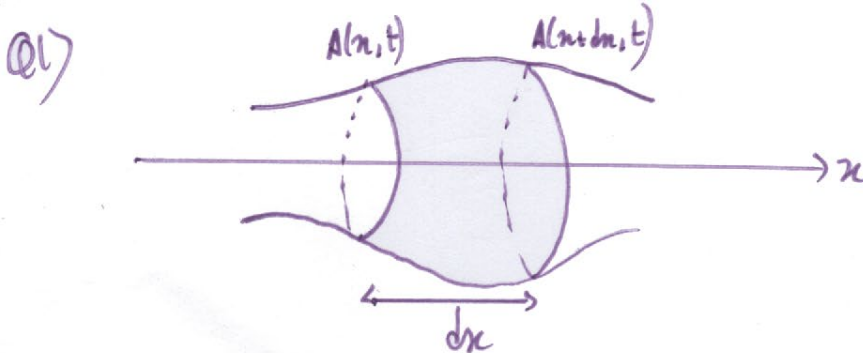


Physique : DS14

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.



Vue que $dx \ll \lambda$ alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} dm(t) = A(x,t) dx \mu(x,t) \\ dm(t+dt) = A(x,t+dt) dx \mu(x,t+dt) \end{array} \right.$$

Q2) Soit $dm = \mu S dx$ d'où

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{me} = \mu(x,t) A(x,t) v(x,t) dt \\ S_{ms} = \mu(x+dx,t) A(x+dx,t) v(x+dx,t) dt \end{array} \right.$$

Q3) Paire de masse appliquée à $dB = dx \cdot A(x,t)$

$$dm(t+dt) - dm(t) = S_{me} - S_{ms}$$

$$\Rightarrow dx \cdot \frac{\partial(\mu A)}{\partial t} \cdot dt = - \frac{\partial}{\partial x} (\mu A v) dx dt$$

D'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mu(x,t) A(x,t)) + \frac{\partial}{\partial x} (\mu(x,t) A(x,t) v(x,t)) = 0$$

Q4) Posons

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \mu_0 + \mu_1(x,t) \\ A = A_0 + a_1(x,t) \end{array} \right. \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} [(\mu_0 + \mu_1)(A_0 + a_1)] + \frac{\partial}{\partial x} [(\mu_0 + \mu_1)(A_0 + a_1)v] = 0$$

On se limite à l'ordre 1: $\frac{\partial}{\partial t} (\mu_1 A_0 + \mu_0 a_1) + \frac{\partial}{\partial x} (A_0 \mu_0 v) \stackrel{\text{ordre 1.}}{=} 0$

$$\Rightarrow A_0 \frac{\partial}{\partial t} \mu_1 + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} a_1 + A_0 \mu_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Q5) En mécanique des fluides si $\eta = 0$: $\mu \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = - \text{grad } p$ (absence de viscosité)

Q6) Linearisons à l'ordre 1: $\Rightarrow \mu_0 \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = - \frac{\partial p_1}{\partial x} \vec{u}_x \quad (2)$

Q7) Distensibilité (énoncé): $D = \frac{1}{A(x,t)} \cdot \frac{\partial A(x,t)}{\partial P(x,t)} \Big|_S$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{A_0} \frac{a_1}{p_1} \text{ car } dA \sim a_1 \text{ et } dp \sim p_1$$

$$\Rightarrow a_1 = A_0 D p_1 \quad (3)$$

Q8) Le $\hat{m}$ $\chi_s = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial p} \Big|_S \Rightarrow \mu_1 = \mu_0 \chi_s p_1 \quad (4)$

Q9) (1) $\Rightarrow A_0 \frac{\partial}{\partial t} \mu_1 + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} a_1 + A_0 \mu_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

(3) et (4) $\Rightarrow A_0 \mu_0 \chi_s \frac{\partial}{\partial t} p_1 + \mu_0 (A_0 D) \frac{\partial}{\partial t} p_1 + A_0 \mu_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

$$\Rightarrow (\chi_s + D) \frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Q10)

(5) $\Rightarrow (\chi_s + D) \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

(2) $\Rightarrow \mu_0 \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}$

$$\Rightarrow (\chi_s + D) \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0 \text{ où } c^2 = \frac{1}{\mu_0 (\chi_s + D)}$$

$$[c] = \frac{1}{(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})^{1/2}} \cdot \frac{1}{(\text{Pa}^{-1})^{1/2}} = \text{m}^{3/2} \cdot \text{kg}^{-1/2} \cdot \text{N}^{1/2} \cdot \text{m}^{-1} = \text{m}^{1/2} \cdot \text{kg}^{-1/2} \cdot \text{kg}^{1/2} \cdot \text{m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1} = \underline{\underline{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Q11) Soit $c = \sqrt{\frac{1}{1,3 \times (6,6 \cdot 10^{-6} + 5,1 \cdot 10^{-6})}} = 256 \text{ ms}^{-1} \approx 2,5 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$

Q12) À chaque passage de véhicule, le tube s'endommage et risque de finir par fissurer d'où les menues de pression enonées.

Q13) 10 lignes $\rightarrow$ 10 jours. $\swarrow$ 5ème jour

Q14) Instruction 1 $\equiv$ mesures[4,13] $\nwarrow$ entre 13 et 14h.

Q15) Instruction 2.1 $\equiv$ range(10) $\swarrow$ Au décalage, on demande à 0.
Instruction 2.2 $\equiv$ np.sum(mesures[i-1,:]) $\nwarrow$ Pour calculer la somme des 24 heures.

Q16) Instruction 3.1 $\equiv$ range(10)
Instruction 3.2 $\equiv$ range(24)
Instruction 3.3 $\equiv$ mesures[i,j] > max.

— 3.4 $\equiv$ mesures[i,j]

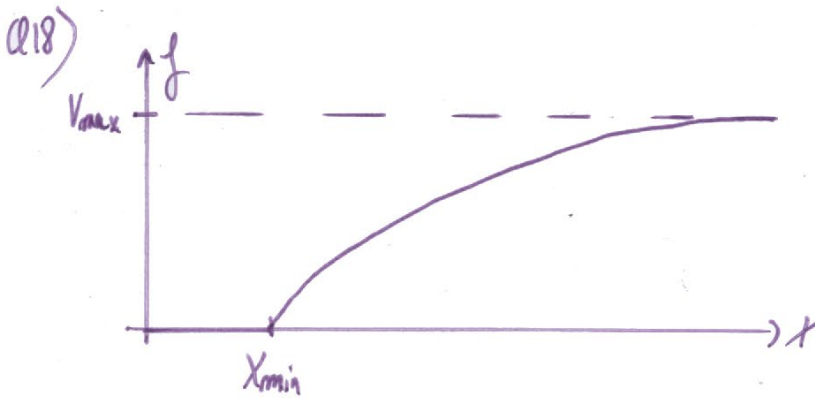
— 3.5 $\equiv$ i+1, j (ou i,j mais il faut modifier après)

— 3.6 $\equiv$ jour (ou jour+1)

— 3.7 $\equiv$ heure

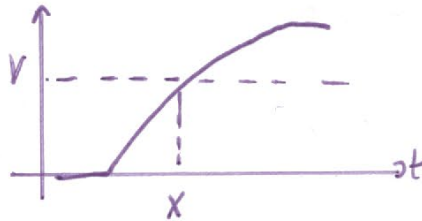
— 3.8 $\equiv$ heure+1

Q17) — 4.1 $\equiv$ bar
— 4.2 $\equiv$ mesures[0,:] ou mesures[0,j] for j in range 24
— 4.3 $\equiv$ grid
— 4.4 $\equiv$ xlabel('Heure')
— 4.5 $\equiv$ ylabel('Nombre de véhicules')
— 4.6 $\equiv$ title('Nombre de véhicules détecté le premier jour')



$f(x)$ est conforme au modèle : - elle est croissante.
 - elle respecte V_{max} atteinte par les véhicules.
 - le véhicule s'arrête si il y a moins de 7m.

Q19) Si V est constante entre 0 et V_{max} alors vu que la fonction est strictement croissante, il existe une unique x pour la valeur V



Q20) Si $x \leq X_{min}$ alors $V = 0$, le trafic est à l'arrêt.

Q21) D'après le graphique si $V = 20 \Rightarrow x = d = 29m$

• or si $V = V_{max} \left(1 - e^{-\frac{x - X_{max}}{20}}\right)$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{x - X_{max}}{20}} = 1 - \frac{V}{V_{max}}$$

$$\Leftrightarrow x = X_{max} - 20 \ln \left(1 - \frac{V}{V_{max}}\right) = \underline{\underline{29m}}$$

Q22) Si $\Delta t = 2s \Rightarrow d = V \times \Delta t = 40m$.

↳ le modèle proposé est moins prudent que celui du code de la route

Q23) Instruction 5.1: len(résultat [b]) or 21 d'après la figure 7.

Q24) Instruction 5.2:
 $L = \text{np.zeros}(N, M)$ (il vaut mieux utiliser numpy)

Q25) Instruction 5.3: range(N)

Instruction 5.4 : $L[m, 0]$

Q26) Instruction 5.5 : $L[0:] = resultat[0]$

Q27) Instruction 6.1 : $X \geq X_{min}$

— 6.2 : $V_{max}(1 - mp \cdot \exp(-(X - X_{min})/2\sigma))$	$X \leq X_{min}$
— 6.3 : 0	0
	$V_{max}(1 - mp \cdot \exp(-(X - X_{max})/2\sigma))$

Q28) Relation (6) : $\begin{cases} \dot{x}_m = f(x_{m-1} - x_m) \\ \dot{x}_m = \frac{x_m(t+dt) - x_m(t)}{dt} \end{cases} \Rightarrow x_m(t+dt) = x_m(t) + f(x_{m-1}(t) - x_m(t)) dt$

En discrétisant : $x_m^{m+1} = x_m^m + f(x_{m-1}^m - x_m^m) \times (t_{m+1} - t_m)$

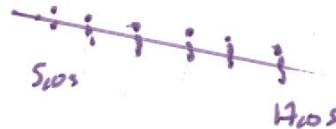
Q29) Instruction 7.1 : $T = resultat[1]$

Q30) — 7.2 : $range(M-1)$ ou $range(\ln(T)-1)$

— 7.3 : $(1, N)$

— 7.4 : $L[n, m+1] = L[n, m] + (T[m+1] - T[n]) * f(L[n-1, m] - L[n, m])$

Q31) À partir de 5,0 s la voiture "0" ralentit, ce ralentissement se propage aux autres voitures à une vitesse que l'on peut estimer : $v = \frac{100 - 80}{5 - 17} = -4 \text{ m.s}^{-1}$ (on relie la zone morte par un trait)



Q32) On pose $y_m = x_m - d$

$\Leftrightarrow y_m = f(x_{m-1} - x_m) - f(d)$

or $x_m = x_{m-1} - x_m \Rightarrow y_m = f(x_m) - f(d)$

Q33) DL à l'ordre 1 : $f(x_m) = f(d) + (x_m - d) f'(d)$

$\Rightarrow y_m = (x_m - d) f'(d)$

Q34) de m : $y_{m-1} = (x_{m-1} - d) f'(d) \Rightarrow y_{m-1} - y_m = f'(d) [x_{m-1} - x_m]$

$= \dot{x}_{m-1} - \dot{x}_m$ d'où : $\dot{x}_m = f'(d) [x_{m-1} - x_m]$

$$\text{Q35)} \text{ Soit } X_{m-1} = X(x+d, t) \\ = X(x, t) + d \frac{\partial X}{\partial x}$$

$$\Rightarrow X_{m-1} - X_m = d \frac{\partial X}{\partial x}$$

$$\text{or } X_{m-1} - X_m = \frac{\dot{X}_m}{f'(d)} \text{ d'après Q34} \Rightarrow \dot{X}_m - d f'(d) \cdot \frac{\partial X}{\partial x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial X}{\partial t} - c \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \text{ où } c = d \cdot f'(d)$$

$$\text{Q36)} \text{ Si on remplace } t \text{ par } -t \text{ alors } \frac{\partial X}{\partial t} + c \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \Rightarrow \text{le phénomène est non réversible.}$$

$$\text{Q37)} \text{ Soit } X(x, t) = X(x+ct) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = c \frac{\partial X}{\partial u} \\ \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial u} \end{cases} \text{ où } u = x+ct$$

$$\text{d'où } \frac{\partial X}{\partial t} + c \frac{\partial X}{\partial x} = 0$$

• la solution $X(x+ct)$ est bien solution de l'équation (9).

• C'est une onde progressive qui se propage selon le sens d'croissant des x à la célérité c .

Q38) $\text{Li} =$ 1^{er} colonne, deuxième ligne, c'est un alcalin

Q39) Li^+ = structure du GR qui précède t.q. $[\text{Li}^+] = 1s^2$, couche de valence pleine.

$$\text{Q40)} \begin{cases} \text{Li}^+ + e^- = \text{Li} \\ \text{Li} + \text{C}_6 = \text{LiC}_6 \end{cases}$$

$$\text{Q41)} \text{ Par somme : } \underline{\text{C}_6 + \text{Li}^+ + e^- = \text{C}_6\text{Li}}$$

$$\text{Q42)} \cdot \text{Li} \rightarrow \text{Li}^+ \\ 0 \rightarrow 0^{2-} \text{ (habituellement) } \text{ d'où } n_o(\text{Li}) + n_o(\text{Ni}) + 2n_o(\text{O}) = 0 \Rightarrow \underline{n_o(\text{Ni}) = +\text{II} \text{ dans } \text{LiNiO}_2}$$

• Et dans NiO_2 : $n_o(\text{Ni}) = +\text{IV}$

$$\text{d'où : } \underline{\text{LiNiO}_2 = \text{Li}^+ + \text{NiO}_2 + e^-}$$

Q43) On élimine les e^- d'où : $C_6 + LiNiO_2 = C_6Li + NiO_2$

Q44) $\Delta n(LiNiO_2) = \Delta n(e^-)$ or $\Delta n(LiNiO_2) = \frac{m}{M} = \frac{1}{48} = 0,00 \text{ mol.}$

or $Q = \Delta n(e^-) \cdot e = 0,00 \times 96500 = 9,8 \cdot 10^2 \text{ C. g}^{-1}$

du fait que $1C = 1A \cdot s = \frac{1}{3600} \cdot Ah.$

$\Rightarrow Q = 9,27 \text{ Ah. g}^{-1}$

Q45) Soit $V_{\text{tot}} = 196 \times 3,7 = 7,3 \cdot 10^2 \text{ V}$

Q46) . des O^{2-} sont aux sommets de la maille ainsi qu'au centre de chaque face.

. des sites T sont situés à $1/4$ et $3/4$ de chaque grande diagonale.

. des sites O sont au centre de la maille et au milieu de chaque arête.

Q47) Dans une maille il y a $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4 \cdot O^{2-} \Rightarrow n(O^{2-}) = 4 \text{ par maille}$

Q48) Soit $LiNiO_2$ avec $4O^{2-}$ et donc $4(Li^+ + Ni^{2+}) \Rightarrow 2Li^+$ et $2Ni^{2+}$ par maille

Au total il y a 4 sites O et 8 sites T

donc $\left\{ \begin{array}{l} 50\% \text{ sites O occupés par } Ni^{2+} \\ 25\% \text{ sites T occupés par } Li^+ \end{array} \right.$

Q49) Sur une arête : $2r(O^{2-}) + 2r(Ni^{2+}) = a \Rightarrow a = 408 \text{ pm}$

Q50) Sur une diagonale : $r(O^{2-}) + r(Li^+) = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r(Li^+)_{\text{sans déformation}} = 37 \text{ pm}$

or $r(Li^+)_{\text{réel}} = 60 \text{ pm} > 37 \text{ pm} : \text{il y a déformation}$

Q51) Millmann : $V_A = \frac{V_1/R + V_2/R}{1/R + 1/R} \Rightarrow V_A = \frac{V_1 + V_2}{2}$

Q52) ALi idéal : $V_+ = V_- \Rightarrow U = V_0$

$$Q53) \text{ Millmann: } V_B = \frac{V_2/R + V_0/R}{2/R} = \frac{V_2 + V_0}{2} = V_B$$

$$Q54) \text{ Aux bornes de } R_1: V_C - V_1 = R_1 I$$

$$\text{Or l'Alim est idéal donc } V_1 = V_B \Leftrightarrow \frac{V_2 + V_0}{2} = \frac{V_1 + V_C}{2} \Leftrightarrow \frac{V_2 + V_0}{2} = \frac{V_1 + V_0 + R_1 I}{2}$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$$

$$\text{Donc } I \text{ est constant si } V_2 - V_1 = \text{cste}$$

$$Q55) \text{ Par définition: } I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q(t) = Q(0) + \int_0^t I(t) dt$$

$$\text{or } Q(0) = 0 \Rightarrow Q(t) = \int_0^t I(t) dt$$

$$Q56) \text{ De m\~{e}: } Q(t_{k+1}) = Q(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} I(t) dt$$

$$Q57) \text{ Méthode du trapèze: } \int_{t_k}^{t_{k+1}} I(t) dt = \frac{I_{k+1} + I_k}{2} \times (t_{k+1} - t_k)$$

$$\Rightarrow Q_{k+1} = Q_k + (t_{k+1} - t_k) \frac{I_{k+1} + I_k}{2}$$

$$Q58) \text{ Algorithme: } \begin{array}{l} \text{charge} = [0] \\ \text{for } i \text{ in range}(N-1): \\ \quad Q = \text{charge}[i] + (\text{temps}[i+1] - \text{temps}[i]) \times (\text{intensité}[i+1] - \text{intensité}[i]) / 2 \\ \quad \text{charge.append}(Q) \\ \text{print } Q[-1] \quad \#(\text{ou } Q[N-1]) \end{array}$$

$$Q59) \text{ Soit } \begin{cases} Q_{\max} = 3,9 \text{ Ah} \\ Q = 0,27 \text{ Ah} \cdot \text{g}^{-1} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{Q_{\max}}{Q} = 14 \text{ g}$$

$$(\text{N.B: Pour la batterie: } 46 \times 196 \times 0,014 = 130 \text{ kg})$$