

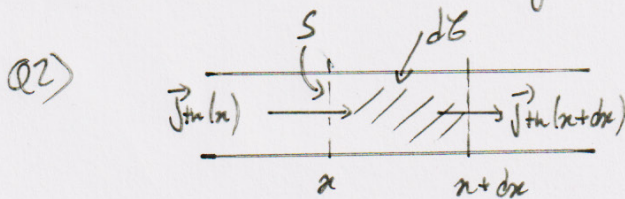
Physique : DS2

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la **qualité de la rédaction**, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

On respectera les numéros des questions dans sa copie : 1,2 ou Q1,Q2 ou II-1-1...

PARTIE A : L'IGLOO (CCP - TPC - 2022)

Q1) Loi de Fourier : loi phénoménologique qui engendre un courant thermique des zones "chaudes" vers les zones "froides".



Paire d'énergie appliquée à la tranche dV : $dU = \delta Q_{ich} + \delta Q_{ex}$ où $\delta Q_{ex} = 0$

$$\text{f. q.} \left\{ \begin{aligned} dU &= U(t+dt, V) - U(t, V) = \frac{dU}{dt} \cdot dt dV = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dV \\ \delta Q_{ich} &= [Q(x, t) - Q(x+dx, t)] dt = - \frac{\partial Q}{\partial x} dx dt = - \frac{\partial J_{th}}{\partial x} S dx dt \end{aligned} \right.$$

$$\text{d'où } \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial J_{th}}{\partial x}$$

$$\text{or } \vec{J}_{th} = - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x \Rightarrow \underline{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

Q3) Soit $\tau = \frac{\rho c}{\lambda} L^2$, on reconnaît $D_{th} = \frac{\lambda}{\rho c}$

$\Rightarrow \tau = \frac{L^2}{D_{th}}$ qui s'exprime en s et représente le temps caractéristique de diffusion

Q4) Le phénomène de diffusion thermique est irréversible car :

- le transfert thermique a toujours lieu des zones chaudes vers les zones froides.
- Si on remplace t en $-t$ l'équation de diffusion change de forme...

Q5) En régime stationnaire $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ d'où $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$
 $\Rightarrow T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} x$

Q6) Par définition $\Phi_{12} = \iint_S \vec{f}_{th} \cdot d\vec{S} = \iint_S \left(-\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \right) dS$
 $\Rightarrow \Phi_{12} = \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2)$

Q7) Par analogie avec la loi d'Ohm : $T_1 - T_2 = R_{th} \cdot \Phi_{12}$
 $\Rightarrow R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$

Q8)

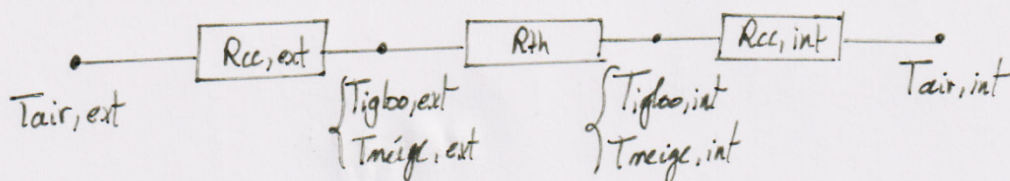
Grandeurs	Electrocinétique	Thermique
DDP	$V_1 - V_2$	$T_1 - T_2$
Résistance	R	R_{th}
Flux de \vec{f}	I_{12}	Φ_{12}
Conductivité	γ	λ

Q9) loi de Newton : $\Phi_{sg} = h S' (T_s - T_f)$
d'où $T_s - T_f = R_{cc} \Phi' \text{ t.q } R_{cc} = \frac{1}{h S'}$

Q10) Sur la figure 4, λ augmente avec e par conséquent il ne faut pas
tailler les blocs de neige pour améliorer l'isolation de l'igloo.

Q11) Pour $\rho = 200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \Rightarrow \lambda = 0,14 \text{ Wm}^{-1} \text{K}^{-1} \Rightarrow R_{th} = \frac{L}{2 \pi \lambda r_i (r_i + L)} = 0,13 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$

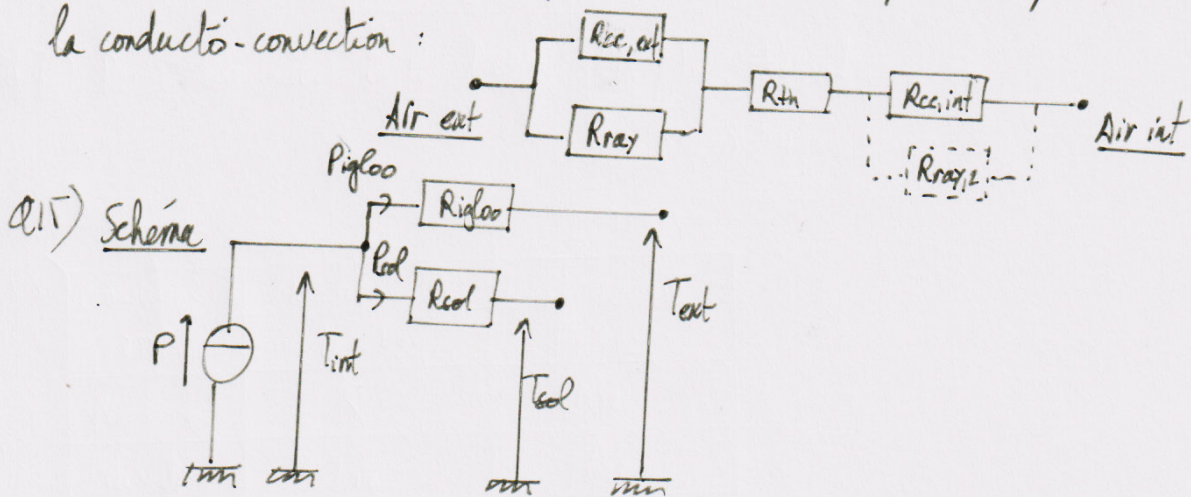
Q12) d'association est en série car les différences de température sont différentes entre les éléments



Q13) donc : $R_{igloo} = R_{cc,int} + R_{th} + R_{cc,ext}$

$$\Rightarrow R_{igloo} = \frac{1}{h S_i} + \frac{L}{2\pi\lambda r_i(r_i+L)} + \frac{1}{h_e S_e} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} S_i = 2\pi r_i^2 \\ S_e = 2\pi (r_i+L)^2 \end{cases}$$

Q14) Cette modélisation ne tient pas compte du rayonnement thermique. Ce mode de transfert se fait dans les milieux transparents (ici l'air) en parallèle de la convection. La résistance thermique associée doit être placée en parallèle de la conducto-convection :



loi des mailles : $P = P_{igloo} + P_{sol} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{igloo}} + \frac{T_{int} - T_{sol}}{R_{sol}}$

$$\Leftrightarrow R_{igloo} R_{sol} P = (T_{int} - T_{ext}) R_{sol} + (T_{int} - T_{sol}) R_{igloo}$$

$$\Leftrightarrow T_{int} = \frac{P R_{igloo} R_{sol} + T_{ext} R_{sol} + T_{sol} R_{igloo}}{R_{igloo} + R_{sol}}$$

Q16) A.N : $T_{int} = 275 \text{ K} \approx 2^\circ \text{C}$

Q17) Si on suppose que $R_{igloo} = 1,5 R_{igloo} = 0,22 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ on obtient $T_{int} = 292 \text{ K} \approx 19^\circ \text{C}$.

Effectivement les peaux de bête permettent d'augmenter de 20°C la température

Partie B - Décantation (CCP - PSI - 2022)

Q14) Système : particule polluante, R = Réf terrestre :

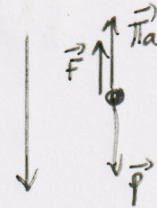
$$\text{PFD} : m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi}$$

$$\text{Ne t. q } \vec{a} = 0 \text{ d'où } mg - 6\pi\eta r|\vec{v}_e| - m'g = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{cases} m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 \\ m' = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_e < m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \|\vec{v}_e\| = g \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_0 - \rho_e)}{6\pi\eta r}$$

$$\Rightarrow \|\vec{v}_e\| = \frac{2}{9} \frac{gr^2 (\rho_0 - \rho_e)}{\eta}$$

$$\text{avec } \vec{v}_e = \|\vec{v}_e\| \vec{e}_z \Rightarrow \underline{v_e > 0}$$



• Si $\vec{a} \neq \vec{0}$ on obtient $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g} \left(\frac{m - m'}{m} \right)$ ou $\tau = \left(\frac{6\pi\eta r}{m} \right)^{-1} = \frac{4/3\pi\rho_0 r^3}{6\pi\eta r}$

$$\Rightarrow \underline{\tau = \frac{2}{9} \frac{\rho_0 r^2}{\eta}}$$

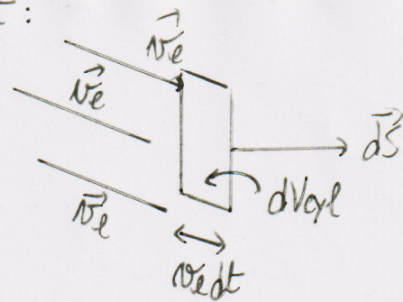
Q15) Soit \vec{f} est un vecteur courant de convection. Calculons le nombre de particules qui traverse dS pendant dt :

$$\begin{aligned} \delta N &= m(z) dV_{\text{vol}} \\ &= m(z) \cdot \vec{v}_e \cdot d\vec{S} dt \end{aligned}$$

$$\text{d'où } \delta N = \int_S m(z) \cdot \vec{v}_e \cdot d\vec{S} dt$$

$$\Rightarrow \frac{\delta N}{dt} = \int_S m(z) \vec{v}_e \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{f} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \underline{\vec{f} = m(z) \vec{v}_e \vec{e}_z}$$

et s'exprime en $s^{-1} \cdot m^{-2}$



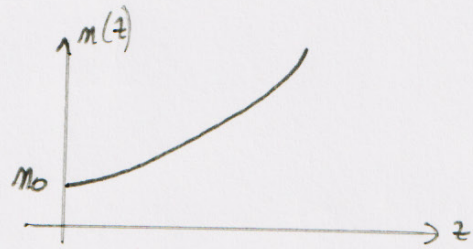
Q16) Loi de Fick : $\vec{J}_D = -D \text{grad } m(z)$ d'où $\underline{[D] = m^2 s^{-1}}$

\uparrow $s^{-1} m^{-2}$ \leftarrow m^{-4}

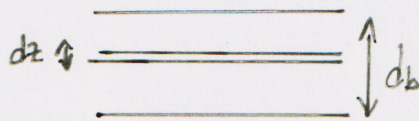
d'in-homogénéité de concentration crée un courant de diffusion des zones de haute concentration vers les plus faibles. $\Rightarrow \underline{J_D : ascendant}$

Q17) Énoncé: $\vec{f} + \vec{f}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow m \nu_e - D \frac{dm}{dz} = 0 \Leftrightarrow \frac{dm}{m} = \frac{\nu_e}{D} dz$

d'où $m(z) = m_0 e^{\left(\frac{\nu_e z}{D}\right)}$



Q18) Par définition: $N_0 = \frac{1}{d_b} \int_0^{d_b} m(z) dz = \frac{1}{d_b} \int_0^{d_b} m_0 e^{\frac{\nu_e z}{D}} dz$



$$\Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{d_b} \left[\frac{D}{\nu_e} e^{\nu_e z/D} \right]_0^{d_b}$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{m_0 D}{d_b \nu_e} \left[e^{\nu_e d_b/D} - 1 \right]$$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{N_0 d_b \nu_e}{D \left[e^{\nu_e d_b/D} - 1 \right]}$$

Q19) d'équation de diffusion en ODG $\Rightarrow \tau_D = \frac{L^2}{D} \Rightarrow \tau_D = \frac{d_b^2}{D}$

Pour la convection: $\tau_S = \frac{d_b}{\nu_e}$

Q20) D'où: $\frac{\tau_D}{\tau_S} = \frac{d_b \nu_e}{D} \Rightarrow m_0 = N_0 \cdot \frac{\tau_D}{\tau_S} \frac{1}{\left[e^{\tau_D/\tau_S} - 1 \right]}$

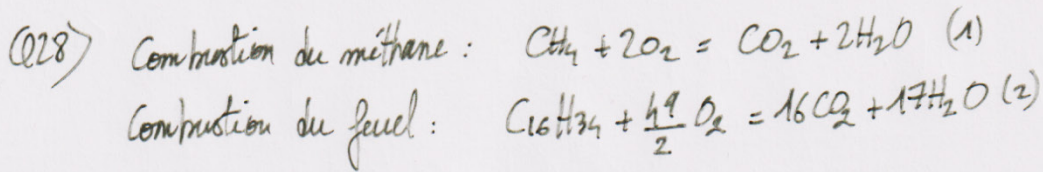
Il y aura clarification ssi $N_0 \ll m_0 \Rightarrow \frac{\mu}{e^{\mu} - 1} \ll 1$ où $\mu = \tau_D/\tau_S$.

$$\Rightarrow \mu \gg 1$$

$$\Rightarrow \tau_D \gg \tau_S$$

Q21) d'énoncé nous propose de comparer τ_T à τ_S t.g. $\tau_T = \frac{L_b}{\mu}$.

Pour la clarification il faut donc: $\tau_S \ll \tau_T$

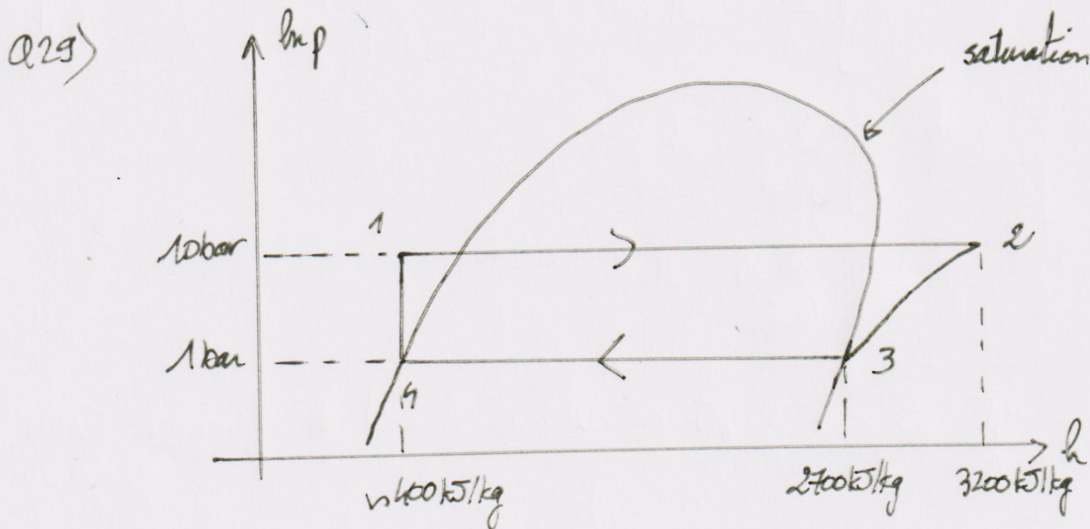


Enoncé : $Q_1 = 805 \text{ kJ/mol}$ par mole de CO_2 libérée.

$Q_2 = 7600 \text{ kJ/mol}$ par 16 moles de CO_2 libérées

ce qui peut s'écrire : 475 kJ par mole de CO_2 libérée

⇒ la combustion de méthane produit moins de CO_2 à énergie récupérée équivalente



	1	2	3	4
[T]/°C	100	370	100	100
[P]/bar	10	10	1	1
[h]/kJ.kg ⁻¹	400	3200	2700	400
Etat	liquide	Vapeur sèche	Vapeur saturante	Liquide saturé

Q30) D'après le 1^{er} PPI : $W_{it} = h_3 - h_2 = -500 \text{ kJ/kg}$
 $q_{GV} = h_2 - h_1 = 2800 \text{ kJ/kg}$
 $q_{cond} = h_4 - h_3 = -2300 \text{ kJ/kg}$
 $\Rightarrow \eta = \frac{|W_{it}|}{q_{GV}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \approx 18\%$

Q31) 1^{er} PPI sous forme de puissance : $\dot{m} W_{it} = P_T \Rightarrow \dot{m} = \left| \frac{P_{elec}}{W_{it}} \right| = 0.5 \text{ kg.s}^{-1}$

Partie C - Machine à écoulement permanent (Mines-Ponts 2015)

① Dimensionnement d'une installation de liquéfaction

1). Pour les gaz parfaits diatomiques :

$$\gamma = 7/5$$

de compression réaliser une compression adiabatique réversible d'où :

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cste}$$

$$\Leftrightarrow T_I^\gamma p_I^{1-\gamma} = T_F^\gamma p_F^{1-\gamma}$$

$$\text{ou } r = \frac{p_F}{p_I}$$

$$\Rightarrow r_{\text{max}} = \left(\frac{T_I}{T_{\text{max}}} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

d'après l'énoncé $p_A = r^N p_I \Leftrightarrow N = \frac{\ln(p_A/p_I)}{\ln(r)}$

En prenant la valeur de r_{max} : $N_{\text{min}} = \frac{\ln(p_A/p_I)}{\frac{\gamma}{1-\gamma} \ln\left(\frac{T_I}{T_{\text{max}}}\right)}$

$$\Leftrightarrow N_{\text{min}} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{\ln(p_A/p_I)}{\ln(T_I/T_{\text{max}})} \approx 4,6$$

Choisissons $N = 5$ le nombre entier d'écoulement supérieur

2°) Si le rapport r reste alors N reste constant

3°) . Soit $r = \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{1/N}$

$$T_{\text{sortie}} = T_E \left(\frac{P_E}{P_{\text{sortie}}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_E \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_E \cdot r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow T_{\text{sortie}} = \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma N}} \cdot T_E \quad (1)$$

Or : $\Delta(h+e+ep) = W_u + q$ avec $\begin{cases} p_{ec} = 0 \text{ car } \delta v = 0 \\ p_{ep} = 0 \text{ car } \delta z = 0 \\ W_u = 0 \text{ absence de machines "utiles"} \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta h = q$$

de plus $\Delta h_{\text{eau}} = - \Delta h_{\text{azote}}$

$$\Leftrightarrow \Delta_{\text{eau}} \Delta h_{\text{eau}} = - \Delta_{\text{azote}} \Delta h_{\text{azote}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\Delta_{\text{eau}} \Delta h_{\text{eau}} = - \Delta \Delta h_{\text{azote}}} \quad (2)$$

Or pour l'eau : $\Delta h_{\text{eau}} = c_e (T'_{\text{max}} - T_e)$

de l'azote : $\Delta h_{\text{azote}} = c_p (T_E - T_S) = \frac{7}{2} \frac{R}{M} (T_E - T_S)$ ↙ $T_{\text{sortie}} \text{ compressé}$ (2')

$$\text{Donc } \frac{\Delta_{\text{eau}}}{\Delta} = - \frac{\Delta_{\text{azote}}}{\Delta h_{\text{eau}}} = - \frac{7}{2} \frac{R}{M c_e} \left(\frac{T_E - T_S}{T'_{\text{max}} - T_e} \right)$$

$$\text{Donc d'après (1) : } \frac{\Delta_{\text{eau}}}{\Delta} = - \frac{7R}{2M c_e} T_E \left[\frac{1 - \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma N}}}{T'_{\text{max}} - T_e} \right] \quad (3)$$

$$\approx \underline{\underline{0,32}}$$

4°) . la courbe E_1 est une isotherme : $T = \text{cte}$!

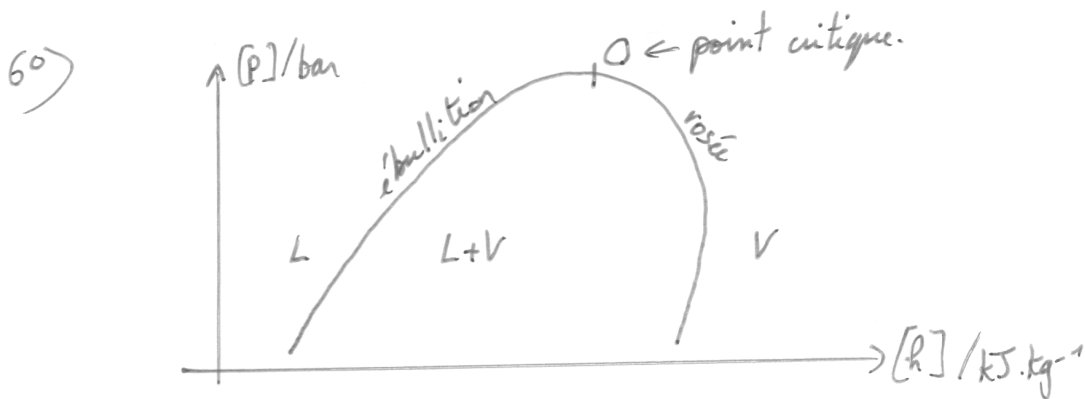
A basse pression tout gaz se comporte comme un GP d'où :

$$dh = c_p dT \Rightarrow \underline{\text{droites verticales à BP.}}$$

5°) . la courbe E_2 est une isentropique : $s = \text{cte}$

$$\begin{aligned} \text{or } dh &= T ds + v dp \\ &= v dp. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dh}{dp} = v > 0 : \underline{\text{la courbe est croissante}}$$



7°) . C'est une isotherme t.q $x = \text{cte}$

- Au point M : $t = -200^\circ\text{C}$
- $p = 0,2 \text{ bar}$
- $x = 0,1$ en liquide et $x_v = 0,9$

8°) Au point C : $h = x_e h_e + h_v x_v \Rightarrow \underline{h = x h_{\text{liq}} + (1-x) h_{\text{vap}}}$

9°) En régime permanent $D_e = D_s$ donc les 2 D_m sont identiques

$$\text{or } D_m + D' = D \text{ avec } \begin{cases} D' = x_v D = (1-x) D \\ D_m = x_e D = x D \end{cases}$$

10) Sur le système (E) :

$$D'(h_E - h_D) + D(h_B - h_A) = 0 \text{ car échangeur parfait}$$

$$\Leftrightarrow D'(h_E - h_{\text{vap}}) + D(h_C - h_A) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x)D[h_E - h_{\text{vap}}] + D[xh_{\text{liq}} + (1-x)h_{\text{vap}} - h_A] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x)h_E + D[xh_{\text{liq}} - h_A] = 0$$

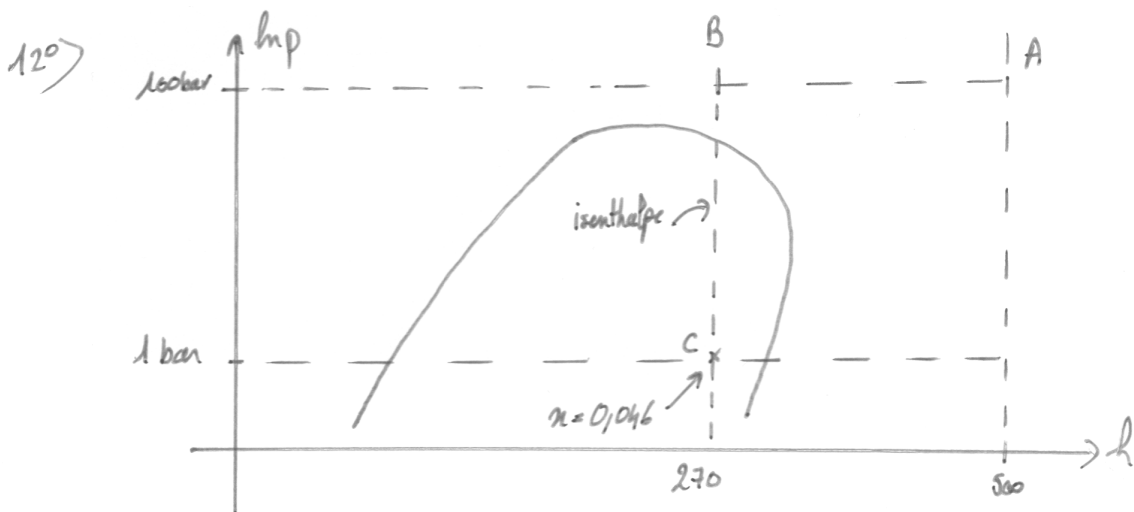
$$\Leftrightarrow x(h_{\text{liq}} - h_E) = h_A - h_E.$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{\text{liq}}}$$

11) Point A : $p_A = 100 \text{ bar}$, $T_A = 300 \text{ K} = 27^\circ \text{C} \Rightarrow h_A = 500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
 Point E : $p_E = 1 \text{ bar}$, $T_E = 300 \text{ K} = 27^\circ \text{C} \Rightarrow h_E = 520 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
 Etat liquide à 1 bar : $T_{\text{liq}} = -196^\circ \text{C} \Rightarrow h_{\text{liq}} = 85 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
 Etat vapeur à 1 bar : $T_{\text{vap}} = -196^\circ \text{C} \Rightarrow h_{\text{vap}} = 280 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\text{D'où } \underline{x = 0,046}$$

• Si le gaz vérifie la loi des gaz parfaits alors $\Delta h = c_p \Delta T = 0$
 $\Rightarrow \underline{x = 0}$



Remarque : $C =$ intersection de $\kappa = 0,046$ et $p = 1 \text{ bar}$.
 $B =$ — de $p = 100 \text{ bar}$ et $h_B = h_C = 270 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

On obtient pour B : $T_B = -115^\circ\text{C} \Rightarrow$ le fluide est à l'état supercritique.

13°) D'après le premier principe : $D\Delta h = P$ avec $P = P_{\text{tot}}/N$

$$\text{D'après (2')} : \Delta h = \frac{\gamma}{2} \frac{R}{M} (T_S - T_E) = -\frac{\gamma}{2} \frac{R}{M} \left[T_E - T_E r^{(\gamma-1)/\gamma} \right]$$

$$\Leftrightarrow \Delta h = \frac{\gamma}{2} \frac{R T_E}{M} \left[r^{\gamma/\gamma} - 1 \right]$$

$$\text{or } D = \frac{D_m}{\alpha} \Rightarrow \frac{D_m}{\alpha} \cdot \frac{\gamma}{2} \frac{R T_E}{M} \left(r^{\gamma/\gamma} - 1 \right) = P$$

$$\text{Avec les } N \text{ compresseurs : } \underline{P_{\text{tot}} = \frac{\gamma}{2} N \cdot \frac{R T_E D_m}{\alpha M} \left(r^{\gamma/\gamma} - 1 \right) = 210 \text{ kW}}$$

$$\text{or } D_m = \rho D_v \Leftrightarrow D_v = \frac{D_m}{\rho} = \frac{3,7 \cdot 10^{-2} \text{ L/s} \times 130 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}}{e}$$

$$\text{or } \frac{P_{\text{tot}}}{D_v} = \frac{P'}{D_v} \Rightarrow P' = P_{\text{tot}} \frac{D_v}{D_v} \approx 210 \cdot \frac{1}{130} \approx 1,6 \text{ kW}$$

La machine proposée doit utiliser plus de puissance à cause de l'irréversibilité des transformations.