

# Physique : DM4

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

## Partie A – Cycle de Claude

**Les calculatrices sont autorisées**

La découverte du boson de Higgs au CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) n'aurait jamais été possible sans les installations frigorifiques perfectionnées nécessaires pour refroidir en particulier les aimants supraconducteurs du LHC (Large Hadron Collider).

Ce problème propose dans une première partie d'étudier, en la simplifiant largement, une installation de liquéfaction de l'hélium à la température de 4,2 K.

Est abordée dans une deuxième partie la modélisation d'un échangeur de chaleur dont le but est d'assurer à l'hélium liquide de rester à la température nécessaire au refroidissement des aimants supraconducteurs.

Dans une troisième partie, est abordé de manière succincte l'écoulement de l'hélium dans une ligne de distribution cryogénique.

La quatrième partie permet d'étudier un procédé de refroidissement de l'hélium liquide permettant de le faire passer de la température de 4,2 K à la température de 1,9 K.

Une cinquième et dernière partie se propose d'étudier différents procédés de mesure et de contrôle des paramètres température, pression, débit volumique et hauteur du bain d'hélium liquide.

Les différentes parties sont indépendantes les unes des autres.  
L'annexe en page X regroupe les principales données.

## A – Etude du cycle de Claude pour la liquéfaction de l'hélium.

### A.1. Bilan énergétique d'un système en écoulement.

Un fluide s'écoule en passant de l'état thermodynamique ① à l'état thermodynamique ② en traversant une machine thermique où il échange du travail et de la chaleur. L'écoulement est considéré comme permanent (figure 1).

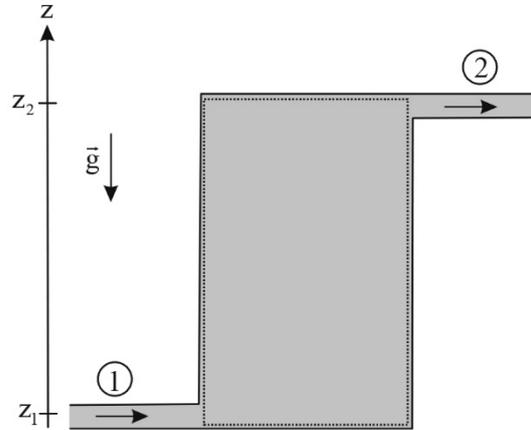


Figure 1 : système en écoulement

Pour une masse  $dm$  de fluide circulant entre l'état ① et l'état ②, le bilan énergétique appliqué à cette masse s'écrit :

$$dm \left[ \left( h_2 + \frac{1}{2} c_2^2 + gz_2 \right) - \left( h_1 + \frac{1}{2} c_1^2 + gz_1 \right) \right] = \delta W_u + \delta Q$$

**A.1.1.** Préciser la signification de chaque terme de la relation précédente.

**A.1.2.** Réécrire ce bilan énergétique en faisant apparaître les puissances et le débit massique  $D_m$  du fluide.

### A.2. Cycle de Claude.

On souhaite refroidir de l'hélium selon un cycle de Claude. Dans ce cycle, on pré-refroidit l'hélium avant de le liquéfier partiellement en lui faisant subir une détente de Joule-Thomson. Le principe de la machine thermique est représenté en figure 2, page 3.

On y distingue :

- le compresseur C où l'énergie est injectée pour comprimer l'hélium à température ambiante ;
- une boîte froide thermiquement isolée dans laquelle sont placés les différents échangeurs de chaleur E1 à E5 ainsi que le détendeur D. La boîte froide ne consomme pas d'énergie mais en rejette sous forme mécanique par l'intermédiaire des turbines T1 et T2.

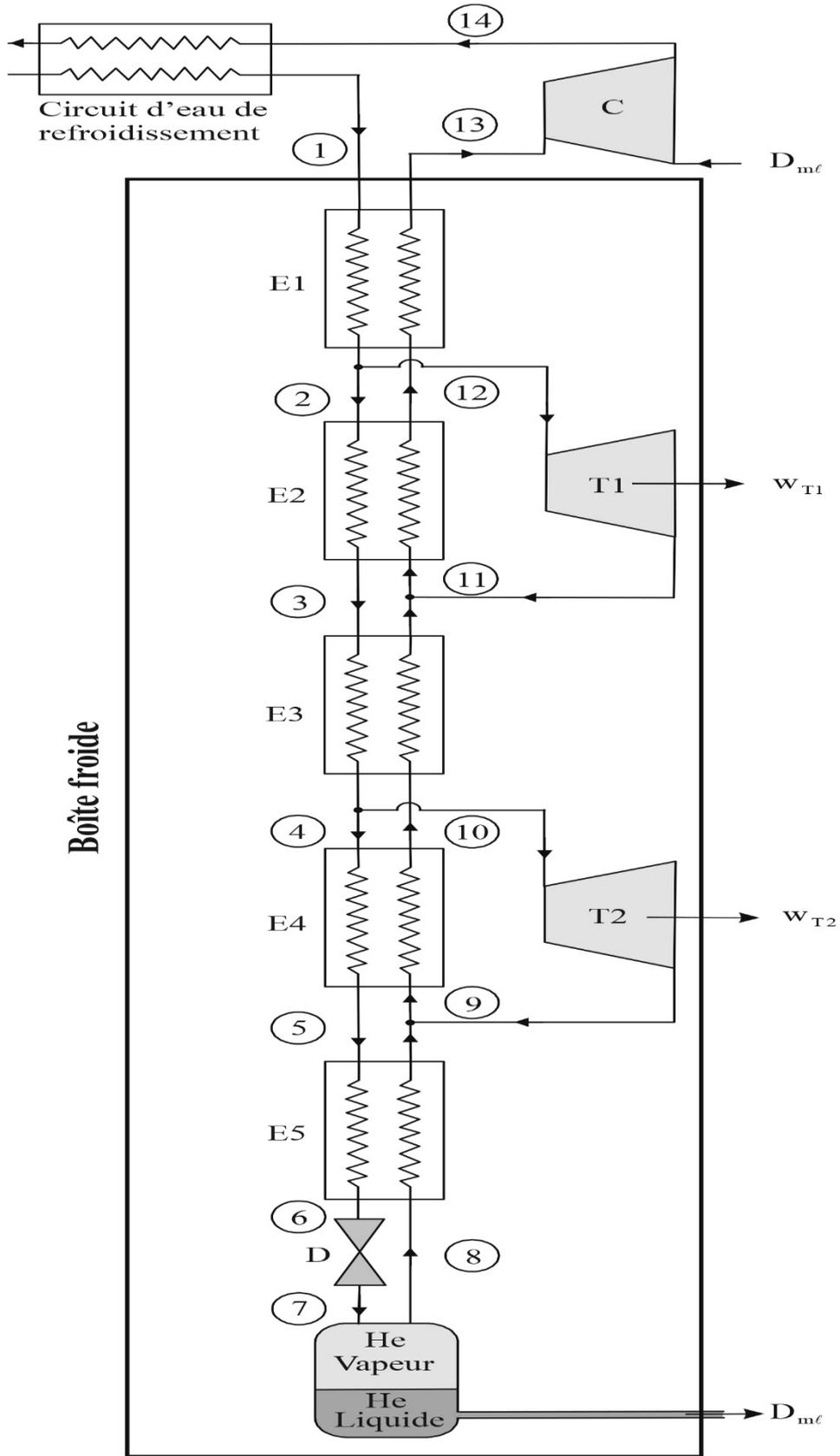


Figure 2 : cycle de Claude

Au repère ①, l'hélium gazeux entre à la pression  $P_2 = 20$  bar et à la température  $T_1$  avec le débit massique  $D_m = 1\,600$  g.s<sup>-1</sup>.

Une fraction massique  $x_1$  du gaz en sortie de l'échangeur E1 est prélevée pour lui faire subir une détente dans la turbine T1. De même, une fraction massique  $x_2$  du gaz sortant de l'échangeur E3 est prélevée pour lui faire subir une détente dans la turbine T2.

Les débits massiques aux repères ② et ④ sont donc respectivement :

$$D_{m2} = (1 - x_1)D_m \text{ et } D_{m4} = (1 - x_1)(1 - x_2)D_m.$$

Le gaz sortant de l'échangeur E5 passe dans le détendeur D où il subit une détente isenthalpique, amenant le fluide de la pression  $P_2 = 20$  bar (repère ⑥) à la pression  $P_1 = 1$  bar (repère ⑦).

L'hélium liquide formé avec un débit massique  $D_{ml}$  est prélevé en sortie.

Le gaz sortant du détendeur passe dans l'échangeur E5 (repère ⑧) pour refroidir le gaz circulant à contre-courant. Le gaz sortant de la turbine T2 se rajoute au gaz sortant de l'échangeur E5 (repère ⑨).

De même, le gaz sortant de la turbine T1 se rajoute au gaz sortant de l'échangeur E3 (repère ⑩).

Le compresseur C comprime le gaz de la pression  $P_1 = 1$  bar à la pression  $P_2 = 20$  bar. Un circuit d'eau de refroidissement permet alors de ramener le gaz à la température  $T_1$ . On injecte la quantité de gaz nécessaire pour que le débit massique en ① soit à nouveau  $D_m$ .

Les écoulements dans les différents échangeurs de chaleur sont supposés isobares.

On notera :

- $h_i$  l'enthalpie massique du fluide dans l'état thermodynamique n (i), correspondant sur la figure 2 au repère noté i ;
- $h_{liq}$  et  $h_{vap}$  l'enthalpie massique de l'hélium liquide et vapeur à la pression  $P_1$  ;
- $\mathcal{P}_{T1}$  et  $\mathcal{P}_{T2}$  les puissances cédées par les gaz dans les turbines 1 et 2 respectivement. Ces puissances sont utilisées pour entraîner partiellement le compresseur.

On négligera systématiquement les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur.

Les soutirages et l'injection de fluide se font sans addition de puissance.

Les données relatives à l'hélium sont regroupées en annexe, page 15.

**A.2.1.** Donner l'expression du débit massique entrant dans le compresseur (repère ⑬) en fonction de  $D_m$  et  $D_{ml}$ .

**A.2.2.** En considérant les puissances entrantes et sortantes de la boîte froide, écrire une relation reliant les grandeurs  $D_m$ ,  $D_{ml}$ ,  $h_1$ ,  $h_{13}$ ,  $h_{liq}$ ,  $\mathcal{P}_{T1}$  et  $\mathcal{P}_{T2}$ .

**A.2.3.** Par un bilan énergétique sur la turbine T1, écrire une relation entre les variables  $x_1$ ,  $D_m$ ,  $\mathcal{P}_{T1}$ ,  $h_2$  et  $h_{11}$ .

**A.2.4.** Par un bilan énergétique sur la turbine T2, écrire une relation entre les variables  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $D_m$ ,  $\mathcal{P}_{T2}$ ,  $h_4$  et  $h_9$ .

On définit le taux de liquéfaction de la machine comme le rapport  $y = \frac{D_{m\ell}}{D_m}$ .

**A.2.5.** Montrer que  $y = \frac{h_1 - h_{13} + x_1(h_{11} - h_2) + x_2(1 - x_1)(h_9 - h_4)}{h_{liq} - h_{13}}$ .

**A.2.6.** En faisant un bilan énergétique sur le premier échangeur de chaleur E1, exprimer le débit massique  $D_{m\ell}$  en fonction de  $D_m$  et des enthalpies massiques  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_{12}$  et  $h_{13}$ .

En déduire la valeur du taux de liquéfaction. Faire l'application numérique.

**A.2.7.** En faisant un bilan énergétique sur le deuxième échangeur de chaleur, exprimer et calculer la fraction massique  $x_1$ .

**A.2.8.** Par un raisonnement analogue, exprimer et calculer la fraction massique  $x_2$ .

Vérifier que la relation établie en **A.2.5.** permet bien de retrouver la valeur de  $y$  calculée précédemment.

**A.2.9.** Relier le titre en liquide  $x_\ell$  du mélange diphasé en sortie du détendeur aux grandeurs  $h_6$ ,  $h_{liq}$  et  $h_{vap}$ . En déduire une nouvelle expression du taux de liquéfaction et comparer avec celle calculée à la question **A.2.6.**

**A.2.10.** En déduire l'expression du débit volumique  $D_{V\ell}$  de l'hélium liquide formé à la température de 4,2 K et calculer sa valeur que l'on exprimera en  $L.s^{-1}$ .

La puissance frigorifique équivalente  $\mathcal{P}_{f,eq}$  est définie comme la puissance à prélever au gaz froid de débit massique  $D_{m\ell}$  pour le liquéfier :  $\mathcal{P}_{f,eq} = D_{m\ell}L_{vm}$  où  $L_{vm}$  représente la chaleur latente massique de vaporisation.

**A.2.11.** Calculer la puissance frigorifique équivalente pour l'hélium à la température de 4,2 K. On considère que les puissances  $\mathcal{P}_{T1}$  et  $\mathcal{P}_{T2}$ , que les gaz cèdent dans les turbines T1 et T2, sont intégralement récupérées par le compresseur.

**A.2.12.** Donner l'expression de la puissance mécanique  $\mathcal{P}_C$  qu'il reste à fournir au compresseur pour que celui-ci comprime effectivement le gaz de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$ .

**A.2.13.** En déduire la puissance à fournir à l'installation pour prélever une puissance frigorifique équivalente de 1 kW. Comparer le rendement de l'installation à celui du cycle idéal de Carnot fonctionnant entre les températures  $T_F = 4,2$  K et  $T_C = 280$  K.

Les installations du CERN sont capables quant à elles de produire plusieurs kilogrammes d'hélium liquide par seconde. Leur rendement par rapport au cycle de Carnot atteint 30 %, soit un des meilleurs rendements possibles actuellement.

## Annexe

- **Masse molaire de l'hélium** :  $M = 4 \text{ g.mol}^{-1}$
- **Constante des gaz parfaits** :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- **Viscosité dynamique de l'hélium à  $T = 4,2 \text{ K}$**  :  $\eta = 3,6.10^{-6} \text{ Pa.s}$
- **Célérité du son dans l'hélium liquide à la température  $T = 4,2 \text{ K}$**  :  $c = 178 \text{ m.s}^{-1}$

### Données relatives à l'hélium à l'état diphasé

Température $T = 4,2\text{K}$	Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	Enthalpie ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ )
<b>Liquide</b>	125,4	9,90
<b>Vapeur</b>	16,49	30,74

Température $T = 1,9\text{K}$	Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	Enthalpie ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ )
<b>Liquide</b>	145,5	1,186
<b>Vapeur</b>	0,609	24,63

### Données relatives à l'hélium à l'état gazeux

Etat	Pression (bar)	Température (K)	Enthalpie ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ )
<b>1</b>	20	280	1 476
<b>2</b>	20	200	1 060
<b>3</b>	20	100	540,3
<b>4</b>	20	50	277,4
<b>5</b>	20	20	110,5
<b>6</b>	20	7,15	29,3
<b>7</b>	1	4,2	
<b>8</b>	1	4,2	30,74
<b>9</b>	1	19,9	118
<b>10</b>	1	45,2	250
<b>11</b>	1	98,5	527,2
<b>12</b>	1	193	1 017,9
<b>13</b>	1	277	1 454,2
<b>14</b>	20	370	1 900

## Partie B – Tête dans la lune

On se propose d'étudier deux aspects de la surface lunaire : la température de surface et le sol. Ces deux parties sont indépendantes entre elles.

Dans tout le problème, étoile et planètes seront considérées comme des sphères en équilibre thermique, et qui se comportent comme des corps noirs.

◆ **Important** : on trouvera en pages 5 et 6 un ensemble de données relatives à ce problème ; ces données complètent (ou, à l'occasion, répètent) celles de l'énoncé. Quelques-unes de ces données pourront servir plusieurs fois ; d'autres n'ont de valeur qu'informative. Quand l'énoncé ne les indique pas, il appartient aux candidats de repérer et d'utiliser les données utiles pour la résolution de certaines questions.

◆ Les questions numérotées avec un astérisque (par exemple, □ 4\*) sont de type essentiellement qualitatif ; elles demandent peu de calculs, voire pas du tout.

## Partie I Températures de surface

### Température terrestre

- *Un modèle bien fruste*

□ 1 – On modélise la surface de la Terre par une coquille sphérique de température uniforme, en équilibre thermodynamique : puissance absorbée et puissance émise sont égales. Soit  $P_S$  la puissance totale émise par le Soleil. Exprimer  $P_S$  en fonction du rayon solaire  $R_S$  et

de la température solaire  $T_S$ . Exprimer, en fonction de  $R_S$ , la puissance  $P_0$  reçue par la Terre, à la distance  $D_{ST}$  du Soleil, supposé ponctuel. Exprimer alors la température de surface de la Terre,  $T_T$ .

□ 2 – En réalité, la puissance absorbée par la surface de la Terre n'est qu'une fraction de la puissance du rayonnement solaire incident : la surface terrestre réfléchit la fraction  $A_T$ , nommée *albédo*, de ce rayonnement. L'albédo moyen de la Terre est égal à 0,35, ce qui signifie que 65 % du rayonnement solaire incident est absorbé. Établir l'expression suivante de la température de surface de la Terre :

$$T_T^4 = \left( \frac{R_S}{2D_{ST}} \right)^2 (1 - A_T) T_S^4 .$$

□ 3 – Calculer alors la valeur numérique de  $T_T$  ; ne pas s'offusquer de la valeur trouvée à partir de ce premier modèle.

- *Influence de l'atmosphère terrestre*

L'atmosphère joue un rôle essentiel dans le bilan thermique terrestre. Désormais, on entendra par « Terre » la planète proprement dite, de rayon  $R_T$ , entourée d'une pellicule sphérique de gaz, qui constitue l'atmosphère.

L'atmosphère est modélisée par une couche d'épaisseur  $e \ll R_T$  et de température uniforme  $T_a$  ; elle absorbe la fraction  $\alpha$  du rayonnement solaire non réfléchi ; elle absorbe aussi la totalité du rayonnement du corps noir émis par la surface de la Terre. La Terre absorbe la totalité du rayonnement émis par l'atmosphère vers celle-ci (Fig. 1).

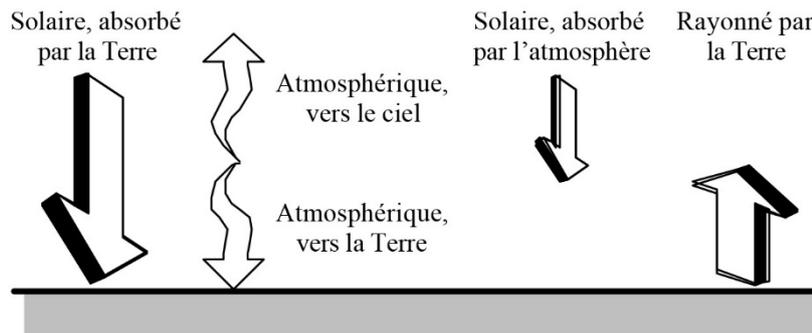


Fig. 1 : un bilan des rayonnements

□ 4\* – À quoi pourrait être due la différence d'absorption de l'atmosphère pour les rayonnements solaire et terrestre ?

□ 5 – Soit  $T_T'$  la température superficielle moyenne de la Terre calculée en tenant compte de l'influence de l'atmosphère. Exprimer  $R_1$ , puissance solaire absorbée par la surface terrestre ; exprimer  $R_2$ , puissance rayonnée par l'atmosphère vers la Terre. Effectuer un bilan thermique pour l'atmosphère. En déduire la relation  $T_T'^4 = (2 - \alpha) T_T^4$ .

□ 6 – Application numérique : calculer  $T_T'$  pour  $\alpha = 0,35$  (l'égalité  $\alpha = A_T$  est fortuite).

□ 7 – Montrer que la température de l'atmosphère,  $T_a$ , est égale à  $T_T$ .

### Température lunaire

- *Température de la surface ensoleillée*

L'albédo moyen de la Lune,  $A_L$ , est égal à 0,073 : 92,7 % du flux solaire est absorbé par le sol. On suppose l'albédo uniforme sur toute la surface éclairée.

□ 8 – Exprimer et calculer la valeur numérique de la température de surface de la Lune,  $T_{L,Soleil}$ , en ne tenant compte que du rayonnement solaire.

□ 9\* – L'hypothèse d'une température uniforme pour la Lune n'est pas conforme à la réalité : la surface lunaire présente de gros écarts de température. Représenter sur un schéma la position, par rapport au Soleil, de la zone de températures les plus élevées.

□ 10 – Effectuer un bilan thermique pour une surface élémentaire de cette zone et en déduire  $T_{L,max}$ , la température maximale à la surface de la Lune. La valeur expérimentale est de l'ordre de 120°C.

- *Le « clair de Terre ».*

Lorsque l'axe Soleil-Lune est perpendiculaire à l'axe Lune-Terre, on cherche à déterminer la température superficielle de la Lune en un point M éclairé uniquement par la Terre. Ce point reçoit le rayonnement de deux corps noirs de nature différente, celui du Soleil, réfléchi par la Terre, et celui de l'atmosphère terrestre.

□ 11 – Évaluer la puissance surfacique de chacun de ces rayonnements.

□ 12 – Déterminer la température maximale à la surface de la Lune uniquement éclairée par la Terre :  $T'_{L,Terre}$ .

□ 13\* – Comment serait modifiée la température d'un point M' situé dans la zone éclairée par le Soleil si l'on tenait compte également du rayonnement terrestre ?

□ 14\* – Un instrument situé à la surface de la Lune détecte un rayonnement visible et un rayonnement infrarouge. Indiquer le domaine de longueurs d'onde caractéristique de chacun de ces rayonnements. Le résultat sera donné en micromètres.

□ 15\* – À quel domaine de longueurs d'onde appartient le rayonnement thermique émis par la Lune ? quelle est l'origine du rayonnement visible provenant de la Lune ?

- *Influence de la radioactivité*

La Lune contient des roches radioactives, essentiellement  $^{238}\text{U}$  et  $^{40}\text{K}$ . La puissance volumique moyenne libérée par les roches lunaires,  $p_L$ , a été évaluée à  $10^{-8} \text{ W.m}^{-3}$ .

□ 16 – Exprimer la température superficielle de la Lune,  $T_{L,Roches}$ , pour les zones à l'ombre du Soleil et de la Terre et en ne tenant compte que de l'apport énergétique radioactif.

□ 17\* – La radioactivité modifie-t-elle de façon significative la température dans les zones très éclairées ?

**Données numériques** (avec une précision variable)**Soleil**

- Rayon  $R_S \approx 7 \times 10^5$  km
- Température de surface  $T_S \approx 5800$  K
- L'angle solide sous lequel on voit la Terre depuis le Soleil est  $\pi \frac{R_T^2}{D_{ST}^2}$

**Terre**

- Rayon terrestre  $R_T \approx 6,38 \times 10^3$  km
- Distance Terre-Soleil  $D_{ST} \approx 1,5 \times 10^8$  km
- Masse terrestre  $M_T \approx 6 \times 10^{24}$  kg
- Albédo  $A_T \approx 0,35$

**Lune**

- Rayon lunaire  $R_L = 1740$  km
- Masse lunaire  $M_L = 7,7 \times 10^{22}$  kg
- Distance Terre-Lune  $D_{LT} \approx 3,84 \times 10^5$  km
- Période du mouvement circulaire autour de la Terre  $P_{TL} \approx 27,25$  jours (en restant dans le plan de l'orbite terrestre)
- Période de rotation propre de la Lune  $P_L = P_{TL} \approx 27,25$  jours . La Lune présente ainsi toujours la même face à la Terre.

**Silicates**

- Densité  $d_{Sil} \approx 2,51$
- Conductivité thermique  $K_{Sil} \approx 1,11$  W.K<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup>
- Capacité calorifique massique  $c_{Sil} \approx 860$  J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>
- Ordre de grandeur du rayon  $R_{Sil} \approx 100$  μm
- Température de fusion du silicate  $T_f \approx 1500$  K
- Chaleur latente de fusion  $L_f \approx 130$  kJ.kg<sup>-1</sup>

**Constantes physiques**

- Célérité de la lumière dans le vide  $c \approx 3 \times 10^8$  m.s<sup>-1</sup>
- Constante de la gravitation  $G \approx 6,67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>.kg<sup>-1</sup>.s<sup>-2</sup>
- Constante de Planck  $h \approx 6,63 \times 10^{-34}$  J.s  $\left( \hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 10^{-34}$  J.s  $\right)$
- Constante de Boltzmann  $k_B \approx 1,38 \times 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup>
- Charge électrique élémentaire  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C
- Masse de l'électron  $m_e \approx 9,11 \times 10^{-31}$  kg
- Constante de Stefan  $\sigma = 5,7 \times 10^{-8}$  W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-4</sup>

## Partie C - Diffusion thermique

*Ce sujet étudie plusieurs parties sur les microprocesseurs, on s'intéressera à la partie « IV » de dissipation thermique. Il était composé de quelques questions ouvertes (repérable à une barre verticale noire) et une bonne maîtrise d'analyse documentaire.*

### IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques cm<sup>2</sup>. L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

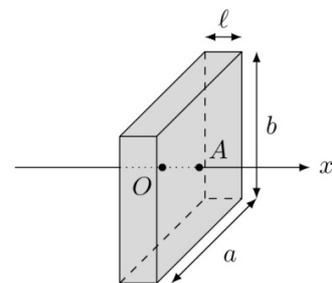
**IV.A** – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions  $a \times b \times \ell$  avec  $a \gg \ell$  et  $b \gg \ell$ , lorsque les faces repérées par les points  $O$  et  $A$  sont uniformément aux températures  $T_1$  et  $T_0$  respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique  $\mu$ , sa capacité thermique massique  $c$  et sa conductivité thermique  $\lambda$ . L'origine de l'axe des  $x$  est prise en  $O$ .

**IV.A.1)** Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de  $x$  et  $t$  seulement.

**IV.A.2)** Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température  $T(x,t)$  dans le solide considéré.

**IV.A.3)** Les températures  $T_0$  et  $T_1$  étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de  $x$ .

Exprimer la puissance thermique  $\Phi$  qui traverse le solide de  $O$  vers  $A$ .



**Figure 9**

**IV.A.4)** Montrer qu'on peut relier la différence de températures  $T_1 - T_0$  au flux  $\Phi$ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique  $R_{th}$  de l'objet parallélépipédique.

**IV.B** – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à  $T_a$ , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant  $dt$  à travers une surface de section  $dS = dy dz$  :

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où  $h$  est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et  $T_0$  est la température de surface du solide (cf. **figure 10**).

**IV.B.1)** Donner l'unité de  $h$  dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique  $R_h$  qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface  $S$  de solide.

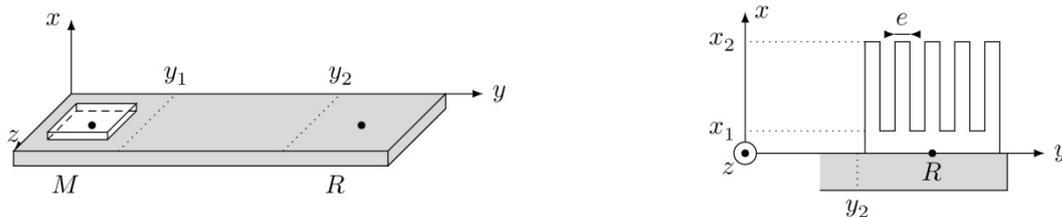
**IV.B.2)** Dans le cas d'une interface silicium/air,  $h_s = 30$  S.I. si l'air environnant est immobile et vaut  $h_c = 300$  S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions  $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$ . Calculer les valeurs des résistances thermiques  $R_{th}$  dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi  $R_h$  l'air étant immobile, commenter.

**IV.C** – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée  $\Delta t$  au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

**IV.D** – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale  $\simeq 70^\circ\text{C}$ , on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en  $M$  au radiateur situé en  $R$ . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La **figure 11** à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.



**Figure 11**

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf **figure 11** à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'ailettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la **figure 11**. La dimension des ailettes dans la direction  $\vec{e}_z$  est notée  $l_z$ ,  $e$  selon  $\vec{e}_y$  et  $H = x_2 - x_1$  selon  $\vec{e}_x$ .

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon  $\vec{e}_x$ . La température est notée  $T(x)$ , elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température  $T_a = 20^\circ\text{C}$ , et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note  $T_R$  la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en  $T(x_1)$  sur chacune des ailettes.

**IV.D.1)** Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur  $dx$  de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$  :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} (T(x) - T_a) = 0$$

où  $\delta$  est à exprimer en fonction de  $\lambda$ ,  $e$ ,  $l_z$  et  $h$ .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur  $H$  de l'ailette est très grande, c'est à dire  $H \rightarrow \infty$ .

**IV.D.2)** Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.

Pour l'application numérique on prendra  $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $e = 2 \text{ mm}$  et  $l_z = 1 \text{ cm}$ .

**IV.E** – On étudie désormais le caloduc. Celui-ci est un constitué d'une enceinte métallique ou semi-conductrice de volume constant de petite dimension, dont la paroi interne est tapissée de fines rainures, dans lesquelles un liquide peut se déplacer par capillarité. À l'intérieur de l'enceinte, un corps pur diphasé (de l'eau, mais il peut être autre que de l'eau) a été injecté. L'ensemble forme un système fermé et passif.

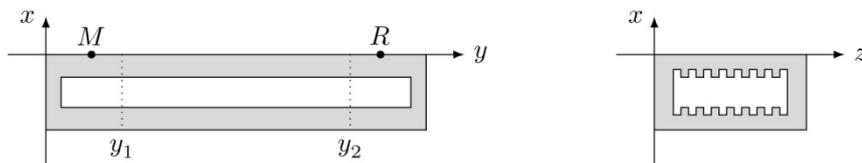


Figure 12

La figure 12 représente deux coupes du caloduc. Le schéma de gauche représente une coupe dans la longueur du caloduc, dans un plan de direction  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , le schéma à droite représente une vue d'une section droite du caloduc.

On suppose que le caloduc est parfaitement dimensionné pour un microprocesseur qui dissipe une puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{micro}} = 20 \text{ W}$ , la température en  $M$  sous le microprocesseur est égale à  $71 \text{ }^\circ\text{C}$ , celle sous le point  $R$  vaut  $70 \text{ }^\circ\text{C}$  et l'eau circule à l'intérieur du caloduc de façon permanente. On admet qu'une goutte de liquide qui arrive sous le microprocesseur se vaporise totalement et qu'une bulle de vapeur qui arrive sous le radiateur se liquéfie totalement et pénètre dans les rainures. L'eau reste liquide lorsqu'elle circule à l'intérieur des micro rainures entre  $y_1$  et  $y_2$ .

Enfin, la zone intermédiaire, entre  $y_1$  et  $y_2$  est considérée adiabatique. Toutes les transformations envisagées sont supposées réversibles.

**IV.E.1)** Analyser le terme caloduc, à quel autre terme du langage courant vous fait il penser ? Proposer une signification du terme caloduc.

**IV.E.2)** Les forces de capillarité sont susceptibles de provoquer la montée d'un liquide dans un tube vertical plongé dans un liquide de petit diamètre. Justifier qualitativement que les forces de capillarité travaillent.

**IV.E.3)** La figure 13 représente l'allure du cycle (en trait noir) décrit par une goutte de liquide à l'intérieur du caloduc, dans un diagramme représentant la pression  $P$  en fonction du volume massique  $v$ . La courbe grise est la courbe de saturation qui délimite le domaine où règne l'équilibre liquide vapeur noté  $\ell/v$ .

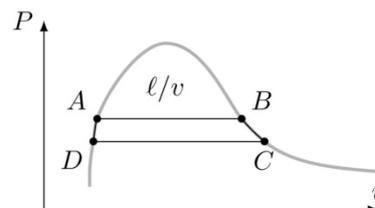


Figure 13

Expliquer qualitativement le fonctionnement du caloduc, en reliant les positions internes au caloduc aux points  $A, B, C$  et  $D$  du cycle.

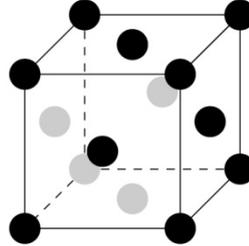
**IV.F** – En régime stationnaire de fonctionnement, le caloduc évacue toute la chaleur dissipée par le microprocesseur et les températures extrêmes sont séparées de  $T_R - T_M = 1 \text{ K}$ . Calculer la résistance thermique équivalente du caloduc et comparer celle-ci à celle d'un barreau de cuivre de mêmes dimensions.

Quel est l'intérêt du caloduc ?

## Données

Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante universelle des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse d'un électron	$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Expression du facteur de Boltzmann	$\exp\left(-\frac{e}{kT}\right)$

Maille d'un réseau cubique faces centrées



### Données sur le cuivre et le silicium

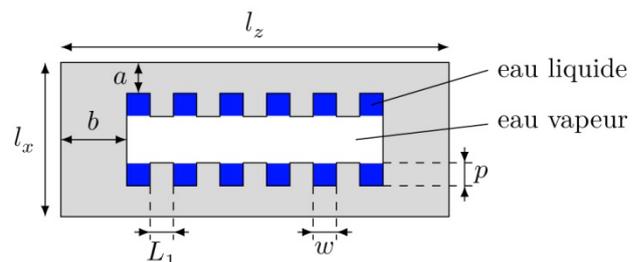
	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	63,546	28,0855
Température de fusion ( $^{\circ}\text{C}$ )	1083	1410
Température d'ébullition ( $^{\circ}\text{C}$ )	2567	2355
État de la matière à $20^{\circ}\text{C}$ et 1 bar	solide	solide
Densité à $20^{\circ}\text{C}$ ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	8,92	2,33
Niveaux d'oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d'ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ )	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	401	148
Chaleur massique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	380	700

### Équilibre liquide vapeur de l'eau au voisinage de $70^{\circ}\text{C}$

$T$ (K)	$P$ (kPa)	$\rho_\ell$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	$\rho_v$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	$h_\ell$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$h_v$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	$S_\ell$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$S_v$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$C_{v,\ell}$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$C_{v,v}$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
342	27,188	979,503	0,17440	279,866	2620,69	0,9165	7,8013	3,9416	1,4888
343	32,366	977,247	0,20537	296,628	2627,55	0,9655	7,7414	3,9208	1,4951
344	38,354	974,904	0,24077	313,401	2634,35	1,0140	7,6833	3,8999	1,5018

### Dimensions du caloduc

$b$ (mm)	$a$ (mm)	$l_x$ (mm)	$l_z$ (cm)	$w$ ( $\mu\text{m}$ )	$L_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$p$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_2 - y_1$ (cm)
6	1	2,9	2	20	80	70	10



*Spécification du microprocesseur i7-4500U*

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations †	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T <sub>JUNCTION</sub>	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168
Low Halogen Options Available	See MDDS