

Physique : DS12

Partie I - Télémétrie par ultrasons (E3A - PSI - 2017)

A - Détecteur à ultrasons

A.1 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Portée détecteur US} = 10\text{m} \\ \text{Portée détecteur IR} = 2\text{m} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\text{Portée(US)} > \text{Portée(IR)}}$

A.2. Pour les détecteurs photoélectriques (IR) il n'y a pas de différence de détection en fonction de la nature des matériaux, mais un contraste important est nécessaire entre la couleur de l'objet et le fond.

. Pour les détecteurs US, les objets présentant des surfaces absorbant les sons (isolants phoniques t.q coton, tissus...) sont plus difficiles à détecter. des couleurs ne modifient pas la détection.

A.3 Facteurs perturbants

$\left\{ \begin{array}{l} \text{US: courants d'air brusques ou gradient de température important.} \\ \text{IR: arrière plan plus clair que l'objet: contraste trop faible.} \end{array} \right.$

A4 On a : $20\text{kHz} < \text{audible} < 20\text{kHz} \Rightarrow f_0 > 20\text{kHz}$, en général 40kHz .

A5 la diffraction élargit les ondes émises t.q $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$

. Avec $40\text{kHz} \Rightarrow \lambda_{\text{US}} = 8,5\text{mm}$ d'où $\frac{\lambda_{\text{US}}}{\lambda_{\text{IR}}} \sim 10^4$
et $\lambda_{\text{IR}} \sim 900\text{nm}$

. Donc, si on suppose d'identique la directivité sera plus faible (θ plus petit) pour les IR que les US. C'est donc la longueur d'onde (et la célérité) qui est responsable de la différence de directivité.

A.6. Les détecteurs à ultrasons sont utilisés :

- dans les sonars des sous-marins
- pour le contrôle non destructif (recherche de fissures...)
- pour les échographies

. Les détecteurs à IR sont utilisés dans

- les communications sans fil (télécommande...)
- les détecteurs de présence
- les caméras thermiques.

B.1 Si le gaz est parfait on a : $p = \frac{\mu R T_0}{M_a}$

$$\Rightarrow p = p_0 + p_1 = (\mu_0 + \mu_1) \frac{R T_0}{M_a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_0 = \mu_0 R T_0 / M_a \\ p_1 = \mu_1 R T_0 / M_a \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = \frac{\mu_1}{\mu_0} \ll 1$$

B.2 On a
$$\begin{cases} dm(t) = \mu(x, t) d\mathcal{E} \\ dm(t+dt) = \mu(x, t+dt) d\mathcal{E} \end{cases}$$

B.3 On a
$$\begin{cases} S_{me} = \mu(x, t) v_1(x, t) S dt \\ S_{ms} = \mu(x+dx, t) v_1(x+dx, t) S dt \end{cases}$$

Si on garde les termes d'ordre 1 :
$$\begin{cases} S_{me} = \mu_0 v_1(x, t) S dt \\ S_{ms} = \mu_0 v_1(x+dx, t) S dt \end{cases}$$

B.4 Bilan de masse : $dm(t+dt) - dm(t) = S_{me} - S_{ms}$

$$\Rightarrow [\mu(x, t+dt) - \mu(x, t)] S dx = \mu_0 [v_1(x, t) - v_1(x+dx, t)] S dt$$

$$\stackrel{D.1}{\Rightarrow} \frac{\partial \mu}{\partial t} S dx dt = \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \times (-1) dx S dt.$$

$$\text{or } \frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\partial \mu_1}{\partial t} \text{ donc : } \frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0$$

$$\text{B.5) A 1D: } \mu \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \text{ où } \begin{cases} v = v_1 \\ p = p_0 + p_1 \\ \mu = \mu_0 + \mu_1 \end{cases}$$

D'où en gardant les termes d'ordre 1 :

$$\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

B.6) La transformation thermodynamique de l'air est due à la surpression engendrée par l'onde : la pression varie donc à une vitesse égale à celle de l'onde. Cette vitesse est suffisamment grande pour pouvoir négliger les transferts thermiques d'où une évolution adiabatique

$$\text{B.7) Soit } K_s = \frac{1}{\mu} \left. \frac{\partial \mu}{\partial p} \right|_s, \text{ comme l'évolution est isentropique : } K_s = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial p}$$

$$\Leftrightarrow K_s = \frac{1}{\mu_0 + \mu_1} \frac{\mu_1}{p_1}$$

$$\text{or } \mu_0 \gg \mu_1 \text{ d'où } \underline{\mu_1 = \mu_0 K_s p_1}$$

$$\text{B.8) On a donc } \begin{cases} \frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \\ \mu_1 = \mu_0 K_s p_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_0 K_s \frac{\partial p_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \end{cases}$$

$$\text{Donc } \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial t} = \begin{cases} K_s \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \\ \text{et } \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \\ -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} \end{cases} \text{ d'où : } \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \mu_0 K_s \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \text{ où } c^2 = \frac{1}{\mu_0 K_s}$$

(B.9) Soit $pV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow p\mu^{-\gamma} = \text{cte}$

d'où $\frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\mu}{\mu} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$

d'où à entropie constante : $\frac{1}{p} = \gamma \cdot \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dp} \Big|_s$

comme $p \approx p_0 \Rightarrow \chi_s = \frac{1}{\gamma p_0}$

Donc $c^2 = \frac{1}{\chi_s \rho_0} = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = \gamma \frac{RT_0}{M_a} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M_a}}$

(B.10) Graphiquement on obtient, $c(\theta) = a\theta + b$ où $\begin{cases} a = 0,58 \text{ ms}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ b = 331 \text{ ms}^{-1} \end{cases}$

(B.11) On a $c(T) = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_a}} = \sqrt{\frac{\gamma R (T_{273} + dT)}{M_a}}$

$$= \sqrt{\frac{\gamma R T_{273}}{M_a}} \left(1 + \frac{dT}{T_{273}}\right)^{1/2}$$

$$= c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\theta}{T_{273}}\right) \text{ où } dT = \theta = \text{température en } ^\circ\text{C}.$$

$\Rightarrow c(T) = c_0 + \frac{c_0}{2T_{273}} \theta \Rightarrow \begin{cases} b = c_0 \\ a = \frac{c_0}{2T_{273}} \end{cases}$

Donc $c_0 = 331 \text{ ms}^{-1}$ et $\gamma = \frac{c_0^2 M_a}{R T_{273}} = 1,40$

(B.12) . de ligne 14 du script : on ajoute à une liste vide $e[i]$, N termes valant :

$$100 \cdot d_f \cdot \left[\frac{c(\theta_{ref})}{c(\theta_i)} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned} \cdot \quad Or \quad e &= d_m - d_r = [c(\theta_{ref}) - c(\theta)] \Delta t \\ &= c(\theta) \Delta t \left[\frac{c(\theta_{ref})}{c(\theta)} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow e = d_r \left[\frac{c(\theta_{ref})}{c(\theta)} - 1 \right]$$

On retrouve bien la même mesure avec $\theta_{ref} = 20^\circ C$

(B.13) . Le facteur 100 de la ligne 14 nous laisse penser que e est exprimé en cm.

La ligne 5 crée une liste de température telle que : $\begin{cases} \theta_1 = 0^\circ C, \theta_2 = 10^\circ C \\ \theta_3 = 20^\circ C, \theta_4 = 30^\circ C \end{cases}$

• $e(\theta_i) < 0$ car la vitesse réelle de l'onde est supérieure à la référence du robot d'où $d_m < d_r \Rightarrow e < 0$

(B.44) . Si $d_r = 1,5m$ alors d'après la figure 3 : $e(30^\circ) \approx -2,5cm$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_r = \left| \frac{e}{d_r} \right| = 1,7\%$$

• d'erreur relative est faible, il n'est donc pas pertinent de rajouter un capteur de température surtout qu'il possède lui aussi des incertitudes de mesure

(C.1) Il y a continuité de la pression : $p(0^-, t) = p(0^+, t)$

$$\Leftrightarrow p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t)$$

$$\text{Comme } w_i = w_r = w_t = w_0 \text{ on a : } \underline{p_{i0} + p_{r0} = p_{t0}}$$

C.2) De même $\vec{v}_1(0, t) = \vec{v}_2(0, t) \Rightarrow v_{io} + v_{ro} = v_{to}$ (R5)

C.3) D'après (R5) : $1 + \frac{v_{ro}}{v_{io}} = \frac{v_{to}}{v_{io}}$

$\Leftrightarrow 1 + r = t$.

D'après (R4) : $1 + \frac{p_{ro}}{p_{io}} = \frac{p_{to}}{p_{io}} \Leftrightarrow 1 - \frac{z_1 v_{ro}}{z_1 v_{io}} = \frac{z_2 v_{to}}{z_1 v_{io}}$

$\Leftrightarrow 1 - r = \frac{z_2}{z_1} t$

D'où : $1 - r = \frac{z_2}{z_1} (1 + r) \Leftrightarrow r \left(\frac{z_2}{z_1} + 1 \right) = 1 - \frac{z_2}{z_1}$

Donc $r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$ et $t = \frac{2z_1}{z_1 + z_2}$

C.4) Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface est égal à la puissance transférée par l'onde à travers la surface : $\Phi = \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot \vec{S}$
 $\Rightarrow [\Pi] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

• Ici le vecteur de Poynting traduit le déplacement de l'énergie acoustique.

C.5) On a $\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\| = \left| \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{p}_i^* \cdot \vec{v}_i) \right| = \frac{z_1}{2} v_{io}^2$

De même $\|\langle \vec{\Pi}_r \rangle\| = \frac{z_1}{2} v_{ro}^2$ et $\|\langle \vec{\Pi}_t \rangle\| = \frac{z_2}{2} v_{to}^2$

D'où : $R = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2$ et $T = \frac{z_2}{z_1} t^2 = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}$

C.6) D'où $R + T = 1$, ce qui traduit la conservation de l'énergie acoustique

(C.7). Le robot détecte moins bien les matériaux pour lesquels R est faible, c'est-à-dire ceux pour lesquels T est grand.

. On T est grand si $Z_1 \sim Z_2$ donc le polystyrène expansé sera mal détecté (isolant phonique) t.q : $\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{6,0 \cdot 10^3}{4,2 \cdot 10^{-2}} \sim 15$.

$$\text{D'où : } \begin{cases} R = \left(\frac{14}{15}\right)^2 \sim 0,75 \\ T = 0,25 \text{ ce que l'on vérifie assez bien sur le graphique.} \end{cases}$$

. Pour les autres matériaux $\frac{Z_2}{Z_1} > 1000 \Rightarrow R \sim 1$ donc, dans une maison les différents obstacles sont bien détectés.

(D.1) En utilisant les notations complexes de l'énoncé :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \text{ s'écrit : } -\omega^2 + c^2 k^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega = kc \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = k_0 c \\ \omega_r = k_r c \end{cases}$$

(D.2) Soit l'interface en $x_p = -Vt$ d'où : $U_1(x_p^-) = U_2(x_p^+) = 0$ car pas d'onde transmise
 $\Leftrightarrow U_{10} e^{i(\omega_0 t + k_0 Vt)} + U_{r0} e^{i(\omega_r t - k_r Vt)} = 0$

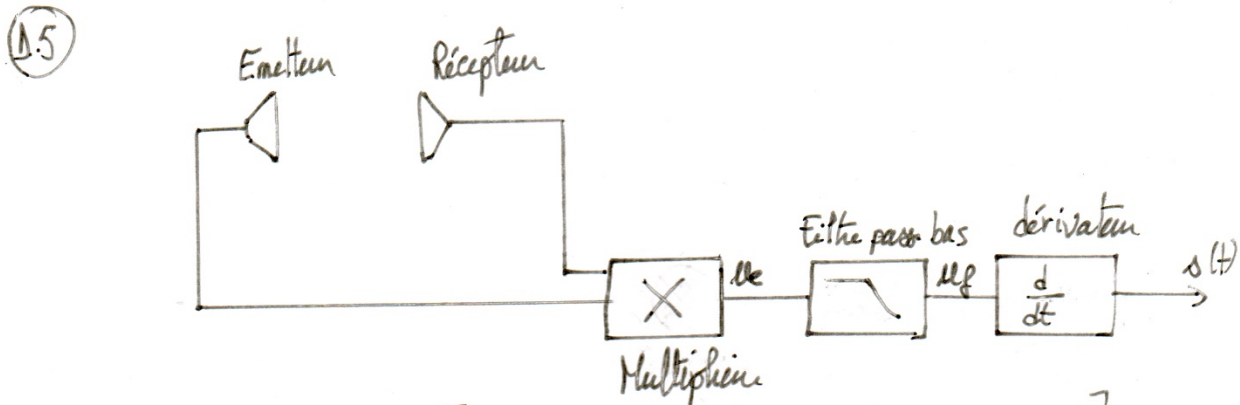
$$\text{Donc } \begin{cases} U_{r0} = -U_{10} \\ \omega_0 + k_0 V = \omega_r - k_r V \end{cases}$$

(D.3) A l'aide des relations précédentes : $\omega_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right) = \omega_r \left(1 - \frac{V}{c}\right)$

$$\text{d'où : } \omega_r = \omega_0 \cdot \frac{1 + V/c}{1 - V/c}$$

①.4) Avec le choix $\frac{V}{c} \ll 1$ donc on peut écrire : $\left(1 - \frac{V}{c}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{V}{c}$
 et $\left(1 + \frac{V}{c}\right)^2 \approx 1 + \frac{2V}{c}$.

D'où : $\omega_r = \omega_0 \cdot \left(1 + \frac{2V}{c}\right)$



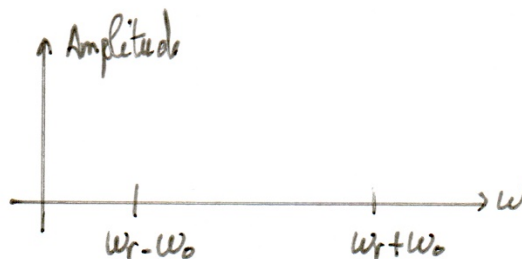
On a $Mc(t) = \frac{kV_0V_r}{2} \left[\cos((\omega_0 + \omega_r)t + \varphi) + \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi) \right]$

$\Rightarrow Mg = \frac{kV_0V_r}{2} \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi)$

Puis $s(t) = \underbrace{(\omega_r - \omega_0)}_{\frac{2V\omega_0}{c}} \frac{kV_0V_r}{2} \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi)$

Avec ce montage s est bien proportionnel à V

①.6) À la sortie du multiplieur : $Mc = \frac{kV_0V_r}{2} \left[\cos((\omega_0 + \omega_r)t + \varphi) + \cos((\omega_r - \omega_0)t + \varphi) \right]$



D.7. On a
$$\begin{cases} \omega_r - \omega_0 = 2V\omega_0/c \\ \omega_r + \omega_0 = 2\omega_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right) \approx 2\omega_0 \end{cases}$$

Dans la composante $\omega_r + \omega_0$, V est un terme mineur. De plus $\omega_r + \omega_0$ n'est pas proportionnel à V . Il faut donc conserver : $\omega_r - \omega_0$.

Il faut couper au mieux la pulsation $\omega_r + \omega_0$ d'où ω_c est t.q :

$$\omega_r - \omega_0 \lesssim \omega_c \ll \omega_r + \omega_0$$

$$\Leftrightarrow 1,5 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1} \lesssim \omega_c \ll 5 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \omega_c \in [1500 ; 5000 \text{ rad.s}^{-1}] \text{ par exemple}$$

D.8. On reconnaît :

$$\begin{cases} \text{Filtre n}^\circ 1 = \text{filtre passe bas d'ordre 1 t.q. } H = \frac{1}{1+jRC\omega} \\ \text{Filtre n}^\circ 2 \text{ — haut d'ordre 1 t.q. } H = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \\ \text{Filtre n}^\circ 3 : \text{filtre passe bande de Wien t.q. : } H = \frac{1/3}{1+j\left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{RC\omega}\right)} \end{cases}$$

Le filtre n°1 est t.q. $H_{BF} \rightarrow 1$ et $H_{HF} \rightarrow 0$, il réalise la fonction désirée

D.9. Pour le filtre 1 : $H = \frac{1}{1+jx}$ où $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ avec $\omega_c = 1/RC$

D.10. Il faut $|H(\omega_0 + \omega_r)| = \frac{1}{100} \Leftrightarrow |H(2\omega_0)| = \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} = \frac{1}{100}$

$$\Leftrightarrow 4x^2 \approx 10^4 \Leftrightarrow 4\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = 10^4 \Leftrightarrow \omega_c^2 = \frac{4\omega_0^2}{10^4}$$

$$\text{D'où } \omega_c = \frac{2}{100} \omega_0 = 5000 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow |H(\omega_r - \omega_0)| = 0,96$$

Le gain de 0,96 est proche de 1, on retrouvera bien le signal désiré en sortie du filtre.

Partie II - Lunette astronomique (Mines 97 - Toutes filières)

1) Fonction de l'image et grossissement

1.1) Un système centré est utilisé dans les conditions de Gauss si tous les rayons lumineux qui le traversent sont paraxiaux :

- rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique
- rayons proches de l'axe optique.

Dans les conditions de Gauss, les systèmes centrés (instrument d'optique) sont stigmatisques et aplanétiques.

1.2) Les lentilles sphériques et miroirs sphériques présentent dans l'approximation de Gauss les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme optiques. Cependant il est plus simple d'obtenir des foyers de courbure de bonne qualité avec les miroirs d'où leur plus grande utilisation dans les instruments d'optique de très grande qualité.

1.3) Relations de Descartes :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

$$\text{et } V = \frac{OA'}{OA} \quad (2)$$

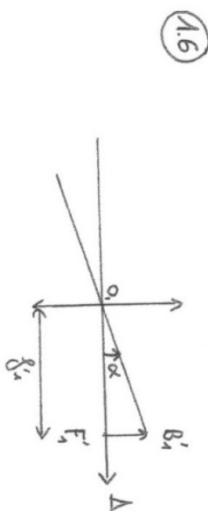
où A et A' sont deux points conjugués.

1.4) Si on place A_1 au foyer objet de L_2 alors l'image A_1' se trouve à l'infini. Or l'œil humain a la possibilité de faire la mise au point sur un objet se situant entre son point de vision nette et l'infini pour un œil normal et son point de vision maximum (à peu près 20 cm pour un œil normal).

Ainsi si A' est à l'infini l'œil humain devrait voir cette image de façon nette.

1.5) B_1B_1' est une image réelle inversée située dans le plan focal image de L_1 .

B_1B_1' pour le rôle d'objet réel dans le plan focal objet de L_2 .

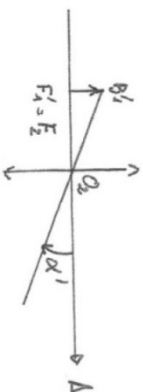


D'après le schéma on a : $\overline{F_1B_1'} = \tan \alpha \cdot \overline{O_1F_1'}$

$$\Rightarrow \overline{B_1B_1'} = 2f_1' \tan \alpha \approx 2f_1' \alpha \quad (3)$$

$$= \underline{\underline{8,40 \text{ mm}}}$$

1.7)



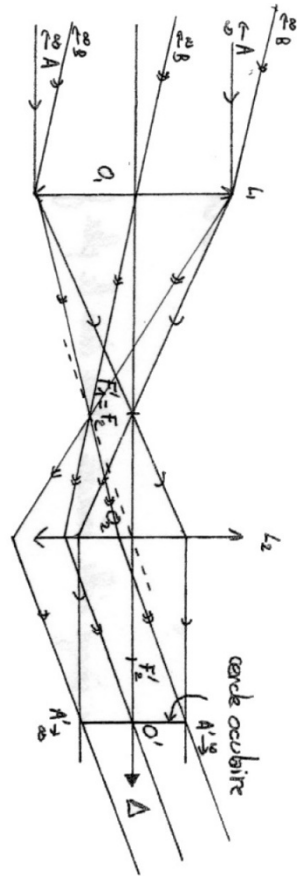
D'après le schéma on a : $\overline{F_2B_1} = \tan \alpha' \cdot (\overline{O_2F_2})$

$$\Rightarrow \overline{B_1B_1'} = -2f_2' \tan \alpha' \approx -2f_2' \alpha'$$

$$\text{D'où } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'} \quad (4) \Rightarrow \underline{\underline{G = -72}}$$

2) Concentration de l'énergie

(2.1)



(2.2) soit $\frac{1}{q_2} - \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_2}$ $\Leftrightarrow \overline{q_2 O'} = \frac{\overline{q_2 O} \cdot \overline{f_2}}{\overline{q_2 O} + \overline{f_2}} = -\frac{(\overline{f_2} + \overline{f_1}) \overline{f_2}}{-\overline{f_1}}$

$\Leftrightarrow \overline{q_2 O'} = (\overline{f_2} + \overline{f_1}) \frac{\overline{f_2}}{\overline{f_1}} = 12,4 \text{ mm}$

soit $\gamma = \frac{\overline{q_2 O'}}{\overline{q_2 O}} = \frac{(\overline{f_2} + \overline{f_1}) \overline{f_2} \overline{f_1}}{-(\overline{f_2} + \overline{f_1})}$

$\Leftrightarrow \gamma = -\overline{f_2} / \overline{f_1}$

$\Leftrightarrow \boxed{\gamma = \frac{1}{G}} = -1,33 \cdot 10^{-2}$

(2.3) On considérant qu'il y a concentration de l'énergie lumineuse on peut dire que l'on a :

Esortant = Esortant

$\Leftrightarrow P_{\text{sortant}} \times S_{\text{obj}} = P_{\text{sortant}} \times S_{\text{c.o.}}$

$\Leftrightarrow r = \frac{P_{\text{c.o.}}}{P_{\text{obj}}} = \frac{S_{\text{obj}}}{S_{\text{c.o.}}}$

$\Leftrightarrow r = \left(\frac{D_{\text{obj}}}{D_{\text{c.o.}}} \right)^2 \Leftrightarrow \boxed{r = G^2} = 5,2 \cdot 10^3$

On effectue ainsi une concentration de l'énergie lumineuse en un point. On pourrait ainsi par exemple mettre le feu par ce procédé ou en focalisant l'énergie avec une simple loupe (loupes) sur la matière à incriminer.

3) Réduction de l'image relative

(3.1) Pour avoir une image réelle sur l'écran il faut que l'objet soit situé avant F_2 par conséquent il faut décaler le tube oculaire pour avoir une image nette.

(3.2) soit $\frac{1}{q_2 A'} - \frac{1}{q_1 A} = \frac{1}{f_2}$

$\Leftrightarrow \overline{q_2 A'} = \frac{\overline{q_2 A} \cdot \overline{f_2}}{\overline{f_2} - \overline{q_2 A}} = -130 \text{ cm}$

soit $\overline{f_2 A_1} = \overline{f_2} \overline{q_2} + \overline{q_2 A_1}$

$\Leftrightarrow \boxed{\overline{f_2 A_1} = \overline{f_2} + \overline{q_2 A_1}} = -0,054 \text{ cm} = -0,54 \text{ mm}$

(3.3) soit $\gamma' = \frac{\overline{q_2 A'}}{\overline{q_2 A}} = \frac{\overline{f_2} \cdot \overline{q_2 A'}}{\overline{q_2 A} \cdot \overline{f_2}} = -23 = \gamma$

$\Rightarrow \boxed{\phi'_{\text{sortie}} = \overline{q_2 A'} \cdot |\gamma'|} = 194 \text{ mm}$

(3.4) On $\phi_{\text{oculaire}} = \phi_{\text{oculaire}} \cdot \frac{\phi_{\text{oculaire}}}{\phi_{\text{oculaire}}} = 43,3 \cdot 10^3 \text{ km}$