Physique : DS5

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, **la qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Partie I - Mégagaf

*Dans cette épreuve, après une démonstration de Mégagaf (Vincent Lagaffe), un des candidats doit s'élever, à l'aide d'un flyboard, à environ cinq mètres de la surface de l'eau afin d'attraper la clé suspendue dans les airs (**figure 1**).*

Figure 1 - Mégagaf et son flyboard

I.1 - Présentation du système

Un flyboard est une plateforme sur laquelle les pieds d'un individu sont fixés et qui est composée :

- d'un tuyau de section S_e amenant jusqu'au flyboard de l'eau pompée par un jetski situé plus loin à la surface de l'eau ;
- de deux tuyères de section S_s évacuant l'eau à grande vitesse vers le bas dans l'air extérieur à la pression uniforme P_0 (indépendante de z).

Dans toute la suite, on adopte les notations et la géométrie simplifiée de la **figure 2** sur laquelle le tuyau central, beaucoup plus long si on respecte l'échelle, a été tronqué par aspect pratique, mais il fait partie du système.

On ne s'intéresse pas au système de pompage (jetski) et on suppose que l'eau est propulsée depuis la surface de l'eau (z = 0) à la vitesse $\overrightarrow{v_e}$ et à la pression P_e.

L'eau est considérée comme un fluide parfait homogène incompressible de masse volumique μ.

On note :

- M_{eau} la masse d'eau contenue dans le dispositif flyboard (ensemble des tuyaux) ;
- $M = M_c + M_{fly}$ la masse de l'ensemble {candidat + flyboard (sans l'eau qu'il contient)} ;
- $v_e = \|\overrightarrow{v_e}\|$ la vitesse de l'eau à l'entrée du flyboard ;
- $v_s = \|\overrightarrow{v_s}\|$ la vitesse de l'eau à la sortie du flyboard.

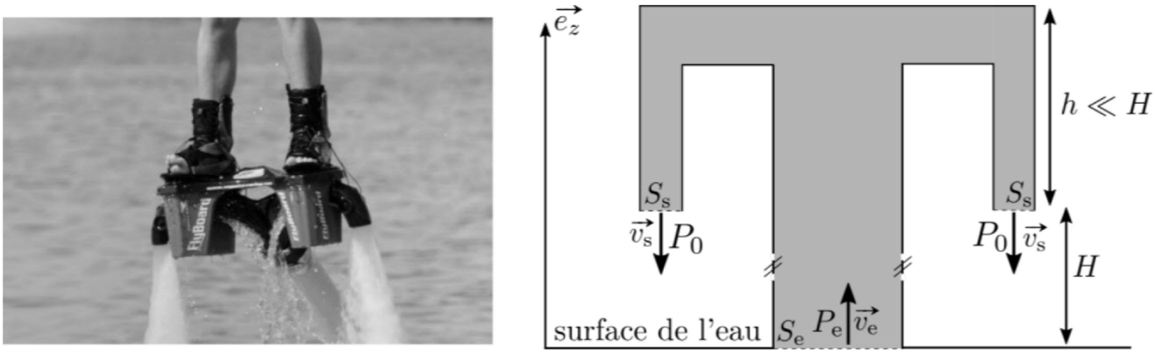


Figure 2 - Schématisation du flyboard

I.2 - Vitesse d'expulsion nécessaire à l'équilibre

Q1. Peut-on appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au système {candidat + flyboard + eau qu'il contient} ? Justifier.

On désire effectuer un bilan de quantité de mouvement pour le système Σ^* = {eau contenue dans le flyboard}, grisé et délimité par les pointillés dans la **figure 2**. Pour ce faire, on se place en régime stationnaire et on suppose le candidat en équilibre à l'altitude H = 5 m.

Q2. Que signifie concrètement, pour les grandeurs v_e, v_s, S_e et S_s, le fait de se placer en régime stationnaire ?

Q3. Définir le système fermé Σ correspondant au système ouvert Σ^* en précisant sa composition à l'instant *t* et à l'instant *t* + d*t*.

Q4. Rappeler la définition générale du débit volumique D_v et justifier qu'il se conserve ici le long de l'écoulement. En déduire deux expressions de D_v en fonction de v_e, v_s, S_e et de S_s.

Q5. Effectuer le bilan de quantité de mouvement en projection sur $\vec{e_z}$. En notant $F\,\vec{e_z}$ la force exercée par l'eau sur les parois intérieures du flyboard, montrer que :

$$F = P_\mathrm{e}S_\mathrm{e} + 2P_0S_\mathrm{s} - M_\mathrm{eau}g + \mu D_v^2\alpha$$

où α est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de S_e et de S_s.

Q6. Après avoir vérifié toutes les hypothèses nécessaires, appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points à préciser afin d'exprimer P_e en fonction de P_0, μ, g, H, D_v, S_e et de S_s.

Q7. Déduire des trois questions précédentes que :

$$F = P_0(2S_\mathrm{s} + S_\mathrm{e}) - M_\mathrm{eau}g + \mu g H S_e + \mu D_\mathrm{v}^2\beta$$

où β est à expliciter en fonction de S_e et de S_s.

La masse d'eau contenue dans le flyboard se décompose en deux parties :

- première partie : la masse d'eau contenue dans le tube d'alimentation de hauteur H et de section S_e ;
- deuxième partie : la masse d'eau contenue dans les tuyaux de la plateforme, à une distance h sous les pieds du candidat.

Puisque l'on s'intéresse à un vol stationnaire à une altitude de cinq mètres, on a $H \gg h$ et on néglige donc la masse d'eau contenue dans cette deuxième partie.

Q8. Donner l'expression de M_eau en fonction de H. En déduire une expression simplifiée de F.

Q9. Appliquer le PFD, toujours en projection sur $\overrightarrow{e_z}$, au système {candidat + flyboard à vide (sans l'eau qu'il contient)} considéré comme étant à l'équilibre à l'altitude H dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Montrer que le débit volumique $D_{\text{v,eq}}$ permettant cet équilibre s'écrit :

$$D_{v,\text{eq}} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}.$$

Q10. L'application numérique donne $D_{v,\text{eq}}$ = 6,0·10^{-2} m^3·s^{-1}. En déduire les valeurs numériques de v_e et de v_s à 0,1m·s^{-1} près, avec S_e = 80 cm^2 et S_s = 25 cm^2.

Partie II - Aéronef

PROBLÈME

De la physique de l'aéronef

Ce problème aborde certains aspects de la physique appliqués à un avion dans trois parties indépendantes. Dans la **partie I**, on s'intéresse à la mécanique du vol avec trois sous-parties indépendantes. Après avoir précisé des généralités dans la **sous-partie I.1**, on étudie la trajectoire d'un avion dans la **sous-partie I.2** puis le décollage d'un avion dans la **sous-partie I.3**. La **partie II** aborde des problématiques d'instrumentation et est constituée de deux sous-parties indépendantes avec des études théoriques du tube de Pitot (**sous-partie II.1**) et de la mesure du givre (**sous-partie II.2**). Enfin, la **partie III** traite de la propulsion. On calcule d'abord la force de propulsion (**sous-partie III.1**), puis on aborde l'étude du cycle thermodynamique de Brayton pour un turboréacteur simple flux (**sous-partie III.2**), et on termine par le fonctionnement de la tuyère (**sous-partie III.3**).

Les effets de la gravité sur l'air seront négligés dans l'ensemble du problème.

Partie I - Mécanique du vol

La **figure 1** représente un schéma simplifié des principales caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion. L'extrados est la surface supérieure du profil et l'intrados est la surface inférieure du profil. La distance L entre le bord d'attaque et le bord de fuite est appelée corde du profil.

On travaille dans le référentiel de l'aile. Dans ce référentiel, loin de l'aile, la vitesse de l'air est notée $\overrightarrow{v_\infty}$. L'angle entre la corde et $\overrightarrow{v_\infty}$ est l'angle d'incidence i. La vitesse de l'avion par rapport à l'air est notée $\overrightarrow{V_a}$ avec $V_a = \left\|\overrightarrow{V_a}\right\| = \left\|\overrightarrow{v_\infty}\right\| = v_\infty$.

Dans cette partie, la vitesse de l'avion sera suffisamment faible devant la célérité du son dans l'air pour considérer l'air en écoulement incompressible.

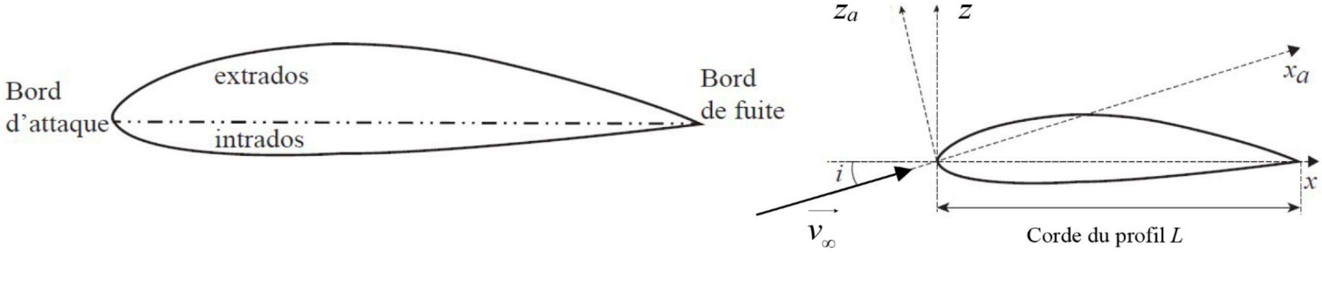


Figure 1 - Caractéristiques géométriques du profil d'une aile d'avion

I.1 - Généralités

Q1. Définir la notion de ligne de courant associée aux particules de fluide. Est-ce une description de nature eulérienne ou lagrangienne ?

Q2. Dans la **figure 2** sont représentées les lignes de courant pour un profil donné. En analysant ces lignes de courant, expliquer pourquoi l'écoulement stationnaire de l'air, supposé parfait, homogène et incompressible, génère une force de portance de l'avion.

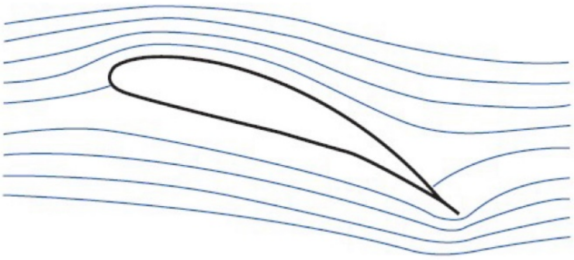


Figure 2 - Lignes de courant autour du profil d'une aile d'avion

Q3. En pratique, pour étudier la répartition de pression P le long de l'intrados et de l'extrados, on définit une pression adimensionnée appelée coefficient de pression :

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\cdot \rho_\infty \cdot {v_\infty}^2},$$

où P_∞, ρ_∞ et v_∞ sont respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse de l'écoulement incident loin de l'aile. On représente C_P pour l'intrados et l'extrados en fonction de x/L la position par rapport à la corde (**figure 3**). Justifier à quelle courbe, C_{P1} ou C_{P2}, on associe l'intrados et l'extrados.

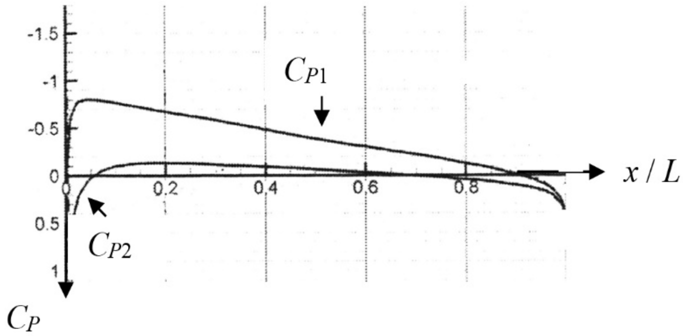


Figure 3 - Coefficient de pression sur l'intrados et l'extrados

Q4. Pourquoi observe-t-on toujours $C_P \leq 1$?

Par intégration de la différence des coefficients de pression entre intrados et extrados sur toute la corde du profil, on obtient le coefficient de portance, adimensionné,

$$C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \cdot S_{réf} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty{}^2},$$

avec $S_{réf}$ la surface de l'aile et F_z, la force de portance exercée sur l'aile. Cette force de portance est perpendiculaire à l'écoulement (**figure 4**). Par ailleurs, la répartition de pression le long de l'intrados et de l'extrados ne se traduit pas uniquement par la force de portance F_z qui est perpendiculaire à l'écoulement, mais également par la présence d'une force de traînée $F_x = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot S_{réf} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty{}^2$, parallèle à l'écoulement et qui s'oppose au déplacement (**figure 4**). C_x est le coefficient de traînée.

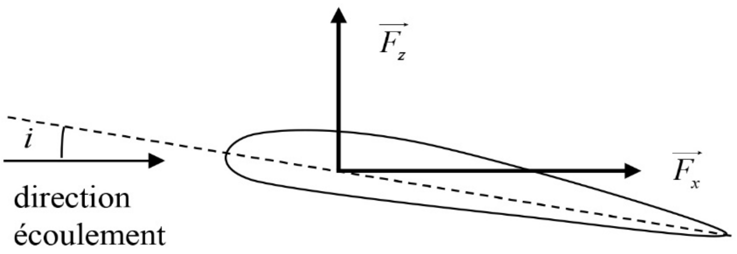


Figure 4 - Décomposition des efforts aérodynamiques : portance et traînée

Q5. Vérifier que le coefficient de portance C_z est adimensionné.

L'influence de l'angle d'incidence i sur le coefficient de pression C_P est représentée en **figure 5**.

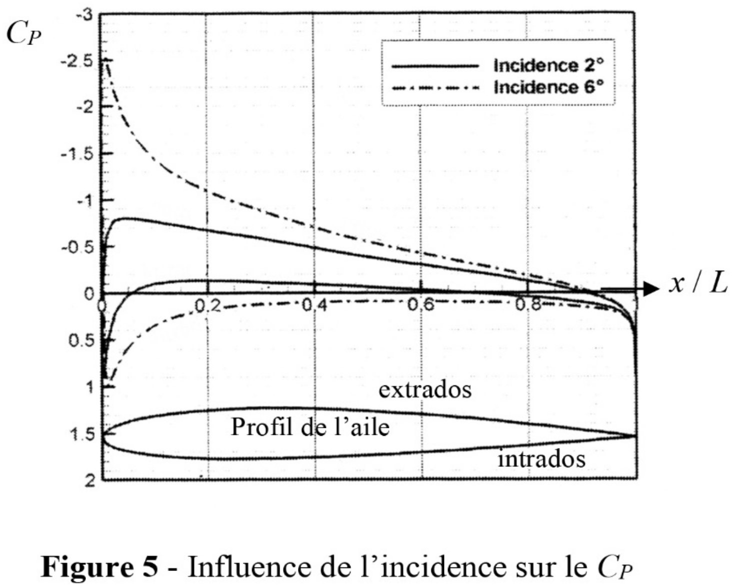


Figure 5 - Influence de l'incidence sur le C_P

Q6. Le coefficient de portance C_z est-il plus important pour une incidence de 2° ou 6° ? Justifier.

Q7. Le pilote peut faire varier la surface des ailes en actionnant des surfaces mobiles, les volets. En phase de décollage, indiquer et justifier la configuration que le pilote va choisir : volets rentrés ou sortis ?

Q8. On considère un vol en palier, c'est-à-dire avec un vecteur vitesse et une altitude de l'avion constants. Représenter l'ensemble des forces s'exerçant sur l'avion et expliquer comment la force de traînée est compensée.

Q9. Pourquoi est-il intéressant de voler à haute altitude ?

Q10. Dans cette question, on se propose d'interpréter physiquement ce que les professionnels de l'aéronautique appellent la finesse $f = \dfrac{C_z}{C_x}$ d'une aile. Pour cela, on considère la situation d'un avion, tous moteurs coupés, ayant un mouvement de translation rectiligne uniforme descendant. On note α l'angle entre la direction de l'écoulement de l'air autour de l'avion et l'horizontale (**figure 6**). À l'aide d'une représentation des forces sur le schéma de la **figure 6**, établir le lien entre la finesse f et l'angle α. De quelle distance d_H l'avion a-t-il avancé à l'horizontale lorsqu'il a perdu une altitude d_V ? Conclure sur le sens physique de la finesse.

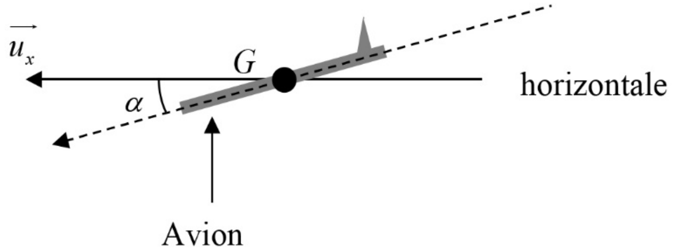


Figure 6 - Avion en mouvement rectiligne uniforme sans propulsion

Pour apprécier la qualité d'une aile on trace la polaire de l'aile qui est la courbe de son C_z en fonction de son C_x (**figure 7**).

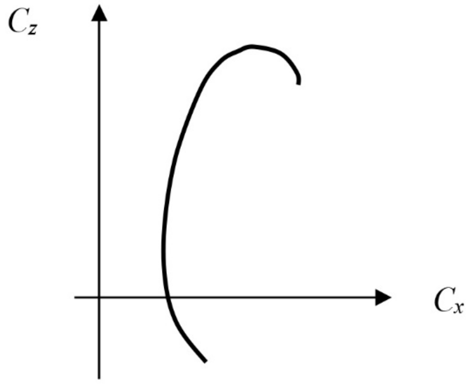


Figure 7 - Polaire d'une aile

Q11. Reproduire l'allure de la polaire d'une aile sur votre copie et indiquer les points correspondant respectivement à une traînée minimale, une portance maximale et une finesse maximale.

Q12. Quand on va du point pour lequel la traînée est minimale vers le point pour lequel la portance est maximale, comment évolue l'angle d'incidence ?

I.2 - Trajectoire d'un avion en présence de vent latéral

Un avion doit se déplacer en ligne droite d'un point A vers un point B situés à la même altitude par rapport au sol. Il subit un vent contraire constant de vecteur vitesse $\overrightarrow{v_v}$ qui fait un angle ϕ avec la trajectoire AB comme indiqué sur la **figure 8**. L'avion vole à une vitesse constante V_a par rapport à l'air. Le vecteur vitesse associé, $\overrightarrow{V_a}$, fait un angle θ avec la route au sol AB. $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$ sont des vecteurs unitaires.

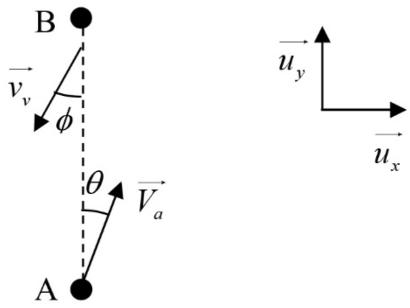


Figure 8 - Trajectoire avion soumis à un vent contraire

Q13. À quelle condition entre V_a, v_v, ϕ et θ, l'avion peut-il se déplacer en ligne droite de A vers B ?

Q14. Calculer l'angle de correction θ que le pilote doit imposer à son avion lorsque ϕ = 20°, sachant que v_v = 56 km·h^{-1} et V_a = 445 km·h^{-1}.

Q15. L'avion doit faire un aller-retour entre les deux points A et B, distants de d = 500 km dans les mêmes conditions de vent. Calculer la durée T du trajet aller-retour en négligeant la durée du demi-tour. Comparer à la durée T' de ce même trajet en l'absence de vent. Commenter.

I.3 - Décollage d'un avion

Q16. On s'intéresse au décollage d'un quadriréacteur A380 dont la masse au décollage est de 500 tonnes. Sa vitesse au moment où il quitte la piste est de 260 km·h^{-1}. Estimer, en précisant les hypothèses effectuées, un ordre de grandeur de la poussée d'un réacteur lors de phase d'accélération sur la piste. Discuter votre résultat sachant que la poussée maximale d'un réacteur d'A380 est de 370 kN et que la finesse au décollage est proche de 10.

Cette question nécessite une prise d'initiative en termes de modélisation de la situation et d'introduction de valeurs numériques pertinentes. Le barème valorise la démarche menée, même si celle-ci reste inachevée.

Partie II - Instrumentation

II.1 - Tube de Pitot

Le tube de Pitot est un des nombreux capteurs qui équipent l'avion. Il permet la mesure de la vitesse de l'avion, donnée essentielle à sa bonne conduite. Il s'agit d'un tube très fin (moins de 5 mm^2 de surface) qui est placé parallèlement à la direction de l'écoulement de l'air (**figure 9**). Ce tube possède deux ouvertures en F et G. L'ouverture en F est la prise dite de pression totale et celle en G est la prise dite de pression statique. On mesure la différence de pression de l'air entre les deux tubes 1 et 2 avec un manomètre différentiel, ce qui permet d'obtenir la vitesse v_∞ de l'écoulement.

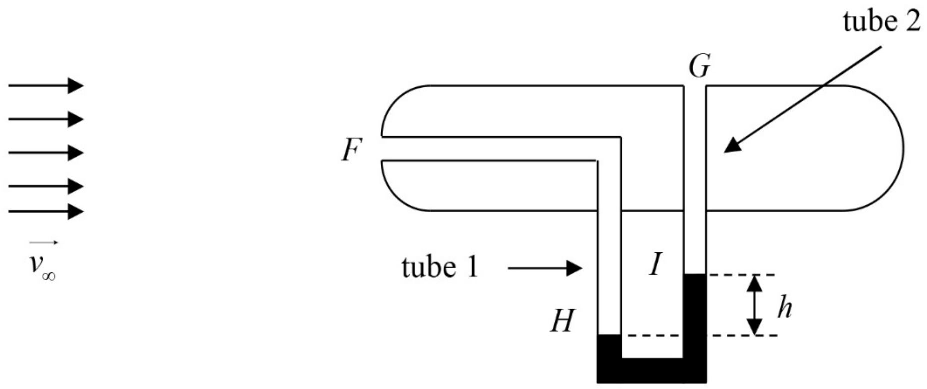


Figure 9 - Tube de Pitot

On considère que l'air est un fluide parfait, homogène, incompressible, de masse volumique ρ_∞ et en écoulement stationnaire. On rappelle que les effets de la gravité sur l'air sont négligés. Loin du tube l'air a une pression P_∞ et une vitesse v_∞.

Q17. Représenter l'allure de la ligne de courant qui aboutit en F et l'allure de la ligne de courant qui longe le tube et passe à proximité de G.

Q18. Déterminer, en fonction de P_∞, ρ_∞, et v_∞, les expressions de la vitesse v_F et de la pression P_F du fluide en F ainsi que la vitesse v_G et la pression P_G du fluide en G.

Q19. Dans le manomètre, il y a un liquide de masse volumique ρ_l. On mesure une différence d'altitude h entre les deux surfaces du liquide. Déterminer l'expression de la différence de pression, $P_H - P_I$, entre ces deux surfaces.

Q20. Déduire des questions précédentes l'expression de la vitesse de l'écoulement v_∞ de l'air en fonction de ρ_l, ρ_∞, g et h. Comment évolue h lorsque la vitesse de l'air augmente ?

Les questions marquées d'un trait noir ne sont pas à traiter par les 3/2 (Les 5/2 peuvent s'y aventurer cela porte sur EM2).

II.2 - Mesure du givre

Divers accidents d'avions ont été liés à la formation de givre sur les sondes Pitot conduisant ainsi à une perte des indications de vitesse. Dans cette **sous-partie** on se propose d'étudier deux moyens de mesure du givre.

II.2.1 - Mesure capacitive

On considère un condensateur plan constitué de deux armatures A_1 et A_2, parallèles, de surface S, placées dans de l'air de permittivité ε_0, uniformément chargées en surface et perpendiculaires à l'axe (Oz) de vecteur unitaire associé $\overrightarrow{u_z}$ (**figure 10**). L'armature A_1 possède une densité superficielle de charges positives $+\sigma$ et l'armature A_2 une densité superficielle de charges négatives $-\sigma$. Ces armatures sont séparées d'une distance e. Les dimensions des armatures sont importantes par rapport à la distance e qui les sépare.

Q21. Montrer que le champ électrique entre les armatures a pour expression : $\vec{E} = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \overrightarrow{u_z}$.

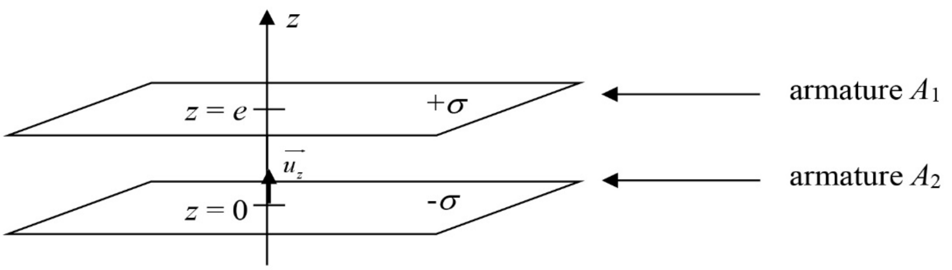
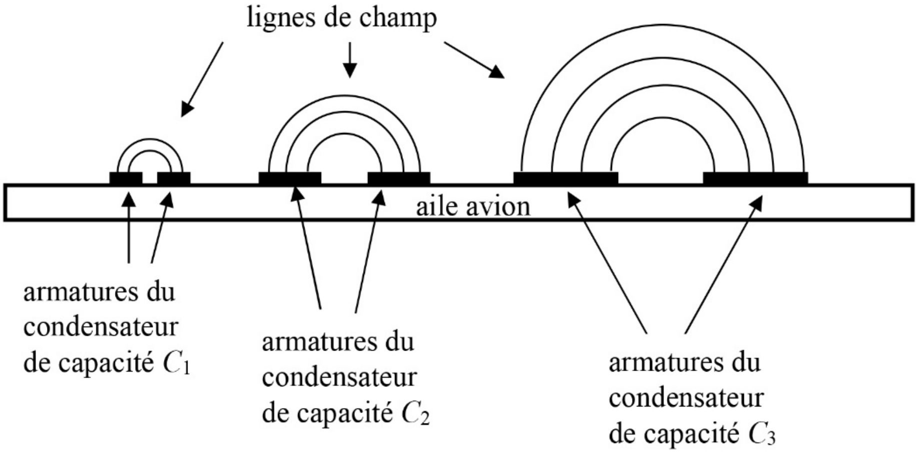


Figure 10 - Condensateur plan

Q22. Déterminer l'expression de la capacité C du condensateur plan.

On admet que la capacité d'un condensateur plan placé dans un milieu diélectrique de permittivité relative ε_r est obtenue en remplaçant, dans l'expression de la capacité C obtenue à la question précédente, ε_0 par $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$.

Q23. La permittivité relative de la glace est $\varepsilon_r = 80$, celle de l'air est égale à 1. Il est possible de détecter la présence de glace en utilisant des jeux d'électrodes de différentes tailles et de différents espacements. En vous appuyant sur le schéma de principe de la **figure 11**, expliquer qualitativement le principe de cette mesure dite capacitive. Justifier la nécessité d'utiliser plusieurs capteurs de tailles différentes.



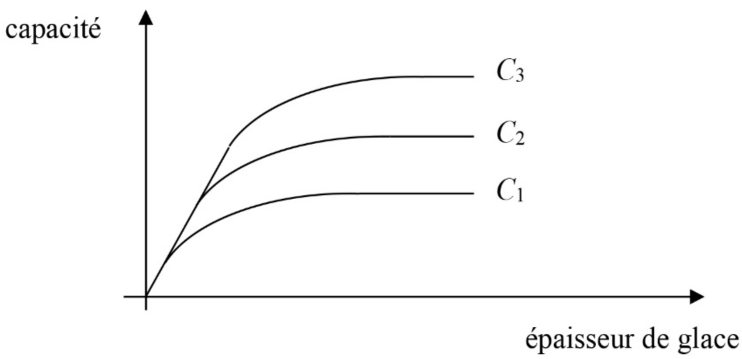


Figure 11 - Mesure capacitive

II.2.2 - Mesure à ultrasons

Q24. Une autre méthode de mesure de l'épaisseur de la couche de glace consiste à analyser les échos d'un signal à ultrasons. Expliquer brièvement le principe d'une telle mesure.

Partie III - Propulsion

Pour leur propulsion, les avions sont équipés majoritairement de réacteurs. Cette dénomination usuelle désigne en fait des turboréacteurs qui appartiennent à la catégorie des turbomachines encore appelées générateurs ou turbines à gaz. Les turbomachines présentent plusieurs avantages par rapport aux moteurs à pistons, avec notamment un rapport puissance-poids environ trois fois supérieur. En effet, le nombre de pièces mobiles est réduit et leur mouvement est très simple, ce qui permet de les alléger. Ces machines sont inégalables lorsque de grandes puissances sont requises avec des contraintes d'espace ou de poids. Leur inconvénient majeur est que leur efficacité et leur

réactivité chutent très rapidement à faible puissance : ils ne sont donc pas adaptés au domaine automobile par exemple.
Les constituants principaux d'un turboréacteur sont un compresseur, une chambre de combustion et une turbine. Dans cette **partie** on étudie un turboréacteur dit simple flux (**figure 12**) pour lequel le gaz entrant dans le réacteur passe dans un diffuseur pour en diminuer la vitesse avant d'être comprimé par le compresseur. Le gaz comprimé arrive dans une chambre de combustion où il est chauffé avant d'être détendu partiellement dans la turbine qui fournit la puissance nécessaire au compresseur. En sortie de turbine, le gaz reste à une pression relativement élevée par rapport à la pression extérieure et il est détendu dans une tuyère, ce qui permet de l'accélérer : c'est cette accélération qui permet la propulsion de l'avion.

Le turboréacteur simple flux est principalement utilisé dans l'aviation militaire.

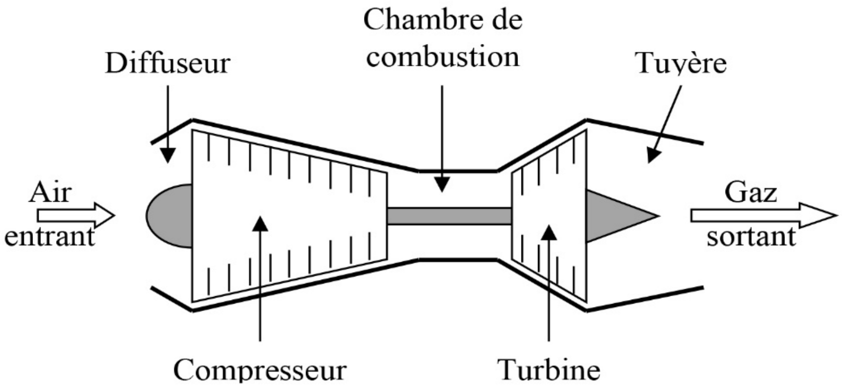


Figure 12 - Schéma de principe d'un turboréacteur simple flux

III.1 - Force de propulsion

Le turboréacteur constitue un système ouvert (Σ). En régime stationnaire, ce volume de contrôle contient à l'instant t une masse d'air $M(t)$ à laquelle on associe une quantité de mouvement $\overrightarrow{p(t)}$. Pour établir le bilan de quantité de mouvement, on doit définir un système fermé (Σ^*) qui, à l'instant t, est constitué de $M(t)$ et d'une masse entrante dans la tuyère δm_e à la vitesse $\overrightarrow{v_e}$ et, à l'instant $t + \mathrm{d}t$ est constitué de $M(t + \mathrm{d}t)$ et d'une masse sortante de la tuyère δm_s à la vitesse $\overrightarrow{v_s}$. La pression P_0 autour du turboréacteur est uniforme. La surface d'entrée du turboréacteur est notée S_e et celle de sortie S_s.

Q25. Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\overrightarrow{p^*(t)}$ à l'instant t.

Q26. Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\overrightarrow{p^*(t+dt)}$ à l'instant $t + \mathrm{d}t$.

Q27. Des deux questions précédentes déduire, en régime stationnaire, l'expression de la dérivée du vecteur quantité de mouvement du système fermé $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{p^*(t)}}{\mathrm{d}t}$ à l'instant t. On introduira D_m le débit massique d'air dans le réacteur.

Q28. Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur le système.

Q29. Indiquer quelle(s) approximation(s) est/sont nécessaire(s) pour conclure que la force appliquée par le réacteur à l'air a pour expression : $\overrightarrow{F_{avion \to air}} = D_m \cdot \left(\overrightarrow{v_s} - \overrightarrow{v_e}\right)$.

Q30. En considérant un réacteur positionné horizontalement avec son entrée à gauche comme indiqué sur la **figure 12**, représenter qualitativement le vecteur de la force exercée par l'air sur l'avion $\overrightarrow{F_{air \to avion}}$ ainsi que les vecteurs $\overrightarrow{v_e}$ et $\overrightarrow{v_s}$ dans le référentiel du réacteur. Comparer les normes v_e et v_s des vecteurs vitesses pour que la force exercée par l'air sur l'avion soit propulsive.

III.2 - Cycle thermodynamique de Brayton

Le turboréacteur fonctionne selon le cycle théorique ouvert de Brayton. Les conditions d'étude de ce cycle sont les suivantes :

- l'air est considéré comme un gaz parfait. Sa capacité thermique massique à pression constante c_p est supposée constante, comme le rapport γ entre les capacités thermiques isobare et isochore. On prendra $\gamma = 1{,}35$ et $c_p = 1{,}1\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$,
- les variations d'énergie potentielle sont négligeables,
- l'énergie cinétique est supposée négligeable entre l'entrée du compresseur et la sortie de la turbine.

En entrée du diffuseur, l'air est à l'état (1) : (P_1, T_1). On considère que le diffuseur est idéal, ce qui revient à dire que l'énergie cinétique du gaz après traversée du diffuseur est négligeable devant les autres termes énergétiques et que la traversée du diffuseur est adiabatique et réversible. En entrée du compresseur, l'air se trouve à l'état (2) : (P_2, T_2) et est amené à l'état (3) : ($P_3 = 10P_2$, T_3) par une compression adiabatique réversible.
Dans la chambre de combustion, l'air, mélangé au carburant, subit un échauffement isobare réversible jusqu'à l'état (4) : (P_4, $T_4 = 1\,400$ K). Bien que les compositions du gaz à l'entrée et à la sortie de la chambre de combustion soient différentes, pour simplifier la modélisation, on suppose que celle-ci sert uniquement à réchauffer l'air et que les propriétés de l'air ne sont pas modifiées par ce changement de composition.
L'air parvient alors dans la turbine où il subit une détente adiabatique réversible jusqu'à l'état (5) : (P_5, T_5). Enfin, il se détend de façon adiabatique et réversible dans la tuyère et arrive dans l'état (6) : (P_6, T_6).

On considère un avion qui vole avec une vitesse de croisière $V_a = 260\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ par rapport à l'air considéré au repos. À cette altitude, l'air est à la pression de 34,5 kPa et à la température de – 40 °C.

L'air entre dans le compresseur avec un débit massique $D_m = 45\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

On rappelle que l'expression du premier principe pour une masse m = 1 kg de fluide en écoulement au travers d'une machine est :

$$\Delta h + \frac{\Delta v^2}{2} + g \cdot \Delta z = w_u + q_e$$

où Δh représente la différence $h_s - h_e$ entre les enthalpies massiques (en kJ·kg^{-1}) du fluide à la sortie h_s et à l'entrée h_e de la machine,

$$\Delta v^2 = v_s{}^2 - v_e{}^2$$

avec v_s et v_e les vitesses du fluide à la sortie et à l'entrée de la machine,

$$\Delta z = z_s - z_e$$

avec z_s et z_e les altitudes du fluide à la sortie et à l'entrée de la machine, w_u le travail massique utile, c'est-à-dire le travail massique (en kJ·kg^{-1}) échangé entre une masse m = 1 kg de fluide et les parois mobiles de la machine, q_e le transfert thermique massique entre le kilogramme de fluide et la machine (en kJ·kg^{-1}).

Q31. Donner l'expression de la température T_2 en fonction de T_1, V_a et c_p. Effectuer l'application numérique.

Q32. Donner l'expression de la pression P_2 en fonction de P_1, T_1, T_2 et γ. Effectuer l'application numérique.

Q33. Établir l'expression du travail massique utile w_{comp} fourni à l'air par le compresseur. En prenant T_3 = 480 K, calculer la puissance P_{comp} de ce dernier.

Q34. Sachant que le travail fourni par la détente du gaz dans la turbine est intégralement reçu par le compresseur, déterminer l'expression de la température T_5 en fonction de T_2, T_3 et T_4. Calculer la valeur de T_5. En déduire la valeur de la pression P_5.

Q35. Donner l'expression de la vitesse de sortie du gaz v_s en sortie de tuyère en fonction de T_5, T_6 et c_p. Calculer la valeur de v_s sachant que T_6 = 680 K.

Q36. Déterminer la puissance liée à la force propulsive.

Q37. Calculer le rendement η du turboréacteur qui correspond au rapport entre la puissance liée à la force propulsive et la puissance qui sert à chauffer le gaz dans la chambre de combustion P_{chamb} = 45,5 MW. Comparer avec le rendement d'autres machines thermiques.

III.3 - Étude théorique de la tuyère

La tuyère, dernière partie du turboréacteur, a pour but d'accélérer les gaz et d'assurer ainsi la propulsion de l'avion. Dans cette **sous-partie**, on va détailler le fonctionnement d'une tuyère afin de montrer quelle géométrie est compatible avec l'accélération souhaitée. Cette sous-partie est toutefois indépendante de la précédente.

On considère une tuyère de révolution d'axe horizontal ($x'x$), de section lentement variable, dans laquelle se produit une détente d'air. L'air est assimilé à un gaz parfait, évoluant de façon adiabatique réversible, en écoulement permanent unidirectionnel, de telle sorte que les paramètres physiques : pression P, température T, vitesse v et masse volumique ρ ne dépendent que de l'abscisse x.

En $x = 0$, à l'entrée de la tuyère de section S_e, la pression du gaz est notée P_e, sa température T_e, sa masse volumique ρ_e et la vitesse v_e. La capacité thermique massique à pression constante c_p et le rapport γ entre les capacités thermiques isobare et isochore sont supposés constants.

À l'abscisse x, au niveau de la section $S(x)$, la vitesse du gaz $v(x)$ de pression $P(x)$, a pour expression : $v(x) = \sqrt{v_e^{\,2} + 2 \cdot c_p \cdot T_e \cdot \left[1 - \left[\dfrac{P(x)}{P_e}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$.

Q38. On pose $v_m = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_e}$. Vérifier que cette quantité est homogène à une vitesse. On évalue v_m à environ 1 000 $m \cdot s^{-1}$.

Q39. Montrer que le débit massique D_m à l'abscisse x a pour expression : $D_m = \rho_e \cdot v_m \cdot S(x) \cdot G(x)$. Donner l'expression de la fonction $G(x)$ en fonction de P_e, $P(x)$, v_e, v_m et γ.

On pose $\alpha(x) = \dfrac{P(x)}{P_e}$ et on se propose dans les trois questions suivantes d'étudier et d'exploiter la courbe C_G associée à la fonction $G(\alpha)$ pour $0 \leq \alpha \leq 1$ représentée en **figure 13**.

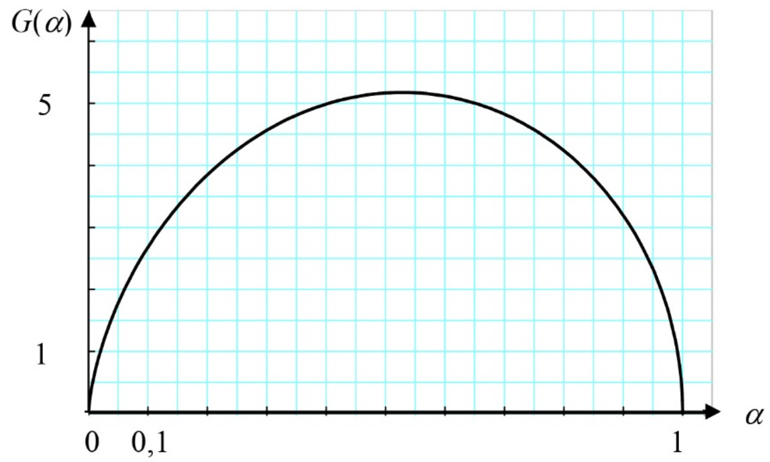


Figure 13 - Courbe C_G associée à la fonction $G(\alpha)$ pour $0 \leq \alpha \leq 1$

Q40. Que vaut α en entrée de la tuyère ? Montrer, à l'aide de la **figure 13** et des relations des questions précédentes que pour que la vitesse augmente la tuyère doit d'abord être convergente.

Q41. En considérant que v_e = 100 m·s^{-1}, on peut négliger v_e^2 devant v_m^2. Dans ces conditions, on admet que de la fonction $G(\alpha)$ est maximale pour $\alpha_c = \left[\dfrac{2}{1+\gamma}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$. Montrer qu'avec une tuyère uniquement convergente, la vitesse ne peut augmenter que jusqu'à une valeur limite v_{lim} qu'on exprimera en fonction de v_m et γ.

Q42. On note S_{col} la section minimale de la tuyère à l'abscisse x_{col} lorsque la vitesse est v_{lim}. Donner l'expression du rapport $\dfrac{S_{col}}{S_e}$ en fonction de v_e, v_m et $G(\alpha_c)$. Donner une valeur numérique approchée de ce rapport à l'aide de la **figure 13**.

Q43. On rappelle que la théorie des ondes sonores permet d'établir que la célérité c du son dans un gaz supposé parfait et subissant une transformation adiabatique réversible est donnée par la relation $c = \sqrt{\dfrac{\gamma \cdot P}{\rho}}$.

Montrer que la vitesse limite de l'écoulement v_{lim} a pour expression $v_{lim} = \sqrt{\dfrac{2\cdot\gamma}{1+\gamma}\cdot\dfrac{R}{M}\cdot T_e}$.

Puis, vérifier que cette vitesse est égale à la célérité c_{col} du son dans cette section S_{col}.

Q44. Pour les avions civils de transport de passagers, les tuyères sont convergentes afin que l'air sorte à une vitesse égale à la vitesse du son. La pression à la sortie de la tuyère est égale à la pression extérieure P_{atm}. Donner l'expression de la pression P_e à l'entrée de la tuyère en fonction de P_{atm} et γ. Calculer P_e pour P_{atm} = 34,5 kPa et γ = 1,35.

Q45. Pour les avions militaires, on souhaite que la vitesse à la sortie de la tuyère soit supersonique (supérieure à la vitesse locale du son). Quelle forme doit-on donner à la tuyère après la partie convergente ? Justifier.

FIN