Physique : DS5

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, **la qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

PROBLÈME 1

Puiser dans la mer Rouge pour sauver la mer Morte

Située entre la Jordanie, Israël et la Palestine, la mer Morte, la mer la plus salée au monde, est menacée de disparition : elle a perdu un tiers de sa surface depuis 1960 et continue de baisser de plus d'un mètre par an.
En cause, les exploitations intensives de potasse, qui accélèrent son évaporation, mais surtout la diminution du débit du fleuve Jourdain, de plus en plus exploité par les deux pays qu'il borde, Jordanie et Israël.
Un désastre pour la mer Morte et ses riverains jordaniens, israéliens et palestiniens.
Pour contrer cette baisse de niveau, les deux pays, Jordanie et Israël, se sont entendus sur un projet qui consiste à pomper de l'eau dans la mer Rouge pour la reverser dans la mer Morte (**document 1**).

Document 1 - Le canal de la paix

À l'heure actuelle, le niveau de l'eau de la mer Morte baisse d'un mètre environ chaque année et sa surface depuis 1960 est passée de 950 km² à 637 km². Si rien n'est fait pour y remédier, la mer la plus salée du monde, située à 423 m en dessous du niveau de la mer Rouge, disparaîtra d'ici à 2050.

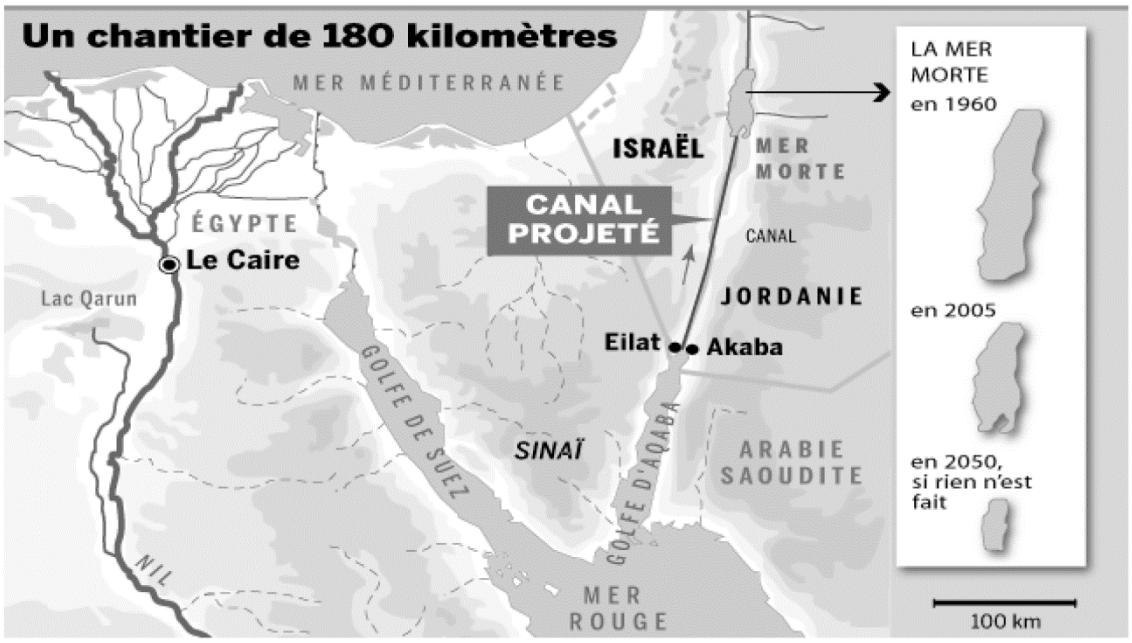


Figure 1 - Projet de canal mer Rouge / mer Morte

Le projet d'un canal mer Morte/mer Rouge, connu sous le nom de « canal de la Paix », prévoit de pomper de l'eau dans la mer Rouge à la hauteur du port jordanien d'Akaba, pour la reverser grâce à un pipeline dans la mer Morte. L'eau prélevée dans le golfe d'Aqaba ira d'abord dans une usine de désalinisation pour obtenir une eau potable qui fait cruellement défaut dans la région. Puis les saumures issues du dessalement seront transférées dans le pipeline, en passant par une centrale hydroélectrique afin de fournir de l'électricité à la Jordanie, à Israël et à l'Autorité palestinienne.

Source : www.solidariteetprogres.fr

Le pipeline serait alimenté par les saumures (eaux salées) produites par une usine de dessalement d'eau de mer installée sur les rives de la Mer Rouge.

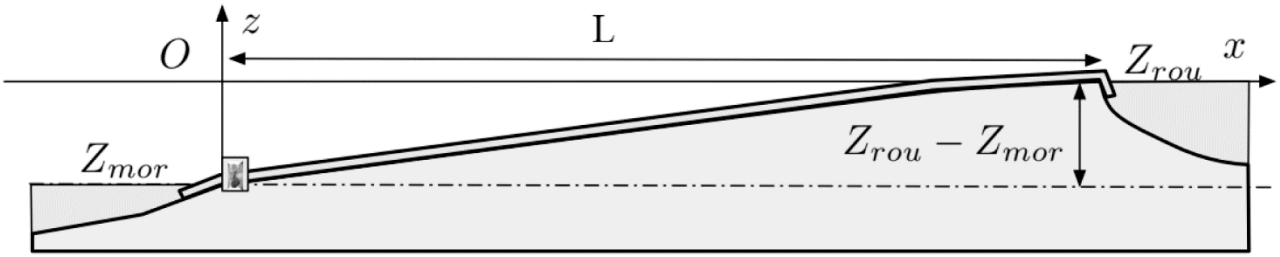


Figure 2 - Modélisation du pipeline

On note respectivement Z_{mor} et Z_{rou} les cotes de la sortie et de l'entrée du pipeline transportant la saumure.

Partie I - Modèle dynamique de l'évaporation de l'eau de la mer Morte

La pluviométrie autour de la Mer Morte est en moyenne de $h_p = 60\ \text{mm}\cdot\text{an}^{-1}$ (moins du dixième de la valeur à Paris par exemple).
Le débit volumique moyen du Jourdain ou Jordan River est de $D_V = 16\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.
On supposera que la diminution du niveau d'eau de la mer Morte est essentiellement due à l'évaporation.

Q1. D'après le **document 1**, estimer le volume d'eau perdu par la mer Morte en une année à l'heure actuelle.

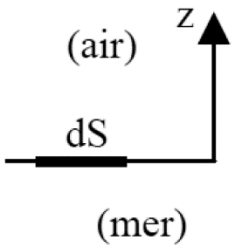
Q2. Réaliser un bilan volumique en tenant compte de la pluviométrie, de l'apport du Jourdain et du phénomène d'évaporation, puis en déduire une estimation de la hauteur d'eau évaporée par an à la surface de la mer morte.

Q3. Quelle serait la baisse annuelle de niveau qui serait observée en cas d'exploitation totale du Jourdain, c'est-à-dire son assèchement complet. Commenter la valeur obtenue.

Figure 3 - Jordan River

Dans cette **partie**, indépendante du reste du problème, on assimile l'eau de mer à de l'eau pure.
L'eau de mer est en contact avec sa vapeur en équilibre thermique à la température T. Il y a en permanence de la vapeur qui se liquéfie et du liquide qui s'évapore.
L'équilibre diphasique liquide-gaz est possible si la valeur de la pression partielle de l'eau vapeur est égale à la pression de vapeur saturante à la température T considérée.

On note $\vec{j}_L$ le vecteur densité volumique de courant de masse de liquide qui s'évapore. Sa norme correspond à la masse de liquide qui s'évapore par unité de temps à travers une interface d'aire unité.



Q4. Relier j_L à la masse s'évaporant à travers une surface dS de l'interface, pendant un intervalle de temps dt.

On assimilera la phase gazeuse à un gaz parfait. La masse d'une molécule d'eau sera notée m^*.
On notera n_V le nombre de molécules d'eau vapeur par unité de volume et p_V la pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air au-dessus de la Mer Morte.

Hypothèses :
- chaque molécule a comme vitesse la vitesse quadratique moyenne de norme notée u^*,
- un tiers des molécules se déplace selon chaque direction Ox, Oy et Oz,
- dans chaque direction, la moitié des molécules se déplace dans un sens donné.

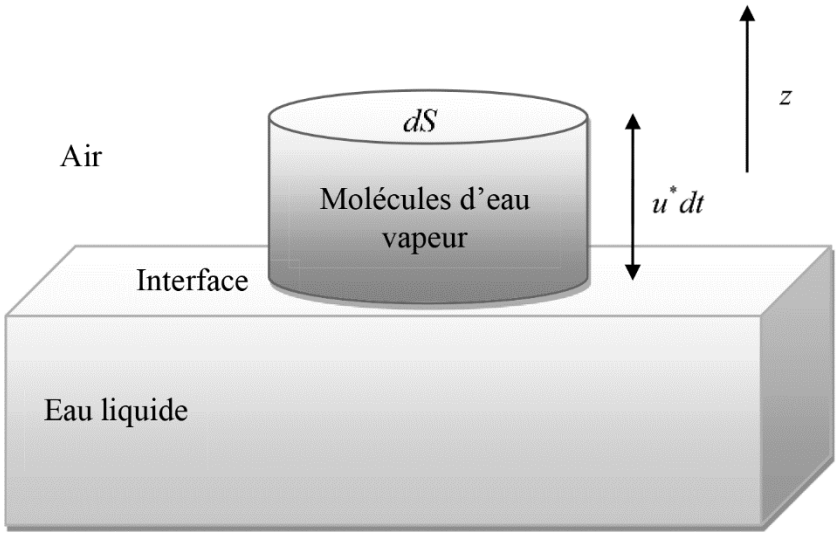


Figure 4 - Colonne d'eau vapeur

On suppose que les particules d'eau vapeur, qui se dirigent vers le bas et atteignent l'eau liquide, y restent et y viennent augmenter la masse de liquide.

Q5. En considérant le volume d'eau vapeur décrit dans la **figure 4**, déterminer la masse de vapeur d'eau arrivant sur l'interface d'aire dS pendant le temps dt. On justifiera la hauteur $u^* dt$ prise pour la hauteur de la colonne.

Q6. En déduire l'expression de j_G, la densité volumique de courant de masse d'eau vapeur se liquéfiant à l'interface air/eau liquide.

On rappelle que pour un gaz parfait, la vitesse quadratique moyenne s'écrit : $u^* = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$ où M désigne la masse molaire du gaz.

Q7. À l'équilibre, la pression partielle de l'eau gaz est la pression de vapeur saturante notée P_S. Montrer que la densité volumique de courant de masse d'eau liquide s'évaporant à l'interface s'écrit :

$$j_L = \frac{P_S}{2}\sqrt{\frac{M}{3RT}}.$$

Le graphe de la **figure 5** représente la courbe $P_S(T)$ pour l'eau pure et délimite les zones de stabilité du liquide et du gaz.
Elle est modélisable par l'équation suivante :

$$P_S(T) = P_{S_0} \exp\left[\frac{L_V}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]$$

où L_V est l'enthalpie molaire de vaporisation de l'eau et T_0 une température de référence.

Q8. Que représente P_{S_0} ?

Q9. Quelle est l'influence d'une augmentation de température sur j_L ?

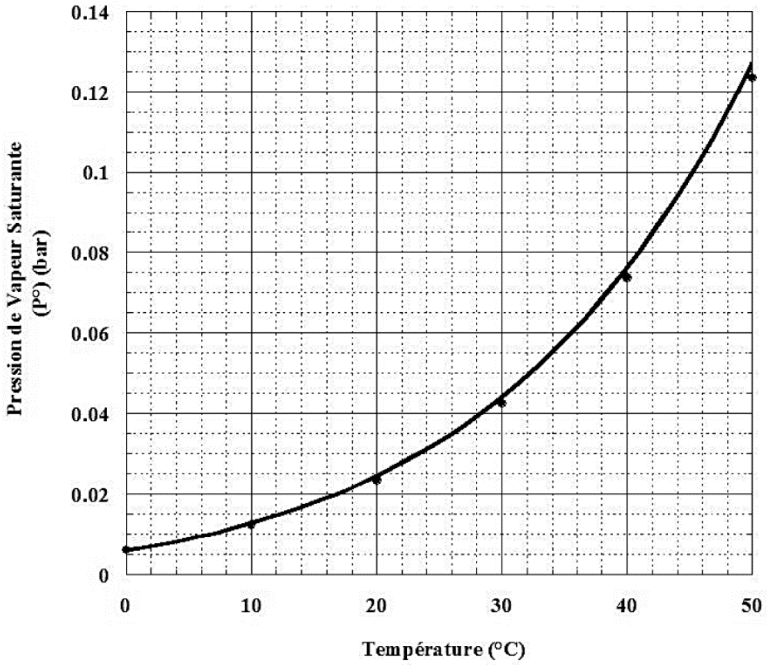


Figure 5 - Pression de vapeur saturante en fonction de la température

Q10. En déduire la densité volumique de courant de masse globale d'eau évaporée j_T dans des conditions quelconques de température et de pression p_v pour la vapeur d'eau.
Commenter l'expression de j_T.

Q11. Comment peut-on accélérer l'évaporation d'un liquide ?

Partie II - Analyse de l'écoulement dans le pipeline

Lors du transvasement de l'eau de la mer Rouge vers la mer Morte, la saumure va circuler dans le pipeline. On suppose cet écoulement stationnaire et incompressible.
Soient P_1 et P_2 les pressions respectivement en amont et en aval de la canalisation que l'on suppose pour cette partie quasi-horizontale (**figure 6**).

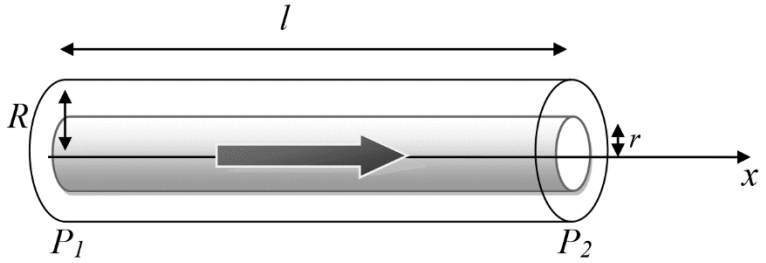


Figure 6 - Canalisation et circulation de la saumure

On se place dans le cadre d'un écoulement de type Poiseuille cylindrique laminaire pour lequel le champ des vitesses s'écrit en coordonnées cylindriques (r, θ, x) :

$$\vec{v}(M) = v(r)\vec{u}_x.$$

On négligera pour cette partie l'influence de la pesanteur devant les forces de pression et de viscosité.

Données :

- masse volumique de la saumure $\rho = 1{,}1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- viscosité de la saumure $\eta = 1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}^{-1}$
- longueur de la conduite $l = 200 \text{ km}$
- section uniforme de diamètre $d = 3{,}0 \text{ m}$
- accélération de la pesanteur $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On rappelle que pour un fluide newtonien de viscosité η décrit par un écoulement unidirectionnel, la force exercée par la veine $\mathcal{S}_1$ sur la veine $\mathcal{S}_2$ (**figure 7**), s'écrit :

$\vec{F}_{1\to 2} = -\eta \dfrac{\partial v_x}{\partial y} S\vec{u}_x$, S étant la surface de contact entre les deux.

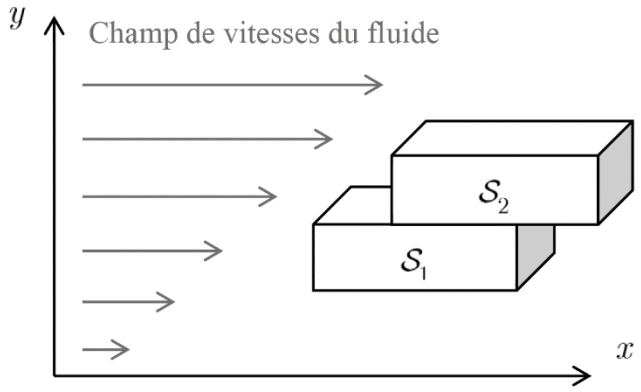


Figure 7 - Deux veines $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ dans un fluide à profil de vitesse dépendant de y.

On choisit comme système d'étude un cylindre de rayon r et de longueur l comme représenté en gris sur la **figure 6**.

Q12. Justifier que la quantité de mouvement de ce système est constante.

Q13. Faire un bilan des forces sur ce système.

Q14. À l'aide du théorème de la résultante dynamique, montrer que le champ de vitesse s'écrit dans la canalisation :

$$\vec{v}(M) = \frac{R^2 - r^2}{4\eta l}(P_1 - P_2)\vec{u}_x .$$

Q15. Montrer que le débit volumique D_V à travers une section droite de la canalisation s'écrit selon la loi de Hagen-Poiseuille :

$$D_V = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(P_1 - P_2) .$$

Q16. Par analogie avec une loi similaire en électrocinétique, dont on rappellera le nom, définir une résistance hydraulique R_{hyd} et donner son expression en fonction de η, l et R. Commenter sa dépendance avec le rayon de la conduite en comparaison avec le cas d'une résistance électrique de mêmes dimensions.

Q17. Définir puis exprimer la vitesse débitante V.

Q18. Application numérique : calculer R_{hyd} pour le pipeline.

À l'aide du **document 1**, estimer la valeur de la chute de pression $P_1 - P_2$ entre l'entrée et la sortie du pipeline (on admettra pour simplifier que la chute de pression est de l'ordre de la chute de pression que l'on obtiendrait en hydrostatique sur la même hauteur).
En déduire une valeur numérique de D_V puis de V.

Q19. Calculer la valeur du nombre de Reynolds $R_e = \dfrac{\rho V l}{\eta}$ pour la saumure s'écoulant dans le pipeline.

Quel est le type d'écoulement dans la conduite ? La loi de Hagen-Poiseuille était-elle vraiment applicable ?

Partie III - Bilan énergétique

Pour corriger l'étude précédente, on doit se placer dans le cas plus général d'écoulement unidimensionnel et stationnaire. On réalise pour cela une étude énergétique de celui-ci.

Cet écoulement peut recevoir théoriquement depuis l'extérieur :
- un travail massique utile w_u autre que celui des forces de pression,
- un transfert thermique massique q.

Une particule fluide située au point M de l'écoulement est caractérisée par :
- son énergie cinétique massique e_c,
- son énergie potentielle massique e_p,
- son enthalpie massique h.

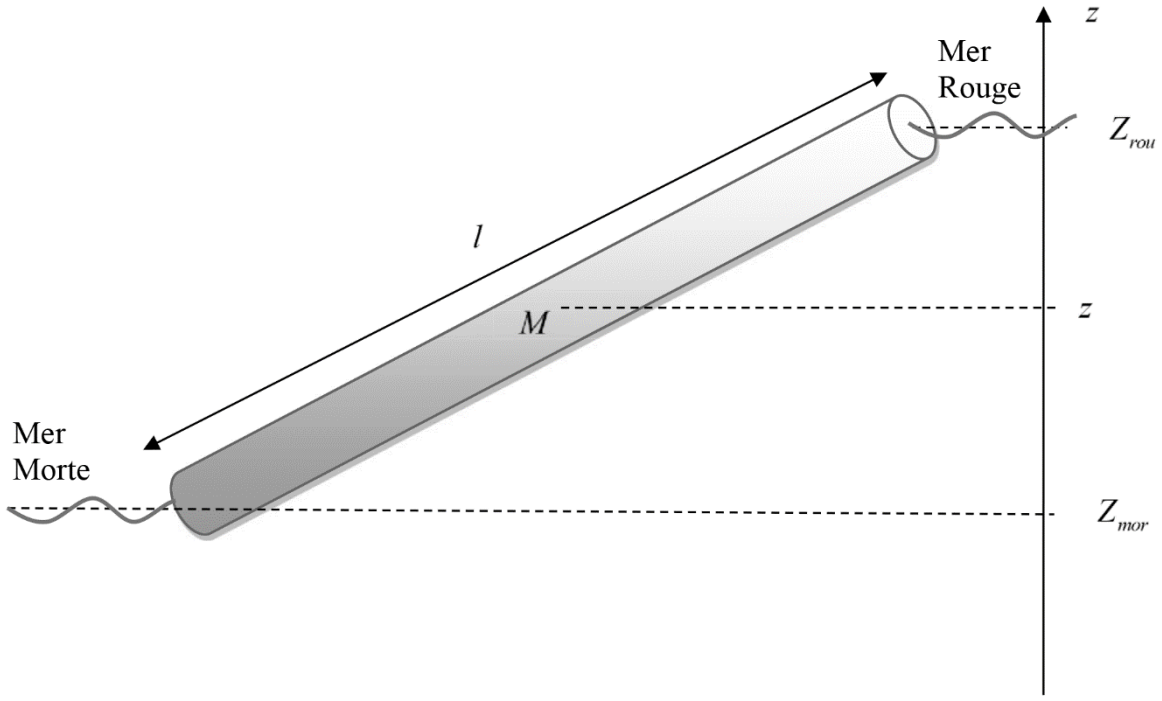


Figure 8 - Pipeline

Q20. À l'aide d'un schéma, définir un système ouvert et un système fermé pour cet écoulement. Établir l'expression du premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q\,.$$

On suppose d'abord que :
- la canalisation est calorifugée,
- le fluide ne reçoit aucun travail utile (aucune turbine ni pompe dans la canalisation),
- l'écoulement est stationnaire et parfait, c'est-à-dire non visqueux, adiabatique et réversible,
- la seule force agissant sur le fluide est la force de pesanteur.

Q21. Montrer que la relation précédente peut s'écrire :

$$\Delta p + \frac{1}{2}\rho \Delta v^2 + \rho g \Delta z = 0$$

avec p la pression, v la vitesse et z l'altitude d'un point M du fluide.

L'équation précédente, aussi connue sous le nom de relation de Bernoulli, peut aussi s'écrire :

$$\Delta P_{tot} = 0$$

avec $P_{tot} = p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z$ la pression dite totale.

Q22. Interpréter P_{tot} en termes énergétiques. Quelle conclusion peut-on tirer d'une étude expérimentale où l'on trouverait $\Delta P_{tot} \neq 0$?

Par la suite, on se place dans ce dernier cas (la relation de Bernoulli n'est donc plus valable).

Q23. À l'aide du **document 1** et de la **figure 2**, déterminer la valeur numérique de ΔP_{tot} le long du pipeline en négligeant les variations de vitesse et de pression entre entrée et sortie. Commenter la valeur obtenue.

L'écart à la loi de Bernoulli est essentiellement lié à la rugosité du matériau constituant la conduite créant dans celle-ci un écoulement très turbulent. Pour caractériser un tel écoulement, on utilise le graphe de la **figure 9** qui traduit l'évolution de ΔP_{tot} en fonction du nombre de Reynolds et ce pour différentes valeurs de la rugosité du matériau utilisé.

Afin de normaliser les grandeurs entre elles, on utilise leurs équivalents adimensionnés suivants :
- le coefficient de friction $f = \frac{2d}{\rho V^2 l}\left|\Delta P_{tot}\right|$,
- la rugosité relative ε / d.

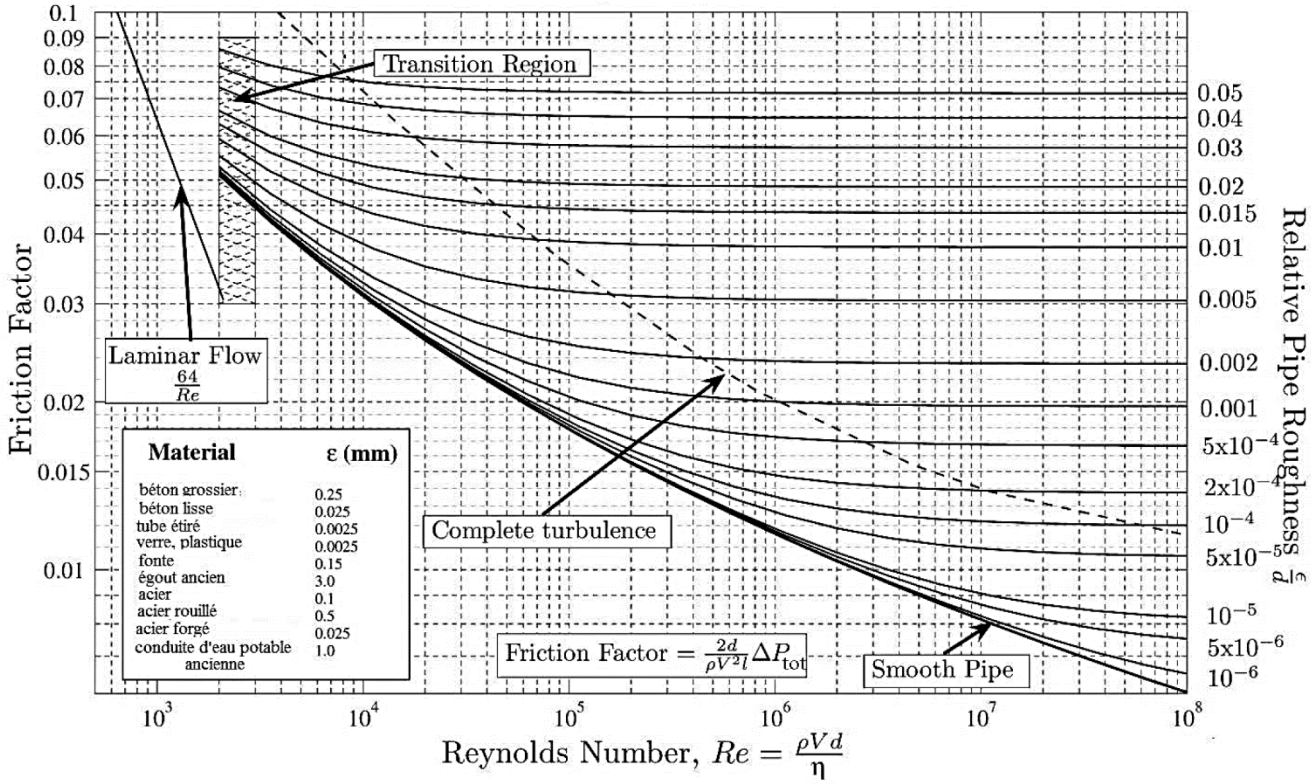


Figure 9 - Perte de charge en fonction du nombre de Reynolds pour différentes rugosités

Le pipeline est réalisé avec un matériau de type {conduite d'eau potable}.

Q24. En calculant la rugosité relative du matériau utilisé, déduire du diagramme de la **figure 9** la valeur du coefficient de friction pour des écoulements très turbulents.

Q25. En déduire la valeur de la vitesse débitante V, puis du débit dans la canalisation D_V.

Q26. De combien varierait chaque année le niveau de la mer Morte avec ce pipeline dans les conditions actuelles d'utilisation des eaux du Jourdain ? On pourra s'aider d'un bilan volumique comme dans la **question Q2**.

Sur les berges de la Mer Morte, il est prévu d'alimenter une centrale hydroélectrique avec les eaux arrivant du pipeline.

La turbine délivre une puissance $P_u = \rho g D_V \left(\Delta Z_{tu} - K \frac{V^2}{2g} \right)$ où $\Delta Z_{tu} = Z_E - Z_S$ est la différence d'altitude entre entrée et sortie de turbine (aussi appelée hauteur manométrique), K un coefficient de perte dépendant des turbines, V la vitesse débitante et D_V le débit volumique dans le pipeline.

Pour la turbine considérée, $K = 400$.

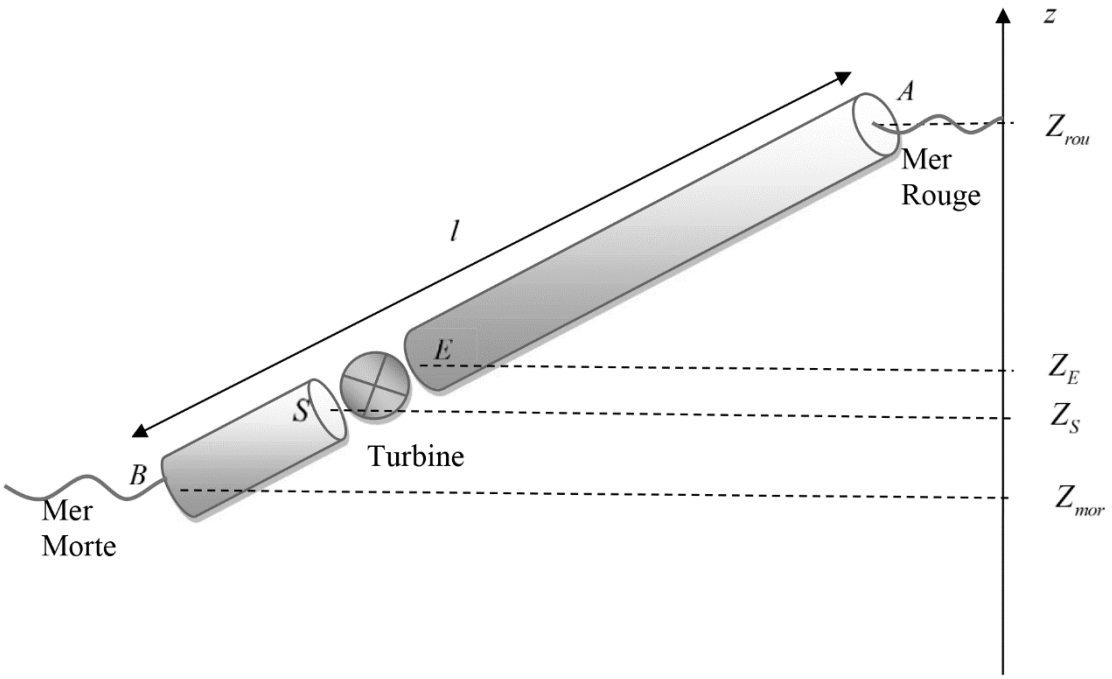


Figure 10 - Installation d'une turbine en aval du pipeline

On introduit les points suivants :

- A entrée de la canalisation au niveau de la mer Rouge,
- E entrée de la turbine,
- S sortie de la turbine,
- B sortie de la canalisation au niveau de la mer Morte.

Q27. À l'aide de la définition de la pression totale P_{tot}, déterminer l'expression de $P_{tot}(E)-P_{tot}(S)$ en fonction de P_u, D_V, K, ρ et d le diamètre de la canalisation. On négligera les variations de pressions et de vitesses lorsque le fluide traverse la turbine.

Q28. En supposant que le coefficient de friction garde la même valeur que celle déterminée dans les questions précédentes, déterminer aussi les expressions de :

- $P_{TA}-P_{TE}$,
- $P_{TS}-P_{TB}$.

Q29. Montrer alors que la puissance utile de la turbine s'écrit finalement :

$$P_u = D_V\left[\rho g\left(Z_{rou}-Z_{mor}\right)-\frac{\rho}{2S^2}D_V^2\left(K+f\frac{l}{d}\right)\right].$$

Q30. Déterminer la valeur du débit volumique qui permettrait d'obtenir la puissance utile maximale récupérée par la turbine. Calculer cette puissance maximale.

Q31. Quelle serait alors l'évolution annuelle de hauteur du niveau de la Mer Morte ? Commenter ce résultat.

PROBLÈME 2

Le four à micro-ondes

Partie I - Généralités

De manière schématique, un four à micro-ondes est une cavité parallélépipédique rectangulaire constituée de six faces métalliques qui réfléchissent parfaitement les ondes électromagnétiques intérieures. Ces ondes sont produites et amenées dans la cavité par un dispositif qui ne sera pas étudié.
Les six faces du four sont supposées parfaitement planes et cinq d'entre elles sont pleines. La dernière est la porte vitrée qui contient une grille métallique dont le rôle est de permettre d'observer l'intérieur du four tout en empêchant la fuite du rayonnement électromagnétique.
Le four est étudié sans aliments et l'air qu'il contient est assimilé au vide.

Q32. Extraire de la documentation (**document 2**) les dimensions de la cavité du four, que l'on notera respectivement d_x pour la largeur, d_y pour la profondeur et d_z pour la hauteur.

Q33. Extraire de la documentation (**document 2**) la fréquence f de fonctionnement du four. Sachant que cette fréquence est connue à $\Delta f = \pm 50$ MHz près, déterminer la longueur d'onde correspondante. On présentera le résultat sous la forme $(\lambda \pm \Delta\lambda)$ cm.

Donnée : vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m·s^{-1}.

Document 2 - Spécifications techniques d'un four à micro-ondes

Alimentation	230 V
Dimensions extérieures $(L \times H \times P$ mm$)$	$523 \times 309 \times 506$
Dimensions de la cavité $(L \times H \times P$ mm$)$	$373 \times 233 \times 370$
Dimensions emballées $(L \times H \times P$ mm$)$	$594 \times 380 \times 554$
Fréquence de fonctionnement	2 450 MHz
Puissance absorbée (en fonctionnement micro-ondes)	1,40 kW
Puissance absorbée (en fonctionnement grill)	1,50 kW

Figure 11 - Dimensions

(L = largeur ; H = hauteur ; P = profondeur)

Source : www.samsung.fr

Partie II - La porte

La porte du four est constituée de deux plaques de verre entre lesquelles est insérée une grille métallique percée d'ouvertures régulièrement espacées (visibles sur l'agrandissement dans le **document 3**).

Document 3 - Photographie du four étudié

Figure 12 - Photographie du four étudié avec un agrandissement de la porte. Le morceau de règle graduée est à la même échelle que l'agrandissement.

Source : www.samsung.fr

Q34. Donner l'ordre de grandeur usuel de l'indice d'un verre. Sa valeur pourrait-elle être différente dans le cas présent ? Justifier.

Q35. Dans la suite, on souhaite ne pas tenir compte de la présence du verre de la vitre et on lui attribue l'indice du vide. Quelle valeur donner à son indice ?

La grille contenue dans la porte du four peut être vue comme un réseau bidimensionnel. Ce réseau doit réfléchir les ondes électromagnétiques comme s'il s'agissait d'une paroi métallique pleine. Afin de simplifier son étude, nous le modélisons par un réseau simplement périodique constitué de fentes fines équidistantes séparées de a et parallèles à l'axe z.

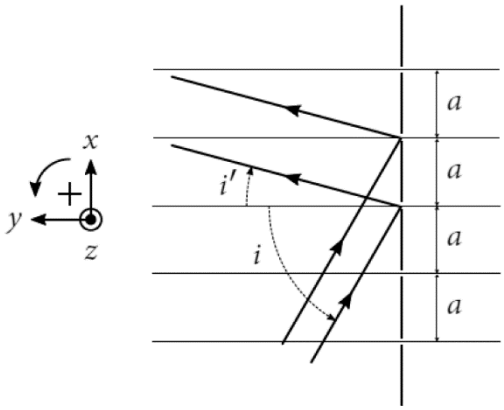


Figure 13 - Réseau modélisant la grille de la porte du four

On suppose que le réseau est éclairé par des ondes planes, de longueur d'onde λ dans le vide, sous l'angle d'incidence orienté i et on s'intéresse aux ondes planes diffractées sous l'angle d'émergence orienté i' (**figure 13**).

Q36. Montrer que, lorsque les interférences sont constructives, la différence de marche entre deux ondes électromagnétiques arrivant sur deux ouvertures consécutives du réseau vaut :

$$a(\sin i' + \sin i) = \nu\lambda,\ \nu \in \mathbb{Z}.$$

Q37. Estimer le pas a du réseau à l'aide du **document 3**. Calculer la valeur maximale du terme $\frac{a}{\lambda}(\sin i' + \sin i)$ et en déduire l'unique valeur de ν possible.
En déterminant la valeur de i' en fonction de i, conclure quant à l'effet de la grille sur les ondes électromagnétiques produites dans le four.

Q38. À l'aide d'une estimation numérique, expliquer pourquoi il est possible depuis l'extérieur de voir l'intérieur du four à micro-ondes à travers la grille réelle.

Partie III - Confinement des ondes électromagnétiques dans le four

On suppose ici que les six faces du four sont identiques et modélisées par des plans métalliques infiniment conducteurs. L'intérieur du four est assimilable au vide.

Q39. Énoncer les équations de Maxwell générales en présence de charges et de courants.

Q40. En l'absence de charges et de courants, établir l'équation de propagation tridimensionnelle du champ électrique $\vec{E}(M,t)$. Nommer cette équation.
Rappels : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{E}\right) - \Delta\vec{E}$ et $\mu_0\varepsilon_0 c^2 = 1$.

Le problème étant identique dans les 3 directions de l'espace, son étude est temporairement réduite à une seule dimension. On choisit arbitrairement de travailler le long de l'axe des x.

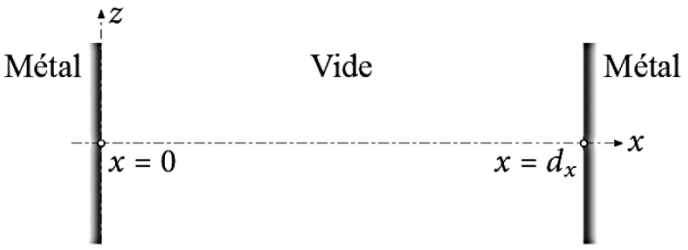


Figure 14 - Cavité métallique

On souhaite déterminer l'expression du champ électromagnétique présent entre les deux plans conducteurs distants de d_x (**figure 14**). En représentation cartésienne, on cherche le champ électrique de l'onde sous la forme :

$$\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(kx - \varphi)\cos(\omega t)\vec{e}_z$$

où $E_0 \in \mathbb{R}^{+*}$, $k \in \mathbb{R}^*$, $\varphi \in \mathbb{R}$ et $\omega \in R^{+*}$.
Dans cette **partie**, on suppose que le champ électrique est nul dans le métal.

Q41. Donner 4 qualificatifs permettant de caractériser cette onde.

Q42. On admet que la composante tangentielle du champ électrique est continue à l'interface vide-métal, en $x = 0$ et $x = d_x$. En déduire les valeurs de φ et k. On choisira pour φ la plus petite valeur positive possible et on exprimera k notamment en fonction d'un entier naturel n.

Q43. Représenter sur un même schéma l'allure du fondamental et des deux harmoniques suivants de l'onde dans la cavité.
Citer, dans d'autres domaines de la physique, deux exemples avec lesquels une analogie pourrait être menée.

Le traitement tridimensionnel du problème permet de relier les longueurs d'ondes des modes de la cavité aux paramètres de la cavité à l'aide d'un triplet (m, p, q) d'entiers naturels tel que :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{m^2}{4d_x^2} + \frac{p^2}{4d_y^2} + \frac{q^2}{4d_z^2} \text{ où } m \in \mathbb{N}^*,\ p \in \mathbb{N}^* \text{ et } q \in \mathbb{N}^*.$$

À l'altitude z fixée, la représentation de l'amplitude de l'une des composantes du champ électrique correspondant est proposée sur la **figure 15**, pour un mode propre particulier (c'est-à-dire un triplet (m, p, q) particulier).

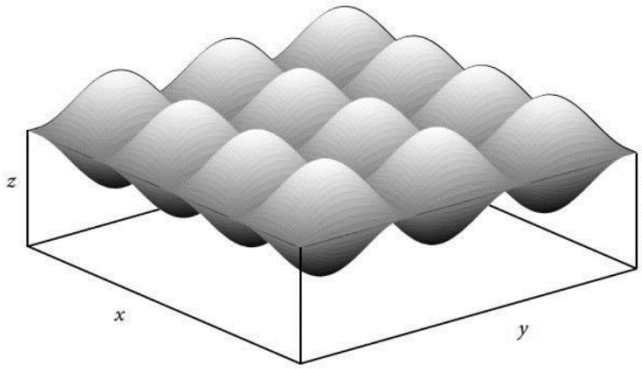


Figure 15 - Représentation tridimensionnelle d'un mode propre dans le four

Q44. Le tableau suivant donne, pour quelques-uns des triplets (m, p, q) possibles, la longueur d'onde et la fréquence correspondante.

m	p	q	λ (cm)	f (GHz)
1	5	2	12,3	2,43
2	3	3	12,4	2,42
3	2	3	12,4	2,42
3	5	1	12,3	2,44
5	1	2	12,4	2,42
5	3	1	12,3	2,43

Pour quelles valeurs de m et de p la **figure 15** a-t-elle été tracée ? En déduire s'il s'agit d'un mode propre possible dans le four.

Dans un four à micro-ondes dont la rotation du plateau a été bloquée, l'effet de l'onde a été observé par imagerie thermique au sein d'une fine pellicule d'eau placée à mi-hauteur (**figure 16**).

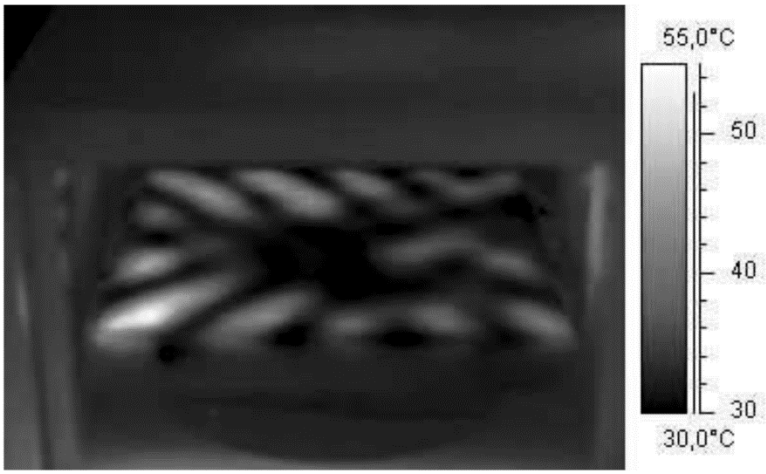


Figure 16 - Image thermique

Q45. Expliquer pourquoi il est difficile de déduire la longueur d'onde de l'onde électromagnétique à partir de la position de nœuds et de ventres observés expérimentalement sur l'image thermique.

Partie IV - Pénétration de l'onde dans le métal

En réalité, le champ électromagnétique n'est pas nul dans le métal. Une partie de l'onde électromagnétique pénètre dans les parois métalliques du four (**figure 17**) et s'atténue avec la distance. Celles-ci doivent donc être suffisamment épaisses pour que l'onde ne puisse les traverser que faiblement.

On s'intéresse à une onde électromagnétique dont le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = E_0 \exp i\left(\omega t + \underline{k}x\right)\vec{e}_z \text{ où } E_0 \in \mathbb{R}^*,\ \omega \in \mathbb{R}^{+*},\ \underline{k} \in \mathbb{C}^* \text{ et } i^2 = -1.$$

Les parois du four sont en céramique émaillée d'épaisseur $2{,}00\ \text{mm}$, assimilable à de l'aluminium de conductivité électrique $\gamma = 38{,}0 \cdot 10^6\ \text{S}\cdot\text{m}^{-1}$.

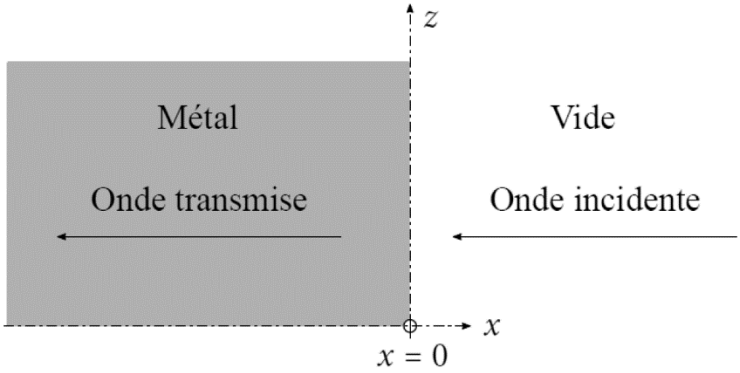


Figure 17 - Transmission de l'onde électromagnétique dans le métal

Q46. La propagation de l'onde dans le métal se fait dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS). Définir ce régime temporel.

Q47. On cherche $\underline{k}$ sous la forme $\underline{k} = k' - ik''$, où k' et k'' sont des réels positifs. En déduire que l'expression réelle du champ électrique dans le métal s'écrit :

$$\vec{E}(M,t) = E_0 \, \mathrm{e}^{k''x} \cos(\omega t + k'x)\vec{e}_z .$$

Justifier qu'il y a bien atténuation et propagation de l'onde.

Q48. La relation de dispersion de l'onde se propageant dans le métal s'écrit $\underline{k}^2 = -i\mu_0\gamma\omega$. Exprimer k' et k'' définis précédemment en fonction de la distance caractéristique d'atténuation de l'onde dans le métal, notée $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0\gamma\omega}}$. Calculer δ.

Donnée : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$.

Q49. Sachant que le champ magnétique dans le métal a pour expression réelle :

$$\vec{B}(M,t) = \frac{E_0}{\omega} e^{k''x} \left[k'\cos(\omega t + k'x) + k''\sin(\omega t + k'x) \right] \vec{e}_y ,$$

déterminer l'expression du vecteur de Poynting instantané $\vec{R}$ se propageant dans le métal, puis sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{R} \rangle_t$.

Q50. En déduire le facteur d'atténuation du vecteur de Poynting à l'extérieur du four. Commenter, sachant que les normes sanitaires imposent une puissance surfacique extérieure inférieure à $10{,}0\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

Données : $\exp(-1 \cdot 10^3) \simeq 5 \cdot 10^{-435}$ et $\exp(-2 \cdot 10^3) \simeq 3 \cdot 10^{-869}$.

FIN