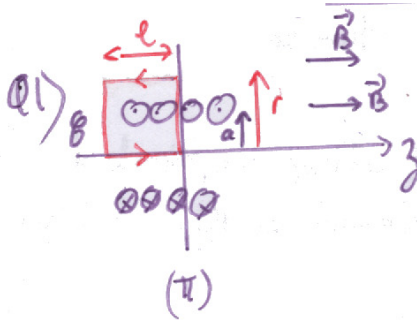


Physique : DS16

Les plasmas (Sujet CCP – PC – 2024)



. (π) est plan de symétrie : $\vec{B} = B \vec{u}_z$

. Invariance par rotation et translation / à (Oz)
 $\Rightarrow \underline{B = B(r) \vec{u}_z}$

Théorème d'Ampère appliqué à C : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{int}}$

Si $r > a$ $\Leftrightarrow (B_{\text{int}} + B_{\text{ext}})l = \mu_0 N I = \mu_0 n l I$

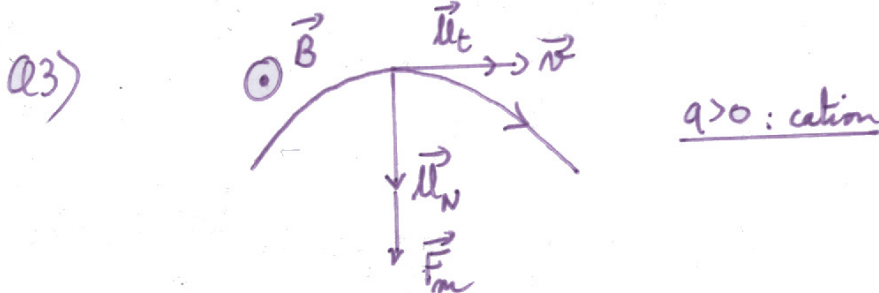
$\Leftrightarrow B_{\text{ext}} = \mu_0 n I$ car $B_{\text{int}} = 0$.

Si $r < a$ $-(B_{\text{int}} + B_{\text{ext}})l = 0$

$\Rightarrow B_{\text{int}} = B_{\text{ext}}$

D'où $\vec{B}(r < a) = \mu_0 n I \vec{u}_z$ et $\vec{B}(r > a) = \vec{0}$

Q2) Soit $\vec{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q (\underbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\perp \vec{v}}) \cdot \vec{v} \Rightarrow \underline{P_{\text{mag}} = 0}$



Q4) Soit $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{r} \vec{u}_N$ or $v = v_0 = \text{cte}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{v_0^2}{r} \vec{u}_N$

PFD au cation :

$m \frac{v_0^2}{r} = q v_0 B$ car $\vec{F}_m$ sur $\vec{u}_N$

$\Leftrightarrow r = \frac{m v_0^2}{q v_0 B} = \frac{m}{q} \frac{v_0}{B}$

$\Rightarrow \underline{r_L = v_0 / \omega_c}$ ou $\omega_c = \frac{e B_0}{m}$

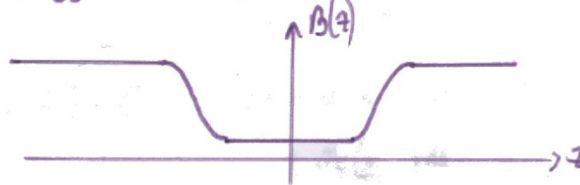
Q5) PDF sur $\vec{u}_z$: $m \frac{dV_z}{dt} = 0$ car $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ donc orthogonal à $\vec{u}_z$
 $\Rightarrow \underline{V_z = \text{cste}}$

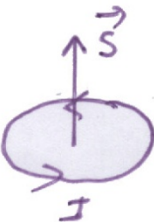
de mvz n'est pas confiné car la particule peut vers les $z > 0$ jusqu'à $+\infty$.

Q6) On choisit une symétrie toroïdale afin de confiner les particules dans le tore. (on a replié l'axe Oz sur lui-même)

Q7) A.N : $r_L = 1 \text{ mm} \ll r_{\text{tore}} = 2 \text{ m}$, ainsi les particules sont restées proches (confinées) de cet axe.

Q8) Vu que les lignes de champ se resserrent aux bords : B plus important aux bords qu'au centre
 Vu que $\text{div } \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \frac{dB_z}{dz} = 0$ on peut donner l'allure suivante :



Q9)  : $\underline{\vec{\mu} = I \vec{S} \text{ où } \vec{S} = S \vec{n}}$

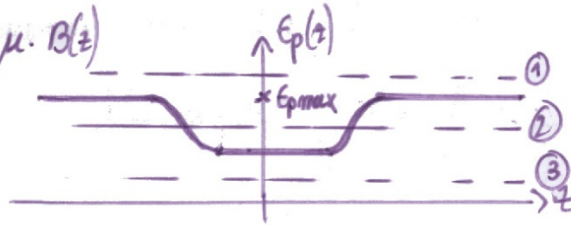
Q10) Soit $I = \frac{dq}{dt} = -\frac{e}{T}$ où $T = \frac{2\pi r_L}{v_{\perp}} \Rightarrow I = -\frac{e v_{\perp}}{2\pi r_L}$
 $\Rightarrow \underline{\mu = IS = -\frac{e N_{\perp}}{2\pi r_L} \times \pi r_L^2 = -\frac{e v_{\perp} r_L}{2}}$

or $\omega_c = \frac{e B_0}{m} \Leftrightarrow e = \frac{m \omega_c}{B_0} = \frac{m}{B_0} \cdot \frac{v_{\perp}}{r_L} \Leftrightarrow e r_L = \frac{m v_{\perp}}{B}$ d'où $\underline{\vec{\mu} = -\frac{m v_{\perp}^2}{2B} \vec{u}_z}$

Q11) Soit $E = E_p + \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 + \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$ or $v_0 = \text{cste}$
 $\Rightarrow \underline{E = \text{cste}}$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 : E_c \text{ suivant } (Oz) \\ E_p : E_c \text{ dans un plan } \perp \text{ à } (Oz) \end{array} \right.$

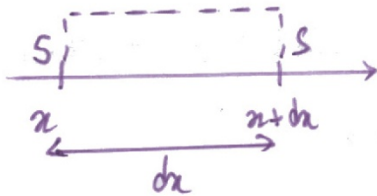
Q12) Soit $\epsilon_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu \cdot B(z)$



- ① : États de diffusion
 ② : États liés
 ③ : États impossibles

Q13) Si $E > \epsilon_{pmax}$, la particule ne sera plus confinée

Q14)



Bilan de particules sur $dV = S dx$: $dn = n(x, t+dt) - n(x, t)$
 $= n_e(x, t+dt) - n_e(x, t) S dx$
 $= \frac{\partial n_e}{\partial t} dx S dt$

Mais aussi $dn = [\phi(x, t) - \phi(x+dx, t)] dt$
 $= - \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot S dx dt$

Donc $\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ ① $\Rightarrow \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ ②

Q15) Soit $Q_{tot} = 0$ car la poutre doit rester neutre ainsi :

$0 = j_e(L, t) \cdot (+e) S dt + j_i(L, t) (-e) S dt$
 $\Rightarrow j_e(L, t) = j_i(L, t)$

Q16) ① - ② donne :

$\frac{\partial (n_e - n_i)}{\partial t} + \frac{\partial (j_e - j_i)}{\partial x} = 0$

Comme $n_e = n_i \Rightarrow (j_e - j_i) = \text{cste.}$

Comme en L : $j_e = j_i \Rightarrow j_e(x, t) = j_i(x, t)$

Q16) $\vec{j} = -D \text{grad } n$: loi de Fick

• de terme $\pm \mu_p E$ traduit l'effet de la force électrique sur la migration des charges conformément au modèle de Drück.

Q18) On égalise les deux expressions : $\eta\mu_i \vec{E} - D_i \text{grad } n = \eta\mu_e \vec{E} - D_e \text{grad } n$

$$\text{D'où sur Ox : } E(n,t) = \frac{D_i - D_e}{n(\mu_i + \mu_e)} \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\text{D'où } j = j_e = j_i = \eta\mu_i E - D_i \frac{\partial n}{\partial x} = \eta\mu_i \frac{D_i - D_e}{n(\mu_i + \mu_e)} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} - D_i \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\Rightarrow D_a = D_i + \frac{\mu_i}{\mu_i + \mu_e} (D_e - D_i)$$

Q19) On reprend le bilan de matière $\Rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$

Q20) Si $n(n,t) = F(t) \cdot G(x)$ d'où : $G \cdot \frac{\partial F}{\partial t} = D_a \cdot F \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial t} = D_a \frac{1}{G} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$$

Ceci est égale à une constante que l'on écrit : $-\frac{1}{\tau}$.

$$\Rightarrow \frac{dF}{dt} + \frac{F}{\tau} = 0 \text{ et } \frac{d^2 G}{dx^2} + \frac{G}{D_a \tau} = 0$$

Q21) Pour $F(t)$: $F(t) = A e^{-t/\tau}$

Pour $G(x)$: $G(x) = A' \cos\left(\frac{x}{\sqrt{D_a \tau}}\right) + B' \sin\left(\frac{x}{\sqrt{D_a \tau}}\right)$ avec $n(n,t) = F(t)G(x)$

Q22) En $x=0$: $n(0,t) = 0 \Rightarrow A A' e^{-t/\tau} = 0 \Rightarrow A' = 0$

$$\Rightarrow n(n,t) = \underbrace{A B'}_{=C} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{D_a \tau}}\right) e^{-t/\tau}$$

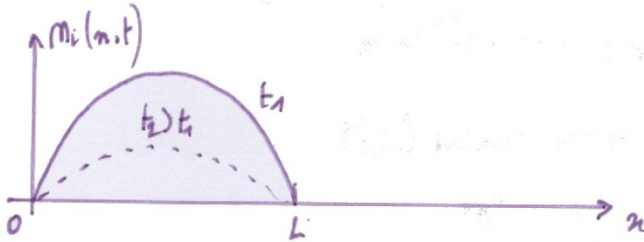
En $x=L$: $n(L,t) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{L}{\sqrt{D_a \tau}}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{L}{\sqrt{D_a \tau}} = p\pi \Rightarrow \tau_p = \frac{1}{D_a} \left(\frac{L}{p\pi}\right)^2$

Q23) Pour le mode 1 : $F(t) = A e^{-t/\tau_1}$

— 2 : $F(t) = A e^{-t/\tau_2} = A e^{-4t/\tau_1} \Rightarrow$ il décroît 4 x plus vite et donc va vite s'éteindre

— p : $F(t) = A e^{-p^2 t/\tau_1} \Rightarrow$ — p^2 —

Ainsi $m_i(n,t) = B e^{-t/\tau} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ où $G = B$



À cours du temps, les ions et électrons refluant vers les plaques où ils se recombinaient
 $\Rightarrow$ leur concentration diminue

Q24). D a pour dimension $m^2 s^{-1} \Rightarrow [D] = v^2 \tau^*$

• lorsque τ^* augmente, les chocs sont moins fréquents donc la particule parcourt une plus grande distance entre 2 chocs, ce qui lui permet de diffuser rapidement.

Q25) Plasma non magnétisé si $D_i' \approx D_i \Rightarrow \omega_c \tau^* \ll 1$
 — magnétisé si $\omega_c \tau^* \gg 1$

Q26) Plasma non magnétisé : $D_i' = D_i = v^2 \tau^* \div a^2 \tau^*$
 — magnétisé : $D_i' = \frac{D_i}{(\omega_c \tau^*)^2} = \frac{v^2}{\omega_c^2 \tau^*} \div a^2 1/\tau^*$

Q27) Sur la figure (a), le B a une forte influence sur la trajectoire des particules $\Rightarrow$ plasma magnétisé (a)
 — (b), la diffusion domine et on voit juste un début de courbure $\Rightarrow$ plasma non magnétisé (b)

Q28). Lorsque τ^* est grand, la particule reste longtemps sur les trajectoires hélicoïdales autour de la direction B car elle diffuse très peu perpendiculairement au champ B. C'est l'inverse quand τ^* est petit, la diffusion l'emporte.

Q29) lorsque on confine un plasma de fusion, on souhaite qu'il reste concentré le plus longtemps possible. Ainsi la recombinaison sur les plaques sera lente dans le procédé de diffusion.

Q30) Par un raisonnement énergétique : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

or à l'infini : $E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 \sim k_B T$. (on peut prendre $\frac{3}{2}k_B T$)

D'où la distance minimale d'approche :

$$k_B T \sim \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}$$

$$\Rightarrow T \sim \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 k_B r_{\min}} = 2 \cdot 10^{10} \text{ K}$$

Q31) Il faut vaincre une énergie que l'on a estimée par notre calcul :

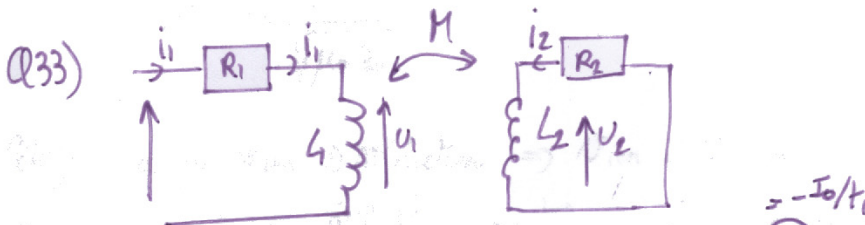
- on a pas tenu compte de l'interaction forte qui est attractive à courte distance.
- on peut tenir compte de l'effet tunnel qui permettra de fournir une plus faible énergie.

Q32) Flux créé par la bobine à travers la spire : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi$

$$\Rightarrow \Phi = B \cdot \pi a^2$$

$$\Rightarrow \Phi = \beta i_1 \cdot \pi a^2 = M i_1$$

$$\text{D'où } M = \pi a^2 \cdot \beta = \underline{\underline{3,5 \text{ mH}}}$$



sur des mailles (2) : $U_2 + R_2 i_2 = 0 \Leftrightarrow L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = 0$ où $i_1 = I_0 (1 - t/\tau_1)$

$$\Rightarrow \frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{\tau_2} = \frac{I_0}{\tau_1} \text{ où } \tau_2 = \frac{L_2}{R_2} \text{ et } \tau_1 = \frac{L_1}{R_1}$$

Q34) D'où $i_2(t) = A e^{-t/\tau_2} + \frac{\tau_2}{\tau_1} I_0$ or $i_2(0) = 0 \Rightarrow i_2(t) = \frac{\tau_2}{\tau_1} I_0 (1 - e^{-t/\tau_2})$

Si $t \ll \tau_2$ alors : $i_2(t) \approx \frac{\tau_2}{\tau_1} I_0 (1 + t/\tau_2) \Rightarrow i_2(t) = \frac{I_0 t}{\tau_1}$

$$Q35) \text{ Soit } P = R_2 i_z^2 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = \int_0^{t_1} R_2 \left(\frac{I_0 t}{G_1} \right)^2 dt = R_2 \left(\frac{I_0}{G_1} \right)^2 \frac{t^3}{3} \\ \Rightarrow \mathcal{E}_2 = \frac{R_2 I_0^2 t_1^3}{3 L_2^2}$$

Cette énergie est reçue par le plasma $\Rightarrow$ T augmente

Q36) Vu que $\rho \propto T^{-3/2} \Rightarrow R_2 \propto T^{-3/2}$ donc R_2 va fortement diminuer $\Rightarrow$ il faudrait écrire $R_2 = R_0(t)$ en tenant compte du lien entre t et T .

$$Q37) \text{ MG : } \operatorname{div} \vec{E} = \rho/\epsilon_0, \text{ MF : } \operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t, \text{ MP : } \operatorname{div} \vec{B} = 0, \text{ MA : } \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$Q38) \text{ Pour ce champ : } \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow \underline{\rho = 0}$$

$$Q39) \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} \\ \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot} \vec{B}) = -\Delta \vec{E}$$

$$\text{D'où } \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad \text{à l'aide de MA.} \\ \text{où } c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

Q40) Vu que $m_{\text{ions}} \gg m_{\text{électrons}} \Rightarrow N_{\text{ion}} \ll N_{\text{électron}} \Rightarrow j_{\text{ion}} \ll j_{\text{électron}}$

$$Q41) \text{ PFD appliqué à l'électron : } m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - e\vec{v} \times \vec{B} \\ \Rightarrow \begin{cases} m_e i\omega \underline{N}_x = -e\epsilon_0 - e\underline{N}_y B_0 \\ m_e i\omega \underline{N}_y = ie\epsilon_0 + e\underline{N}_x B_0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} \underline{N}_x = i\alpha/\omega + i\omega c/\omega \underline{N}_y \\ \underline{N}_y = \alpha/\omega - i\omega c/\omega \underline{N}_x \end{cases} \quad \text{où } \alpha = \frac{e\epsilon_0}{m_e}$$

Q42) Vu que $\vec{v} = \frac{ie}{m_e(\omega - \omega_c)} \vec{E}$ si $\omega = \omega_c$ alors $\vec{v} \rightarrow \infty$: phénomène de résonance.
 • la vitesse devenant très grande, le nombre de collisions doit augmenter et le plasma va s'échauffer davantage

Q43) Soit $\vec{j} = -m_e e \vec{v} = -m_e e i \cdot \frac{e}{m_e(\omega - \omega_c)} \vec{E}$

d'où dans l'équation de propagation : $(-ik)^2 - \frac{1}{c^2} (i\omega)^2 = \mu_0 i\omega e i \frac{e}{m_e(\omega - \omega_c)}$

$$\Leftrightarrow -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = -\mu_0 \omega \frac{m_e e^2}{m_e(\omega - \omega_c)}$$

$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\mu_0 m_e e^2}{m_e} \frac{1}{\omega(\omega - \omega_c)} \right)$$

$$\text{Donc } \omega_p^2 = \frac{\mu_0 \mu_0 c^2 e^2}{m_e} = \frac{\mu_0 \mu_0 c^2}{m_e \epsilon_0 \mu_0} = \frac{m_e e^2}{m_e \epsilon_0} \quad (\text{CEF})$$

Q44) A.N : $\omega_p = 5,6 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$

Q45) Pour que l'onde se propage dans le plasma, il faut que k soit réel et non imaginaire pur
 $\Rightarrow k^2 > 0$

$$\text{Or } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} \right) > 0$$

Sur le graphique cela correspond à $\omega < \omega_c$ ou $\omega > \omega_g$

Q46) Soit $v_g = \frac{\omega}{k}$ d'où pour $\omega = \omega_c \Rightarrow v_g \rightarrow 0$ (graphique)

À cette fréquence, $\vec{E}$ tourne dans les plans $z = \text{cte}$ à la même fréquence et dans le même sens que les électrons autour du champ magnétique.