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q36. Pourquoi la vitesse v_j de la sonde est-elle nécessairement supérieure ou égale à sa vitesse de libération v_ℓ à la distance r_H (question **Q30**) ? Vérifier par une application numérique que c'est bien le cas.

Q37. On note $\vec{v}_{e,h}$ et $\vec{v}_{s,h}$ les vitesses de la sonde dans le référentiel héliocentrique \mathcal{R}_h respectivement à l'entrée et à la sortie de la sphère de Hill. Dédurre de la loi de composition des vitesses les expressions de $\vec{v}_{e,h}$ et $\vec{v}_{s,h}$ en fonction de $\vec{v}_{e,j}$, $\vec{v}_{s,j}$ et de $\vec{V}_{J,h}$.

Q38. Reproduire la **figure 8** sur la copie et y représenter les vitesses $\vec{v}_{e,h}$ et $\vec{v}_{s,h}$. Vérifier qualitativement que la norme de la vitesse de la sonde a bien augmenté dans le référentiel héliocentrique à la sortie de la sphère de Hill. Dans quelle configuration l'augmentation de vitesse serait-elle maximale ?

Q39. Exprimer $v_{e,h}$ et $v_{s,h}$ en fonction de v_j , $V_{J,h}$ et de D .

Q40. Sachant que $D = 60^\circ$, calculer $v_{e,h}$ et $v_{s,h}$ en prenant la valeur de $V_{J,h}$ calculée à la question

Q31. En déduire les valeurs numériques de la variation $\Delta v_h = v_{s,h} - v_{e,h}$ de la vitesse de la sonde relativement au référentiel héliocentrique à l'issue de son passage à proximité de

Jupiter, puis de l'économie d'énergie $\Delta \mathcal{E}_{c,h} = \frac{1}{2} m v_{s,h}^2 - \frac{1}{2} m v_{e,h}^2$ réalisée grâce à l'assistance

gravitationnelle de Jupiter. On prendra $m = 7,2 \cdot 10^2 \text{ kg}$.

D'où vient le gain d'énergie cinétique de la sonde ?

Q41. La sonde *Voyager* dispose de 16 petits propulseurs identiques brûlant des ergols liquides et utilisés à la fois pour les modifications de trajectoire et pour les changements ou corrections d'orientation. En brûlant 50 % de sa quantité d'ergols liquides embarquée, on estime que l'accroissement de vitesse correspondant de la sonde serait de $60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Comparer à l'accroissement de vitesse obtenu grâce à l'assistance gravitationnelle et conclure.

Partie B : Circuit secondaire

II.A – Préliminaire

On considère un fluide en écoulement stationnaire, sans variation notable de son énergie mécanique, dans une machine. Il y entre dans l'état E (pression p_e , température T_e , enthalpie massique h_e) et en sort dans l'état S (pression p_s , température T_s , enthalpie massique h_s). On note w_u le travail utile massique et q le transfert thermique massique reçus algébriquement par le fluide lors de la traversée de la machine.

Q 16. Établir soigneusement la relation vérifiée dans ce cas par $h_s - h_e$, w_u et q .

II.B – Cycle de Hïrn

On considère le circuit secondaire, décrit par la figure 5 :

- la pompe d'alimentation porte l'eau liquide juste saturée (état 0) de la basse pression $p_3 = 0,040 \text{ bar}$ du condenseur à la pression $p_2 = 85,8 \text{ bar}$ du générateur de vapeur (GV) de façon isentropique (état 1) ;
- l'eau liquide entre ensuite dans le générateur de vapeur, où elle est chauffée de façon isobare jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1' – liquide juste saturant), puis est totalement vaporisée jusqu'à l'état 2 (vapeur saturante sèche). Le surchauffeur (2 – 2') fonctionne de façon isobare ;
- la vapeur sèche produite (état 2') subit ensuite une détente isentropique dans une turbine calorifugée amenant le système dans l'état 3, à la température T_0 ;
- le mélange diphasé (état 3) pénètre ensuite dans le condenseur pour y être totalement condensé (état 0).

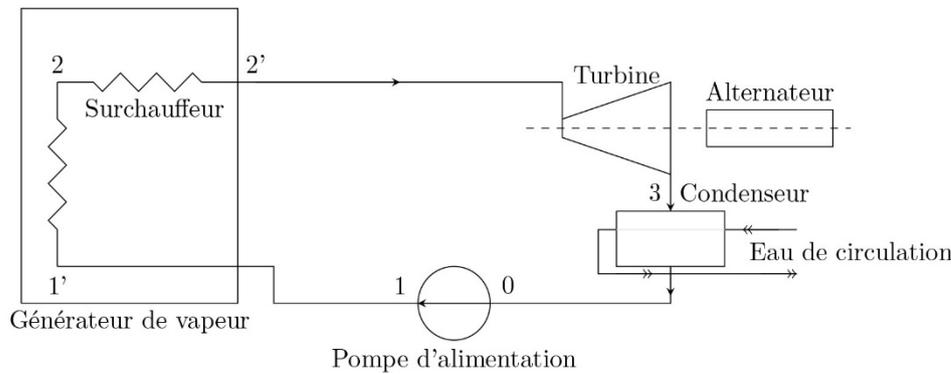


Figure 5 Cycle de Hirn.

On se place en régime stationnaire. On suppose l'eau liquide incompressible et on néglige le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation.

Dans la suite, les grandeurs thermodynamiques indicées par i sont relatives à l'état i .

On donne $T_0 \simeq T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_3 = 500^\circ\text{C}$, ainsi qu'un extrait de tables thermodynamiques pour l'eau sur le tableau 1. Les données suivantes sont également fournies :

- chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à T_2 : $L_v(T_2) = 1404 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$;
- enthalpie et entropie massiques respectives de la vapeur d'eau sèche à 500°C et $85,8 \text{ bar}$: $h = 3391 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $s = 6,68 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Pression de vapeur saturante (bar)	Température ($^\circ\text{C}$)	Liquide juste saturé		Vapeur saturante sèche	
		s	h	s	h
85,8	300	3,25	1345	5,70	
0,040	29	0,42	121	8,47	2554

Tableau 1 Quelques données thermodynamiques pour l'eau. L'enthalpie massique h est exprimée en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et l'entropie massique en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Q 17. Expliquer pourquoi $T_0 \simeq T_1$ et $h_0 \simeq h_1$. Préciser l'allure d'une transformation isentropique dans le domaine liquide du diagramme des frigoristes (p, h).

Q 18. Donner le nom des différentes courbes du diagramme des frigoristes (p, h) du document réponse 1 et y représenter précisément le cycle décrit par le fluide.

Q 19. Calculer, à partir de données du tableau 1 pour plus de précision, le titre massique en vapeur ainsi que l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine. Positionner le point représentatif de cet état sur le diagramme des frigoristes du document réponse 1.

Q 20. Définir et calculer l'efficacité η de ce cycle.

Q 21. Établir l'expression de l'efficacité de Carnot η_C d'une machine cyclique ditherme fonctionnant en moteur entre une source chaude à la température T_C et une source froide à la température T_F . La calculer en prenant respectivement pour T_F et T_C les températures minimale et maximale du fluide dans le circuit secondaire. Commenter en justifiant l'écart éventuel avec la valeur de l'efficacité obtenue à la question précédente.

II.C – Cycle à double surchauffe

Les gouttes d'eau liquide peuvent endommager la turbine. Aussi, est-il avantageux d'utiliser une turbine à deux corps permettant d'obtenir un titre massique en vapeur en sortie de turbine proche de 1 grâce à une double surchauffe. Le cycle de Hirn précédent est modifié :

- de l'eau (état 1) est admise dans le générateur de vapeur (GV) d'où elle sort à l'état de vapeur saturante sèche (état 2) ;
- elle passe ensuite dans le premier surchauffeur isobare (2 – 2'), pour être détendue dans la turbine haute pression (HP) (2' – 4) ;
- la vapeur sèche (état 4) est envoyée dans un second surchauffeur isobare (4 – 4') pour être ensuite détendue dans l'étage de turbine basse pression (BP) (4' – 5). Le titre massique en vapeur dans l'état 5 est sensiblement égal à 1 ;

- le fluide dans l'état 5 se condense totalement à la température T_0 dans le condenseur isobare (5 – 0) ;
- le liquide juste saturé (état 0) est ensuite comprimé de façon isentropique à la pression p_2 du générateur de vapeur (état 1).

Les détentes dans les turbines, calorifugées, sont supposées isentropiques. On se place encore une fois en régime stationnaire et on a toujours $T_0 \simeq T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_3 = 500^\circ\text{C}$. De plus, $T_4 = 300^\circ\text{C}$ et $T_5 = 500^\circ\text{C}$.

Q 22. Représenter précisément le cycle décrit par le fluide dans le diagramme des frigoristes du document réponse 1. Définir et calculer l'efficacité de ce cycle.

II.D – Cycle réel d'une tranche nucléaire

Pour des raisons technologiques, des limitations de pression et de température interviennent directement dans le choix des caractéristiques du cycle eau-vapeur de ces centrales thermiques nucléaires, d'où des cycles moins « poussés » que dans les centrales thermiques classiques.

Le cœur du réacteur est réfrigéré et modéré par l'eau, laquelle vient se refroidir dans les échangeurs principaux (appelés générateurs de vapeur). Les mélangeurs ou réchauffeurs sont notés R1, R2, R3, R4, R5 et R6 (figure 6).

On se place toujours en régime stationnaire.

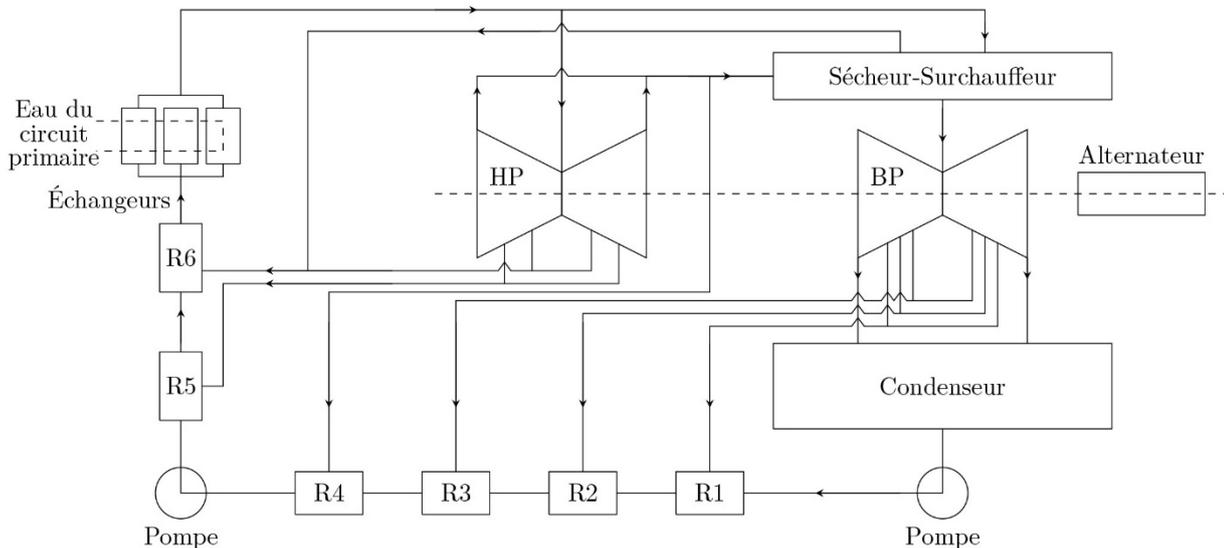


Figure 6 Schéma simplifié du circuit eau-vapeur d'une centrale nucléaire.

Q 23. Calculer l'efficacité du cycle en vous appuyant notamment sur les caractéristiques thermodynamiques du cycle fournies dans le tableau 2. En déduire la puissance disponible aux bornes de l'alternateur. En réalité, cette puissance disponible n'est que de 960 MW : proposer une explication.

Eau du circuit	Débit massique (t·h ⁻¹)	Température (°C)	Pression (bar)	Enthalpie massique (kJ·kg ⁻¹)
Eau sortie condenseur		32,5	0,050	136,0
Eau sortie réchauffeur 4		181,1		768,0
Eau sortie réchauffeur 5		181,7		772,2
Eau entrée échangeurs principaux	5412,1	219,3	60	941,7
Vapeur sortie échangeurs principaux	5412,1	268,7	54	2788,4
Vapeur admission turbine HP	5001,9	266,4	52	2787,1
Vapeur alimentant le sécheur surchauffeur	403,7	266,4	52	2787,1
Vapeur soutirage 6 sortie turbine HP	214,3	223,3	26	2682,5
Vapeur soutirage 5 sortie turbine HP	208,4	203,4	17,6	2622,6
Vapeur soutirage 4 sortie turbine HP	402,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur à l'échappement de la turbine HP	4177,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur admission turbine BP	3704,0	264,1	11,2	2970,4
Vapeur soutirage 3 sortie turbine	281,4	137,8	3,6	2731,5
Vapeur soutirage 2 sortie turbine	235,4	97,4	0,97	2538,9
Vapeur soutirage 1 sortie turbine	134,2	60,8	0,22	2377,8
Vapeur entrée condenseur (en provenance de la turbine BP)	3053,0	32,9	0,050	2242,2

Tableau 2 Caractéristiques thermodynamiques du cycle.

L'annexe de ce sujet se trouve à la toute fin du DS

Partie C – Clarification par Décantation et turbine à gaz

La clarification par décantation est une des étapes réalisées dans le traitement des eaux des stations d'épuration. Elle consiste à éliminer les particules polluantes en suspension dans l'eau polluée.

L'eau polluée, c'est-à-dire chargée en particules non désirées, circule en continu dans le bassin de décantation (**figure 4**), à faible vitesse horizontale \vec{u} . Les particules ont le temps de se déposer au fond du bassin et l'eau de sortie est ainsi clarifiée.

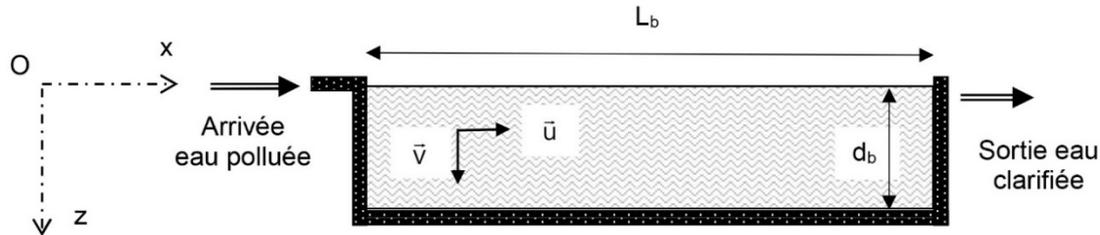


Figure 4 - Bassin de décantation

Le bassin de décantation est de longueur L_b et de profondeur d_b , sa largeur est indifférente. On note respectivement η et ρ_e la viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau polluée. η et ρ_e sont supposées constantes.

On définit le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ lié au bassin. L'axe Oz est vertical descendant. Le niveau d'entrée de l'eau dans le bassin correspond à la cote $z = 0$.

On suppose que les particules polluantes sont sphériques, de rayon r , et qu'elles sont soumises à la force de frottement fluide : $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}$, où \vec{v} est la vitesse des particules.

On note ρ_0 la masse volumique des particules polluantes, supposée constante. On a : $\rho_0 > \rho_e$.

On considère que l'eau arrive en amont du bassin avec une densité en particules polluantes notée N_0 .

II.1 - Décantation statique

Dans un premier temps, l'eau ne circule pas horizontalement, $\vec{u} = \vec{0}$, et les particules polluantes qu'elle contient chutent verticalement.

Compte tenu des phénomènes de transport des particules polluantes dans le bassin, la densité en particules polluantes n'est pas uniforme sur la hauteur du bassin. Elle dépend de la profondeur z . Dans le bassin, on note $n(z)$ la densité en particules polluantes à l'altitude z et n_0 la valeur associée à l'altitude $z = 0$, soit $n_0 = n(z = 0)$.

Q14. À partir de l'équation différentielle du mouvement, issue de la seconde loi de Newton, établir, en fonction de ρ_0 , ρ_e , r , η et de l'accélération g de la pesanteur, la vitesse limite $\vec{v}_1 = v_1 \vec{e}_z$ atteinte par ces particules. Quel est le signe de v_1 ? Exprimer en fonction de ρ_0 , r et de η , le temps caractéristique τ_c d'établissement de cette vitesse limite.

On supposera par la suite que la constante de temps τ_c est très faible devant le temps de sédimentation (*i.e.* le temps de chute dans le bassin) de sorte que le mouvement des particules est considéré comme uniforme à la vitesse \vec{v}_1 .

Q15. Cette chute des particules est à l'origine d'un courant convectif vertical des particules. On note : $\vec{j} = j(z) \vec{e}_z$, le vecteur densité de courant de particules associé. Préciser l'unité de \vec{j} . Puis exprimer le vecteur \vec{j} en fonction de $n(z)$ et de \vec{v}_1 .

En plus du courant précédent, on observe l'existence d'un second courant qui résulte d'un phénomène de diffusion. On note D le coefficient de diffusivité des particules dans l'eau et $\vec{j}_D = j_D(z) \vec{e}_z$ le vecteur densité de courant de particules associé à ce second courant.

- Q16.** Rappeler la loi de Fick et préciser les unités des grandeurs qui interviennent. Justifier qualitativement l'existence de ce courant de diffusion. Préciser s'il est ascendant ou descendant.
- Q17.** En régime permanent, ces deux courants se compensent. En déduire, en fonction de n_0 , D et de v_l l'expression de la densité de particules $n(z)$. Représenter graphiquement la fonction $n(z)$ en fonction de z .
- Q18.** Par conservation du nombre de particules sur une tranche verticale du bassin, exprimer n_0 en fonction de N_0 , D , d_b et de v_l .
- Q19.** Définir en fonction de d_b , D et de v_l , un temps caractéristique τ_S de sédimentation, ainsi qu'un temps caractéristique τ_D de diffusion des particules sur la hauteur du bassin.
- Q20.** Exprimer n_0 en fonction de N_0 , τ_S et de τ_D . À quelle condition portant sur τ_S et τ_D , la décantation statique permet-elle une clarification de l'eau ?

II.2 - Clarification dynamique de l'eau polluée

Dans un second temps, l'eau polluée est mise en mouvement et s'écoule avec une vitesse horizontale constante \vec{u} . Un aspirateur situé au fond du bassin aspire maintenant les particules polluantes.

Un modèle simple considère que le mouvement des particules polluantes est la combinaison d'un mouvement horizontal de vitesse \vec{u} dû à l'entraînement de l'eau et d'un mouvement vertical de chute à la vitesse constante \vec{v}_l déterminée précédemment dans l'étude de la décantation statique. L'eau sera clarifiée si les particules polluantes introduites à l'entrée du bassin ont le temps de tomber au fond avant que l'eau d'entraînement, injectée à l'entrée du bassin en $x = 0$, ne soit parvenue à l'autre extrémité de sortie du bassin, située en $x = L_b$.

- Q21.** Définir en fonction de L_b et de u , un temps de traversée τ_T du bassin. À quelle condition, portant sur τ_T et τ_S , la clarification dynamique est-elle efficace ?

Ce qui suit, est la suite du sujet sans les questions d'électromagnétisme.

Le biogaz provient principalement de la fermentation anaérobie, c'est-à-dire sans oxygène, des déchets de l'agriculture, de l'industrie alimentaire et des ordures ménagères. À l'état brut, sa teneur en méthane est un peu supérieure à 50 %. Après une épuration poussée, il atteint le même niveau de qualité que le gaz naturel et porte alors le nom de bio-méthane (CH_4). Il peut être valorisé par la production d'énergie électrique. Il est considéré comme une énergie renouvelable à part entière depuis plus de dix ans et sa combustion libère moins de CO_2 que celle du fuel ($\text{C}_{16}\text{H}_{34}$).

Q28. Justifier, à l'aide des données thermodynamiques fournies en fin d'énoncé, que pour une même production d'énergie, la combustion du méthane libère moins de CO_2 que celle du fuel.

Étude d'une installation motrice avec turbine à gaz

On étudie ici une installation motrice dont le principe de fonctionnement est décrit sur la **figure 6**.

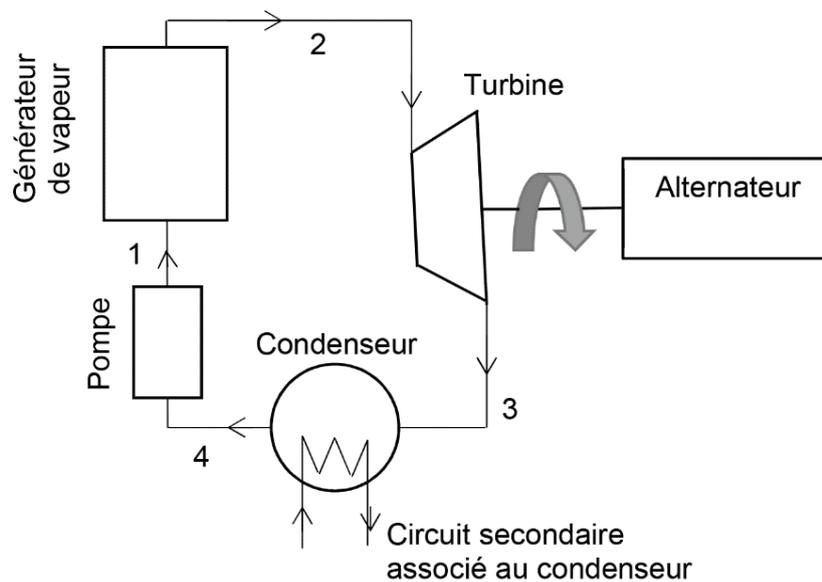


Figure 6 - Installation motrice

Elle fonctionne en régime permanent suivant un cycle de Hirn. Le fluide utilisé est de l'eau. La pompe alimente le générateur de vapeur en liquide haute pression (point 1), on a $P_1 = 10$ bars. Le liquide est porté à ébullition, puis totalement vaporisé, et enfin surchauffé de façon isobare par le brûleur au bio-méthane (point 2). La vapeur surchauffée se détend ensuite dans la turbine accouplée à un alternateur électrique (point 3). Au point 3, on a $P_3 = 1$ bar, la vapeur est sous forme de vapeur saturante de titre massique en vapeur $x_v = 1$. La vapeur humide basse pression est totalement condensée, puis le liquide (point 4) est réintroduit dans la pompe. Un circuit secondaire, associé au condenseur et relié à une tour de refroidissement ou autre, permet d'extraire l'énergie issue du condenseur par transfert thermique.

Hypothèses :

- l'évolution dans la turbine est adiabatique et réversible ;
- l'évolution dans la pompe est supposée isenthalpique ;
- dans les bilans énergétiques, les variations d'énergie cinétique et potentielle du fluide seront négligées par rapport aux termes enthalpiques ;
- on néglige les pertes mécaniques de la turbine et le rendement de l'alternateur est considéré égal à 100 % ;
- l'état du fluide reste inchangé dans les canalisations de liaison entre les différents éléments.

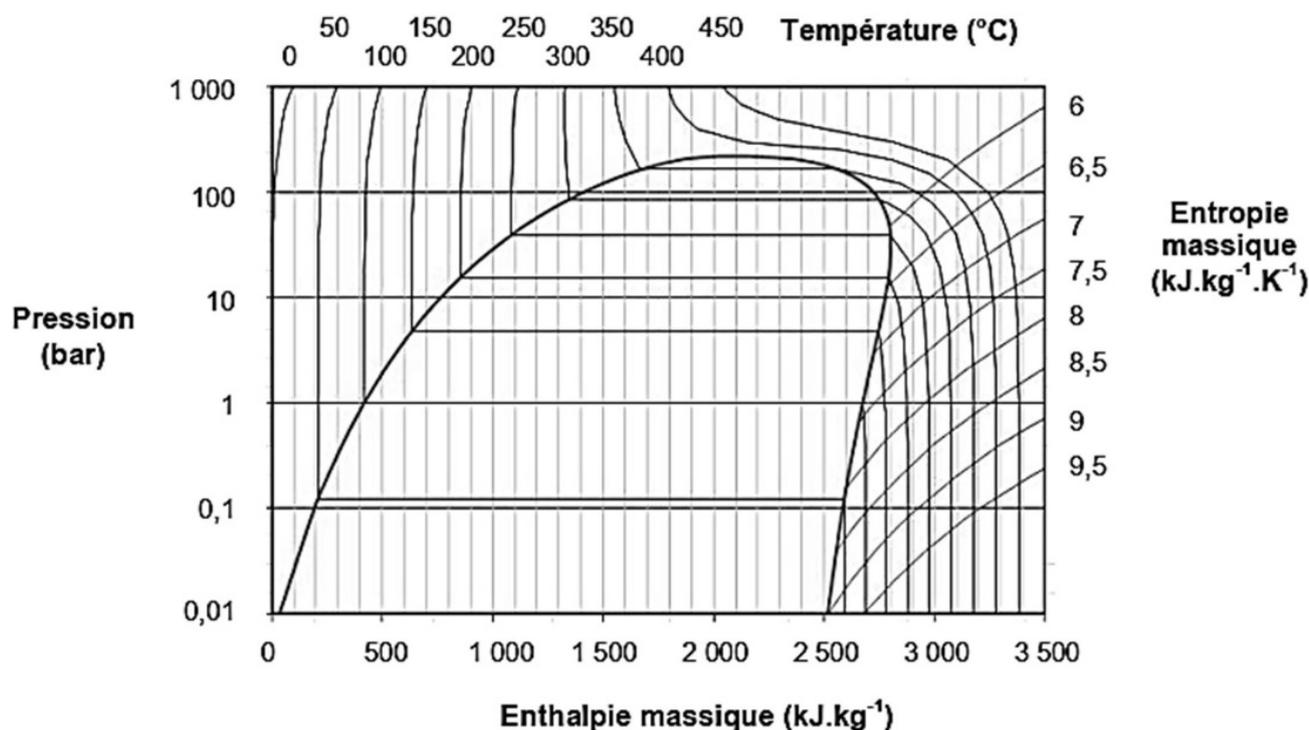
Q29. Reproduire sommairement sur votre copie l'allure du diagramme $\log(P)$ - h de l'eau fourni en fin de sujet, en veillant à retranscrire au mieux la courbe de saturation et y superposer l'allure du cycle étudié. Reproduire et compléter le **tableau 1** sur votre copie.

	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
T (°C)	≈ 100			100
P (bar)	10	10	1	1
h (kJ·kg ⁻¹)				
État	Liquide	Vapeur sèche	Vapeur saturante ($x_v = 1$)	Liquide saturé ($x_v = 0$)

Tableau 1 - Grandeurs thermodynamiques de l'eau dans le cycle de la **figure 6**

- Q30.** Exprimer en fonction des enthalpies massiques aux points 1, 2, 3 et 4 :
- le travail utile massique de la turbine (w_{IT}). Ce travail est parfois dénommé travail indiqué massique ;
 - le transfert thermique massique (q_{GV}) fourni par le générateur de vapeur ;
 - le transfert thermique massique (q_{Cond}) récupéré par le circuit secondaire associé au condenseur.
- Évaluer numériquement w_{IT} , q_{GV} et q_{Cond} .
Exprimer le rendement de l'installation en fonction des différentes enthalpies massiques.
- Q31.** Évaluer le débit massique en eau du circuit primaire, noté D_{m1} , pour une production d'électricité d'une puissance $P_{elec} \approx 250$ kW.

Document - Diagramme log(P)-h de l'eau



Données

Potentiels standard d'oxydoréduction à 298 K :

$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}) = 1,33 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{SO}_4^{2-}/\text{HSO}_3^-) = 0,17 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{CNO}^-/\text{CN}^-) = -0,13 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}_{(s)}) = -0,6 \text{ V}$$

Unité de surface : 1 hectare = 10^4 m^2

Perméabilité magnétique de l'air assimilé au vide : $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Pouvoir calorifique (énergie thermique libérée lors de la combustion d'une mole de carburant) :

méthane : $803 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

fuel : $7\,600 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

