

Physique : DM4

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

Partie A : CN5 – Résolution de l'équation de diffusion

Faire la capacité numérique 5 sur l'équation de la chaleur

Partie B - Diffusion thermique

Ce sujet étudie plusieurs parties sur les microprocesseurs, on s'intéressera à la partie « IV » de dissipation thermique. Il était composé de quelques questions ouvertes (repérable à une barre verticale noire) et une bonne maîtrise d'analyse documentaire.

IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques cm^2 . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

IV.A – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions $a \times b \times \ell$ avec $a \gg \ell$ et $b \gg \ell$, lorsque les faces repérées par les points O et A sont uniformément aux températures T_1 et T_0 respectivement (cf **figure 9**). L'objet est caractérisé par sa masse volumique μ , sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ . L'origine de l'axe des x est prise en O .

IV.A.1) Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de x et t seulement.

IV.A.2) Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température $T(x, t)$ dans le solide considéré.

IV.A.3) Les températures T_0 et T_1 étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de x .

Exprimer la puissance thermique Φ qui traverse le solide de O vers A .

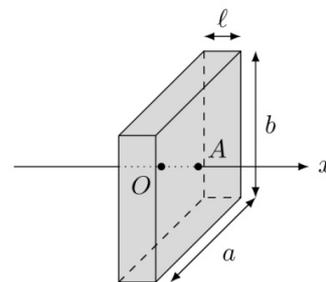


Figure 9

IV.A.4) Montrer qu'on peut relier la différence de températures $T_1 - T_0$ au flux Φ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique R_{th} de l'objet parallélépipédique.

IV.B – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à T_a , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant dt à travers une surface de section $dS = dy dz$:

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où h est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et T_0 est la température de surface du solide (cf. **figure 10**).

IV.B.1) Donner l'unité de h dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique R_h qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface S de solide.

IV.B.2) Dans le cas d'une interface silicium/air, $h_s = 30$ S.I. si l'air environnant est immobile et vaut $h_c = 300$ S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$. Calculer les valeurs des résistances thermiques R_{th} dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi R_h l'air étant immobile, commenter.

IV.C – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée Δt au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

IV.D – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale $\simeq 70^\circ\text{C}$, on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en M au radiateur situé en R . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La **figure 11** à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.

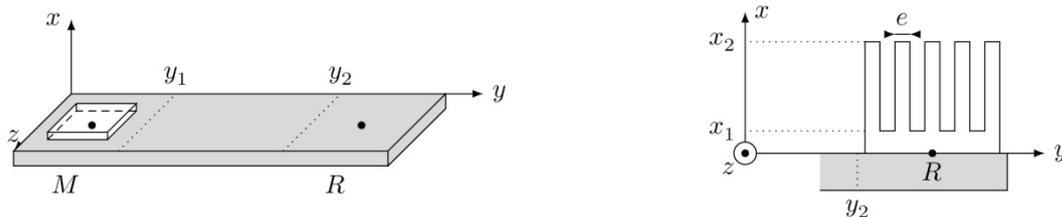


Figure 11

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf **figure 11** à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'ailettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la **figure 11**. La dimension des ailettes dans la direction \vec{e}_z est notée l_z , e selon \vec{e}_y et $H = x_2 - x_1$ selon \vec{e}_x .

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon \vec{e}_x . La température est notée $T(x)$, elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température $T_a = 20^\circ\text{C}$, et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note T_R la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en $T(x_1)$ sur chacune des ailettes.

IV.D.1) Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur dx de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_a) = 0$$

où δ est à exprimer en fonction de λ , e , l_z et h .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur H de l'ailette est très grande, c'est à dire $H \rightarrow \infty$.

IV.D.2) Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.

Pour l'application numérique on prendra $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$, $e = 2 \text{ mm}$ et $l_z = 1 \text{ cm}$.

IV.E – On étudie désormais le caloduc. Celui-ci est un constitué d'une enceinte métallique ou semi-conductrice de volume constant de petite dimension, dont la paroi interne est tapissée de fines rainures, dans lesquelles un liquide peut se déplacer par capillarité. À l'intérieur de l'enceinte, un corps pur diphasé (de l'eau, mais il peut être autre que de l'eau) a été injecté. L'ensemble forme un système fermé et passif.

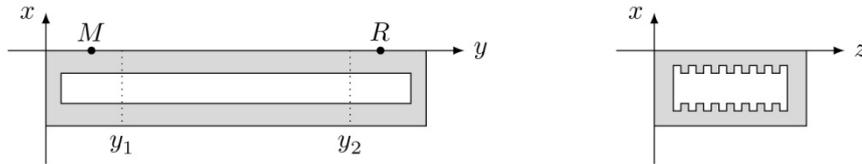


Figure 12

La figure 12 représente deux coupes du caloduc. Le schéma de gauche représente une coupe dans la longueur du caloduc, dans un plan de direction (\vec{e}_x, \vec{e}_y) , le schéma à droite représente une vue d'une section droite du caloduc.

On suppose que le caloduc est parfaitement dimensionné pour un microprocesseur qui dissipe une puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{micro}} = 20 \text{ W}$, la température en M sous le microprocesseur est égale à $71 \text{ }^\circ\text{C}$, celle sous le point R vaut $70 \text{ }^\circ\text{C}$ et l'eau circule à l'intérieur du caloduc de façon permanente. On admet qu'une goutte de liquide qui arrive sous le microprocesseur se vaporise totalement et qu'une bulle de vapeur qui arrive sous le radiateur se liquéfie totalement et pénètre dans les rainures. L'eau reste liquide lorsqu'elle circule à l'intérieur des micro rainures entre y_1 et y_2 .

Enfin, la zone intermédiaire, entre y_1 et y_2 est considérée adiabatique. Toutes les transformations envisagées sont supposées réversibles.

IV.E.1) Analyser le terme caloduc, à quel autre terme du langage courant vous fait-il penser ? Proposer une signification du terme caloduc.

IV.E.2) Les forces de capillarité sont susceptibles de provoquer la montée d'un liquide dans un tube vertical plongé dans un liquide de petit diamètre. Justifier qualitativement que les forces de capillarité travaillent.

IV.E.3) La figure 13 représente l'allure du cycle (en trait noir) décrit par une goutte de liquide à l'intérieur du caloduc, dans un diagramme représentant la pression P en fonction du volume massique v . La courbe grise est la courbe de saturation qui délimite le domaine où règne l'équilibre liquide vapeur noté ℓ/v .

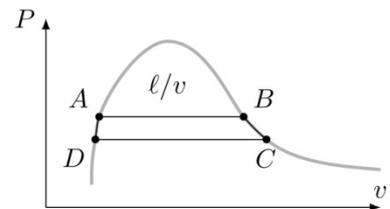


Figure 13

Expliquer qualitativement le fonctionnement du caloduc, en reliant les positions internes au caloduc aux points A , B , C et D du cycle.

IV.F – En régime stationnaire de fonctionnement, le caloduc évacue toute la chaleur dissipée par le microprocesseur et les températures extrêmes sont séparées de $T_R - T_M = 1 \text{ K}$. Calculer la résistance thermique équivalente du caloduc et comparer celle-ci à celle d'un barreau de cuivre de mêmes dimensions.

Quel est l'intérêt du caloduc ?

Données

Constante d'Avogadro
 Constante de Boltzmann
 Constante universelle des gaz parfaits
 Masse d'un électron
 Expression du facteur de Boltzmann

$$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

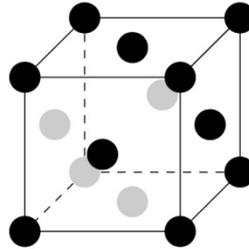
$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\exp\left(-\frac{e}{kT}\right)$$

Maille d'un réseau cubique faces centrées



Données sur le cuivre et le silicium

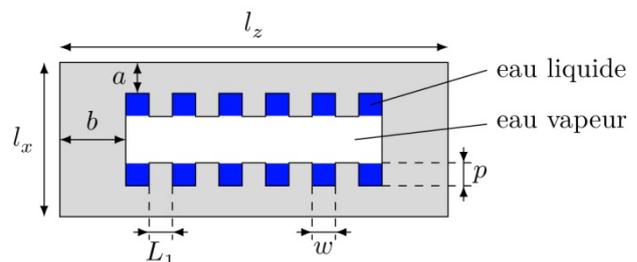
	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative (g·mol ⁻¹)	63,546	28,0855
Température de fusion (°C)	1083	1410
Température d'ébullition (°C)	2567	2355
État de la matière à 20 °C et 1 bar	solide	solide
Densité à 20 °C (g·cm ⁻³)	8,92	2,33
Niveaux d'oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	[Ar]3d ¹⁰ 4s ¹	[Ne]3s ² 3p ²
Énergie d'ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique (S·m ⁻¹)	59,6×10 ⁶	2,52×10 ⁻⁴
Conductivité thermique (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	401	148
Chaleur massique (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	380	700

Équilibre liquide vapeur de l'eau au voisinage de 70 °C

T	P	ρ _ℓ	ρ _v	h _ℓ	h _v	S _ℓ	S _v	C _{v,ℓ}	C _{v,v}
(K)	(kPa)	(kg·m ⁻³)	(kg·m ⁻³)	(kJ·kg ⁻¹)	(kJ·kg ⁻¹)	(kJ·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)			
342	27,188	979,503	0,17440	279,866	2620,69	0,9165	7,8013	3,9416	1,4888
343	32,366	977,247	0,20537	296,628	2627,55	0,9655	7,7414	3,9208	1,4951
344	38,354	974,904	0,24077	313,401	2634,35	1,0140	7,6833	3,8999	1,5018

Dimensions du caloduc

b	a	l _x	l _z	w	L ₁	p	y ₂ - y ₁
(mm)	(mm)	(mm)	(cm)	(μm)	(μm)	(μm)	(cm)
6	1	2,9	2	20	80	70	10



Spécification du microprocesseur i7-4500U

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations †	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T _{JUNCTION}	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168
Low Halogen Options Available	See MDDS