

## Physique : DM8

## Technologie MIMO (CCP 2014 - MP)

## III Propagation dans l'air

$$\text{III.1.1} \rangle \text{ On a : } \begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 & (\text{M. flux}) \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0 & (\text{M. Gauss}) \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & (\text{M. Faraday}) \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & (\text{M. Ampère}) \end{cases}$$

$$\text{III.1.2} \rangle \text{ Soit } \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot} \vec{B}) \\ = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \cdot \epsilon_0 \mu_0.$$

$$\Leftrightarrow -\Delta \vec{E} + \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \times \frac{1}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \text{ où } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\text{III.1.3} \rangle \text{ a) } \vec{k} = k \vec{y} \text{ (propagation) et } \vec{E}_m = E_m \vec{e}_x \text{ (polarisation)}$$

$$\text{b) D'où } \vec{E}(M,t) = E_m e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_x$$

$$\text{c) D'où } \begin{cases} \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}. \end{cases}$$

$$\text{d) Donc } \underline{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$$\text{III.1.4)} \text{ Pour ce type d'onde : } \underline{\vec{B}} = \frac{\underline{\vec{k}} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{1}{c} E_m e^{i(kz - \omega t)} \vec{e}_y$$

$$\text{III.1.5)} \text{ Donc } \left\{ \begin{array}{l} \underline{\vec{E}}(M,t) = E_m \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_x \\ \underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{E_m}{c} \cos(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_y \end{array} \right.$$

### III.2) Puissance et rayonnement

$$\text{III.2.1)} \text{ On a } \underline{\vec{R}}(M,t) = \frac{\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}}{\mu_0} \text{ qui s'exprime en } \text{W.m}^{-2}$$

↑  
vecteur propagation de l'énergie

$$\text{III.2.2)} \text{ On a } \underline{\vec{R}} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \cos^2(kz - \omega t + \varphi) \vec{e}_z$$

$$\Leftrightarrow \langle \|\underline{\vec{R}}\| \rangle = \frac{1}{2} E_m^2 / \mu_0 c$$

$$\Leftrightarrow \langle \|\underline{\vec{R}}\| \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_m^2 \Rightarrow \alpha = 1/2$$

$$\text{III.2.3)} \text{ On a : } 4\pi d^2 \langle \|\underline{\vec{R}}\| \rangle = \text{Pa.G.}$$

$$\Leftrightarrow 4\pi d^2 \frac{\epsilon_0 c E_m^2}{2} = \text{Pa.G.}$$

$$\Leftrightarrow E_m = \sqrt{\frac{\text{Pa.G.}}{2\pi d^2 \epsilon_0 c}}$$

### III.3) Exposition

$$\text{III.3.1)} \text{ On obtient } E_{m1} = \underline{4,2 \text{ V.m}^{-1}} \ll E_{\text{max}} = 61 \text{ V.m}$$

$$\text{III.3.2)} \text{ ——— } E_{m2} = \underline{7 \text{ V.m}^{-1}} \ll E_{\text{max}} = 61 \text{ V.m}$$

#### IV) Réflexion d'une OPPS

IV.1.1) On a  $\begin{cases} \vec{E}_i(M,t) = E_{mi} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_z & \text{où } k = \|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\| \\ \vec{B}_i(M,t) = \frac{E_{mi}}{c} e^{j(kz - \omega t)} \vec{e}_y \end{cases}$

IV.1.2) Ecrivons  $\begin{cases} \vec{E}_r(M,t) = E_{mr} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_z \\ \vec{B}_r(M,t) = \frac{k_r \wedge \vec{E}}{\omega} = -\frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}}{\omega} = -\frac{E_{mr}}{c} e^{-j(kz + \omega t)} \vec{e}_y \end{cases}$

IV.1.3) Dans un métal parfait :  $\vec{E}(M)$  et  $\vec{B}(M) = \vec{0}$

IV.1.4) On a  $E_{1t} = E_{2t}$

IV.1.5) En  $z=0$ , on a :  $\vec{E}_i(0,t) + \vec{E}_r(0,t) = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow E_{mi} e^{-j\omega t} + E_{mr} e^{-j\omega t} = 0$

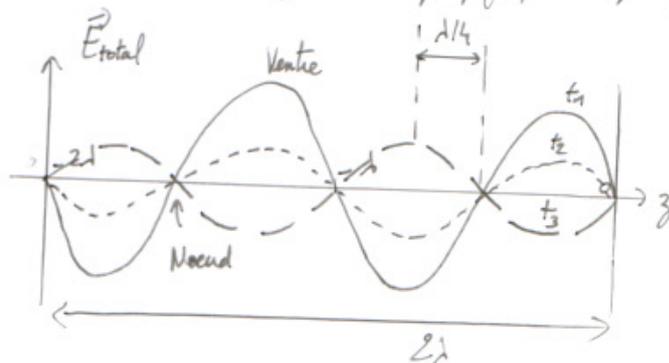
$\Leftrightarrow E_{mi} = -E_{mr} \Leftrightarrow \underline{\underline{r = -1}}$

IV.2.1) Donc  $\vec{E}_{\text{total}} = E_{mi} (e^{j(kz - \omega t)} + e^{-j(kz + \omega t)}) \vec{e}_x$   
 $= E_{mi} e^{-j\omega t} [2j \sin(kz) \vec{e}_x]$

D'où  $\vec{E}_{\text{total}} = 2E_{mi} \sin(kz) \sin(\omega t) \vec{e}_x$ .

IV.2.2) C'est une onde stationnaire qui ne se propage pas et qui présente un noeud en  $z=0$

IV.2.3)  
et  
IV.2.4)

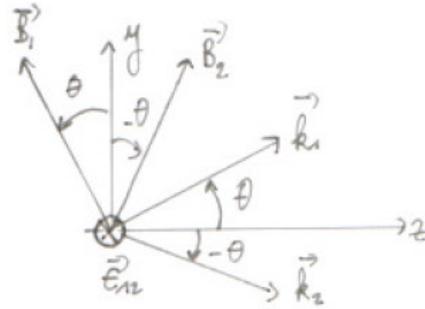


IV.2.5) On a :  $\underline{\underline{d_m = \lambda/2}}$  (et  $\lambda/4$  entre un ventre et un noeud)



I) Technologie Mimo

I.1.1)



I.1.2) Soit  $\vec{E}_1 = E_m e^{j[k_1 \cdot OM - \omega t]} \vec{u}_x$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_{1x} = E_m e^{j[k_y \sin\theta + k_z \cos\theta - \omega t]} \\ E_{1z} = E_m e^{j[-k_y \sin\theta + k_z \cos\theta + \varphi - \omega t]} \end{cases}$$

I.2.1) Donc

$$\begin{cases} E_{1x}(P,t) = E_m e^{j[-k/2 \sin\theta - \omega t]} = E_m e^{-j[\pi/2 \sin\theta + \omega t]} \\ E_{1z}(Q,t) = E_m e^{j(\pi/2 \sin\theta - \omega t)} \\ E_{2x}(P,t) = E_m e^{j(\pi/2 \sin\theta - \omega t + \varphi)} \\ E_{2z}(Q,t) = E_m e^{j[-\pi/2 \sin\theta + \varphi - \omega t]} \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} \vec{E}_{total}(P,t) = E_m e^{-j\omega t} [e^{-j\pi/2 \sin\theta} + e^{j(\pi/2 \sin\theta + \varphi)}] \\ \vec{E}_{total}(Q,t) = E_m e^{-j\omega t} [e^{j\pi/2 \sin\theta} + e^{-j\pi/2 \sin\theta + j\varphi}] \end{cases}$$

I.2.2) D'où  $\vec{E}(t,\phi) = E_m e^{-j\omega t} [e^{-j\pi/2 \sin\theta} + e^{j(\pi/2 \sin\theta + \varphi)}] + E_m e^{-j\omega t} e^{j\varphi} [e^{j\pi/2 \sin\theta} + e^{-j(\pi/2 \sin\theta + \varphi)}]$

$$= E_m e^{-j\omega t} e^{-j\pi/2 \sin\theta} \underbrace{[1 + e^{j\varphi} e^{j\pi \sin\theta}]}_{f_1(\phi)} + E_m e^{-j\omega t} e^{j(\pi/2 \sin\theta + \varphi)} \underbrace{[1 + e^{j\varphi} e^{-j\pi \sin\theta}]}_{f_2(\phi)}$$

I.2.3) On annule la contribution de  $\vec{E}_1$  soit:  $e^{j(\phi_1 + \pi \sin\theta)} = -1$

$$\Leftrightarrow \underline{\phi_1 = \pi(1 - \sin\theta)}$$

de même:  $\underline{\phi_2 = \pi(1 + \sin\theta)}$

I.2.4) En posant sur la valeur de  $\phi$ , on pourra différencier les signaux 4G.