

Physique : DS2

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Les schémas (donnés ou non) devront être (re)tracés sur vos copies avec soin. Les schémas auront des points attirés pour chaque question. Il faut savoir être **rapide, précis et propre**.

Partie A – Etude du mouvement d'un satellite

Les systèmes d'observation des océans par satellite ont été imaginés et développés au début des années 70. Depuis, plus d'une quinzaine de satellites d'observation embarquant des altimètres radars ont été lancés dans le but d'observer le comportement des océans (**figure 2**).

Issues d'une coopération du CNES et de la NASA, la série des satellites Topex-Poséidon, initiée en 1992, puis celle des satellites Jason, ont permis de mesurer l'élévation moyenne des mers avec précision : $(3,6 \pm 0,1)$ mm/an durant ces trente dernières années.

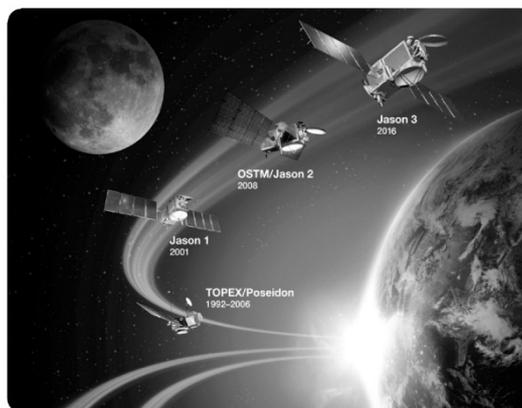


Figure 2 - Satellites altimétriques lancés depuis 1992. Vue d'artiste. Crédit : CNES

On se propose dans cette partie d'étudier le mouvement d'un tel satellite, en orbite autour du centre O de la Terre, modélisée par un corps de répartition de masse à symétrie sphérique, de rayon R_T et de masse M_T .

I.1 - Force centrale conservative

On commence par étudier le mouvement d'un mobile quelconque, de masse m et assimilé à un point matériel M , dans le référentiel géocentrique (\mathcal{R}_T) considéré comme galiléen. Le mobile n'est soumis qu'à la seule action de la Terre.

- Q1.** Rappeler la définition du référentiel géocentrique et celle d'un référentiel galiléen.
- Q2.** Après avoir justifié la direction du champ de gravitation terrestre $\vec{g}(M)$ et les invariances de sa norme, établir l'expression de celui-ci en un point M extérieur à la Terre en fonction de la constante de gravitation universelle G , de la masse M_T , de la distance $r = OM$ et du vecteur unitaire $\vec{u} = \overrightarrow{OM}/r$. En déduire l'expression \vec{F}_g de la force de gravitation exercée par la Terre sur le mobile de masse m .
- Q3.** Montrer que le moment cinétique \vec{L}_O du mobile par rapport au point O est une constante du mouvement. En déduire que la trajectoire du mobile est plane.

Dans la suite, on associera au référentiel (\mathcal{R}_T) le repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ de façon à ce que le moment cinétique \vec{L}_O soit aligné avec \vec{e}_z . On posera $\vec{L}_O = L_0 \vec{e}_z$ et on se placera en coordonnées polaires (r, θ) , de centre O , pour décrire le mouvement du mobile (**figure 3**).

- Q4.** Montrer que la force gravitationnelle s'exerçant sur le mobile dérive d'une énergie potentielle \mathcal{E}_p . Établir l'expression de celle-ci en la prenant, par convention, nulle à l'infini.

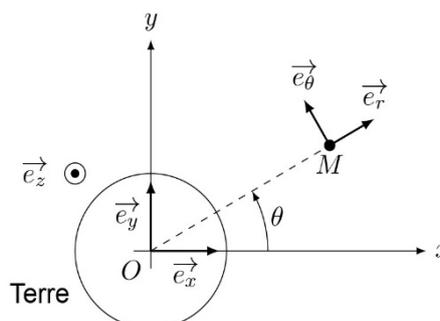


Figure 3 - Description du mouvement du mobile dans le système de coordonnées polaires

- Q5.** Montrer que l'énergie mécanique \mathcal{E}_m est une constante du mouvement et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mv^2 + \mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r) \quad (1)$$

où $\mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r)$ est un terme, appelé *énergie potentielle effective*, que l'on exprimera en fonction de G , m , M_T , \mathcal{L}_0 et de r .

- Q6.** Expliquer pourquoi l'énergie mécanique du mobile est nécessairement supérieure ou égale à son énergie potentielle effective.
- Q7.** Représenter graphiquement, pour une valeur donnée de \mathcal{L}_0 , l'énergie potentielle effective $\mathcal{E}_{p,\text{eff}}$ du mobile en fonction de r . Faire apparaître sur le graphique l'énergie mécanique d'une trajectoire associée à un état lié. On rappelle que, pour une force centrale en $1/r^2$, la trajectoire d'un état lié est elliptique.
- Q8.** Pour un mouvement elliptique quelconque, indiquer à quelles positions particulières l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle effective. Caractériser le mouvement du mobile dans le cas où l'énergie mécanique est égale au minimum de l'énergie potentielle effective.

La plupart des mesures effectuées par les satellites altimétriques se font à partir de l'orbite altimétrique de référence, que l'on considérera ici comme une orbite circulaire de rayon R . Dans la suite, le mobile étudié correspond à un satellite altimétrique de masse m , assimilable à un point matériel.

- Q9.** Exprimer l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,\text{alt}}$ du satellite situé sur l'orbite altimétrique de référence, en fonction de G , M_T , m et de R .
- Q10.** Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier d'une orbite circulaire, en utilisant les paramètres liés à l'orbite altimétrique.

On admettra que la troisième loi de Kepler est valable plus généralement pour un mouvement elliptique. Son expression peut se déduire de l'équation obtenue pour le mouvement circulaire, en remplaçant le rayon R de l'orbite circulaire par le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique.

I.2 - Jason-2 : un exemple pour la fin de vie des satellites

En fin de vie, pour que ne soit pas laissé un objet non contrôlé sur l'orbite altimétrique de référence, le satellite Jason-2 a été dirigé vers une orbite dite « cimetière », d'altitude légèrement moins haute que celle de l'orbite altimétrique de référence, avant d'être définitivement abandonné. On se propose dans cette sous-partie d'étudier le cas d'une manœuvre de ce type dans le cas très simplifié, illustré **figure 4**, d'un transfert entre deux orbites circulaires coplanaires sous la seule action de l'attraction terrestre. L'orbite de transfert, appelée orbite de Hohmann, correspond à une ellipse dont l'un des foyers est le centre O de la Terre, dont l'apogée A est situé sur l'orbite altimétrique de référence (rayon R) et dont le périégée P est sur l'orbite cimetière (rayon R_c).

Pour modifier l'orbite du satellite, il faut l'accélérer ou le freiner en commandant le fonctionnement et la direction de ses moteurs. On considérera que la poussée générée par ceux-ci s'exerce pendant une durée tellement courte que les changements d'orbites se font instantanément.

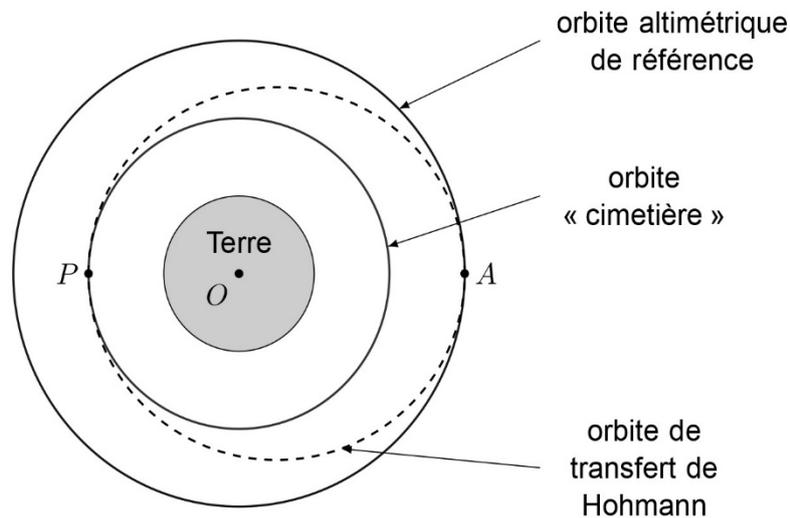


Figure 4 - Tracé des différentes orbites du satellite

Q11. En utilisant l'équation (1), montrer que l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,\text{tr}}$ du satellite sur l'orbite de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_{m,\text{tr}} = -\frac{GM_T m}{R + R_c}.$$

Q12. Exprimer la variation d'énergie mécanique $\Delta\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{m,\text{tr}} - \mathcal{E}_{m,\text{alt}}$ nécessaire pour passer de l'orbite initiale à l'orbite de transfert. Commenter le signe de $\Delta\mathcal{E}_m$.

Q13. En justifiant la réponse, indiquer s'il faut accélérer ou freiner le satellite pour le transférer en P de l'orbite de transfert à l'orbite cimetière.

PARTIE B – De l'évolution du concept d'atome au cours...

PROBLÈME

De l'évolution du concept d'atome au cours du XX^e siècle

Ce problème aborde certaines étapes de l'histoire des sciences qui ont permis, au cours du XX^e siècle, de préciser la structure et les propriétés de l'atome. Dans la **partie I**, on s'intéressera à l'expérience de *E. Rutherford*, qui conduisit à abandonner le modèle de *J. J. Thomson* au profit de celui de *J. Perrin*. Les limites de ce modèle feront l'objet de la **partie II**, limites qui seront partiellement levées dans la **partie III** avec les postulats de *N. Bohr*. L'expérience historique de *O. Stern* et *W. Gerlach*, décrite dans la **partie IV**, apportera la preuve de l'existence d'un moment magnétique propre de l'électron. On verra dans la **partie V** de quelle manière l'interprétation première de cette expérience a été mise en défaut avec l'effet Zeeman. C'est finalement la mécanique quantique qui apporte à ce jour la description la plus complète de l'atome : la **partie VI** étudiera le mouvement de l'électron d'un atome d'hydrogène à partir de l'équation de *E. Schrödinger*.

Les effets liés à la gravité seront négligés dans l'ensemble du problème.

Le rotationnel d'un champ $\vec{F}(F_x, F_y, F_z)$ a pour expression, en coordonnées cartésiennes :

$$\operatorname{rot}\vec{F} = \begin{pmatrix} \partial F_z / \partial y - \partial F_y / \partial z \\ \partial F_x / \partial z - \partial F_z / \partial x \\ \partial F_y / \partial x - \partial F_x / \partial y \end{pmatrix}.$$

Données numériques

Constante de Planck	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Electronvolt	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

**Partie I - Limite du modèle de *J. J. Thomson*
à travers l'expérience de *E. Rutherford***

En 1898, *J. J. Thomson* fait l'hypothèse que les atomes sont constitués d'électrons emprisonnés dans une sorte de gelée de charges positives. Ce modèle est appelé modèle du "plum pudding", car *J. J. Thomson* compare les électrons aux raisins du célèbre dessert anglais. Le physicien *Jean Perrin* imagine, quant à lui, l'atome à l'image du système solaire. Il suppose que les électrons gravitent, à des distances immenses, autour d'un « soleil » d'électricité positive, sur des orbites pour lesquelles force coulombienne et force d'inertie s'équilibrent.

En 1909, *Ernest Rutherford*, procède à une série d'expériences dans lesquelles un faisceau de particules alpha (noyaux d'hélium $4 : {}_2^4\text{He}$), ayant toutes la même énergie cinétique, est lancé contre une mince feuille d'or. Il observe que la majorité des particules alpha traversent la feuille d'or, mais qu'une faible proportion d'entre elles « rebondit » sur celle-ci. Le but de cette partie est de déterminer quel modèle est en accord avec cette observation expérimentale.

Nous nous plaçons d'abord dans le cadre du modèle de *J. J. Thomson*, supposant une répartition uniforme de la charge positive dans la feuille d'or.

Q1. Expliquer qualitativement pourquoi le modèle proposé par *J. J. Thomson* est incompatible avec les observations de *E. Rutherford*.

Nous nous plaçons maintenant dans le cadre du modèle de *J. Perrin*, supposant l'existence d'un noyau massif de charge positive, et on étudie le mouvement de la particule alpha lors de son passage à proximité de ce noyau.

Le noyau d'or, de charge positive ponctuelle $Z.e$, supposé ponctuel et immobile dans le référentiel galiléen du laboratoire, se situe au point O , origine d'un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Nous considérons qu'à l'instant initial $t = 0$ s, la particule alpha, de masse m_α et de charge électrique $q_\alpha = +2.e$, vient de « l'infini » avec un mouvement rectiligne uniforme caractérisé par un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0) = v_0 \cdot \vec{e}_x$. On désigne par b la distance du point O à la trajectoire de la particule à l'infini (**figure 1**). À chaque instant t , on note $d(t)$ la distance entre la particule alpha et le point O . La particule alpha est donc repérée par le vecteur position $\vec{OM}(t) = d(t) \cdot \vec{e}_r$, avec $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ une base cylindrique locale directe.

Au plus proche du point O , la particule alpha est au point S , la distance minimale en ce point est notée d_m . La particule alpha est non relativiste. L'expérience a été réalisée sous très faible pression.

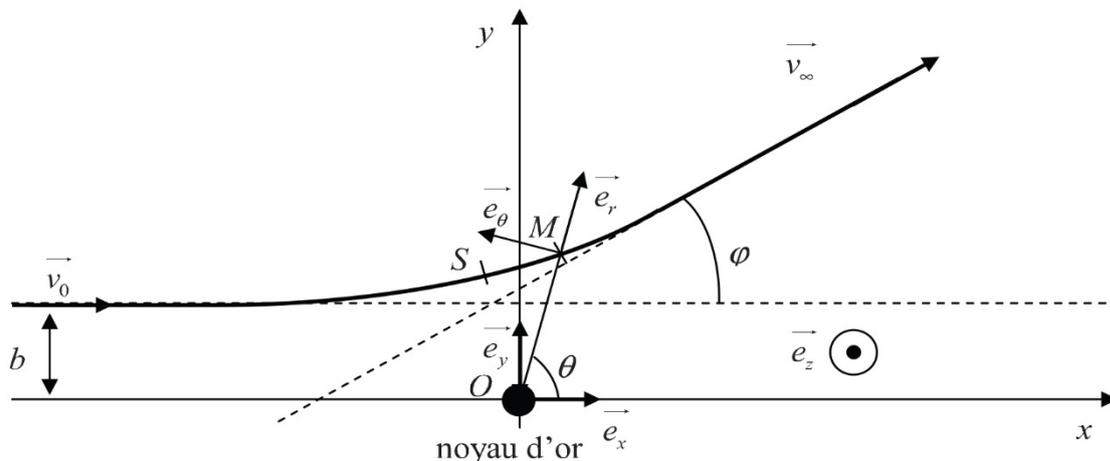


Figure 1 – Expérience de *Ernest Rutherford*

Q2. Donner l'expression de la force qui s'exerce sur la particule alpha en fonction de e , Z , d , ϵ_0 et \vec{e}_r . Donner l'expression de l'énergie potentielle E_p qui y est associée, en considérant que $\lim_{d \rightarrow +\infty} E_p(d) = 0$, en fonction de e , Z , d et ϵ_0 . Réécrire ces deux expressions en fonction de

$$K = \frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \text{ et } d.$$

Citer les propriétés de cette force qui permettent d'affirmer que le moment cinétique \vec{L}_O par rapport au point O et l'énergie mécanique E_M de la particule alpha se conservent.

- Q3.** Déterminer, en fonction de m_α et v_0 , l'énergie mécanique E_M de la particule alpha.
- Q4.** Exprimer le moment cinétique \vec{L}_O , en fonction de b , m_α , v_0 et l'un des vecteurs unitaires du trièdre direct $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Pour cela, vous pourrez calculer \vec{L}_O en M_0 , position initiale de la particule alpha telle que $\vec{OM}_0 = X \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y$.
- Q5.** Établir, à un instant t quelconque, l'expression du moment cinétique \vec{L}_O en fonction de $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$, m_α , d et de l'un des vecteurs unitaires du trièdre direct $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

En déduire une relation entre d , b , $\dot{\theta}$ et v_0 .

- Q6.** Au sommet S de la trajectoire, le vecteur vitesse \vec{v}_S , de norme v_S , de la particule alpha est perpendiculaire au rayon vecteur \vec{OS} , de norme d_m . Déterminer un polynôme du second degré en d_m et en déduire l'expression de d_m en fonction de K , b , m_α et v_0 .
- Q7.** Malheureusement, b est inaccessible à la mesure. Par contre, l'angle de déviation φ est facilement mesurable. Il faut donc trouver la relation qui lie φ à b . Pour cela, vous écrirez le principe fondamental de la dynamique (P.F.D.) en fonction de K , d , m_α , \vec{v} et \vec{e}_r . Projeter le P.F.D. sur l'axe des x en introduisant la composante v_x de la vitesse selon l'axe des x , et l'angle θ (**figure 1**, page 3).

Réécrire cette équation en fonction uniquement de v_x , θ , $\dot{\theta}$, K , b , m_α et v_0 .

Intégrer cette équation entre $t = 0$ et $t \rightarrow \infty$. On remarquera que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) \approx \varphi$.

En déduire que la relation qui lie φ à b est : $\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{K}{b \cdot m_\alpha \cdot v_0^2}$.

On rappelle que : $\cos \varphi - 1 = -2 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ et $\sin \varphi = 2 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$.

- Q8.** À partir de quelle valeur de φ les particules alpha rebondissent-elles sur la feuille d'or ? Expliquer pourquoi le modèle de *J. Perrin* permet d'interpréter les observations de *E. Rutherford*.

Nous nous proposons maintenant d'évaluer une borne supérieure à la dimension de ce noyau.

- Q9.** Montrer que la relation qui lie d_m à φ est : $d_m = \frac{K}{m_\alpha \cdot v_0^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right)$.

- Q10.** Pour quelle valeur φ_m de l'angle φ , la distance d'approche est-elle minimale ? Déterminer, dans ce cas, l'expression de d_m en fonction de K , m_α et v_0 .

Q11. Que vaut b pour $\varphi = \varphi_m$? Représenter l'allure de la trajectoire de la particule alpha pour cet angle et faire figurer d_m sur votre schéma. Justifier que d_m constitue une borne supérieure du rayon du noyau.

Sachant que l'énergie typique d'une particule alpha est de 5 MeV et que le numéro atomique de l'or est $Z = 79$, déterminer numériquement la valeur de d_m .

Q12. Justifier que, pour effectuer des expériences de physique nucléaire, il faut disposer de particules de haute énergie.

Partie II - Limite du modèle planétaire

Le modèle de *J. J. Thomson* est écarté et l'on considère que les électrons évoluent, avec un mouvement circulaire uniforme, autour d'un noyau massif de charge électrique positive. Néanmoins, ce modèle est en contradiction avec une loi classique de l'électromagnétisme : toute particule chargée et accélérée émet de l'énergie électromagnétique.

Pour mettre en évidence les conséquences de cette loi classique de l'électromagnétisme, nous allons étudier le mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène, de masse m_e et de charge électrique $q_e = -e$, qui tourne autour de son noyau, un proton de masse m_p et de charge électrique $q_p = +e$, sur une orbite circulaire de rayon r (**figure 2**). Le noyau est considéré, dans le référentiel galiléen du laboratoire, fixe, ponctuel et placé en son centre C . Le centre de la trajectoire circulaire de l'électron est donc C .

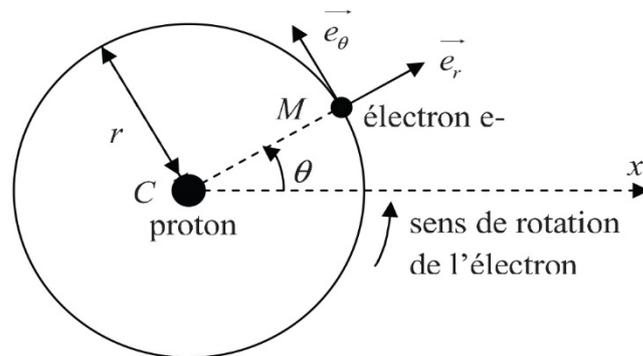


Figure 2 – Modèle planétaire de l'atome d'hydrogène

Pour étudier le mouvement circulaire de l'électron, nous allons utiliser le repère polaire pour lequel, en un point M de la trajectoire décrite par l'électron, on associe deux vecteurs unitaires \vec{e}_r et \vec{e}_θ (**figure 2**). \vec{e}_θ est le vecteur tangent à la trajectoire au point M et dirigé dans le sens du mouvement. La position de l'électron est repérée par le vecteur position : $\overrightarrow{CM} = r \cdot \vec{e}_r$ et l'angle $\theta = (\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{CM})$.

Q13. Déterminer l'expression du vecteur vitesse \vec{v} de l'électron en fonction de e , m_e , ϵ_0 , r et d'un vecteur unitaire.

Q14. Exprimer l'énergie mécanique $E_M(r)$ de l'électron sous la forme $E_M(r) = A \cdot f(r)$ où A est une constante négative dont vous préciserez l'expression en fonction de e , ϵ_0 et $f(r)$ une fonction qui ne dépend que de r que vous déterminerez également.

Q15. Une loi classique de l'électromagnétisme indique que toute particule chargée et accélérée émet de l'énergie électromagnétique. Aussi, d'après cette théorie, l'électron devrait émettre un rayonnement électromagnétique de puissance moyenne :

$$P(r) = \frac{\omega^4 \cdot e^2 \cdot r^2}{12 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot c^3}$$

où ω est la vitesse angulaire de l'électron et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Cette puissance peut être mise sous la forme $P(r) = P_0 \cdot \frac{1}{r^4}$, où P_0 est une constante.

Déterminer l'expression de P_0 et son unité.

Justifier que le rayon de la trajectoire de l'électron diminue au cours du temps.

Q16. Montrer qu'il existe une relation différentielle de la forme : $r^2 \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{P_0}{A}$.

Q17. À $t = 0$, on suppose que l'électron se trouve sur une orbite de rayon R . Donner l'expression, en fonction de P_0 , R et A , du temps t_f mis par l'électron pour atteindre le noyau.

On donne $R = 1,0 \cdot 10^{-10}$ m, calculer t_f . Commenter le résultat obtenu.

Partie III - Postulats de *N. Bohr*

Les contradictions théoriques précédentes vont être « levées » par *Niels Bohr*. En 1913, ce dernier postule, d'une part, l'existence d'orbites circulaires sur lesquelles l'électron ne rayonne pas (postulat mécanique) et, d'autre part, que le mouvement d'un électron d'une orbite à l'autre se traduit par l'émission ou l'absorption d'énergie électromagnétique (postulat optique).

Le postulat mécanique traduit la quantification de la norme du moment cinétique L de l'électron par rapport au centre de l'atome

$$L = n \cdot \hbar = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

où n est le nombre quantique principal, $n \in \mathbb{N}^*$ et h la constante de Planck.

Vous considérerez qu'un électron sur une orbite de rayon r possède une vitesse $v = \frac{e}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m_e \cdot r}}$

et une énergie mécanique $E_M = -\frac{e^2}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$.

Q18. Montrer que le postulat mécanique implique que l'électron ne peut se trouver que sur certaines orbites de rayon $r_n = r_0 \cdot n^2$.

Préciser l'expression de r_0 en fonction de ϵ_0 , h , m_e et e . Calculer la valeur de r_0 .

Q19. En traduisant le fait que l'onde de matière associée à l'électron doit interférer constructivement avec elle-même après un tour sur son orbite, établir une relation entre la longueur d'onde de *De Broglie* de l'électron λ et le périmètre \mathcal{P} de son orbite.

Montrer qu'on retrouve alors le postulat mécanique de *N. Bohr*.

Q20. Montrer que le postulat mécanique implique que l'électron qui se trouve sur une orbite de rayon r_n possède une énergie mécanique $E_M = -\frac{E_0}{n^2}$.

Préciser l'expression de E_0 en fonction de ϵ_0 , h , m_e et e . Calculer, en électronvolt, la valeur de E_0 . Que représente physiquement E_0 ?

Lorsqu'un électron va d'une orbite externe vers une orbite interne, on parle de réarrangement du cortège électronique ou de désexcitation et cela se traduit par l'émission d'un photon.

Q21. Montrer que la longueur d'onde du photon émis est liée aux nombres quantiques n_i et n_f des orbites de départ et d'arrivée de l'électron par l'expression de *Rydberg - Ritz* :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left[\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right] \text{ avec } n_i > n_f. R_H \text{ est la constante de } \textit{Rydberg}.$$

Préciser l'expression de R_H en fonction de E_0 , h et c . Indiquer sa valeur et son unité.

Q22. Les raies de la série de *Lyman* sont celles pour lesquelles l'électron est revenu à la couche K ($n_f = 1$). Dans ce cas, la mesure des trois premières raies donne les longueurs d'onde suivantes : $\lambda_1 = 121,5 \text{ nm}$; $\lambda_2 = 102,5 \text{ nm}$; $\lambda_3 = 97,2 \text{ nm}$.

À quelle partie du spectre électromagnétique ces longueurs d'onde correspondent-elles ? Calculer, à partir de ces valeurs expérimentales, la constante de *Rydberg*. Conclure.

Partie C : Particules chargées dans l'atmosphère

Données utiles

Constantes fondamentales

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masse du proton	$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Ce sujet aborde l'étude de quelques problèmes de physique de l'océan et de l'atmosphère, appliqués notamment aux télécommunications (acoustique sous-marine et radio). La première partie est consacrée à l'étude des mouvements individuels ou collectifs des particules chargées dans l'atmosphère et à l'origine des siffleurs ionosphériques. Elle est complètement indépendante de la seconde partie qui étudie les ondes acoustiques sous-marines et certaines de leurs applications.

Le sujet comporte une annexe, présentant deux documents, des valeurs numériques et un formulaire.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement.

Dans tout le sujet, le repère euclidien $(Oxyz)$ est associé aux vecteurs $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ formant une base orthonormée et directe. Les grandeurs complexes sont soulignées (z, \underline{E}) sauf i (tel que $i^2 = -1$ et $\text{Im}(i) = 1$).

I Particules chargées dans l'atmosphère

L'atmosphère terrestre comporte de nombreuses particules chargées. Certaines d'entre elles parviennent à haute énergie dans la haute atmosphère avant d'être guidées par le champ magnétique terrestre. Leur freinage à l'arrivée s'accompagne de phénomènes optiques spectaculaires, observables près des pôles magnétiques terrestres vers lesquelles ces particules sont guidées.

D'autres particules chargées, moins énergétiques, dues à l'ionisation partielle des gaz de la haute atmosphère, influencent la propagation des ondes qui sont guidées entre la surface des océans et la haute ionosphère. C'est en particulier le cas des siffleurs ionosphériques, ondes radio fortement dispersées, générées par des sources naturelles, qui interagissent aisément avec les récepteurs radio en produisant un bruit caractéristique de sifflement, d'où leur nom. Ils ont été observés durant la première guerre mondiale puis clairement identifiés dès 1919.

I.A – Particule chargée en mouvement dans un champ magnétique

On étudie d'abord le mouvement d'une particule de charge q et de masse m sous la seule influence d'un champ magnétostatique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. La vitesse initiale de la particule est $\vec{v}_0 = v_\perp \vec{e}_x + v_\parallel \vec{e}_z$.

Q 1. Établir les équations différentielles vérifiées par les composantes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$ de la vitesse $\vec{v}(t)$ de la particule. Que peut-on dire de $v_z(t)$ et de $\vec{v}^2(t)$?

On s'intéresse seulement au mouvement projeté dans un plan perpendiculaire à \vec{B}_0 ; la vitesse associée est notée $\vec{w}(t)$.

Q 2. Déterminer l'équation vérifiée par \vec{w} .

Q 3. Montrer que le mouvement de la particule chargée ainsi projeté est circulaire, de rayon ρ_c à déterminer, parcouru à vitesse angulaire constante Ω_c (algébrique) et déterminer Ω_c .

Q 4. Rappeler l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre (par exemple en France) et calculer Ω_c respectivement pour des électrons et pour des protons.

I.B – Particule chargée en mouvement dans des champs électrique et magnétique croisés

On étudie maintenant le mouvement de la particule de charge q et de masse m sous l'influence d'un champ magnétostatique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ et d'un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_1 = E_1 \vec{e}_x$. La vitesse initiale de la particule est $\vec{v}_0 = \vec{v}_\perp$ où $\vec{v}_\perp \cdot \vec{e}_z = 0$.

Q 5. Établir les équations différentielles vérifiées par les composantes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$ de la vitesse $\vec{v}(t)$ de la particule.

Q 6. Montrer qu'il en existe une seule solution constante dans le plan (Oxy) perpendiculaire à \vec{B}_0 , appelée *vitesse de dérive* \vec{V}_d (par définition $\vec{V}_d \cdot \vec{e}_z = 0$) et exprimer \vec{V}_d en fonction de E_1 et de B_0 .

On pose $\vec{u} = \vec{v} - \vec{V}_d$.

Q 7. Quelles sont les équations différentielles vérifiées par $\vec{u}(t)$? En déduire la trajectoire de la particule chargée.