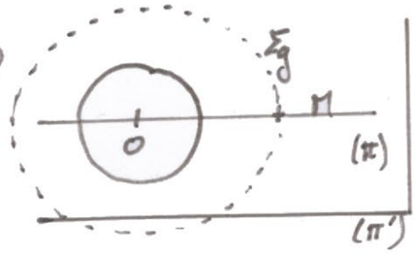
Physique : DS2

I – Etude du mouvement d'un satellite

I.1) Force centrale conservative

Q1) Ref géocentrique : - centre du repère au centre de la terre
- axes dirigés vers 3 étoiles fixes parallèles à ceux de $\mathcal{R}$ copernic

Ref Galiléen : un pt matériel isolé ou pseudo-isolé a un mouvement de translation rectiligne uniforme dans ce référentiel.

Q2) 

. (π) et (π') sont plans de symétrie $\Rightarrow \vec{g} = g\,\vec{u}_r$

. Invariance par rotation autour de chaque diamètre $\Rightarrow g = g(r)$

D'où $\vec{g} = g(r)\vec{u}_r$

Théorème de Gauss appliqué à Σ_g :

$4\pi r^2 g(r) = -4\pi G M_T$ d'où $\boxed{\vec{g} = -\frac{GM_T}{r^2}\vec{u}_r \quad \text{si } r > R_T}$

donc $\boxed{\vec{F_g} = -\frac{GmM_T}{r^2}\vec{u}_r}$

Q3) TMC appliqué à m dans $\mathcal{R}_g$: $\frac{d\vec{L_O}}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{L_O} = \vec{cste}}$

or $\vec{OM} \cdot \vec{L_O} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OM} \perp \vec{L_O} \ \forall t \Rightarrow$ le mouvement est plan

Q4) Soit $\vec{F} = -\vec{\text{grad}}\,E_p \Rightarrow E_p = \frac{-GM_Tm}{r} + \underbrace{cte}_{=0 \text{ car interaction "nulle" à l'}\infty}$.

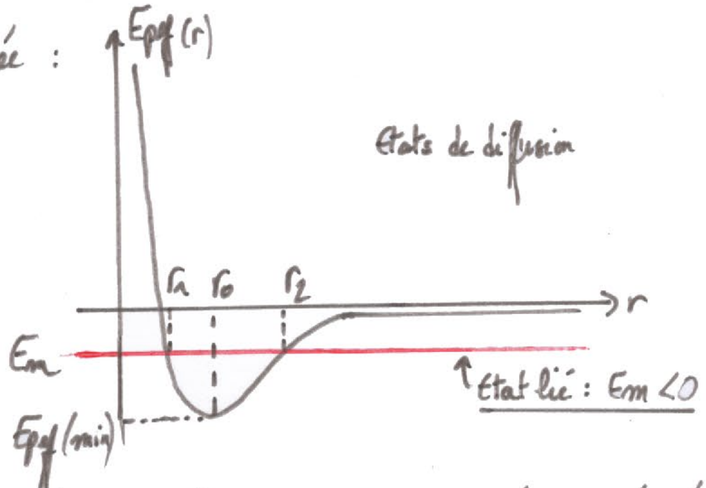
Q5) Soit $E_m = E_p + E_c = -\frac{GmM_T}{r} + \frac{1}{2}\dot{r}^2 m + \frac{1}{2}m(r\dot{\theta})^2$

$= \underline{\hspace{5cm}} \quad \frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{C^2}{r^4}$ car $L_O = mC = mr^2\dot{\theta}$

D'où $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{peff}$ où $E_{peff} = -\frac{GmM_T}{r} + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} = \boxed{-\frac{GmM_T}{r} + \frac{1}{2}\frac{L_O^2}{mr^2}}$

Q6) Or $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 > 0 \Rightarrow \boxed{E_m > E_{peff}(r)}$

Q7) Pour L_0 donnée :



Q8) • Lorsque $E_m = E_{peff}$ on a $\begin{cases} r = r_1 \text{ qui correspond au } \underline{\text{périgée}}. \\ \text{ou} \\ r = r_2 \text{ — " à } \underline{\text{l'apogée}}. \end{cases}$

• Si $E_m = E_{peff}(min)$ alors $r = cste$: <u>mvt circulaire</u>

Q9) Sur une orbite circulaire : $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R}}$ $\Rightarrow E_m = \dfrac{1}{2} m v^2 - \dfrac{GM_T m}{R}$

$$= \frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R} - \frac{GM_T m}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_m = -\frac{1}{2} \frac{G m M_T}{R}}$$

Q10) Pour une orbite circulaire uniforme : $T = \dfrac{2\pi R}{v} = 2\pi R \cdot \sqrt{\dfrac{R}{GM_T}}$

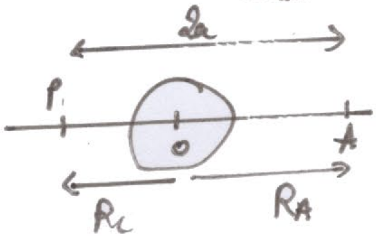
$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM_T} \Rightarrow \boxed{\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2}}$$

Q11) À l'apogée et périgée : $\dot{r} = 0$

d'où : $E_m = E_{peff}(r) = -\dfrac{G m M_T}{r} + \dfrac{1}{2} \dfrac{L_0^2}{m r^2}$

$$\Leftrightarrow r^2 + \frac{G m M_T \cdot r}{E_m} - \frac{1}{2} \frac{L_0^2}{m E_m} = 0$$

D'où les racines : $\begin{cases} r_a = -\dfrac{G m M_T}{2E_m} - \sqrt{\Delta}/2 \\ r_p = -\dfrac{G m M_T}{2E_m} + \sqrt{\Delta}/2 \end{cases}$ donc $\underbrace{r_a + r_p}_{2a} = -\dfrac{G m M_T}{E_m}$



$$\Rightarrow E_m = -\frac{G m M_T}{2a}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_m = -\frac{G m M_T}{R + R_C}}$$

Q12) Soit • $\Delta E_m = E_{m,tr} - E_{m,alt} = -GmM_T\left(\frac{1}{R+R_c} - \frac{1}{2R}\right)$

$$= -\frac{GmM_T}{2R}\left(\frac{R-R_c}{R+R_c}\right) < 0 \text{ car } R > R_c$$

• Vu qu'on se trouve à l'altitude R alors $\Delta E_m = \Delta E_c \Rightarrow$ il <u>faut freiner le satellite</u>

Q13) En P on va abaisser "le rayon de courbure à nouveau" donc il faudra à nouveau freiner le satellite

→ on descend d'une orbite supérieure à inférieure.

Partie B : L'atome au cours du 19ème siècle (CCP – 2019 – PC)

Q1) Selon le modèle de Thomson, la répartition des charges positives est uniforme, donc toutes les particules α lancées contre une feuille d'or devraient avoir le même comportement

Q2) La force de Coulomb exercée sur "α" par le noyau d'or est :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e.Ze}{d^2}\vec{e_r} \Leftrightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\vec{e_r}}$$

or $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,E_p$ d'où : $dE_p = -\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\,d\text{"}d\text{"}$

$$\Rightarrow E_p = +\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 d} + cste$$

or $\lim\limits_{d\to\infty} E_p = 0$ d'où $\boxed{E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 d}}$

Par conséquent : $\boxed{\begin{cases} \vec{F} = k/d^2\,\vec{e_r} \\ E_p = k/d \end{cases}}$ où $k = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0}$

. $\vec{F}$ est une force conservative $\Rightarrow E_m = cste$

. $\vec{F}$ est une force centrale $\Rightarrow \vec{L_0} = \overrightarrow{cste}$

Q3) L'énergie mécanique est telle que : $E_m = \frac{1}{2}m_\alpha V_0^2 + E_p$

Or $E_p(t=0) = \frac{k}{d_\infty} \to 0$ d'où $\boxed{E_m(t=0) = \frac{1}{2}m_\alpha V_0^2}$

Q4) Par définition : $\vec{L_0} = \vec{OM} \wedge m_\alpha \vec{v_0}$

$= (X\vec{e_x} + b\vec{e_y}) \wedge v_0 \vec{e_x} \cdot m_\alpha$.

$\Leftrightarrow \underline{\vec{L_0} = -b m_\alpha v_0 \vec{e_z}}$

Q5) A t : $\vec{L_0} = m_\alpha \begin{vmatrix} d \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = \underline{\underline{m_\alpha d^2 \dot{\theta} \vec{e_z}}}$

Comme $\vec{L_0} = \vec{cste}$: $m_\alpha d^2 \dot{\theta} = -b m_\alpha v_0$

$\Leftrightarrow \underline{d^2\dot{\theta} = -b v_0}$

Q6). Soit $E_m(t) = E_m(0) \Leftrightarrow \dfrac{k}{d} + \dfrac{1}{2} m_\alpha \left(\dot{d}^2 + (d\dot{\theta})^2\right) = \dfrac{1}{2} m_\alpha v_0^2$

. Au sommet de la trajectoire en S, la vitesse est perpendiculaire à $\vec{OS} \Rightarrow \vec{v} = v\vec{e_\theta}$

$\Rightarrow \dot{d}_m = 0$

d'où $\dfrac{1}{2} m_\alpha d_m^2 \dot{\theta}_m^2 + \dfrac{k}{d_m} = \dfrac{1}{2} m_\alpha v_0^2$ (1)

. Et en S : $\vec{L_0} = \vec{OS} \wedge m\vec{v_s} = m_\alpha d_m (d_m \dot{\theta}_m) \vec{e_z}$
$= -b m_\alpha v_0 \vec{e_z}$ $\Bigg\} \Rightarrow \dot{\theta}_m = -\dfrac{b v_0}{d_m^2}$ (2)

(2) et (1) donnent : $\dfrac{1}{2} m_\alpha d_m^2 \left(-\dfrac{b v_0}{d_m^2}\right)^2 + \dfrac{k}{d_m} = \dfrac{1}{2} m_\alpha v_0^2$

$\times d_m^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2} m_\alpha b^2 v_0^2 + k d_m - \dfrac{1}{2} m_\alpha v_0^2 d_m^2 = 0$

$\Leftrightarrow \underline{d_m^2 - \dfrac{2k}{m_\alpha v_0^2} d_m - b^2 = 0}$ t.q $\Delta = \sqrt{\dfrac{4k^2}{m_\alpha^2 v_0^4} + 4b^2}$

$\Rightarrow d_m = \dfrac{k}{m_\alpha v_0^2} \pm \sqrt{\dfrac{k^2}{m_\alpha^2 v_0^4} + b^2}$ < 0 si on prend le signe $\ominus$.

$$\boxed{\text{D'où } d_m = \frac{k}{m_\alpha v_0^2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{b^2 m_\alpha^2 v_0^4}{k^2}}\right]}$$

Q7) PFD : $m_\alpha \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{k}{d^2}\vec{e_r}$

d'où sur $\vec{e_x}$: $m_\alpha \frac{dv_x}{dt} = \frac{k}{d^2}\cos\theta$

or $d^2\dot{\theta} = -bv_0$ (Q.5)

$$\boxed{\Rightarrow m_\alpha \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{bv_0}\cos\theta \cdot \dot{\theta}} \Rightarrow dv_x = -\frac{k}{m_\alpha b v_0}\cos\theta\, d\theta$$

On intègre cette relation : entre $\underbrace{\theta = \pi}_{t=0}$ et $\underbrace{\theta = \varphi}_{t \to \infty}$

$$\int_{v_x(\pi)}^{v_x(\varphi)} dv_x = -\frac{k}{m_\alpha b v_0}\int_{\pi}^{\varphi}\cos\theta\, d\theta$$

$$\Leftrightarrow v_x(\varphi) - v_x(\pi) = -\frac{k}{m_\alpha b v_0}(\sin\varphi - \sin\pi)$$

or $\begin{cases} v_x(\pi) = v_0 \\ v_x(\varphi) = v_\infty \cos\varphi \end{cases}$ $\Rightarrow v_\infty \cos\varphi - v_0 = -\frac{k}{m_\alpha b v_0}\sin\varphi$

Or $E_m = \text{cste}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2 + \frac{k}{\underbrace{d(t=0)}_{\simeq 0}} = \frac{1}{2}m_\alpha v_\infty^2 + \frac{k}{\underbrace{d(t\to\infty)}_{\simeq 0}}$ $\Rightarrow \underline{v_0 = v_\infty}$

d'où $v_0(\cos\varphi - 1) = -\frac{k}{m_\alpha b v_0}\sin\varphi$

$$\Leftrightarrow v_0\left(-2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right) = -\frac{k}{m_\alpha b v_0} \times 2\sin(\varphi/2)\cos(\varphi/2)$$

$$\boxed{\text{D'où } \tan(\varphi/2) = \frac{k}{m_\alpha b v_0^2}}$$

Q8) On peut définir le rebond si $\varphi > \pi/2$ or $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ d'où :

Il y aura rebond ssi $\frac{k}{m_\alpha b v_0^2} > 1$

$$\boxed{\Leftrightarrow b < \frac{k}{m_\alpha v_0^2}}$$

Dans le cas du modèle de J.J. Perrin il faudra que les particules soient proches du noyau pour pouvoir rebondir.

Q9) D'après Q6 : $d_m = \frac{k}{m_\alpha v_0^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(\varphi/2)}}\right)$

or $1 + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$

$$\boxed{\text{d'où } d_m = \frac{k}{m_\alpha v_0^2}\left(1 + \frac{1}{\sin \varphi/2}\right)}$$

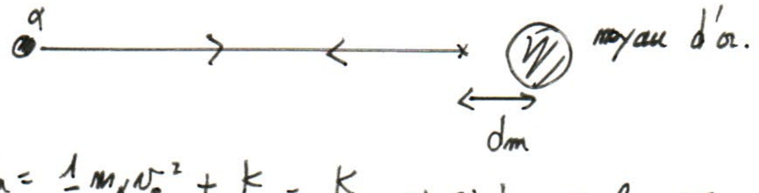
Q10) Or d_m est minimal si $\sin(\varphi/2)$ est maximal

$\Leftrightarrow \varphi = \pi$

$$\boxed{\text{d'où } d_{m\,min} = d_m(\pi) = \frac{2k}{m_\alpha v_0^2}}$$

Q11) • Si $\varphi = \pi$ alors $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{k}{m_\alpha b v_0^2}$ d'après Q.7

d'où $b = 0$ et la trajectoire est rectiligne selon (Ox).



• On a $E_m = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 + \frac{k}{d^2} = \frac{k}{d_m^2} \Rightarrow$ si $d_m \to 0$ alors $v_0 \to \infty$ par conséquent d_m est une borne supérieure du rayon du noyau

$$\text{t.q } d_m = \boxed{\frac{K}{E_p} = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 E_m}} = \underline{4{,}5.10^{-14}\,m}$$

Q12) Plus l'énergie des particules sera élevée, plus on pourra étendre des valeurs de d_m faible et par conséquent affiner la mesure du rayon du noyau.

Q13) PFD appliqué à l'e⁻ : $m\vec{a} = \vec{F}$

$$\Leftrightarrow m_e \frac{v^2}{r}\vec{e_r} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{v} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r \cdot m_e}}\ \vec{e_\theta}} \quad \text{car } \vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e_\theta}.$$

Q14) Par définition : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$= \frac{1}{2}m_e \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m_e} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\boxed{\text{D'où } E_m = A f(r) \text{ avec } \begin{cases} A = -e^2/8\pi\varepsilon_0 \\ f(r) = 1/r \end{cases}}$$

Q15) Pour une trajectoire circulaire $\omega = \frac{v}{r} \rightarrow \omega^4 = \frac{1}{r^4} \cdot \frac{e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^2 m_e^2}$

$$\text{d'où } P(r) = \frac{e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^6 m_e^2} \quad \frac{e^2 r^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$$

or $\overbrace{P(r)}^{W} = P_0/r^4$

$$\rightarrow \boxed{P_0 = \frac{e^6}{192 \cdot \pi^3 \varepsilon_0^3 m_e^2 c^3}} \quad \text{qui s'exprime en } \underline{\underline{W.m^4}}$$

Si la particule émet de l'énergie électromagnétique alors elle perd de l'Em.

Si Em ↘, vu que $E_m = -\frac{|A|}{r}$ on a alors <u>r qui diminue</u>.

Q16) D'après le théorème de la puissance mécanique :

$$\frac{dE_m}{dt} = -P(r)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{A}{r^2}\cdot\frac{dr}{dt} = -\frac{P_0}{r^4} \quad \text{car } d\left(\frac{1}{r}\right)/dt = \frac{d(1/r)}{dr}\cdot\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{r^2\frac{dr}{dt} = \frac{P_0}{A}}$$

Q17) D'où : $r^2 dr = \frac{P_0}{A}dt$

$$\Rightarrow \int_R^0 r^2 dr = \int_0^{t_f}\frac{P_0}{A}dt \Rightarrow -\frac{R^3}{3} = \frac{P_0}{A}t_f$$

$$\Rightarrow \boxed{t_f = \frac{|A|R^3}{3P_0}} = \underline{\underline{2,1.10^{-10}\,s}}$$

où $\begin{cases} A = -1,15.10^{-28}\ \mathrm{J\,m} \\ P_0 = 1,82.10^{-49}\ \mathrm{W\,m^4} \end{cases}$

Le temps est très petit et par conséquent <u>l'atome serait instable</u>.

Q18) D'après Bohr : $L = n\hbar \Leftrightarrow mvr = n.h/2\pi$

$$\Leftrightarrow mr.\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m_e}} = \frac{nh}{\sqrt{4\pi^2}} \Leftrightarrow m_e^2 r.\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{n^2h^2.\varepsilon_0}{m_e\pi e^2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{r_n = n^2 r_0 \text{ où } r_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}} = \underline{\underline{5,3.10^{-11}\,m}}$$

Q19) Si l'onde interfère après un tour sur son orbite alors :

$$\mathcal{P} = n\lambda \iff n\lambda = 2\pi r \quad \text{où } \lambda = \frac{h}{m_e v}$$

$$\iff n \cdot \frac{h}{m_e v} = 2\pi r$$

$$\iff m_e v r = \frac{n h}{2\pi}$$

$$\boxed{\iff m_e v r = n\hbar}$$

Q20) On a $\begin{cases} E_m = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \\ \text{et} \\ r = n^2 r_0 \end{cases}$ d'où $E_m = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 n^2 r_0} = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 n^2 \times \dfrac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}}$

$$\boxed{\iff E_m = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{où } E_0 = \frac{m_e . e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}} = \underline{13{,}6\,eV}$$

où $\underline{-E_0 \text{ représente l'énergie du niveau fondamental de } H.}$

Q21) Comme $\Delta E = h\nu \iff \left| -\dfrac{E_0}{n_f^2} + \dfrac{E_0}{n_i^2} \right| = \dfrac{hc}{\lambda}$ où $n_f < n_i$ $\quad n_i \downarrow$ désexcitation. n_f

$$\boxed{\iff \frac{1}{\lambda} = \underbrace{\frac{hc}{E_0}}_{R_H}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)} \Rightarrow \boxed{R_H = \frac{hc}{E_0}}$$

Q22). D'après l'énoncé $\begin{cases} \lambda_1 = 121{,}5\,nm \\ \lambda_2 = 102{,}5\,nm \\ \lambda_3 = 97{,}2\,nm \end{cases}$ ces longueurs d'ondes appartiennent à $\underline{\underline{l'UV}}$.

. De plus $R_H = \dfrac{1}{\lambda} \cdot \dfrac{n_i^2 - n_f^2}{n_i^2 . n_f^2} = \dfrac{1}{\lambda} \cdot \dfrac{n_i^2 - 1}{n_i^2} \iff R_H = \dfrac{1}{\lambda}\left(1 - \dfrac{1}{n_i^2}\right)$

Pour $n_i = 2$: $R_H = 1{,}097\,m^{-1}$
$n_i = 3$: $R_H = 1{,}098\,m^{-1}$
$n_i = 4$: $R_H = 1{,}097\,m^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{R_H = 1{,}097\,m^{-1}}$

de bon accord des valeurs numériques obtenues valident le modèle de Bohr

Partie C : Océans, atmosphère et communications (Centrale PC – 2018)

I) Particules chargées dans l'atmosphère

Q1) Soit $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}\wedge\vec{B}_0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \partial v_x/\partial t \\ \partial v_y/\partial t \\ \partial v_z/\partial t \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m}\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m}\begin{vmatrix} v_y B_0 \\ -v_x B_0 \\ 0 \end{vmatrix}$

. D'où $\boxed{dv_x/dt = \dfrac{qB_0}{m}v_y \ , \quad \dfrac{dv_y}{dt} = -\dfrac{qB_0}{m}v_z \quad \text{et} \quad \dfrac{dv_z}{dt} = 0}$

. D'où $\boxed{v_z = cste}$

. De plus $P = \vec{F_L}\cdot\vec{v} = 0 = \dfrac{dE_c}{dt} \Rightarrow \boxed{v^2 = cste}$

Q2) Soit $\vec{v} = \vec{w} + \vec{v}_{//}$ où $\vec{v}_{//} = v_z\vec{e}_z$

Comme $\begin{cases} \dfrac{dv_z}{dt} = 0 \\ \vec{V_z}\wedge\vec{B_0} = \vec{0} \end{cases}$, on a : $\boxed{m\dfrac{d\vec{w}}{dt} = q\vec{w}\wedge\vec{B_0}}$

Q3) Posons $\vec{\Omega_c} = \left(\dfrac{-q}{m}\right)\vec{B_0} \Rightarrow \dfrac{d\vec{w}}{dt} = \vec{w}\wedge\vec{\Omega_c} \Rightarrow \begin{vmatrix} dw_x/dt \\ dw_y/dt \\ dw_z/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_c \end{vmatrix}$

$\Leftrightarrow w_z = cste$ et $\begin{cases} dw_x/dt = w_y\Omega_c \quad (1) \\ dw_y/dt = -w_x\Omega_c \quad (2) \end{cases}$

On intègre d'où : $\begin{cases} w_x = \Omega_c y + C_1 \\ w_y = -\Omega_c x + C_2 \end{cases}$

Prenons comme CI : $\underbrace{\begin{cases} w_x(0) = v_\perp \\ w_y(0) = 0 \end{cases}}_{\text{Choix d'un bon système d'axes}}$ et $\overbrace{\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}}^{\text{Choix le plus simple}} \Rightarrow \begin{cases} w_x = \Omega_c y + v_\perp & (1') \\ w_y = -\Omega_c x & (2') \end{cases}$

(1) s'écrit alors : $\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\Omega_c^2 x \\ (2)\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\Omega_c^2 y - \Omega_c v_\perp \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = A\cos(\Omega_c t) + B\sin(\Omega_c t) \\ y = A'\cos(\Omega_c t) + B'\sin(\Omega_c t) + v_\perp/\Omega_c \end{cases}$

les CI donnent : $\begin{cases} A = 0 \text{ et } B = v_\perp/\Omega_c \\ A' = -\dfrac{v_\perp}{\Omega_c} \text{ et } B' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{v_\perp}{\Omega_c}\sin(\Omega_c t) \\ y - \dfrac{v_\perp}{\Omega_c} = -\dfrac{v_\perp}{\Omega_c}\cos(\Omega_c t) \end{cases}$

Donc $x^2 + \left(y - \dfrac{v_\perp}{\Omega_c}\right)^2 = \left(\dfrac{v_\perp}{\Omega_c}\right)^2$

Equation d'un cercle de rayon $\boxed{\rho_c = \left|\dfrac{v_\perp}{\Omega_c}\right| \text{ où } \Omega_c = -\dfrac{q}{m} B_0}$

Q.4) L'ordre de grandeur B_0 est $10^{-5} \to 10^{-4}$ T $\Rightarrow \boxed{\begin{cases} \Omega_c \simeq 10^7 \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour } e^- \\ \Omega_c \simeq 10^4 \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour } p^+ \end{cases}}$

Q5) Soit $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E_1} + \vec{v} \wedge \vec{B_0}) \Leftrightarrow \boxed{\begin{vmatrix} \dfrac{dv_x}{dt} \\ \dfrac{dv_y}{dt} \\ \dfrac{dv_z}{dt} \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m} \begin{vmatrix} v_y B_0 + E_1 \\ -v_x B_0 \\ 0 \end{vmatrix}}$

Q6) On cherche une solution de la forme $\vec{v} = \vec{V_d} = V_{dx}\vec{e_x} + V_{dy}\vec{e_y}$

$\Rightarrow \begin{cases} 0 = q/m\,(V_{dy} B_0 + E_1) \\ 0 = \dfrac{q}{m}(-V_{dx} B_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{V_d} = -\dfrac{E_1}{B_0}\vec{e_y}}$ Solution unique

Q.7) Soit $\vec{u} = \vec{v} - \vec{V_d}$

d'où $\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{q}{m}\left(\vec{E_1} + (\vec{u} + \vec{V_d}) \wedge \vec{B_0}\right)$

or d'après Q6 : $\dfrac{q}{m}\left[\vec{E_1} + \vec{V_d} \wedge \vec{B_0}\right] = \vec{0} \Rightarrow \dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{q}{m}(\vec{u} \wedge \vec{B_0})$

Donc $\vec{v} = \vec{u} + \vec{V_d}$ se décompose par deux termes :

$\begin{cases} \vec{u} \text{ responsable d'un mvt circulaire dans le plan } (xOy) \\ \vec{V_d} \text{ ——— d'un mvt rectiligne suivant } \vec{u_y} \end{cases}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{L'ensemble forme une trajectoire cycloïdale}}$