

Physique : DM6

Partie 1 : Le haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé en figure 1, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe $z'z$. Le circuit magnétique, constitué d'aimants permanents, génère un champ magnétique \vec{B} radial et uniforme ($B = 1,05 \text{ T}$) dans l'entrefer. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut $l = 3,81 \text{ m}$. La masse de l'équipage mobile vaut $m = 4,0 \text{ g}$.

Les parties **A.1-**, **A.2-** et **A.3-** ne sont que très partiellement liées.

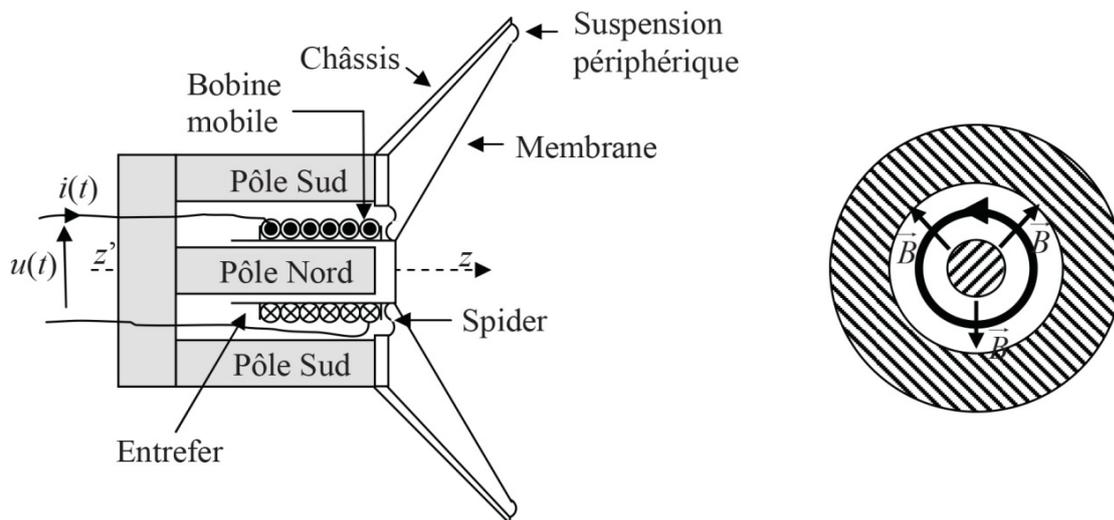


Figure 1 : schéma de principe du haut-parleur électrodynamique

A.1- Etude temporelle du fonctionnement

A.1.1- Pourquoi qualifie-t-on le haut-parleur de convertisseur électromécanique ?

A.1.2- On applique aux bornes de la bobine une tension variable $u(t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.

A.1.2.1- Justifier précisément l'apparition d'une f.é.m. induite $e(t)$ aux bornes de la bobine.

A.1.2.2- Le schéma électrique équivalent de la bobine est donné en figure 2, page suivante. Donner la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$, $i'(t) = \frac{di(t)}{dt}$ et $e(t)$. Que représente chacun des termes de cette équation dite électrique ? Pour la suite du problème, on posera $e(t) = v(t) \cdot B \cdot l$.

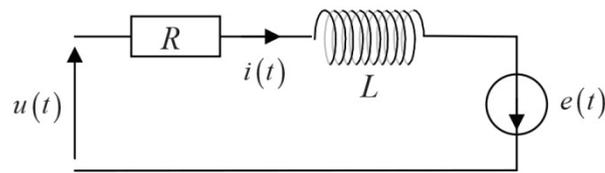


Figure 2 : schéma électrique de la bobine

A.1.3- Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace $d\vec{f}_L$ exercée sur une portion de conducteur de longueur dl en fonction de $i(t)$, dl , B et \vec{u}_z .

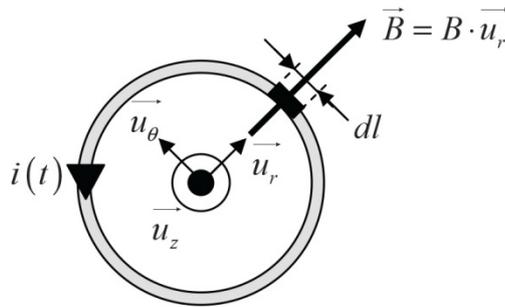


Figure 3 : portion de conducteur soumis à la force de Laplace

A.1.4- En prenant l'origine des z comme étant la position d'équilibre du centre d'inertie de l'équipage mobile (bobine + membrane), le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système donne la relation suivante : $m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = -i(t) \cdot l \cdot B \cdot \vec{u}_z - k \cdot z(t) \cdot \vec{u}_z - \lambda \cdot \vec{v}$. Interpréter les différents termes de cette relation.

En déduire une équation reliant $i(t)$ à $z(t)$ et ses dérivées $z'(t) = \frac{dz(t)}{dt}$ et $z''(t) = \frac{d^2z(t)}{dt^2}$. L'équation ainsi obtenue est appelée équation mécanique.

A.2- Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée est supposée sinusoïdale, de fréquence f : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$. Nous utiliserons le formalisme complexe qui, à toute fonction sinusoïdale du type $a(t) = A_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ associe la fonction complexe $\underline{a}(t) = A_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$. On rappelle que j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

A.2.1- Ecrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe.

A.2.2- En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$.

A.2.3- Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z}_e(\omega)$, appelée impédance propre, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z}_m(\omega)$, appelée impédance motionnelle, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système. Préciser les expressions de $\underline{Z}_e(\omega)$ et $\underline{Z}_m(\omega)$.

A.2.4- Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m(\omega) = \frac{1}{\underline{Z}_m(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme :

$\underline{Y}_m(\omega) = j \cdot C_m \cdot \omega + \frac{1}{j \cdot L_m \cdot \omega} + \frac{1}{R_m}$. Préciser les expressions de C_m , L_m et R_m en fonction de l , B , k , m et λ . On donne $k = 1\,250 \text{ N.m}^{-1}$ et $\lambda = 1,0 \text{ kg.s}^{-1}$, vérifier que $C_m = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ F}$, $L_m = 12,8 \text{ mH}$ et $R_m = 16 \Omega$.

A.2.5- Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel vous ferez apparaître R , L , C_m , L_m et R_m .

A.2.6- On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega) = R_T + j \cdot X_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la

suivante : $R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \cdot \left(C_m \cdot \omega - \frac{1}{L_m \cdot \omega} \right)^2}$.

A.2.7- En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ de la figure 4, déterminer la valeur numérique de la résistance R et montrer que la fréquence de résonance vaut $f_0 = 89 \text{ Hz}$. Vérifier la cohérence de la valeur de f_0 avec les données de l'énoncé.

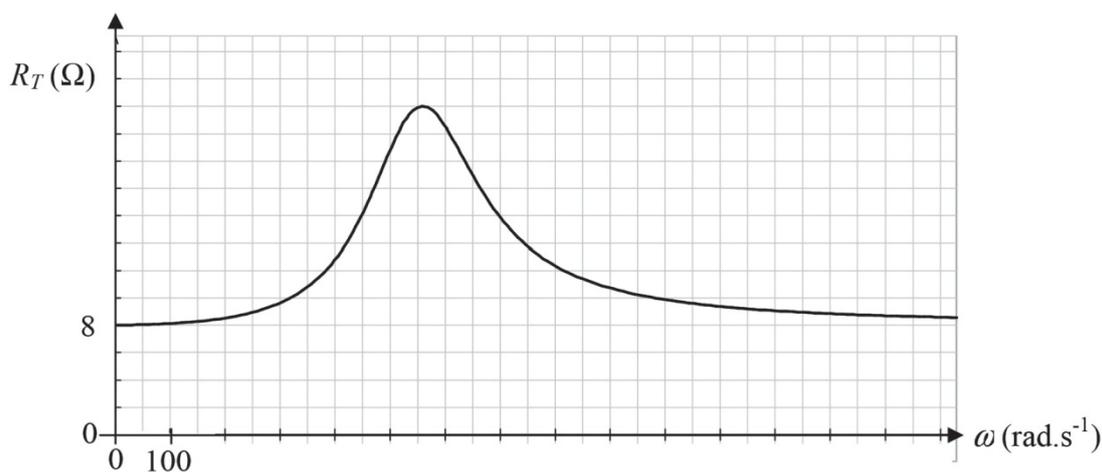


Figure 4 : courbe représentant R_T en fonction de ω

A.3- Etude énergétique

Nous ferons l'hypothèse que la transformation de l'énergie mécanique des parties mobiles en énergie acoustique s'effectue sans perte.

A.3.1- Etablir le bilan de puissance électrique global sous la forme :

$$u(t) \cdot i(t) = \frac{d(E_{\text{magn}})}{dt} + P_J(i(t)) + P_L(v(t)).$$

Préciser les expressions de E_{magn} , $P_J(i(t))$ et $P_L(v(t))$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.2- Etablir le bilan de puissance mécanique global sous la forme :

$$\frac{d(E_c(v(t)))}{dt} + P_A(v(t)) + \frac{d(E_{pe}(z(t)))}{dt} = P_L(v(t)).$$

Préciser les expressions de $E_c(v(t))$, $E_{pe}(z(t))$ et $P_A(v(t))$.

Interpréter chacun des termes du bilan.

A.3.3- Dédurre des deux relations précédentes que :

$$u(t) \cdot i(t) = \frac{d(E_{\text{magn}})}{dt} + P_J(i(t)) + \frac{d(E_M(t))}{dt} + P_A(v(t)).$$

A.3.4- Montrer que la puissance moyenne $\langle P_S(t) \rangle$ fournie par l'alimentation électrique est reliée à la valeur moyenne du courant au carré consommé par le haut-parleur $\langle i(t)^2 \rangle$ et à la valeur moyenne de la vitesse au carré de l'équipage mobile $\langle v(t)^2 \rangle$ par la relation :

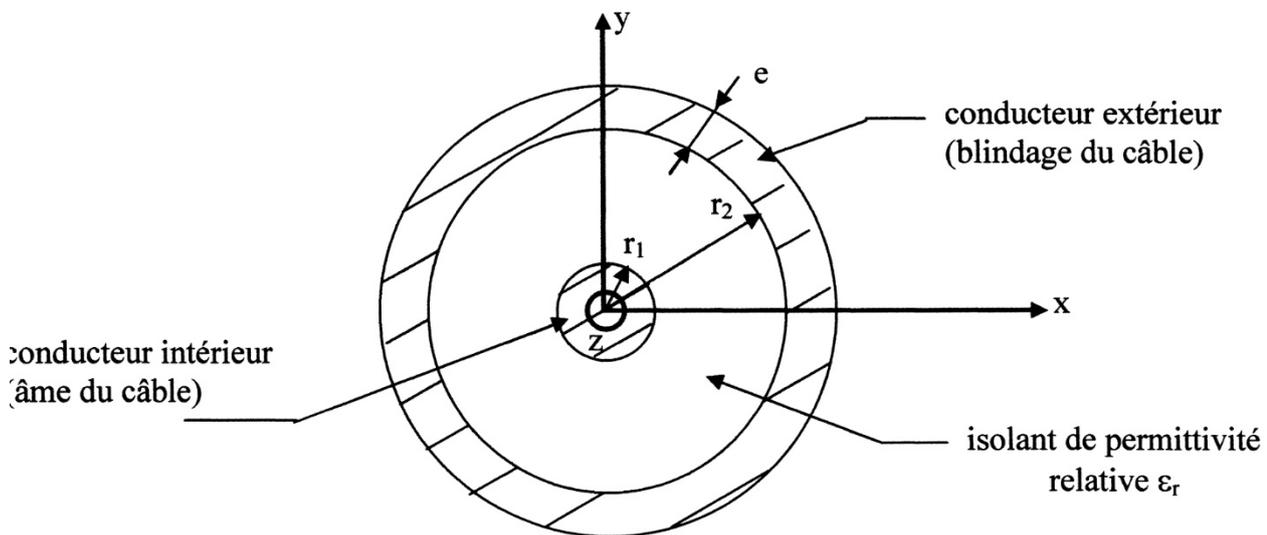
$$\langle P_S(t) \rangle = R \cdot \langle i(t)^2 \rangle + \lambda \cdot \langle v(t)^2 \rangle.$$

Lequel de ces termes correspond à la puissance utile moyenne $\langle P_u(t) \rangle$? En déduire l'expression du rendement η .

Partie 2 – Câble coaxial

Un câble coaxial est constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1 , r_2 et (r_2+e) , et de longueur ℓ . La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie.**

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\epsilon_r = 2,0$. On rappelle que la permittivité absolue ϵ de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$, la notation ϵ_0 désignant la permittivité absolue du vide.



Pour les applications numériques, on prendra: $r_1 = 0,15 \text{ cm}$, $r_2 = 0,50 \text{ cm}$, $\ell = 10 \text{ m}$,
 $e = 0,10 \text{ cm}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$.

1. Le conducteur **intérieur** est porté au potentiel V_1 constant et le conducteur **extérieur au potentiel V_2 , qu'on suppose nul**. Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques $+Q$ et $-Q$, supposées uniformément réparties sur les **deux seules** surfaces des conducteurs qui sont de rayon r_1 et r_2 .

1.1. Montrer que le champ électrique est radial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r , soit : $\vec{E} = E(r) \vec{u}_r$.

1.2.a. Etablir l'expression de $E(r)$ en fonction de Q , de la permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ de l'isolant, de r et de ℓ , en distinguant les trois cas : $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ et $r_2 < r < (r_2+e)$. Il est rappelé que l'expression de $E(r)$ demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ε_0 du vide par celle, ε , du matériau isolant

1.2.b. Montrer que, dans le domaine $r > (r_2+e)$, $E(r) = 0$.

1.3.a. Tracer le graphe de $E(r)$.

1.3.b. Commenter **physiquement** les éventuelles discontinuités de $E(r)$ à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et (r_2+e) .

1.4. Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q , $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$, ℓ , r_1 et r_2 .

1.5. Montrer que la capacité par unité de longueur du câble coaxial, notée C_1 , est donnée par :

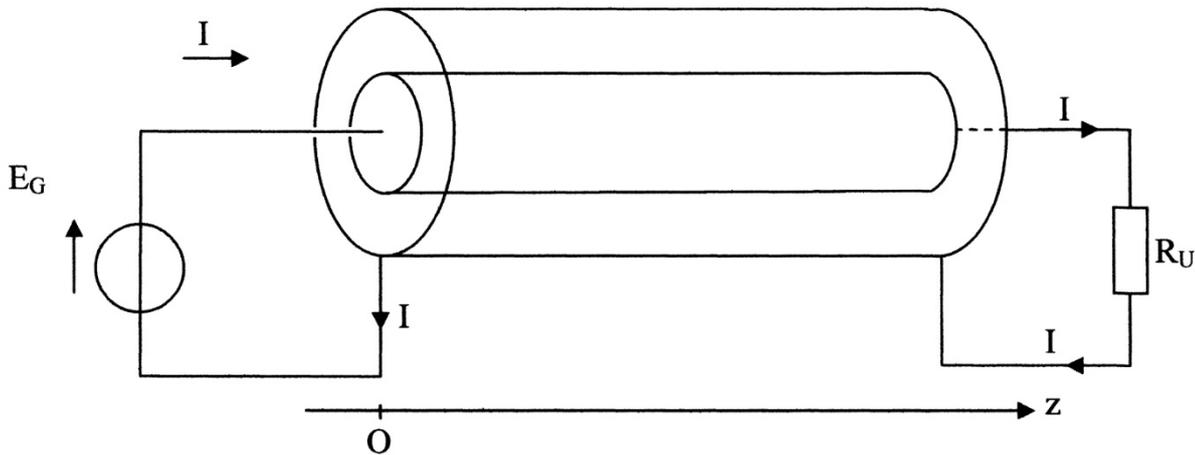
$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}.$$

1.6. En déduire **simplement** l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ .

1.7. Calculer la valeur numérique de C_1 .

1.8. Calculer la valeur numérique de W_e pour une tension $U_{12} = 10$ V entre les armatures du câble.

2. Le câble coaxial est chargé (à sa sortie) par une résistance R_U et alimenté en entrée par un générateur de tension continue E_G .



Le conducteur intérieur constitue le conducteur aller du courant électrique d'intensité I .
Le conducteur extérieur constitue le conducteur retour de ce courant.

Les conducteurs sont parcourus dans toute leur épaisseur par des courants volumiques de densités uniformes \vec{j}_1 et \vec{j}_2 , de même direction que Oz . On considère de nouveau que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie.**

2.1. Montrer que le champ magnétique est orthoradial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r , soit : $\vec{B} = B(r) \vec{u}_\theta$.

2.2. Etablir les expressions de $B(r)$, en fonction de μ_o , I , r_1 , r_2 et de e , en distinguant quatre domaines à définir.

2.3.a. Tracer l'allure du graphe de $B(r)$.

2.3.b. Observe-t-on des discontinuités de $B(r)$ à la traversée des cylindres de rayons r_1 , r_2 et (r_2+e) ? Aurait-on pu le prévoir avant de traiter les questions 2.1 à 2.2? Pourquoi?

2.4.a. Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique en un point de l'espace, en fonction du champ magnétique en ce point.

Dans toute la suite, on néglige, notamment pour alléger les calculs, la part de l'énergie magnétique emmagasinée dans l'âme - région $r < r_1$ - et celle localisée dans le blindage - région $r_2 < r < (r_2+e)$ - du câble coaxial.

2.4.b. Exprimer, **dans ces conditions**, l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ , en fonction de μ_o , I , r_1 , r_2 et de ℓ .

2.5. En déduire l'expression de l'inductance propre du câble coaxial par unité de longueur notée L_1 .

2.6. Calculer la valeur numérique de L_1 .

2.7. Le câble coaxial est parcouru par un courant d'intensité $I = 0,10$ A.
Calculer la valeur numérique de l'énergie magnétique W_m emmagasinée par le câble coaxial.

3. Les conducteurs intérieur et extérieur ont une conductivité $\gamma = 5,8.10^7$ S.m⁻¹.

3.1. Exprimer la résistance des conducteurs par unité de longueur, notée R_1 , en fonction de γ , r_1 , r_2 , et de $r_3 = (r_2+e)$.

3.2. Calculer la valeur numérique de R_1 .

3.3. On souhaite régler la tension E_G du générateur pour obtenir un courant d'intensité $I = 0,20$ A. La ligne est chargée par $R_u = 50 \Omega$. Calculer la valeur numérique de E_G .

Partie III – Electronique

Étude d'un filtre

On considère tout d'abord le filtre suivant (figure 4) où l'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire quelque soit la fréquence.

La tension d'entrée est fournie par un générateur et s'écrit

$$v_e(t) = V_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$$

où V_{em} est la valeur maximale et ω la pulsation de la tension d'entrée. La tension de sortie sera notée $v_s(t) = V_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$. L'étude mathématique du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe \underline{v}_e et \underline{v}_s pour ces deux tensions :

$$\underline{v}_e(t) = V_{em} e^{j(\omega t + \varphi_e)} \text{ et } \underline{v}_s(t) = V_{sm} e^{j(\omega t + \varphi_s)} \text{ (avec } j^2 = -1 \text{)}.$$

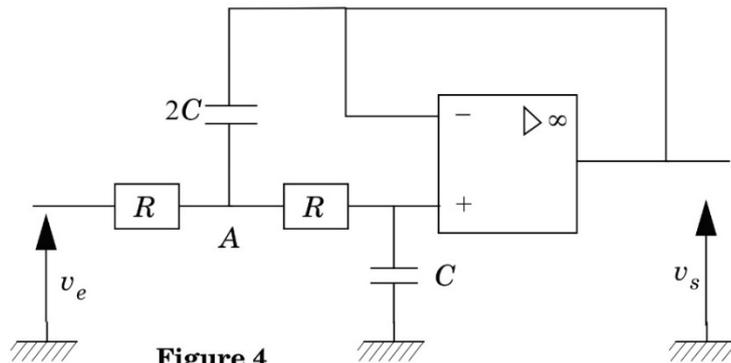


Figure 4

III.A - Analyse qualitative

III.A.1) Rappeler ce qu'est un amplificateur idéal fonctionnant en régime linéaire.

III.A.2)

a) Comment se comporte un condensateur en basse fréquence $\omega \rightarrow 0^+$? Représenter le circuit en basse fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de v_s en basse fréquence.

b) Comment se comporte un condensateur en haute fréquence $\omega \rightarrow +\infty$? Représenter le circuit en haute fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de v_s en haute fréquence.

c) Dédire de ce qui précède la nature du filtre.

III.B - Analyse quantitative

III.B.1) Montrer que la fonction de transfert complexe $\underline{H} = \underline{v}_s / \underline{v}_e$ s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$

On précisera les expressions de H_0 , λ et ω_0 en fonction de R et C . Vérifier la concordance des résultats du III.A avec cette expression de \underline{H} .

III.B.2)

a) Comment s'exprime l'amplitude V_{sm} du signal de sortie v_s en fonction de $|\underline{H}|$ et de l'amplitude V_{em} du signal d'entrée v_e ? Quelles grandeurs électriques faut-il donc relever expérimentalement pour déterminer $|\underline{H}|$? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser ?

b) Comment s'exprime la phase φ_s du signal de sortie v_s en fonction de la phase φ de \underline{H} et de la phase du signal d'entrée φ_e ? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser pour mesurer φ ?

III.B.3) Diagramme de Bode

a) Montrer que $|\underline{H}| = 1 / \sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}$.

b) Tracer le diagramme de Bode en gain du filtre directement sur votre feuille en précisant les grandeurs portées sur les axes ainsi que les valeurs remarquables de ces grandeurs. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence ainsi que la pulsation de coupure à -3dB .

c) Tracer le diagramme de Bode en phase du filtre. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence. Que vaut la phase φ de \underline{H} pour $\omega = \omega_0$?

Modulation et démodulation d'amplitude

Application du filtre

Il est fréquent qu'un signal se présente sous une forme inadaptée à sa transmission ou à son traitement. La modulation est le procédé permettant de transposer les caractéristiques de ce signal dans des domaines de fréquences où la propagation et le traitement sont possibles. La démodulation est l'opération inverse.

IV.A - De la nécessité de moduler...

On s'intéresse aux signaux hertziens audio qui s'étalent sur la plage de fréquence $f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}$. Cette plage est parfaitement audible à notre oreille qui peut percevoir ordinairement des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz.

D'autre part, on peut montrer que la réception d'une onde électromagnétique nécessite une antenne dont la dimension caractéristique est une demi longueur d'onde.

Quelle devrait être la taille d'une antenne permettant la réception des signaux audio considérés ? Cela vous semble-t-il réalisable ? Pourquoi est-il alors intéressant d'utiliser une autre fréquence ? Commenter l'intérêt de l'utilisation d'une autre fréquence si l'on veut émettre plusieurs ondes radios émanant de plusieurs stations.

IV.B - Modulation

Le signal audio à transporter est maintenant appelé signal modulant. Les méthodes de modulation sont élaborées à partir d'une onde sinusoïdale pure, appelée porteuse ou signal porteur. Le résultat de la combinaison de ces deux signaux s'appelle signal modulé. Le signal modulant est noté $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ et le signal porteur $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$ où f_{port} est la fréquence du signal porteur (ou porteuse) et $f_m (\ll f_{\text{port}})$ la fréquence du signal modulant. Le signal modulé en amplitude est un signal de la forme :

$$s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t) \text{ où } m \text{ est un réel strictement positif.}$$

Ce signal modulé a été obtenu en réalisant les opérations représentées dans le schéma bloc de la figure 5.

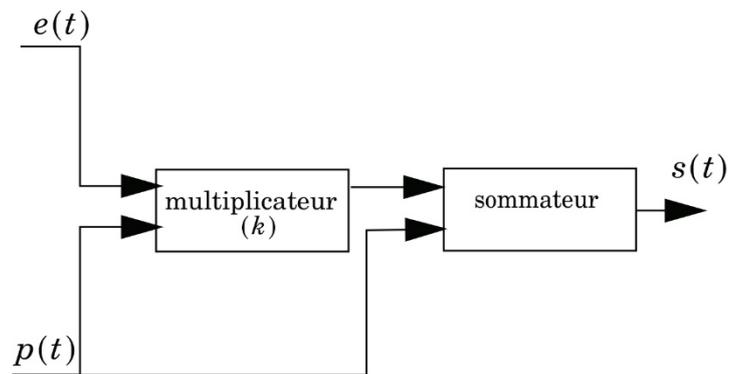


Figure 5

IV.B.1) Montrer que le schéma de la figure 5 permet effectivement d'obtenir le signal $s(t)$ si l'on pose $m = k A_m$. Dans toute la suite du sujet, on prendra l'indice de modulation $m < 1$. On rappelle que le spectre d'un signal désigne la

représentation de l'amplitude des signaux sinusoïdaux qu'il contient en fonction de leur fréquence respective. Exemple : le spectre de

$$v(t) = X_{1m} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + X_{2m} \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) \text{ avec } X_{1m} > X_{2m} \text{ et } f_1 < f_2$$

est donné figure 6.

IV.B.2) On a réalisé en laboratoire l'enregistrement d'un signal modulé. Le résultat est donné figure 7 en annexe. Expliquer en quoi ce signal représente correctement un signal modulé $s(t)$ dans le cas où $m < 1$. On précisera sur la figure 7 (à rendre avec la copie) les valeurs des fréquences f_{port} et f_m , les expressions et valeurs particulières de $s(t)$ marquées d'un point d'interrogation et on déterminera la valeur de m .

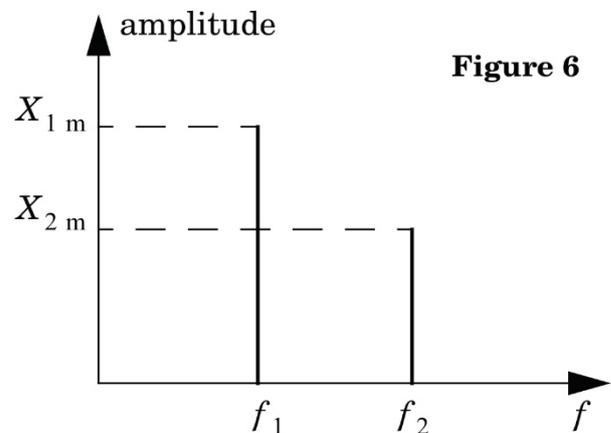


Figure 6

IV.B.3) Réécrire le signal $s(t)$ en le linéarisant (c'est-à-dire en le mettant sous la forme d'une somme de cosinus). Quelles fréquences contient ce signal ? Représenter l'allure du spectre de $s(t)$.

IV.B.4) On envoie dans la pratique un signal modulant audio, somme de signaux sinusoidaux qui encombrant la plage de fréquence

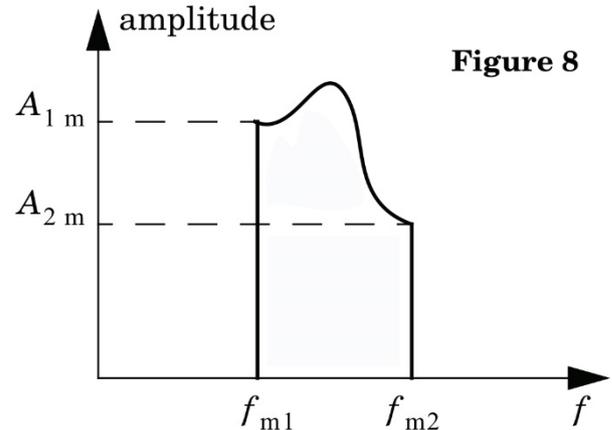
$$f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}.$$

La porteuse utilisée est celle émise par la station Europe 1 soit $f_{\text{port}} = 185 \text{ kHz}$. Le spectre du signal audio modulant est représenté figure 8.

a) Représenter le spectre du signal modulé $s(t)$.

b) Quelle est la bande passante d'un filtre nécessaire à la transmission intégrale du signal $s(t)$ au niveau d'une antenne ? Quelle est la nature de ce filtre ?

c) Compte tenu de la Partie IV.A, montrer l'intérêt de la modulation ainsi réalisée.

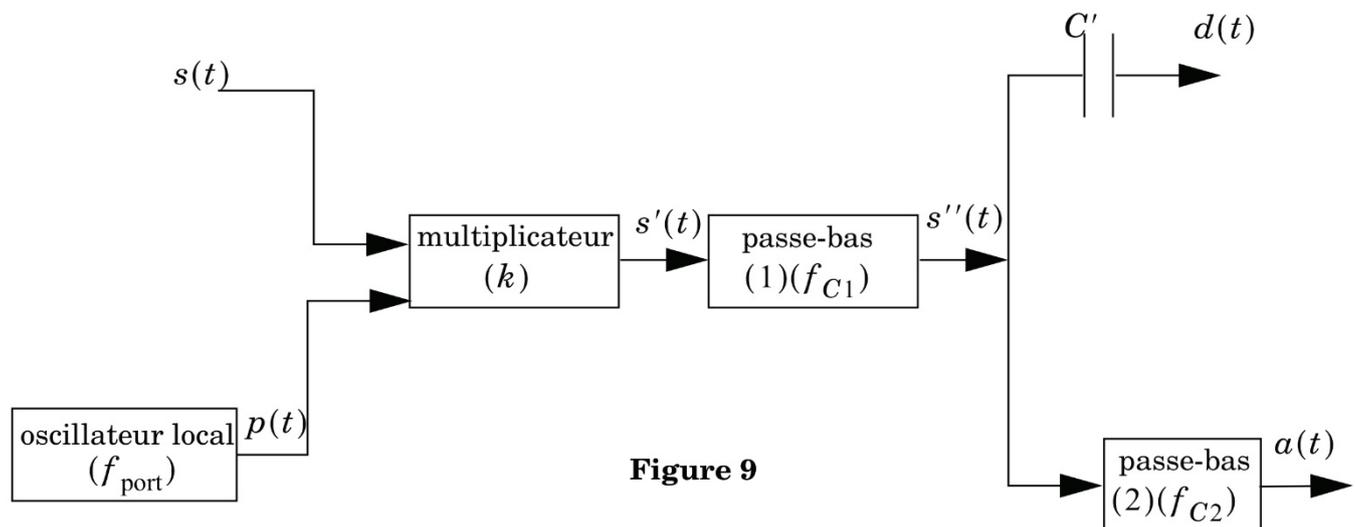


IV.C - Démodulation synchrone

On considère à nouveau un signal modulé noté

$$s(t) = A_p [1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t).$$

On admet que l'on dispose à la réception du signal modulé d'un oscillateur local synchrone délivrant le signal $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$ identique au signal porteur utilisé à l'émission. La figure 9 ci-dessous représente le principe de fonctionnement du circuit de démodulation situé après l'antenne réceptrice.



IV.C.1) Donner l'expression du signal $s'(t)$ obtenu à la sortie du multiplicateur. Le linéariser et représenter le spectre de ce signal.

IV.C.2) Le filtre passe-bas (1) a une fréquence de coupure f_{C1} telle que $f_m < f_{C1} < f_{\text{port}}$ et le filtre passe-bas (2) une fréquence de coupure $f_{C2} < f_m$. On considérera dans un premier temps que les filtres sont parfaits. C'est-à-dire que chaque filtre admet un gain $|\underline{H}| = 1$ pour des fréquences inférieures à sa fréquence de coupure et un gain nul pour toute fréquence supérieure à sa fréquence de coupure.

- Exprimer le signal $s''(t)$ et donner son spectre.
- On souhaite, uniquement pour cette question, utiliser le filtre étudié dans la Partie III pour réaliser le filtre (1). Le cahier des charges impose une atténuation de 80 dB pour les signaux de fréquences $2f_{\text{port}}$ par rapport aux signaux continus.
Justifier cette contrainte et calculer ω_0 et R lorsque $C = 1,00 \text{ nF}$ et $f_{\text{port}} = 185 \text{ kHz}$.
- À quoi sert le condensateur de capacité C' représenté sur le schéma bloc ? Donner alors l'expression du signal $d(t)$ et son spectre.
- Exprimer le signal $a(t)$ obtenu à la sortie du filtre (2).
- Montrer finalement que l'analyse des signaux $a(t)$ et $d(t)$ permet de reconstituer le signal modulant $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$.

Données :

- vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

Formulaire :

- $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = -\Delta\vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A})$
- $\cos a \times \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a + b) + \cos(a - b)]$

Annexe de la partie II

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies. Il ne pourra pas être délivré d'autres exemplaires de ce document.

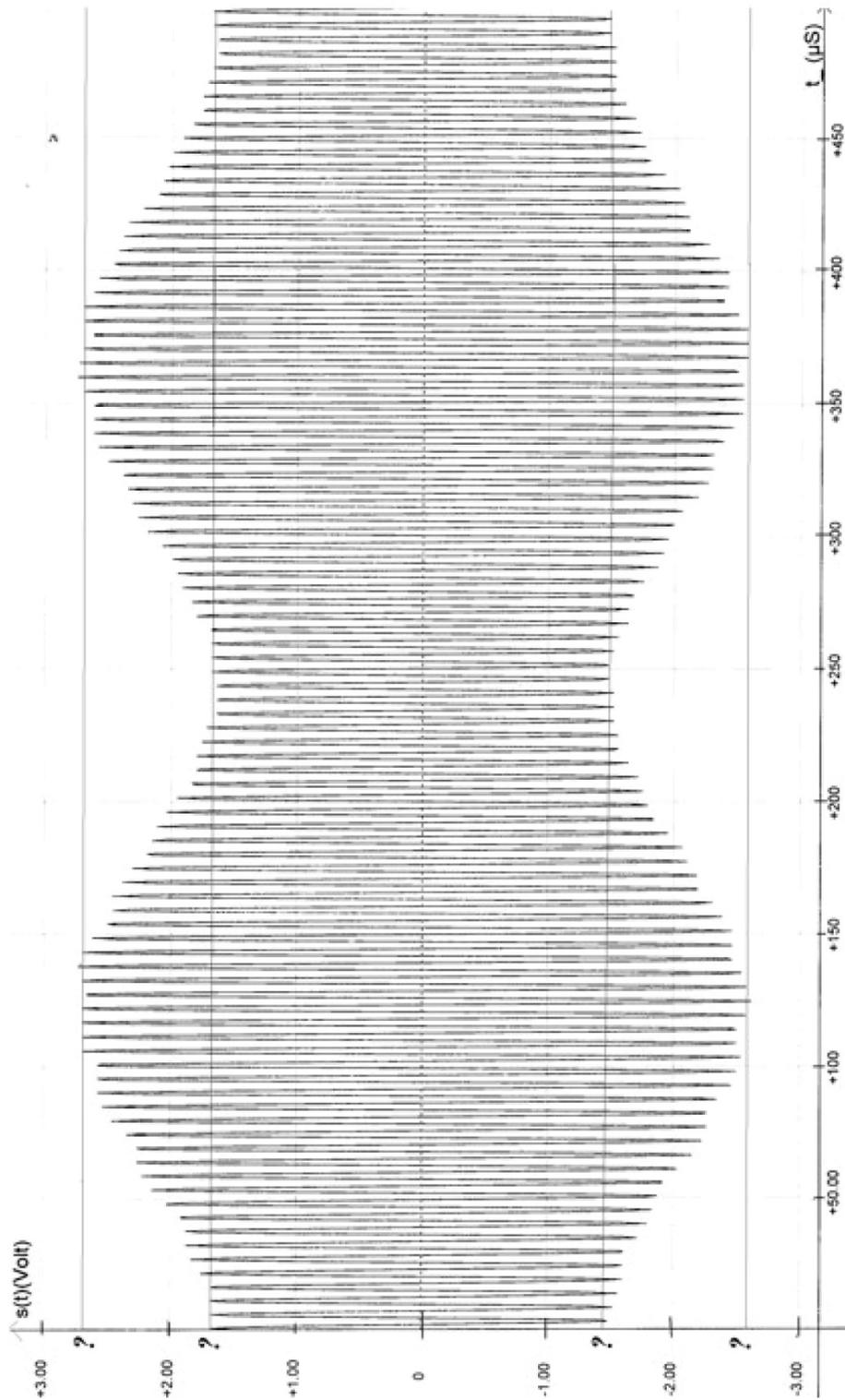


Figure 7