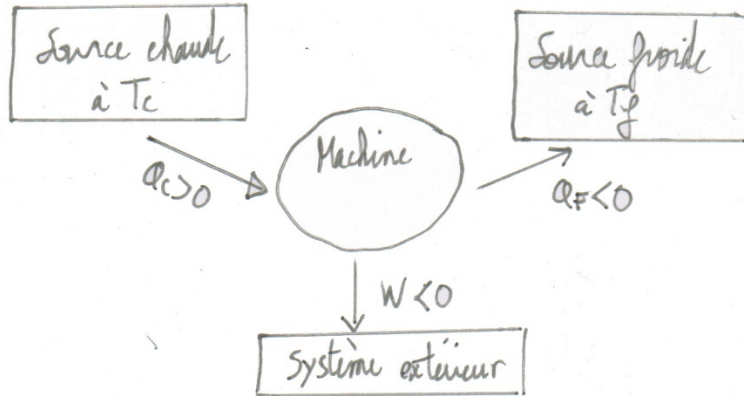


## Physique : DS3

## Partie A – L'énergie thermique des mers (Centrale PC – 2024)

Q1)



Q2) Rendement de Carnot:  $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{278}{299} = 0,07 = 7\%$

↳ Valeur faible car les températures des sources sont proches.

Q3) Auparavant on nous a fait calculer un rendement pour  $\Delta T = 21^\circ\text{C}$ . Sur le graphe on remarque que l'on atteint  $T_f \approx 5^\circ\text{C}$  vers 1000 m puis cela stagne à 4-5°C. Aucun intérêt d'aller plus loin que 1000 m.

$\Rightarrow z = 1000 \text{ m}$  est un bon compromis

Q4) loi de l'hydrostatique:  $\Delta p = \rho g z$  (on suppose  $\rho = \text{cste}$ )

$$\Rightarrow p = p_0 + \rho g z = 10^5 + 1000 \times 9,8 \times 1000 = 9,9 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Q5) des avantages : - le coût lié à la différence de température est gratuit  
- Il n'y a pas production de gaz à effet de serre comme le  $\text{CO}_2$ .

des défauts : - installation hydraulique avec les problèmes liés à la corrosion.  
- profondeur de l'installation.  
- faible rendement.

Q6) Voir document réponse 1 et 2 :  $T_c = 132^\circ\text{C}$  et  $p_c = 110\text{ bars}$

Q7) A l'aide du document réponse 3: si  $p = 9\text{ bars}$ ,  $T_{\text{vap,HP}} = 22^\circ\text{C}$   
 si  $p = 6\text{ bars}$ ,  $T_{\text{vap,BP}} = 9^\circ\text{C}$

Q8) On peut reporter les températures obtenues sur le document réponse 3

$$\Delta h_{\text{vap,HP}} = 1480 - 300 \approx 1180 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta h_{\text{vap,BP}} = 1470 - 240 \approx 1230 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

(ces  $h$  sont difficiles à lire à  $\pm 20 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )

Donnez les documents réponses 5.

Q9) Sur le document réponse 4  $4 \rightarrow 1$  est une verticale.

$$\text{En effet } dh = T ds + v dp$$

$$\text{isothermique } ds = 0 \Rightarrow dh = v dp$$

Or pour une phase condensée  $v \ll 1$  ( $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$  pour l'eau)

$$\Rightarrow dh \approx 0 \text{ d'où la verticale}$$

Q10) Sur le document réponse 3:  $T_2 = 22^\circ\text{C}$ ,  $h_2 = 1480 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 On lit  $s_2$  compris entre  $s_{13}$  et  $s_{14}$   $\text{kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$

$$\text{--- " --- } 4 : s_2 = 5,35 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

• Au point 2' l'ammoniac est sous forme de vapeur sèche (gazux)

Q11) D'après le diagramme:  $T_3 = T_{\text{vap,BP}} = 9^\circ\text{C}$   
 $h_3 = 1430 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 et  $s_3 = s_2 = 5,35 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Q12) Voir document réponse 3 et 4.

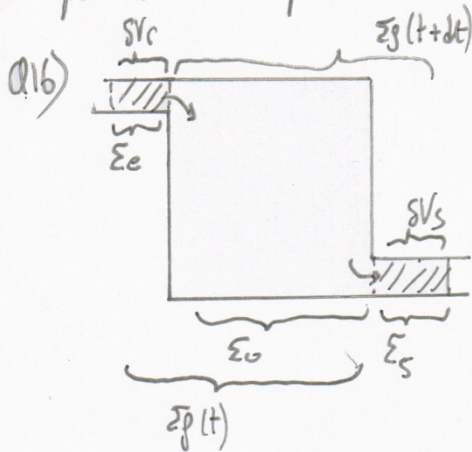
Q13) Voir document réponse 5.

$$\text{Q14) Soit } h_{s1} - h_4 = C_a (T_{s1} - T_4) \Rightarrow C_a = \frac{h_{s1} - h_4}{T_{s1} - T_4} = \frac{300 - 240}{22 - 9} = 4,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

(A) à l'approximation faite entre 4 et 1 qui donne  $C_a = 6,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  si on fait entre 1 et 1')



Q15) L'ammoniac possède des changements d'état à des pressions ordinaires (6 et 9 bars) pour des températures facilement réalisables ( $22^\circ\text{C}$  et  $9^\circ\text{C}$ ), proches des températures inconnues dans le syst. À l'inverse l'eau va avoir des changements d'état à haute-température pour les mêmes pressions.



On applique le premier principe à  $\Sigma_p$  entre  $t$  et  $t+dt$ :

$$dU_{\Sigma_p} = (dU + d\epsilon_c + d\epsilon_p)_{\Sigma_p} = \delta W_p + \delta W_{lu} + \delta Q$$

$$\text{or } \delta W_p = -p_s \delta V_s + p_e \delta V_e = -p_s v_s \delta m_s + p_e v_e \delta m_e$$

$$\Rightarrow dU_{\Sigma_p} = dU_{\Sigma_0} + (\delta m_s u_s - \delta m_e u_e) = -p_s v_s \delta m_s + p_e v_e \delta m_e + \delta W_{lu} + \delta Q$$

On se place en écoulement permanent:  $dU_{\Sigma_0} = 0$ ,  $\delta m_s = \delta m_e = \delta m$

$$\text{d'où } \delta m [(u_s + p_s v_s) - (u_e + p_e v_e)] = \delta W_{lu} + \delta Q$$

$$\Rightarrow \dot{m} [h_s - h_e] = P_u + P_{th} \text{ où } \dot{m} = \frac{\delta m}{dt}, P_u = \frac{\delta W_{lu}}{dt}, P_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$$

On néglige les variations d'énergie potentielle (conduite horizontale) et cinétique (fluide lent)

$$\text{d'où: } \boxed{\dot{m} (h_s - h_e) = P_u + P_{th}}$$

Q17) Dans l'évaporateur il y a absence de pièces mobiles  $\Rightarrow W_{lu} = 0$

$$\text{d'où } \dot{m} (h_2 - h_1) = P_{th}$$

$$\Leftrightarrow P_{th,er} = \dot{m}_1 (h_2 - h_1) = 0,14 \times (1480 - 240) = 496 \text{ kW} > 0$$

(c'est la source chaude, le fluide reçoit de l'énergie de l'extérieur.)

$$\underline{P_{th,ev} = P_{th,er} = 496 \text{ kW}}$$

Q18) D'après la figure:  $\dot{m} (h_6 - h_5) = P_{th,ec}$

$$\Leftrightarrow \dot{m}_e (h_6 - h_5) = P_{th,ec} \quad \Leftrightarrow \underline{P_{th,ec} = \dot{m}_e c_e (T_6 - T_5)}$$

Q19) On va supposer l'échange parfait au niveau de l'évaporateur (ou globalement adiabatique)

$$\Rightarrow P_{th,EC} = -P_{th,ER}$$

$$\Rightarrow \underline{m_E = - \frac{P_{th,ER}}{c_e (T_6 - T_5)}} = \frac{-496000}{4,0 \cdot 10^3 (24,5 - 26)}$$

$$= \underline{83 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$

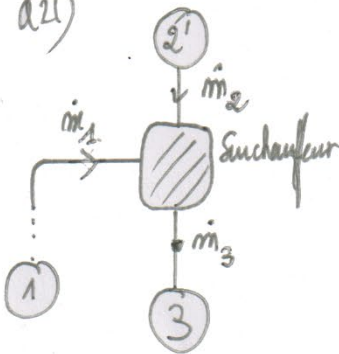
Q20) La traversée de la vanne étant supposée rapide, on admet que les échanges thermiques n'ont pas le temps de se faire, donc la transformation est adiabatique  $\Rightarrow P_{th} = 0$ .

• Il y a absence de parties mobiles  $\Rightarrow P_u = 0$

$$\text{or } Dm: \Delta h = P_{th} + P_u \Rightarrow \Delta h = 0$$

$\Rightarrow$  la transformation est isenthalpique

Q21)



Il y a conservation du débit massique en écoulement permanent d'où

$$m_1 + m_2 = m_3$$

$$\Rightarrow \underline{m_3 = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$

(Attention au sens des flèches sur la figure 3)

$$\text{Q22) Cycle réel: } P_{CR} = m_3 (h_4 - h_3) = 0,45 \times (240 - 1430) = \underline{-535 \text{ kW}}$$

$$\text{Cycle virtuel: } P_{CV} = m_1 (h_4 - h_3) = 0,4 (240 - 1430) = \underline{-476 \text{ kW}}$$

Ces 2 valeurs sont négatives car on cède de l'énergie à la source froide.

Q23) Pour le condenseur, globalement adiabatique,  $P_{ef} = -P_{CR} \Leftrightarrow P_{CR} = -m_E c_e (T_8 - T_7)$

$$\Rightarrow T_8 = T_7 - \frac{P_{CR}}{m_E c_e} = 278 - \frac{-535000}{4,0 \cdot 10^3 \times 83}$$

$$= 279,6 \text{ K}$$

$$= \underline{6,6^\circ \text{C}}$$

Q24) Vu que la détente est adiabatique:

$$P_{TV} = m_1 (h_3 - h_2) = 0,40 \times (1430 - 1480) = -20 \text{ kW} < 0$$

$\hookrightarrow$  l'extérieur récupère du travail mécanique.



Q25) La pompe est isentropique :

$$dh = v dp = \frac{W}{m}$$

$$\Leftrightarrow \dot{m} dh = P_u$$

$$\Leftrightarrow \underline{\dot{m}_1 (h_1 - h_2) = P_u}$$

$$\text{d'où } P_{piv} = 0,4 \times (240 - 240) = 0 \text{ kW}$$

$$\text{ou } \underbrace{0,4 \times 6000}_{0,14} \times (12 - 9) = \underline{\underline{7 \text{ kW}}}$$

• Pour le cas réel  $P_{pir} = 0 \text{ kW}$

$$\text{ou } \underline{\underline{P_{pir} = \dot{m}_3 (h_1 - h_2) = 0,145 \times 6000 \times (12 - 9) = 8 \text{ kW}}}$$

Q26) On calcule le rendement par :  $\eta_v = -\frac{W}{q_c}$

$$\Leftrightarrow \eta_v = \frac{|P_{piv} + P_{pv}|}{P_{th, cv}} = \frac{40 - 8}{476} = \underline{\underline{2,5\%}}$$

$$\text{Si } P_{piv} = 0 \text{ kW} \Rightarrow \eta = 4,2\%$$

Q27) Le rendement est sur-estimé car on n'a pas tenu compte de l'irréversibilité des transformations :

- dans la pompe (si on prend  $P_{piv} = 0 \text{ kW}$ )
- et surtout dans la turbine

• Le rendement est faible, cependant en théorie le coût de fonctionnement est nul.

# ANNEXE À RENDRE DANS LA COPIE (Mettre juste le nom)



Numéro de place

Numéro d'inscription

Signature

Nom **EL PROFESOR**

Prénom

Épreuve : Physique 1 PC

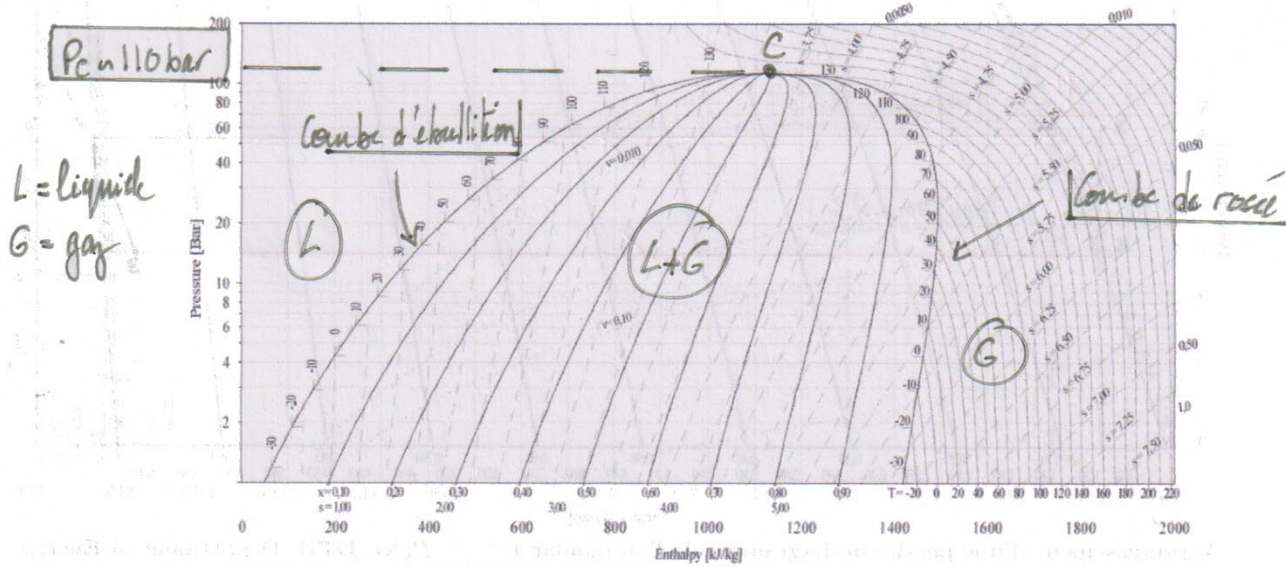


CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

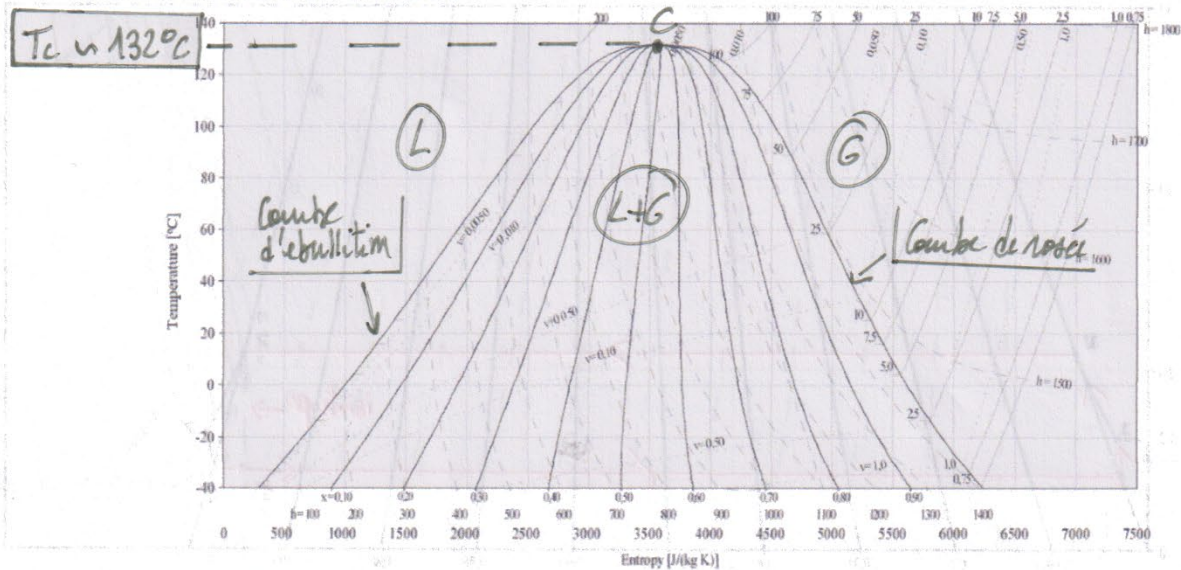
Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Document réponse

## DOCUMENT RÉPONSE 1



## DOCUMENT RÉPONSE 2

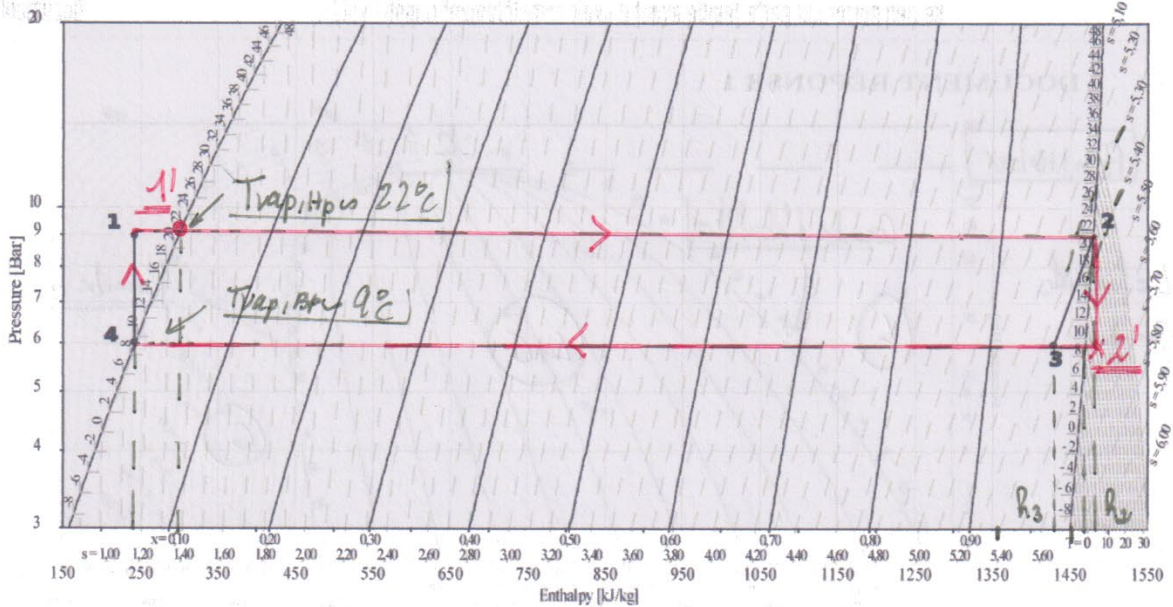




DOCUMENT RÉPONSE 5

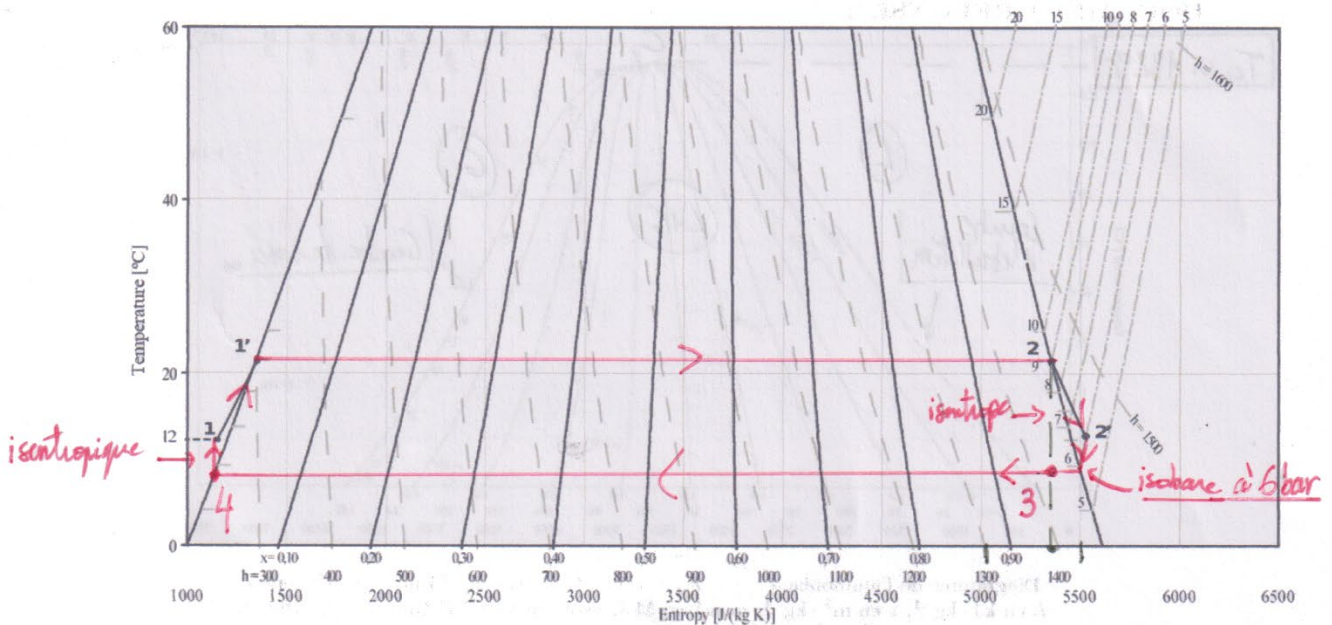
Point $i$	$T_i$ (°C)	$P_i$ (bar)	$x_i$	$h_i$ (kJ·kg <sup>-1</sup> )	$s_i$ (kJ·K <sup>-1</sup> ·kg <sup>-1</sup> )
1	12	9	0	240	1,15
1'	22	9	0	300	1,140
2	22	9	1	1480	5,335
2'	12	6	1	1480	5,160
3	9	6	0,96	1480	5,135
4	9	6	0	240	1,16

DOCUMENT RÉPONSE 3



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac ( $P, h$ ). DTU, Department of Energy Engineering,  $s$  en (kJ·K<sup>-1</sup>·kg<sup>-1</sup>),  $v$  en m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup>,  $T$  en °C, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).

DOCUMENT RÉPONSE 4



Agrandissement d'une partie du diagramme de l'ammoniac ( $T, s$ ). DTU, Department of Energy Engineering,  $h$  en kJ·kg<sup>-1</sup>,  $v$  en m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup>,  $p$  en bar, M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen (23-10-03).

## Partie B - Jean Perrin et l'hypothèse atomique (Mines 2021 - PC/MP)

Q1). Pour les gaz parfaits :  $V_m = \frac{RT_0}{p_0} = \frac{8,314 \times 300}{10^5} = \underline{\underline{25 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}}}$

D'où  $\eta = \frac{N_a \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{V_m} = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (10^{-10})^3}{25 \cdot 10^{-3}} = 10^{-4} = \underline{\underline{0,01\%}}$

Q2). Un gaz parfait est un modèle de gaz réel où,  
 - on néglige les interactions entre particules  
 - on assimile les particules à des points matériels

• Dans le cas d'un gaz parfait on a donc  $\eta = 0$ . Par conséquent vu que  $\eta = 10^{-4}$  on peut assimiler notre gaz à un gaz parfait.

Q3). Pour un GP : 
$$\begin{cases} E_{cm} = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{3k_B T_0}{m} = \frac{3}{2} k_B T_0 \\ E_{pm} = mgz \end{cases}$$

D'où  $\frac{E_{cm}}{E_{pm}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{k_B}{m} \frac{T_0}{z}$ , or  $\frac{k_B}{m} = \frac{N_A k_B}{N_A m} = \frac{R}{M}$

d'où  $\frac{E_{cm}}{E_{pm}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{M} \frac{T_0}{z} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{0,03} \cdot \frac{300}{1} \gg 10^4$

• d'agitation thermique permet on peut

Q4). Soit  $PV = \frac{m}{M} RT_0 \Rightarrow \rho(z) = \frac{PM}{RT_0}$  car  $P = P(z)$

• A l'équilibre :  $\rho \vec{g} - \text{grad} p = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{dp}{dz} \vec{u}_z = -\rho \vec{u}_z \Leftrightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$



$$\text{Or } p(z) = p(z)M/RT_0 \Rightarrow \frac{dp}{dz} + \frac{Mg}{RT_0} p(z) = 0$$

Q5) On résout l'équation différentielle en posant  $\frac{1}{H} = \frac{Mg}{RT_0}$ .

$$\Rightarrow p(z) = A \cdot e^{-z/H}$$

$$\text{à } p(0) = p_0 \text{ et } e^{-z/H} = A(z)$$

$$\text{D'où } p(z) = p_0 A(z) \text{ avec } \left. \begin{array}{l} A(z) = e^{-z/H} \\ H = \frac{Mg}{RT_0} = \frac{m_m g}{k_B T_0} \end{array} \right\} = \underline{\underline{8,3 \text{ km}}}$$

$$\text{Donc } \Delta p = p_0 e^{-h/H} - p_0 \stackrel{h \ll H}{\approx} -p_0 \frac{h}{H} \approx -p_0 \frac{1}{8300} \approx 12 \text{ Pa. pour } h=1\text{m}$$

$$\text{et dans l'eau: } \Delta p = \rho g z = 10^4 \text{ Pa pour } h=1\text{m.}$$

Par conséquent un manomètre usuel détectera l'eau<sup>liquide</sup>, mais pas dans l'air, les variations de pression.

Q6) Si on écrit  $A(z) = e^{-E(z)/k_B T_0}$  alors  $E(z) = m_m g z$  : Énergie potentielle de m.m.

\* Si  $E(z) \gg k_B T_0$  alors  $p(z) \approx p(0)$  : les molécules se répartissent de façon uniforme grâce à l'énergie thermique.

\* Si  $E(z) \ll k_B T_0$  alors  $p(z) \rightarrow 0$ . C'est l'effet du poids qui l'emporte : des particules tombent au fond du récipient.

$$\text{Q7) Concentration molaire: } c_f(z) = \frac{n}{V} = \frac{p(z)}{RT_0} = p_0 e^{-z/H} \cdot \frac{1}{RT_0}$$

$$\Rightarrow c_f(z) = c_{f0} A(z) \text{ où } c_{f0} = \frac{p_0}{RT_0}$$

Q8) On applique en Oq le PFD à une boîte de rayon  $R_b$  qui subit les forces :

- Poids :  $P = \mu_b V_b \vec{g} = \mu_b \frac{4}{3} \pi R_b^3 \vec{g}$
- Poussée d'Archimède :  $\vec{\Pi} = -\mu_c \frac{4}{3} \pi R_b^3 \vec{g}$
- Force visqueuse :  $\vec{f} = -6\pi\eta R_b \vec{v}$

Q9) D'où :  $m_b \frac{d\vec{v}}{dt} = (\mu_b - \mu_c) \frac{4}{3} \pi R_b^3 \vec{g} - 6\pi\eta R_b \vec{v}$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{\vec{A}}{\tau} \quad \text{où : } \begin{cases} 1/\tau = \frac{6\pi\eta R_b}{m_b} \Rightarrow \tau = \frac{m_b}{\alpha} \\ \frac{\vec{A}}{\tau} = \frac{(\mu_b - \mu_c) \frac{4}{3} \pi R_b^3 \vec{g}}{m_b} \end{cases}$$

D'où  $\vec{v}_e = \vec{A} \Rightarrow A = \frac{m^* g}{\alpha} = \frac{(\mu_b - \mu_c) \frac{4}{3} \pi R_b^3 g}{\alpha}$

$$\text{d'où } m^* = (\mu_b - \mu_c) \frac{4}{3} \pi R_b^3 = \underbrace{(\mu_b - \mu_c) V_b}_{m^*}$$

De plus  $\tau = \frac{m_b}{\alpha}$

$\hookrightarrow$  masse apparente car elle est responsable du poids apparent :  $(m_b - m_c) \vec{g}$ .

On trouve la valeur de  $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

A.N :  $\tau = \frac{m_b}{\alpha} = \frac{1200 \times \frac{4}{3} \pi (2 \cdot 10^{-7})^3}{6\pi \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \times 2 \cdot 10^{-9}} \approx 10^8 \text{ s} \Rightarrow$  régime permanent atteint rapidement.

$$v_e = \frac{m^* g}{\alpha} = \frac{(1,2 - 1) 10^3 \times \frac{4}{3} \pi \times (2 \cdot 10^{-7})^3 \times 9,8}{6\pi \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-9}} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q10) Soit  $[\rho_c] = [\rho_v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \times \text{m}^{-3} = \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$  (idem pour  $\rho_m$ )

$[\tau] = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

On effectue un bilan de particules entre  $z$  et  $z+dz$  :  $dN = \delta N_{\text{ich}} + \delta N_c$

or  $\frac{dN}{dt} = 0$  d'où  $\delta N_{\text{ich}} = 0$

$$\Leftrightarrow [\vec{j}_c(z) + \vec{j}_v(z)] S dt - [\vec{j}_c(z+dz) + \vec{j}_v(z+dz)] S dt = 0$$

D'où  $\vec{j}_c(z) + \vec{j}_v(z) = \vec{cste}$

Or à la surface, par continuité du flux,  $\vec{j}_c(0) + \vec{j}_v(0) = \vec{0} \Rightarrow \vec{j}_c = -\vec{j}_v$



Par conséquent  $\vec{f}_c - \vec{f}_v = 0$  (les vecteurs sont opposés)

$$\Leftrightarrow c \nabla_z + D \frac{dc}{dz} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dc}{dz} + \frac{\nabla_z c}{D} = 0 \Rightarrow c(z) = C_0 e^{-z/H_b} \text{ où } H_b = D/\nabla_z c.$$

$$D' où } H_b = \frac{\alpha D}{m^* g} = \frac{6\pi\eta R_b D}{m^* g} = H_b$$

Q11) Avec l'origine des potentiels en  $z=0$ ,  $E_p^*(z) = m^* g z$

$$\text{à } A(z) = e^{-z/H_b} = e^{-E_p^*(z)/k_B T_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{z}{H_b} = \frac{m^* g z}{k_B T_0} \Leftrightarrow \frac{6\pi\eta R_b D}{m^* g} = \frac{k_B T_0}{m^* g}$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{k_B T_0}{6\pi\eta R_b}$$

Q12) On suppose la colonne infinie d'où :  $N = \int_0^{\infty} C_0 e^{-z/H_b} S dz = [C_0 S (-H_b) e^{-z/H_b}]_0^{\infty}$

$$= C_0 S H_b \Rightarrow C_0 = N/S H_b$$

Q13) Dans une couche d'épaisseur  $e \sim dz$ , on a :  $m(z) = C(z) e S$ .

$$= C_0 e^{-z/H_b} e S$$

$$\Rightarrow \ln(m(z)) = \ln(e S C_0) - z/H_b$$

$$D' où } H_b = + \frac{1000}{24} \mu\text{m.} \Leftrightarrow H_b = 42 \mu\text{m}$$

D' où }  $h_1 = 2,5 H_b$  : On peut en déduire que sur la colonne de Jean Perrin, la concentration variait de manière significative.

Q14) Soit  $H_b = \frac{6\pi\eta R_b D}{m^* g} = \frac{6\pi\eta R_b}{m^* g} \cdot \frac{k_B T_0}{6\pi\eta R_b} = \frac{k_B T_0}{m^* g}$

$$\Rightarrow R_b = \frac{H_b m^* g}{T_0} \Rightarrow R_b = \frac{H_b g}{T_0} \cdot \frac{4}{3} \pi R_b^3 (M_b - M_c) = \frac{42 \cdot 10^{-6} \times \pi \times (2 \cdot 10^{-7})^3 \times 9,8}{0,92 \cdot 10^{-24} \text{ J K}^{-1}}$$

$$\text{Ainsi } \frac{D_{\text{obs}}}{k_B} = \frac{1,38 - 0,92}{1,38} = 33\%$$

Sources d'erreur :

- Pert brownien qui peut fausser le comptage.
- l'hypothèse est très petit.
- des erreurs de l'énoncé :).

## Partie C : Les marées (E3A - PC - 2015)

A.1) Les marées importantes sont dans les baies "normandes" et celles du Pays de Galles :

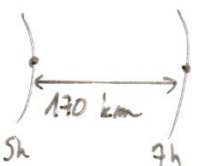
- Saint-Malo ( $\sim 10-11m$ )
- Saint-Hélène (9,8m)
- Mont Saint Michel ( $\sim 10m$ )
- Avonmouth (12,3m)

A.2) L'onde de marée arrive de l'ouest et est amplifiée dans ces baies.

Si on tient compte du mouvement de rotation de la Terre uniquement, l'onde de marée resterait au place dans le référentiel terrestre : il faut donc chercher une autre explication

A.3) Il y a à peu près 2 marées par jour  $\Rightarrow T = 12h$

Entre Saint-Malo et Brest  $d = 200km$ . On prend deux points différents sur les cotidales



$$\Rightarrow v = \frac{170 \cdot 10^3}{2 \times 60 \times 60} \approx \underline{\underline{24 m/s \text{ ou } 85 km/h}}$$

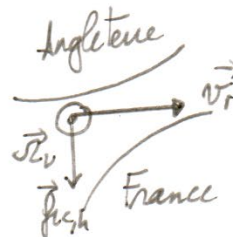
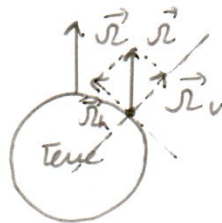
Par définition :  $d = vT = 1,04 \cdot 10^6 m = \underline{\underline{1,0 \cdot 10^3 km = 1}}$

A.4) Dans l'hémisphère nord la force de Coriolis dévie les masses d'eau ou courant vers la droite. En effet,

$$\vec{f}_{ic} = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$$

$$\text{où } \vec{\Omega} = \vec{\Omega}_h + \vec{\Omega}_v$$

Dans le plan terrestre  $\vec{f}_{ic,h} = -2m \vec{\Omega}_v \wedge \vec{v}_r$

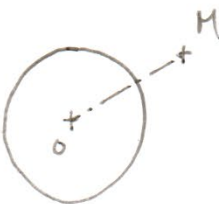




Ainsi la force de Coriolis est dirigée vers les côtes françaises d'où un mariage plus important en France.

A.5) Les marées de Saint-Malo sont de 11m alors que celle de l'estuaire du Havre sont de 7m. La récupération d'énergie marémotrice sera plus efficace à "La Rance".

B.1) Pour un astre de masse  $m_A$ :  $\vec{g}_A = -\frac{G m_A}{r^2} \vec{e}_r$

B.2)  Tout plan contenant (OM) est plan de symétrie :  $\vec{g}_A(M) = g_A \vec{e}_r$   
 Invariance par rotation autour de (OM) :  $g_A(M) = g_A(r)$   
 $\Rightarrow \vec{g}_A(M) = g_A(r) \vec{e}_r$

B.3) Théorème de Gauss :  $\oint \vec{E}_A(M) \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow \oint \vec{g}_A(M) \cdot d\vec{S} = -4\pi G m_{int}$

En l'appliquant à l'extérieur de l'astre en un point M t. q.  $OM = r$  on obtient :

$$g_A(M) \cdot 4\pi r^2 = -4\pi G m_{int}$$

$$\Rightarrow \vec{g}_A(M) = -\frac{G m_A}{r^2} \vec{e}_r$$

B.4) Le référentiel géocentrique est en translation circulaire par rapport au référentiel héliocentrique d'où :

$$\begin{cases} \vec{f}_{ic} = \vec{0} \\ \vec{f}_{ec} = -m \vec{a}^{\vec{c}}(T) \Big|_{R_h} = -m \vec{a}_{T/R_h} \end{cases}$$

B.5) PFD appliqué en T dans Rh:

$$m_T \vec{a}_{T/Rh} = m_T \cdot \vec{g}_s(T)$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{T/Rh} = \vec{g}_s(T)$$

B.6) Soit un pt M dans Région t.q:  $\vec{F} = m \vec{g}_s(M) + \vec{f}_{ie}$

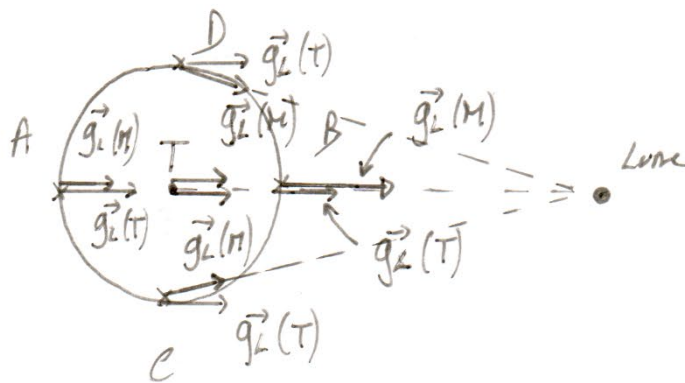
$$= m \vec{g}_s(M) - m \vec{g}_s(T)$$

$$= m [\vec{g}_s(M) - \vec{g}_s(T)]$$

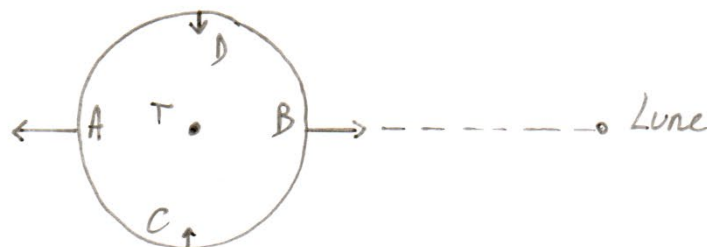
$$= m \left[ \frac{Gm_s}{SM^2} \vec{u}_{SM} - \left( \frac{Gm_s}{ST^2} \right) \vec{u}_{ST} \right]$$

Donc  $\vec{F} = m \vec{C}_s(M)$  où  $\vec{C}_s(M) = Gm_s \left( \frac{\vec{SM}}{SM^3} - \frac{\vec{ST}}{ST^3} \right)$

B.7)



D'où les résultantes :



{ En A et B : marées hautes  
 { En C et D : — basses

→ des points de marée basse sont dans un plan perpendiculaire à l'axe TL.



B.9) 3<sup>ème</sup> Loi de Kepler :  $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_T}}$

$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d_L^3}{GM_T}} = \underline{27 \text{ jours}}$

B.10) Par connaissance :  $T_{\text{prope}} = 1 \text{ jour} \Rightarrow T_{\text{lune}} \gg T_{\text{terre}}$

On peut ainsi considérer que la lune bouge pas dans un premier temps  $\Rightarrow T_{\text{marée}} = \frac{T_{\text{lune}}}{2} = 12 \text{ h}$ .

: Sinon composition des vecteurs "rotation" :  $\Omega_{\text{Lune}/Rg} = \Omega_{\text{Lune}/R_T} + \Omega_{R_T/Rg}$

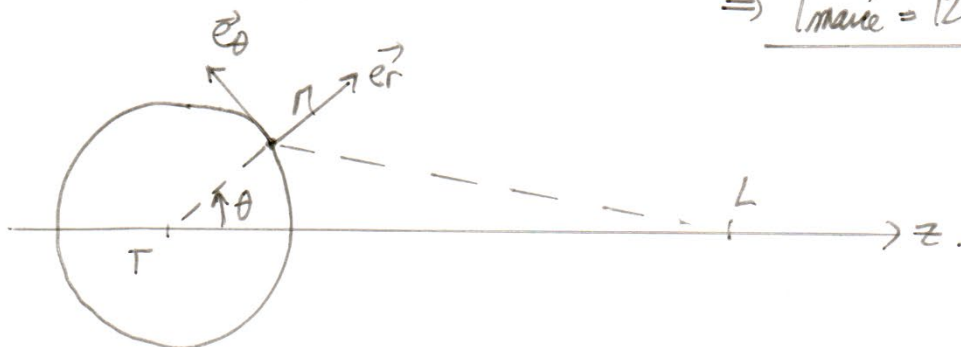
$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{T_{\text{Lune}}} = \frac{2\pi}{T_a} + \frac{2\pi}{T_T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T_a} = \frac{1}{T_{\text{lune}}} - \frac{1}{T_{\text{terre}}}$$

$$\Rightarrow T_a = 25 \text{ h}$$

$$\Rightarrow \underline{T_{\text{marée}} = 12 \text{ h } 30}$$

B.11)



$$\text{Unit } \underline{\vec{OM} = L\vec{T} + T\vec{M} = -d_L \vec{e}_z + r\vec{e}_r}$$

Calculons  $LM^2$  :  $LM^2 = \vec{LM} \cdot \vec{LM} = d_L^2 + r^2 - 2rd_L \vec{e}_z \cdot \vec{e}_r$   
 $= d_L^2 + r^2 - 2rd_L \cos \theta$ .

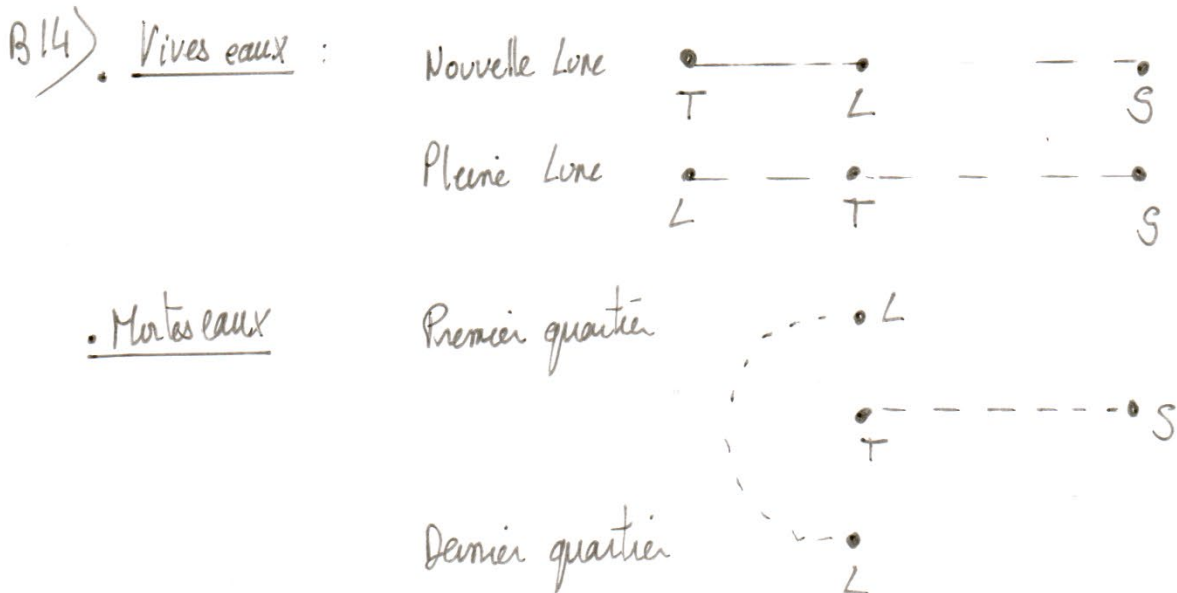
Donc  $\frac{1}{LM^3} = (d_L^2 + r^2 - 2rd_L \cos \theta)^{-3/2}$   
 $= d_L^{-3} \left( 1 + \left(\frac{r}{d_L}\right)^2 - 2\frac{r}{d_L} \cos \theta \right)^{-3/2}$  car  $\left(\frac{r}{d_L}\right)^2 \ll \frac{r}{d_L}$   
 $\Rightarrow \frac{1}{LM^3} \stackrel{D.L.}{=} \frac{1}{d_L^3} \left( 1 + 3\frac{r}{d_L} \cos \theta \right)$

B.12) Or  $\vec{C}_L(M) = -Gm_L \left( \frac{\vec{LM}}{LM^3} - \frac{\vec{LT}}{LT^3} \right)$   
 $= -Gm_L \left( \frac{-d_L \vec{e}_z + r \vec{e}_r}{d_L^3} \left( 1 + 3\frac{r}{d_L} \cos \theta \right) - \frac{-d_L \vec{e}_z}{d_L^3} \right)$   
 $= -Gm_L \left( \frac{r}{d_L^3} \vec{e}_r \left( 1 + 3\frac{r}{d_L} \cos \theta \right) - \frac{d_L}{d_L^3} \vec{e}_z \left( \frac{3r}{d_L} \cos \theta \right) \right)$   
ordre 2  
 $= -Gm_L \left[ \frac{r}{d_L^3} \vec{e}_r - \frac{3r}{d_L^3} \cos \theta \vec{e}_z \right]$   
 $\Rightarrow \vec{C}_L(M) = \frac{Gm_L r}{d_L^3} \left[ 3 \cos \theta \vec{e}_z - \vec{e}_r \right]$

B.13) Il faut comparer le terme en  $\frac{Gm_L}{d_L^3}$

$\Rightarrow \frac{\text{terme lune}}{\text{terme soleil}} = \frac{m_L}{m_S} \cdot \left( \frac{d_S}{d_L} \right)^3 = 2,2$

d'effet de la lune est 2 fois plus important que celui du soleil.



- Si on s'intéresse seulement à  $T_{\text{lune}} = 27_j \Rightarrow T_{\text{vives eaux}} = T_{\text{mortes eaux}} = 13,5 \text{ jours}$ .

$$\text{Sinon } \tau_a' = \frac{T_{\text{rotation}/T} - T_{\text{lune}}}{T_{\text{rotation}/T} \cdot T_{\text{lune}}} = 29,2 \text{ jours}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T_{ve} = T_{me} \approx 14,6 \text{ jours}}}$$

C.1) Énoncé :  $\Delta h = \frac{m_L}{d^3} m_T^\alpha \cdot R_T^\beta$

$$\Rightarrow L = M L^{-3} M^\alpha L^\beta \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} 1 = \beta - 3 \\ 0 = 1 + \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 4 \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \underline{\underline{\Delta h = \frac{m_L}{d^3} m_T^{-1} R_T^4}} = 0,4 \text{ m}$$

C.2) La loi de l'hydrostatique traduit l'équilibre d'une particule de fluide.

Soit  $\vec{\text{grad}} p = \vec{f}_v$

$\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}$        $\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$



La particule de fluide est soumise à son poids et au terme de marées :

$$\begin{aligned} \vec{f}_v \cdot d\vec{G} &= -\frac{G m_T \cdot dm}{r^2} \vec{e}_r + dm \vec{C}_L(T) \\ \Rightarrow \vec{f}_v &= -\frac{\mu G m_T}{r^2} \vec{e}_r + \mu \vec{C}_L(T) \\ \Rightarrow \vec{f}_v &= -\mu G \left[ \frac{m_T}{r^2} \vec{e}_r + \frac{m_L r}{d^3} \left[ (3\cos^2\theta - 1) \vec{e}_r - 3\sin\theta \cos\theta \vec{e}_\theta \right] \right] \end{aligned}$$

C.3) Soit  $\vec{f}_v = -\vec{\text{grad}}(V_T + V_L)$  d'où :  $-\mu G \frac{m_T}{r^2} = -\frac{\delta V_T}{\delta r} \Rightarrow V_T = -\mu G \frac{m_T}{r} + \text{cste}$   
 Or par convention  $\lim_{r \rightarrow \infty} V_T = 0 \Rightarrow V_T = -\frac{\mu G m_T}{r}$

C.4) Soit  $\vec{\text{grad}} p = -\vec{\text{grad}}(V_T + V_L) \Leftrightarrow \vec{\text{grad}}(p + V_T + V_L) = 0$   
 $\Rightarrow p + V_T + V_L = \text{cste}$

A la surface de l'eau  $p = \text{cste} \Rightarrow V_T + V_L = \text{cste}_1$

Or  $\vec{f}_v = -\vec{\text{grad}}(V_T + V_L)$  d'où  $V_T + V_L = -\mu G \frac{m_T}{r} - \frac{\mu G m_L r^2}{2d^3} (3\cos^2\theta - 1) = \text{cste}_1$

On divise par  $-\mu G$  :  $\frac{m_T}{r} + \frac{m_L r^2}{2d^3} (3\cos^2\theta - 1) = \text{cste}_1 / (-\mu G) = \text{cste}_2 = m_T / R_T$  (énoncé)

C.5) Soit  $r = R_T + h$  d'où :  $\frac{m_T}{R_T} = \frac{m_T}{R_T + h} + \frac{m_L}{d^3} \frac{(R_T + h)^2}{2} (3\cos^2\theta - 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{m_T}{R_T} = \frac{m_T}{R_T} \left(1 - \frac{h}{R_T}\right) + \frac{m_L}{2d^3} (R_T^2 + 2hR_T) (3\cos^2\theta - 1)$$

$$\Leftrightarrow h \left( \frac{m_T}{R_T^2} - \frac{m_L}{d^3} R_T (3\cos^2\theta - 1) \right) = \frac{m_L}{2d^3} R_T^2 (3\cos^2\theta - 1)$$

A.N :  $\frac{m_T / R_T^2}{m_L R_T / d^3} = 1,7 \cdot 10^7$  d'où  $m_T / R_T^2 \gg m_L R_T / d^3$

$$\Rightarrow h m_T / R_T^2 = \frac{m_L}{2d^3} R_T^2 (3\cos^2\theta - 1)$$

C.6) Le marée est maximal pour  $\theta = 0$  ou  $\pi$  c'est-à-dire à l'équateur. Par contre aux pôles le marée est "négatif" et moitié moindre.

C.7) A l'équateur :  $h_E = \frac{m_L R_T^4}{m_T d^3} \approx 0,4 \text{ m}$ . C'est faible il faut tenir compte des reliefs géographiques.