

## Physique : DS4

## Mesures de champs magnétiques (Mines PC/MP/PSI - 2016)

## I - La balance de Cotton

1°) Il y a deux forces présentes le poids et la réaction de l'axe en O à vide, d'où à l'équilibre :

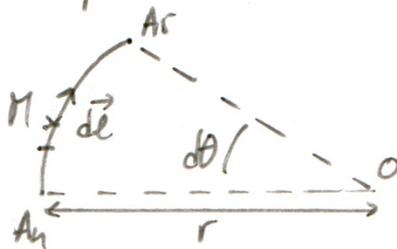
$$\vec{OG} \wedge \vec{P} + \vec{OO} \wedge \vec{R} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{OG} \text{ colinéaire à } \vec{u}_z \text{ donc G est sur la verticale de O}}$$

2°) Soit  $d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$

Intéressons-nous aux parties en arc de cercle.



$$\Rightarrow d\vec{F}_L (A_3 A_4) = -i r d\theta \vec{u}_\theta \wedge B \vec{u}_z = -i B r d\theta \vec{u}_r$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d\vec{l}_O(d\vec{F}_L) &= \vec{OA}_3 \wedge d\vec{F}_L \\ &= r \vec{u}_r \wedge dF_L \vec{u}_r \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  le moment des forces sur les parties en arc de cercle  $(A_3 A_4)$  et  $(A_4 A_3)$  est nul

3°) Soit  $d\vec{l}_O = \vec{OA}_3 \wedge d\vec{F}_L = r \vec{u}_r \wedge [i d\vec{l} \wedge \vec{B}]$

$$\begin{aligned} \text{Sur le tronçon } A_3 A_4 \text{ on a donc : } d\vec{l}_O &= r \vec{u}_r \wedge [i dr \vec{u}_r \wedge B \vec{u}_z] \\ &= r \vec{u}_r \wedge i B dr \vec{u}_\theta \\ &= i B r dr \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\text{d'où } \vec{M}_0 = iB \int_{d_1 - l/2}^{d_1 + l/2} \Omega dr \vec{u}_z = iB \left[ \frac{(d_1 + l/2)^2}{2} - \frac{(d_1 - l/2)^2}{2} \right] \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \vec{M}_0(\vec{F}_L) = iB d_1 l \vec{u}_z$$

À l'équilibre on a :  $\|\vec{M}_0(\vec{E})\| = \|\vec{M}_0(\vec{P})\|$

$$\Leftrightarrow iB d_1 l = mg d_2$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{mg d_2}{i l d_1}$$

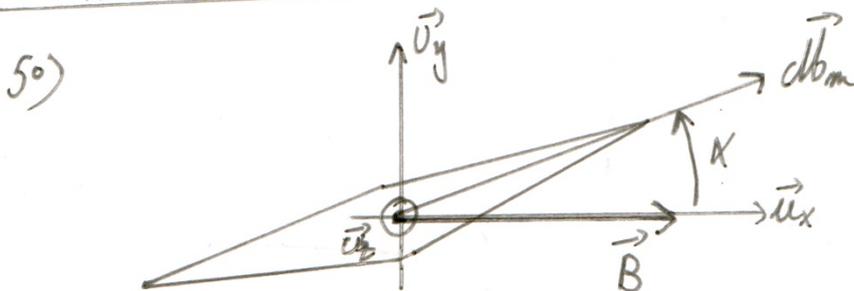
4°) Soit  $\delta B = 5 \text{ m. } \frac{g d_2}{i l d_1} \approx \underline{\underline{1 \text{ mT}}}$

Cette balance est donc utilisable pour mesurer :

- le champ magnétique d'aimant permanent  $\approx 100 \text{ mT}$ .
- \_\_\_\_\_ d'une bobine de TP  $\approx 1 \text{ T}$
- \_\_\_\_\_ " de bobine supraconductrice  $\approx 10 \text{ T}$ .

Mais inutilisable pour le champ magnétique terrestre  $\approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ mT}$

### ④ Utilisation d'une boussole



$$\text{Soit } J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \vec{u}_z = \vec{\Gamma} \text{ où } \Gamma = \vec{d}m \wedge \vec{B} = -d m B \sin \alpha \vec{u}_z = \vec{\Gamma}$$

$$\Rightarrow J \ddot{\alpha} + d m B \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\alpha} + K B \alpha = 0 \text{ où } K = d m / J$$

Donc :  $\alpha = \alpha_0 \cos(\sqrt{kB} t)$

6°) Le champ créé par un fil infini est de la forme  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_\theta$ , par sa dimension le résultat a retenu est :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{réponse (a)}$$

$$7^\circ) \text{ Soit } \vec{B}(x) = NB_0 \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{x}{R} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} + \left[ 1 + \left( \frac{x}{R} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} \right\}$$

$$\stackrel{D.L.}{\approx} \frac{8}{5\sqrt{5}} NB_0 \left\{ 1 + \frac{6}{5} \frac{x}{R} - \frac{32}{25} \left( \frac{x}{R} \right)^3 \ominus \frac{144}{125} \left( \frac{x}{R} \right)^4 + o(x^4) \right.$$

$$\left. + 1 \ominus \ominus \ominus \ominus + o(x^4) \right\}$$

$$= \frac{8}{5\sqrt{5}} NB_0 \left\{ 2 - \frac{288}{125} \left( \frac{x}{R} \right)^4 + o(x^4) \right\} \approx \underbrace{\frac{16}{5\sqrt{5}} NB_0}_{\vec{B}(0)} \left\{ 1 - \frac{144}{125} \left( \frac{x}{R} \right)^4 \right\}$$

Par conséquent  $\left| \frac{B(x) - B(0)}{B_0} \right| = \left| \frac{144}{125} \left( \frac{x}{R} \right)^4 \right| < 0,02$

$$\Leftrightarrow |x| < R \times \left( \frac{0,02 \times 125}{144} \right)^{1/4}$$

$$\Leftrightarrow |x| < 0,36 R$$

$$\Leftrightarrow |x| < 5,4 \text{ cm}$$

$$\text{Et } B(0) = \frac{16}{5\sqrt{5}} NB_0 = \frac{16}{5\sqrt{5}} N \cdot \frac{\mu_0 I}{2R} \Leftrightarrow B(0) = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N I}{R} = \underline{\underline{1,2 \text{ mT}}}$$

8°) Soit  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{kB}} \Leftrightarrow k = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{1}{B}$  donc  $k$  s'exprime en  $s^{-2} \cdot T^{-1}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 3,7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2} \text{ T}^{-1}}}$$



10) L'axe de rotation de la boussole est vertical, si bien que l'on doit considérer seulement  $B_\theta$  dans les calculs.

$$\Rightarrow |B_\theta| = \frac{4\pi^2}{T^2 k}$$

$$\Rightarrow |B_\theta \cos\theta| = \frac{4\pi^2}{T^2 k}$$

$$\Rightarrow B_0 = \frac{4\pi^2}{T^2 k \cos\theta} = \underline{\underline{4,6 \cdot 10^{-5} \text{ T}}}$$

$$\cdot \text{ Or } M_T = \frac{B_0 \cdot 4\pi R_T^3}{\mu_0 \sin\theta} = \frac{4\pi^2}{T^2 k} \times \frac{4\pi R_T^3}{\mu_0 \sin\theta}$$

$$\Leftrightarrow M_T = \frac{16\pi^3 R_T^3}{k T^2 \mu_0 \sin\theta} = \underline{\underline{7,5 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2}}$$

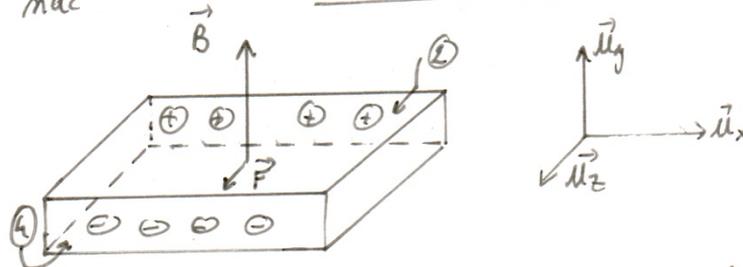
### III) Utilisation d'une sonde à effet Hall

$$11^o) \text{ Soit } I_0 = \iint_{\text{section}} \vec{j} \cdot d\vec{S} = j a c \text{ et } \vec{j} = -me\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = -\frac{I_0}{meac} \vec{u}_x$$

$$\Rightarrow \|\vec{v}\| = \underline{\underline{3,2 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}}}$$

$$12^o) \text{ Soit } \vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$= \frac{IB}{mac} \vec{u}_x \wedge \vec{u}_y \Rightarrow \vec{F} = \frac{I_0 B}{mac} \vec{u}_z$$



- des  $e^-$  amènent une densité de charges surfaciques negative sur la face ①
- le conducteur étant neutre il se forme une densité positive sur la face ②

13°) En appliquant le PFD en régime permanent:

$$-e\vec{E}_H + \vec{F} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow E_H = \frac{I_0 B}{mec}$$

$$\text{Or } \vec{E}_H = -\text{grad } V \Leftrightarrow \frac{I_0 B}{mec} = -\frac{dV}{dz}$$

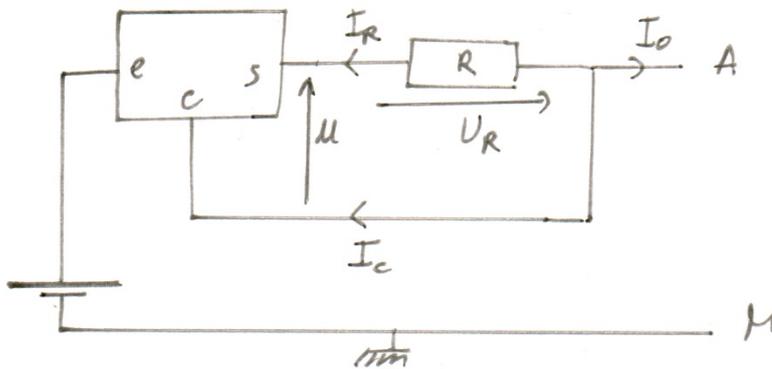
$$\Leftrightarrow V = -\frac{I_0 B}{mec} z + \text{cste}$$

$$\text{D'où } \mu_H = V_1 - V_2 = -\frac{I_0 B}{mec} (z_1 - z_2)$$

$$\Rightarrow \mu_H = -\frac{I_0 B}{mec}$$

$$\Rightarrow \mu_H = \gamma B \text{ où } \gamma = -\frac{I_0}{mec} = \underline{\underline{-95 \text{ V.T}^{-1}}}$$

14°)



$$\text{Soit } \left\{ \begin{array}{l} I_0 = -I_R - I_C \quad \textcircled{1} \\ \mu + \mu_R = 0 \Rightarrow \mu + R I_R = 0 \Rightarrow I_R = -\mu/R \quad \textcircled{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_0 = \mu/R - I_C \Rightarrow R = \frac{\mu}{I_0 + I_C} = 500 \Omega \\ I_R = -\mu/R \quad \textcircled{2} \end{array} \right.$$

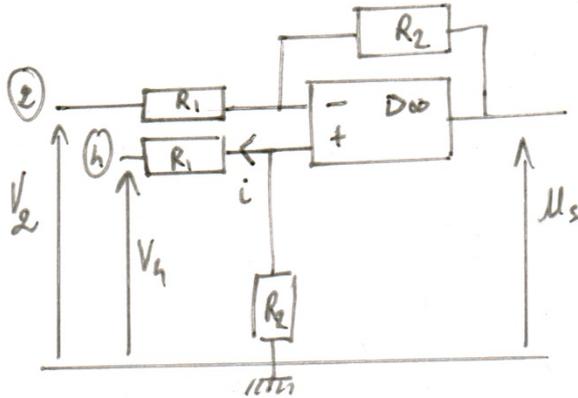
15°) Le montage ⑤ permet d'alimenter la plaquette semi-conductrice. Or d'après l'énoncé

le courant  $I_0$  est orienté de la face 1 à 3  $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = \text{face 3} \\ M = \text{face 1} \end{array} \right.$

Or la figure 6 est t.q:  $e^+ = \text{face 4}$  et  $M = \text{face 2}$

$\Rightarrow$  les faces 1 et 2 sont reliées  
toutes les deux à la masse

16°). Cette fois la face (2) n'est plus à la masse  $\Rightarrow$  problème résolu.



• Diviseur de tension en  $V_+$  :  $V_+ = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$

• Loi des mailles en  $V_-$  :  $(V_- - V_2)/R_1 + (V_- - U_5)/R_2 = 0$

$$\Leftrightarrow V_- \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = U_5/R_2 + V_2/R_1$$

$$\Leftrightarrow V_- = \frac{U_5 R_1 + V_2 R_2}{R_1 + R_2}$$

Or  $V_- = V_+ \Rightarrow V_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{U_5 R_1 + V_2 R_2}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow (V_2 - U_5) R_2 = U_5 R_1 \Rightarrow \underline{U_5 = U_H \frac{R_2}{R_1}}$$

Il faut  $\frac{R_2}{R_1} > 1$  pour que  $U_5$  soit amplifié

17°) Soit  $V_H = (R_2 + R_1) i \Rightarrow \frac{V_H}{i} = R_1 + R_2$

$$\Rightarrow \underline{R_0 = R_1 + R_2}$$

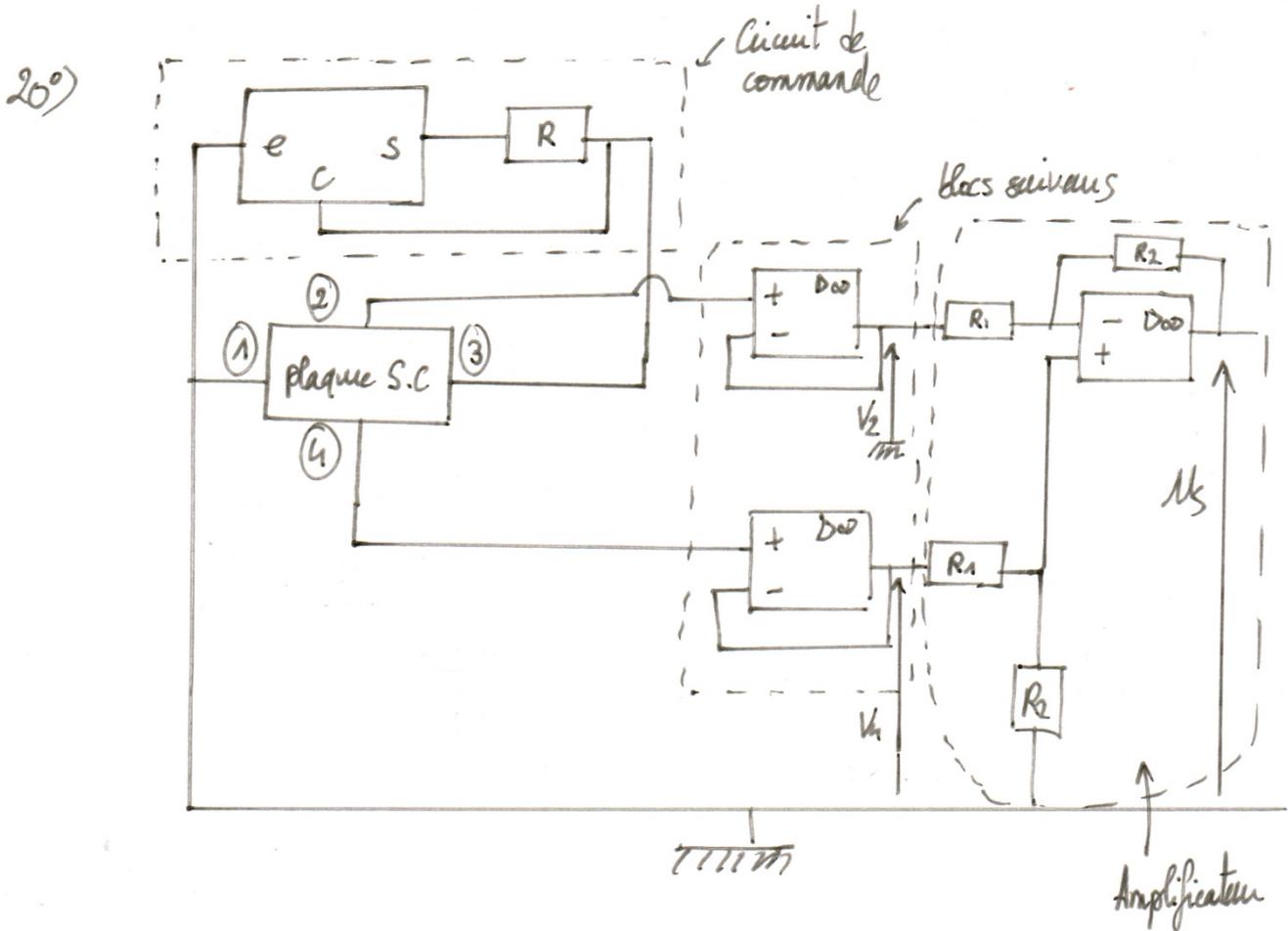
On a :  $i = \frac{V_H}{R_1 + R_2}$  avec des résistances classiques  $i$  sera non négligeable et il risque de perturber le fonctionnement du système.

18°) Soit 
$$\begin{cases} V_- = \frac{R}{R+R'} M_s \\ V_+ = M_e \end{cases}$$

Or  $V_+ = V_- \Rightarrow M_s = \frac{R+R'}{R} M_e$

$$\Rightarrow M_s = \left(1 + \frac{R'}{R}\right) M_e$$

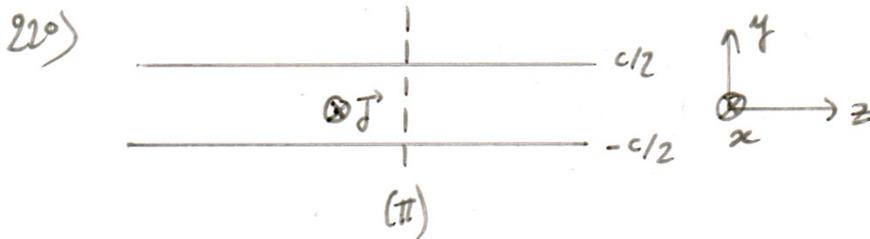
19°) On souhaite avoir une adaptation d'impédance. Cette fois  $i = i' = 0$ , on n'a plus le souci de perturbation de la mesure. On peut choisir  $\begin{cases} R \rightarrow \infty \\ R' \rightarrow 0 \end{cases}$  afin de retomber sur un montage suiveur t. q  $M_s = M_e$ .



$$21^{\circ}) \text{ Soit } \underbrace{V_1 - V_2}_{U_f} = \frac{R_1}{R_2} U_S \Leftrightarrow U_h = \frac{R_1}{R_2} U_S = \gamma B.$$

$$\Rightarrow B = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_S}{\gamma} = -21 \mu\text{T}$$

D'où  $|B| = 21 \mu\text{T}$  on reconnaît la valeur de  $B_h$  (terrestre)



$\left. \begin{array}{l} \text{(Pi) est un plan de symétrie donc } \vec{B} = B \vec{u}_z \\ \text{Invariance suivant } (O_x) \text{ et } (O_z) \Rightarrow B = B(y) \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\vec{B} = B(y) \vec{u}_z}$

$$\text{Or rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Leftrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \vec{u}_x$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \partial/\partial x & 1 \\ \partial/\partial y & 0 \\ \partial/\partial z & B(y) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mu_0 j \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial y} B = \mu_0 j \quad (1)$$

$$\text{or } I_0 = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = j a c. \Leftrightarrow j = \frac{I_0}{ac} \quad (2) \text{ (question 11)}$$

$$(1) \text{ et } (2) \Rightarrow \underline{\frac{\partial B}{\partial y} = \frac{\mu_0 I_0}{ac}}$$

Donc  $B = \frac{\mu_0 I_0}{ac} y + \text{cste}$  or  $(xOz)$  est plan de symétrie  $\Rightarrow B(0) = 0$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I_0 y}{ac} \vec{u}_z \text{ pour } -c/2 \leq y \leq c/2}$$

$$\text{d'où } B_{\max} = B_0 \left( \frac{+C}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow B_{\max} = \frac{I_0 \mu_0}{2a} = \underline{\underline{2,1 \mu T}}$$

On ne peut pas négliger cette contribution dans les calculs de champ magnétique

terrestre :  $\vec{B}_{\text{tot}} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{terrestre}} \neq \vec{B}_{\text{terrestre}}$

#### (IV) Utilisation de la magnéto-résistance

23°) Il y a invariance { par rotation autour de Oz  
- translation suivant Oz

$$\Rightarrow \underline{V(r, \theta, z) = V(r)}$$

Il n'y a pas de charges volumiques d'où  $\Delta V = 0$  (Laplace)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow r \frac{dV}{dr} = C_1$$

$$\Leftrightarrow V(r) = C_1 \ln r + C_2$$

$$\text{or } \begin{cases} V(r_1) = V_1 = C_1 \ln r_1 + C_2 \\ V(r_2) = V_2 = C_1 \ln r_2 + C_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 - V_2 = C_1 \ln r_1 / r_2 \Leftrightarrow C_1 = (V_1 - V_2) / \ln(r_1 / r_2) \\ C_2 = V_2 - C_1 \ln r_2 \Leftrightarrow C_2 = V_2 - \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1 / r_2)} \ln r_2 \end{cases}$$

$$\text{Donc } V(r) = \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1 / r_2)} \ln r + V_2 - \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1 / r_2)} \ln r_2$$

$$\text{Donc } V(r) = V_2 + \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) \quad \text{ou } V_1 + \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1/r_2)} \ln\frac{r}{r_1}$$

Calculons  $\vec{E}$  :

$$\text{Soit } \vec{E} = -\frac{dV}{dr} \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{V_1 - V_2}{\ln(r_1/r_2)} \frac{1}{r} \vec{u}_r$$

$$24^{\circ}) \text{ En régime permanent: } m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \lambda \vec{v} - e\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -e \begin{pmatrix} E_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{pmatrix} - e \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -e E_r - \lambda v_r - e B v_\theta = 0 \\ -\lambda v_\theta + e B v_r = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda v_r = -e B v_\theta - e E_r & (1) \\ \lambda v_\theta = e B \left[ \frac{-e B v_\theta - e E_r}{\lambda} \right] & (2) \\ v_z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1): v_\theta (1 + e^2 B^2 / \lambda^2) = -e^2 B / \lambda^2 E \\ (2): v_r = -\frac{e E}{\lambda} - \frac{e B}{\lambda} \left( \frac{-e^2 B E}{\lambda^2 + e^2 B^2} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_\theta = \frac{-e^2 B E}{\lambda^2 + e^2 B^2} \\ v_r = \frac{-e E (\lambda^2 + e^2 B^2) + e^2 B^2 E}{\lambda (\lambda^2 + e^2 B^2)} \end{cases}$$

$$\text{D'où: } \begin{cases} v_r = \frac{-\lambda e E}{\lambda^2 + e^2 B^2} \\ v_\theta = \frac{-e^2 B E}{\lambda^2 + e^2 B^2} \\ v_z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} j_r = \frac{m e^2 dE}{\lambda^2 + e^2 B^2} \\ j_\theta = \frac{m e^2 B E}{\lambda^2 + e^2 B^2} \\ j_z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 250) \text{ soit } I(r) &= \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} \\
 &= \iint j_r \cdot dS_r = \iint j_r \cdot r d\theta dz \\
 &= 2\pi r h \cdot \frac{me^2 \lambda}{\lambda^2 + e^2 B^2} \times \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_2/r_1)} \times \frac{1}{r}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I(r) = \frac{2\pi h \cdot me^2 \lambda}{\lambda^2 + e^2 B^2} \cdot \frac{V_1 - V_2}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$\text{or } R = \left| \frac{V_1 - V_2}{I} \right| \Rightarrow R = \frac{(\lambda^2 + e^2 B^2) (\ln(r_2/r_1))}{2\pi h me^2 \lambda}$$

$$\text{De plus } R_0 = R(B=0) = \frac{\lambda^2 \ln(r_2/r_1)}{2\pi h me^2 \lambda}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \left| \frac{R - R_0}{R_0} \right| = \frac{e^2 B^2}{\lambda^2}$$

$$\text{A.N. : } \begin{cases} \underline{\underline{\mathcal{E} = 7,9 \cdot 10^{-4}}} \\ \underline{\underline{R_0 = 112 \Omega}} \end{cases}$$

la variation relative de R est infime (si:  $B = 1\text{T}$ ,  $\mathcal{E} = 7,9 \cdot 10^{-5}$ ). Pour des champs de l'ordre de  $10^{-5}\text{T}$  cette méthode ne semble pas adaptée

# Partie V : Le Gecko (CCP INP – 2021 – PC)

## I.1 - Interactions entre molécules polaires

**Q1.** La polarité des molécule vient essentiellement des différences d'électronégativités entre les atomes. Dans HCl, le chlore étant plus électronégatif, il déforme le nuage électronique en attirant les électrons vers lui. Il en résulte une charge négative sur Cl et une charge positive sur H, donc un moment dipolaire (orienté de Cl vers H).

Par définition du moment dipolaire, on a ici  $\vec{p}_1 = qa\vec{u}_z$ .

**Q2.** D'après le principe de superposition, le potentiel électrostatique total est la somme de celui créé par la charge en  $P$  et celui créé par celle en  $N$ . D'après la formule de COULOMB, on a :

$$V_1(M) = V_P(M) + V_N(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 NM}$$

Or dans l'approximation dipolaire,  $a \ll r$  donc on peut écrire, au premier ordre en  $\frac{a}{r}$  :

$$PM^2 = (\vec{PO} + \vec{OM})^2 = PO^2 + OM^2 + 2\vec{PO} \cdot \vec{OM} = \frac{a^2}{4} + r^2 - 2r\frac{a}{2}\cos\theta \approx r^2 - 2r\frac{a}{2}\cos\theta$$

Toujours au premier ordre, on en déduit :  $PM = \sqrt{r^2 - 2r\frac{a}{2}\cos\theta} \approx r\left(1 - \frac{a}{2r}\cos\theta\right)$

De même :  $NM \approx r\left(1 + \frac{a}{2r}\cos\theta\right)$ . On a alors :

$$V_1(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r\left(1 - \frac{a}{2r}\cos\theta\right)} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r\left(1 + \frac{a}{2r}\cos\theta\right)} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 + \frac{a}{2r}\cos\theta - 1 + \frac{a}{2r}\cos\theta\right)$$

$$\boxed{V_1(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{a}{r} \cos\theta = \frac{p_1 \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

**Q3.** D'après le cours,  $\vec{E}_1(M) = -\vec{\text{grad}}V_1(M)$ , donc avec le formulaire de l'énoncé :

$$\vec{E}_1(M) = -\frac{\partial V_1}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \vec{u}_\theta$$

On obtient donc :  $\vec{E}_1(M) = +\frac{p_1 \cos\theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{p_1 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_\theta$  qui correspond au résultat attendu.

**Q4.** Deux possibilités de raisonnement :

- Avec le couple  $\Gamma = -p_2 E_1(M) \sin\alpha$  par rapport à l'axe de rotation. A l'équilibre, ce couple est nul, donc les positions d'équilibre sont en  $\alpha = 0$  et  $\alpha = \pi$ . Or si on perturbe le système d'un petit angle  $\varepsilon > 0$  au voisinage de  $\alpha = 0$ , le couple est négatif et ramène donc le dipôle vers la position d'équilibre  $\alpha = 0$  qui est donc stable. Par contre, au voisinage de  $\alpha = \pi$ ,  $\Gamma = -p_2 E_1(M) \sin(\pi + \varepsilon) = +p_2 E_1(M) \sin\varepsilon > 0$  : le couple entraîne le dipôle encore plus loin, cet équilibre est instable.
- Par l'énergie potentielle  $\mathcal{E}_{12} = -\frac{p_1 p_2}{2\pi\epsilon_0 r^3} \cos\alpha$ . Si on trace  $\mathcal{E}_{12}$  en fonction de  $\alpha$ , on constate aisément que le minimum est en  $\alpha = 0$  qui correspond donc à une position d'équilibre stable.

Dans tous les cas, le couple tend à aligner les 2 dipôles (position  $\alpha = 0$ ).

**Q5.** Pour  $\alpha = 0$ , on a  $\mathcal{E}_{12} = -\frac{p^2}{2\pi\epsilon_0 r^3}$ .

Application numérique :  $\mathcal{E}_{12} = -1,6 \cdot 10^{-21}$  J et  $k_B T = 4,0 \cdot 10^{-21}$  J

L'énergie d'agitation thermique est suffisante pour que les dipôles soient mobiles et ne restent pas alignés en permanence.

**Q6.** Application numérique :  $C_K \sim 10^{-77}$  J.

La force correspondante est  $\vec{F}_{12} = -\vec{\text{grad}}\langle \mathcal{E}_{12} \rangle = -\frac{6C_K}{r^7} \vec{u}_r$ . Cette force est orientée selon  $-\vec{u}_r$  donc elle est attractive.

**Q7.** Une force surfacique est une pression, donc  $A = 6\pi D^3 \cdot f(D)$  est une pression multipliée par un volume : c'est donc bien une énergie (cf  $H = U + PV$  par exemple).

**Q8.** On applique le principe fondamental de la statique au gecko, soumis à son poids et à force d'adhérence. Cette dernière doit donc (en norme) compenser le poids. Si on note  $x$  le pourcentage de sétules utilisées,  $N = 500 \times 6.10^6$  le nombre total de sétules et  $S = \ell^2$  la surface de contact, on peut écrire :

$$mg = xN \cdot \frac{A}{6\pi D^3} \ell^2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{mg}{N \frac{A}{6\pi D^3} \ell^2}}$$

*Application numérique :*  $x = 8.10^{-4} = 0,08\%$

On obtient le bon ordre de grandeur, ce qui pourrait valider l'hypothèse. Mais il manque un facteur 2 : si le gecko n'utilise que 0,04% de ses sétules, notre calcul semble montrer qu'il ne supporterait pas son poids. Il y a donc sans doute un autre effet (mais le calcul est assez approximatif). Qu'est-ce qui était attendu dans cette fin de question?...

**Q9.** Le mouvement se décompose en 2 phases :

- La première phase est une chute libre sur une hauteur  $h = 10$  cm. En négligeant les frottements de l'air, on peut exploiter la conservation de l'énergie mécanique entre le moment du lâcher (sans vitesse initiale) et le moment où le gecko se rattrape, ce qui donne la vitesse atteinte au début du freinage :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_f = 0 + mgz_i \Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{2gh}}$$

- Durant la phase de freinage, on peut reprendre le même principe, mais l'énergie mécanique n'est plus conservée. Le travail de la force d'adhérence (de norme  $F = 5$  N si le gecko n'utilise que la moitié de l'adhérence maximale) s'écrit  $W = -Fd$  où  $d$  est la distance de "freinage". On a donc :

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 - mgd = -Fd \Rightarrow \boxed{d = \frac{mv_0^2}{2(F - mg)} = \frac{mgh}{F - mg}}$$

*Application numérique :*  $d \simeq 1,1$  cm.