

Physique : DS11 – Savoir Faire

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, **la qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Les schémas (donnés ou non) devront être (re)tracés sur vos copies avec soin. Les schémas auront des points attribués pour chaque question. Il faut savoir être **rapide, précis et propre**.

I) Coefficients R et T (/6)

Retrouver les différents coefficients de réflexion et de transmission pour une onde électromagnétique $\underline{r}_E, \underline{t}_E, R$ et T .

On admettra les relations de passage : $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont continus.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \vec{E}_i(0^-, t) + \vec{E}_r(0^-, t) = \vec{E}_t(0^+, t) \\ \vec{B}_i(0^-, t) + \vec{B}_r(0^-, t) = \vec{B}_t(0^+, t) \end{cases} \\ \text{avec } \vec{E} : & \begin{cases} \vec{E}_i = \underline{E}_{oi} e^{i(\omega t - \underline{k}_1 z)} \underline{u}_x \\ \vec{E}_r = \underline{E}_{or} e^{i(\omega t + \underline{k}_1 z)} \underline{u}_x \\ \vec{E}_t = \underline{E}_{ot} e^{i(\omega t - \underline{k}_2 z)} \underline{u}_x \end{cases} \text{ et } \vec{B} : \begin{cases} \vec{B}_i = \frac{\underline{k}_1 \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{n_1 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_i}{c} = \frac{n_1 \underline{E}_{oi}}{c} e^{i(\omega t - \underline{k}_1 z)} \underline{u}_y \\ \vec{B}_r = -\frac{\underline{k}_1 \wedge \vec{E}_r}{\omega} = -\frac{n_1 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_r}{c} = -\frac{n_1 \underline{E}_{or}}{c} e^{i(\omega t + \underline{k}_1 z)} \underline{u}_y \\ \vec{B}_t = \frac{\underline{k}_2 \wedge \vec{E}_t}{\omega} = \frac{n_2 \underline{u}_z \wedge \vec{E}_t}{c} = \frac{n_2 \underline{E}_{ot}}{c} e^{i(\omega t - \underline{k}_2 z)} \underline{u}_y \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \underline{E}_{oi} + \underline{E}_{or} = \underline{E}_{ot} \\ n_1(\underline{E}_{oi} - \underline{E}_{or}) = n_2 \underline{E}_{ot} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_E = \frac{\underline{E}_{or}}{\underline{E}_{oi}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ t_E = \frac{\underline{E}_{ot}}{\underline{E}_{oi}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \end{cases} \\ \text{Or : } & \begin{cases} \underline{B}_{oi} = \frac{n_1}{c} \underline{E}_{oi} \\ \underline{B}_{or} = -\frac{n_1}{c} \underline{E}_{or} \\ \underline{B}_{ot} = \frac{n_2}{c} \underline{E}_{ot} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_B = -r_E = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \\ t_B = \frac{n_2}{n_1} r_E = \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \end{cases} \end{aligned}$$

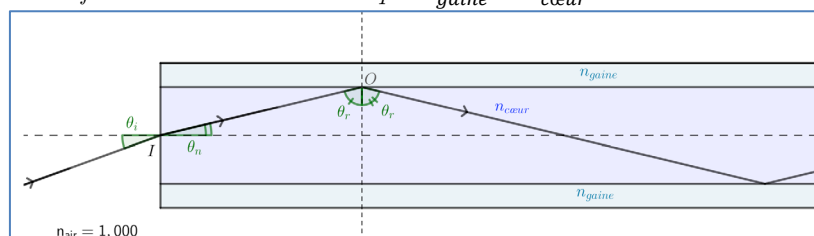
La notation complexe utilisée, peut poser problème dans le calcul de R et T dans le cas où les indices sont complexes.

En effet on définit :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} R = \left| \frac{\langle \Pi_r \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| \\ T = \left| \frac{\langle \Pi_t \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| \end{cases} \\ \text{Or : } \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2\mu_0} R_e(E \cdot B^*) \Rightarrow & \begin{cases} \langle \Pi_i \rangle = \frac{|\underline{E}_{oi}|^2}{2\mu_0 c} R_e(n_1^*) \\ \langle \Pi_r \rangle = \frac{|\underline{E}_{or}|^2}{2\mu_0 c} R_e(-n_1^*) \\ \langle \Pi_t \rangle = \frac{|\underline{E}_{ot}|^2}{2\mu_0 c} R_e(n_2^*) \end{cases} \text{ Donc : } \begin{cases} R = \left| \frac{\langle \Pi_r \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| = |r_E|^2 \\ T = \left| \frac{\langle \Pi_t \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| = \frac{R_e(n_2^*)}{R_e(n_1^*)} |t_E|^2 \end{cases} \end{aligned}$$

II) Fibre optique (/6)

Dans le cas d'une fibre optique, calculer l'angle définissant le cône d'acceptance puis la valeur de la dispersion intermodale. On considère une fibre à saut d'indice telle que $n_{\text{gaine}} < n_{\text{cœur}}$.



Pour que le signal soit correctement guidé, il ne faut pas qu'il y ait de réfraction dans la gaine. En effet le signal transmis ne serait plus guidé et serait donc perdu. Vu les indices, il peut y avoir réfraction en O ainsi on cherche à avoir :

$$\theta_r \geq \theta_{r,lim} \Leftrightarrow \sin(\theta_r) \geq n_{gaine}/n_{cœur}$$

Et en entrée :

$$\begin{aligned}\sin(\theta_i) &= n_{cœur} \sin(\theta_n) \\ \Rightarrow \sin(\theta_i) &= n_{cœur} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) \\ \Rightarrow \sin(\theta_i) &= n_{cœur} \cos(\theta_r)\end{aligned}$$

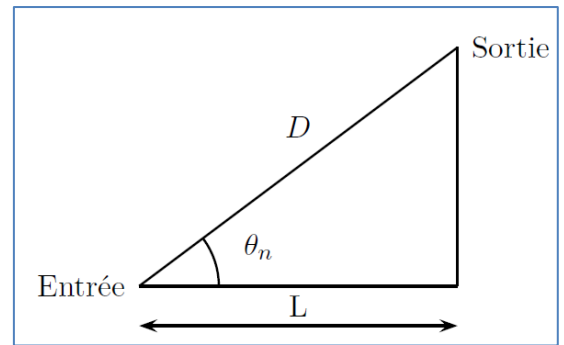
Or :

$$\begin{aligned}\sin^2(\theta_r) + \cos^2(\theta_r) &= 1 \\ \Rightarrow \sin(\theta_i) &\leq n_{cœur} \sqrt{1 - \left(\frac{n_{gaine}}{n_{cœur}}\right)^2} \\ \Rightarrow \sin(\theta_i) &\leq \sqrt{n_{cœur}^2 - n_{gaine}^2} = \sin(\theta_i)_{max}\end{aligned}$$

$\sqrt{n_{cœur}^2 - n_{gaine}^2}$ est appelée l'ouverture numérique.

Pour pouvoir transmettre un signal, il est nécessaire que les différentes informations soient distinguables, en particulier que deux impulsions successives soient telles que la première finit d'arriver avant que la seconde commence à arriver. Toutefois, en fonction de l'angle θ_n , la distance parcourue et donc le temps de parcours varie. Une impulsion va donc s'élargir (temporellement) au fur et à mesure de la propagation le long de la fibre. On appelle dispersion intermodale la grandeur :

$$\begin{aligned}\Delta t &= t_{max} - t_{min} \\ \text{où } \begin{cases} t_{max} = \frac{D}{v} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}} \cos(\theta_n)} = \frac{Ln_{cœur}}{c} \times \frac{1}{\frac{n_{gaine}}{n_{cœur}}} \\ \text{car } \cos(\theta_n) = \sin(\theta_r) \\ t_{min} = \frac{L}{v} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}}} = \frac{Ln_{cœur}}{c} \end{cases} \\ \Rightarrow \Delta t &= t_{max} - t_{min} \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{Ln_{cœur}}{c} \left(\frac{n_{cœur}}{n_{gaine}} - 1 \right) \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{L n_{cœur}}{c n_{gaine}} (n_{cœur} - n_{gaine}) : \text{la dispersion intermodale}\end{aligned}$$



III) N ondes (/5)

Retrouver l'expression de l'intensité lors de la superposition de N ondes cohérentes de même amplitude. Représenter graphiquement $I(M)$.

Nous supposons que :

- Les N ondes qui viennent interférer en M sont émises par N sources $S_1, S_2, \dots, S_p, \dots, S_N$.
- La différence de phase en M des ondes émises par les sources S_{p+1} et S_p est une constante : $\varphi_{p+1}(M) - \varphi_p(M) = \varphi$
- Les N ondes ont la même amplitude au point M.

Dans ces conditions, la vibration lumineuse rayonnée par la source S_p (et S_{p+1}) s'écrit au point M ainsi :

$$\begin{cases} \underline{s}_p(M, t) = s_0 e^{i(\omega t - \varphi_p(M))} \\ \underline{s}_{p+1}(M, t) = s_0 e^{i(\omega t - \varphi_{p+1}(M))} = \underline{s}_p(M, t) e^{-i\varphi} \end{cases}$$

On en déduit que :

$$\begin{cases} \underline{s}_2(M, t) = \underline{s}_1(M, t) e^{-i\varphi} \\ \underline{s}_p(M, t) = \underline{s}_1(M, t) e^{-i(p-1)\varphi} \end{cases}$$

Donc :

$$\underline{s}(M, t) = \sum_{p=1}^N \underline{s}_1(M, t) e^{-i(p-1)\varphi}$$

Il s'agit d'une progression géométrique d'où :

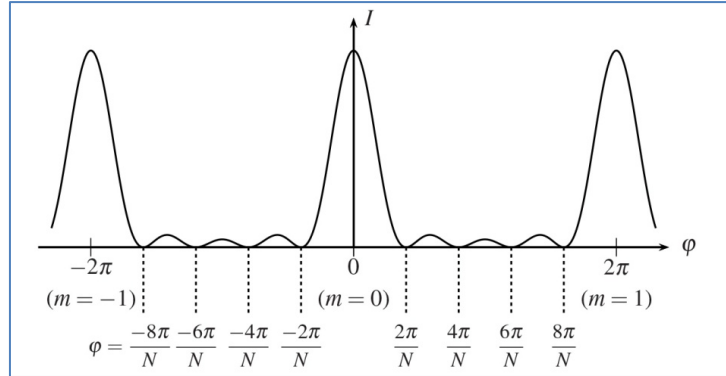
$$\underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) \frac{1 - e^{-iN\varphi}}{1 - e^{-i\varphi}} \Leftrightarrow \underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) \frac{e^{-\frac{iN\varphi}{2}} e^{\frac{iN\varphi}{2}} - e^{-\frac{iN\varphi}{2}}}{e^{-i\varphi/2} e^{i\varphi/2} - e^{-i\varphi/2}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) e^{-\frac{i(N-1)\varphi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Par conséquent l'intensité lumineuse peut s'écrire : $I(M, t) = \frac{1}{2} \text{Re}(\underline{s} \underline{s}^*)$

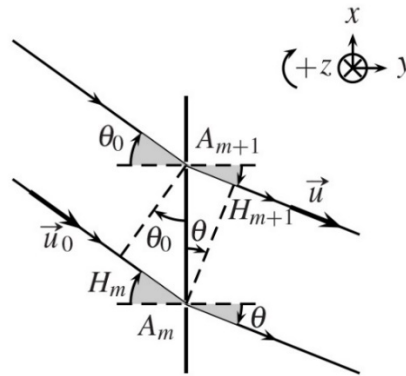
$$I(M, t) = I_1 \left(\frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^2 \text{ avec } I_{\max} = N^2 I_1 \text{ d'où } \frac{I(M, t)}{I_{\max}} = \left(\frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^2$$

Dont le tracé est donné ci-dessous :



IV) Relation des réseaux (/3)

- a) Exprimer la différence de marche entre deux rayons successifs dans le cas d'un réseau par réflexion puis par transmission. Donnez, dans le cas du réseau par réflexion, la relation des réseaux.



Le plan orthogonal aux rayons incidents sur le plan des trous d'Young et contenant les points H_m et A_{m+1} est un plan d'onde relativement à la source S.

Le plan orthogonal aux rayons émergents et qui contient les points H_{m+1} et A_m est un plan d'onde relativement à une source fictive qui serait placée en M.

D'où la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (H_{m+1}A_{m+1}) - (H_mA_m) \\ \Leftrightarrow \delta(M) &= na \sin(\theta_p) - na \sin(\theta_0) \end{aligned}$$

Pour un réseau par réflexion les deux angles sont de sens opposé d'où :

$$\delta(M) = na \sin(\theta_p) + na \sin(\theta_0)$$

L'éclairement est maximal si on vérifie :

$$\sin(\theta_p) - \sin(\theta_0) = p \frac{\lambda_0}{na} \text{ où } p \text{ entier (relation des réseaux)}$$