TPDS 3 – Mesure d'impédance

Le but de ce TP est de mesurer la partie réelle et imaginaire de l'impédance d'un dipôle linéaire par détection synchrone entre le courant traversant le dipôle et la tension à ses bornes pour différentes fréquences ω afin d'obtenir le comportement fréquentiel de ce dipôle.

Matériel à disposition :
- 1 Oscilloscope Agilent + 1 GBF arbitraire
- 1 multimètre Fluke.
- 1 alim +15/-15V
- 2 multiplieurs AD633 montés sur plaquette
- 1 plaque P60 + Composants sur support (TL081,..).
- 2 boîte à décade de capacités (1 pour le déphaseur, 1 pour le filtre)
- 2 boîtes à décade de résistance (1 pour R_0, 1 pour le filtre)
- Les notices des différents appareils de mesure.

I – Mesure de $R(\omega)$

a) Bloc 1 : Convertisseur tension-courant

On utilise pour commencer un convertisseur tension/courant afin d'obtenir les images de la tension U(t) et du courant i(t). La tension d'entrée e(t) est sinusoïdale : $e(t) = E\cos(\omega t)$

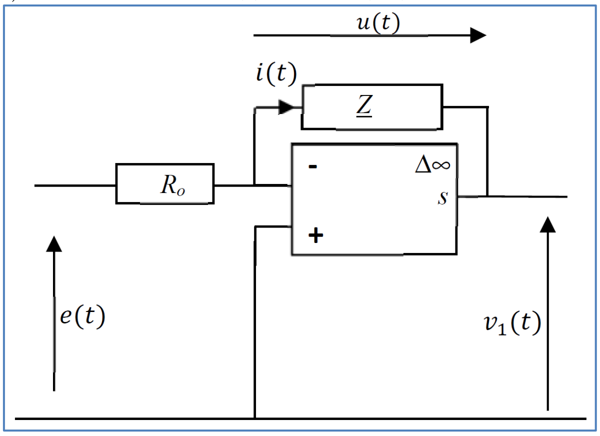


Fig 1. Convertisseur tension/courant

Q1) On note $\underline{Z} = R + jX = Ze^{j\phi}$. *Démontrez alors que* $v_1(t)$ *peut s'écrire :*

$$v_1(t) = -\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{R_0} \times E\cos(\omega t + \phi)$$

On reconnait un montage inverseur tel que :

$$\frac{\underline{v_1}}{\underline{e}} = -\frac{\underline{Z}}{R_0} \Rightarrow \underline{v_1} = -\frac{Ze^{j\phi}}{R_0}Ee^{j\omega t} = -\frac{Z}{R_0}Ee^{j(\omega t+\phi)}$$

$$\Rightarrow v_1(t) = -\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{R_0} \times E\cos(\omega t + \phi)$$

b) Principe de la détection synchrone

Dans un premier temps on désire récupérer la valeur de la partie réelle de l'impédance en fonction de la fréquence. Pour cela on réalise le montage suivant où les « X » est un multiplieur tel que : $k = 0{,}100 \pm 0{,}001\ V^{-1}$

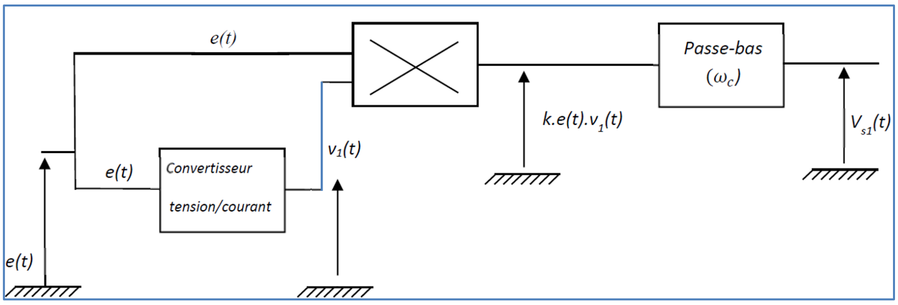


Fig 2. Mesure de $R(\omega)$

Q2) Démontrer que la sortie V_{s1} dans le cas où la condition $\omega_c \ll 2\omega$ est vérifiée, peut s'écrire :

$$V_{s1} = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2\cos(\phi) = -\frac{kE^2}{2R_0}R$$

Avant le multiplieur sachant que : $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b))$

$$ke(t)v_1(t) = -\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{R_0}\times E\cos(\omega t+\phi)\times E\cos(\omega t) = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2(\cos(2\omega t+\phi)+\cos(\phi))$$

Le passe-bas coupe la fréquence 2ω d'où :

$$V_{s1} = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2\cos(\phi)\ \ avec\ \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2+X^2}}$$

$$\Rightarrow V_{s1} = -\frac{kE^2}{2R_0}R$$

c) Mesures

On commencera par un signal sinusoïdal de fréquence 500Hz.

Q3) Choisir une valeur de ω_c pour le bon fonctionnement du montage. Préciser les valeurs de R_0 ,et les valeurs de R', C' choisies pour le filtre passe-bas.

- Pour R_0 il ne faut pas le choisir trop important sinon v_{s1} sera trop faible. Des valeurs classique type 100 Ω ou 1kΩ semblent adapter. On pourra même monter R_0 à haute fréquence quand on mesure X.
- Il faut choisir la fréquence de coupure en dessous de 500Hz. On peut choisir 10Hz (car en dessous on risque de couper le continu et avoir une valeur moyenne faussée)

$$\omega_c = \frac{1}{R'C'} \Rightarrow R'C' = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi f_c} = 0{,}016\ s$$

Si on prend $C' = 100nF$ alors $R' = 159\ k\Omega$

On remarquera que les valeurs choisies fonctionneront aussi pour les autres fréquences du tableau.

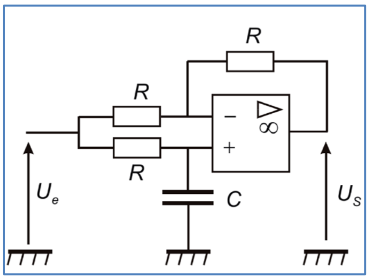
Q4) Réaliser le montage et observer la tension V_{s1}. En déduire $R(\omega)$ à cette fréquence avec son incertitude. Effectuer des mesures à d'autres fréquences, puis remplir le tableau suivant

$f(Hz)$	100	500	1000	2000	5000	10000	50000	100000	500000
$R(\Omega)$	35,0	41,4	48,9	94,5	184	692	5261	40050	-
$u_R(\Omega)$	2,5	2,9	3,5	6,7	13	49	370	2800	-

On remarque que $R(f)$ augmente avec la fréquence. Ceci est dû à l'effet de peau ou à haute fréquence la conduction n'a plus lieu sur toute la section mais seulement sur une partie ($R = \frac{l}{\gamma S}$ avec S qui diminue)

II – Bloc 2 : Déphaseur -90°

On considère le montage suivant nommé déphaseur :



Q5) Démontrer que la fonction de transfert peut s'écrire : $\underline{H} = \frac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}$

On applique la LNTP en entrée inverseuse et non inverseuse d'où :

$$\begin{cases} V_+ = \dfrac{V_e/R}{\dfrac{1}{R}+jC\omega} = \dfrac{V_e}{1+jRC\omega} \\ V_- = \dfrac{\dfrac{V_s}{R}+\dfrac{V_e}{R}}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}} = \dfrac{V_s+V_e}{2} \end{cases} \quad or\ V_+ = V_- \Rightarrow (V_s+V_e)(1+jRC\omega) = 2V_e$$

$$\Rightarrow V_s(1+jRC\omega) = V_e(1-jRC\omega)$$

$$\Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

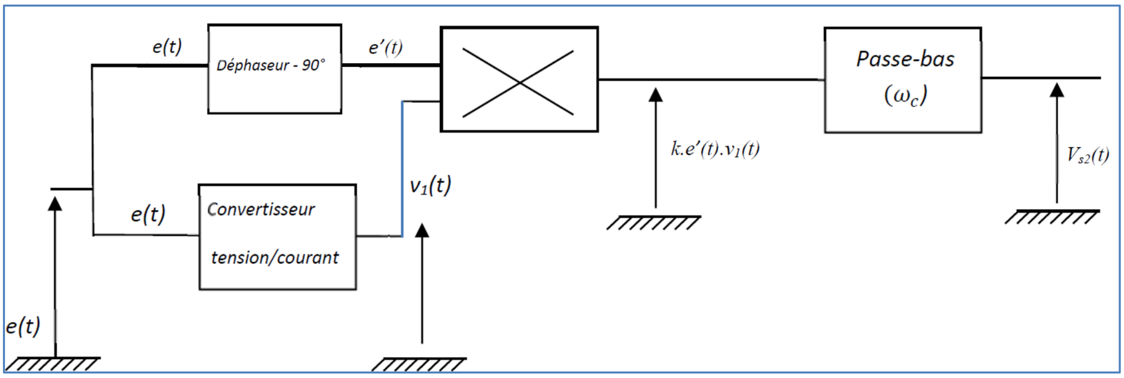
Q6) En déduire que pour $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ *le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée est de* $-\frac{\pi}{2}$.

$$Si\ \omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}\ alors : \underline{H} = \frac{1-j}{1+j} = \frac{e^{-\frac{j\pi}{4}}}{e^{+\frac{j\pi}{4}}} = e^{-\frac{j\pi}{2}}$$

III – Mesure de $X(\omega)$

a) Montage

On va utiliser le bloc précédent afin d'obtenir par détection synchrone la valeur de la partie imaginaire de l'impédance. On cherche à réaliser le montage suivant.



Q7) On considère que la condition $\omega_c \ll 2\omega$ *est satisfaite montrer alors que :*

$$V_{s2} = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2\sin(\phi) = -\frac{kE^2}{2R_0}X$$

Avant le multiplieur sachant que : $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b))$

$$ke'(t)v_1(t) = -\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{R_0} \times E\cos\left(\omega t+\phi-\frac{\pi}{2}\right) \times E\cos(\omega t) = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2\left(\cos\left(2\omega t+\phi-\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\phi-\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

Le passe-bas coupe la fréquence 2ω d'où :

$$V_{s1} = -k\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{2R_0}E^2\sin(\phi)\ avec\ \sin\phi = \frac{X}{Z} = \frac{X}{\sqrt{R^2+X^2}}$$

$$\Rightarrow V_{s1} = -\frac{kE^2}{2R_0}X$$

b) Mesures

On commencera par un signal sinusoïdal de fréquence 500Hz.

Q8) Choisir les valeurs de ω_0 *et* ω_c *pour le bon fonctionnement du montage.*

- On garde le même ω_c que l'expérience précédente.
- Par contre ω_0 doit être ajustée à chaque mesure :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}\ avec\ R = 1k\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{R\omega_0} = \frac{1}{2\pi Rf_0}$$

D'où le tableau des valeurs :

$f(Hz)$	100	500	1000	2000	5000	10000	50000	100000	500000
$C(nF)$	1591	320	159	79,6	32,0	15,9	3,20	1,59	0,32

Q9) Réaliser le montage et observer la tension continue V_{s2}. En déduire $X(\omega)$ à cette fréquence avec son incertitude. Effectuer des mesures à d'autres fréquences, puis remplir le tableau suivant. Conclure.

$f(Hz)$	100	500	1000	2000	5000	10000	50000	100000	500000
$X(\Omega)$	60,9	189	598	1046	1831	5612	17366	53744	-
$u_X(\Omega)$	4,5	14	46	80	141	432	1336	4134	-

À l'inverse de R on remarque que le rapport $\frac{X}{\omega} = L$ est quasi constant (il baisse très légèrement)

Au cours de ce TP on a pu voir que la résistance d'une impédance que l'on considère souvent constante augmente fortement avec la fréquence à cause de l'effet de peau.

NB :

- Pour les calculs des incertitudes j'ai supposé que l'incertitude de mesure sur V_s était principale ainsi :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V_{s1}}{V_{s1}} \ et \ \frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta V_{s2}}{V_{s2}}$$