

## Physique : DM1

## Partie A - Chasse au plomb (CCP - MP - 2017)

Q1) On applique le PFD au plomb dans le référentiel terrestre :

$$\begin{aligned} m \frac{d\vec{v}}{dt} &= m\vec{g} + \vec{F}_D \\ &= m\vec{g} - \frac{1}{2} \rho_a S C_D v \vec{n} \end{aligned}$$

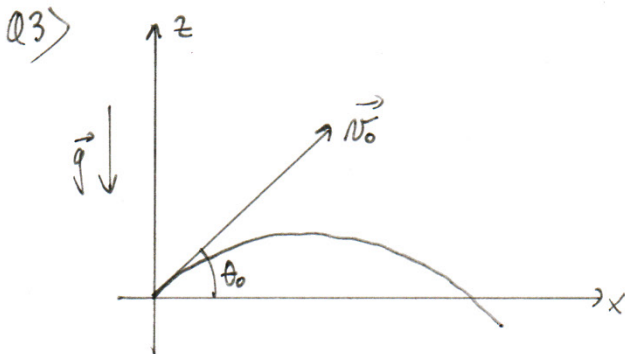
$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\rho_a S C_D}{2m} v \vec{n} = \vec{g} \quad (1)$$

Q2) la force de frottement initiale est négligeable devant la pesanteur si :

$$\frac{\rho_a S C_D v_0^2}{2m} < g$$

$$\Leftrightarrow v_0 < \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a S C_D}}$$

$$\text{or } S = \pi R^2 \Rightarrow v_0 < \sqrt{\frac{2mg}{\pi R^2 \rho_a C_D}} = v_{00}$$

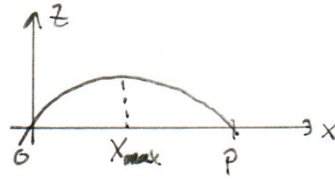


① s'écrit  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \quad (2)$$

$$Q4) \text{ 2) s'intègre en } \left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = v_0 \cos \theta_0 \\ \dot{Z} = -gt + v_0 \sin \theta_0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X = v_0 (\cos \theta_0) t \\ Z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 (\sin \theta_0) t \end{array} \right. \quad (3)$$

Q5) la trajectoire est une parabole du type



On élimine le temps entre les 2 équations d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} t = X / [v_0 \cos \theta_0] \\ Z = -\frac{1}{2} g \frac{X^2}{v_0^2 \cos^2 \theta_0} + v_0 \sin \theta_0 \cdot \frac{X}{v_0 \cos \theta_0} \end{array} \right.$$

$$\text{d'où } Z = -\frac{1}{2} g \left( \frac{X}{v_0 \cos \theta_0} \right)^2 + X \tan \theta_0 \quad (3)$$

Q6) On cherche  $X_M$  t.q  $Z=0$  à l'aide de (3) .  $-\frac{1}{2} g \frac{X^2}{(v_0 \cos \theta_0)^2} + \tan \theta_0 = 0$

$$\Leftrightarrow X = \frac{\tan \theta_0 \cdot v_0^2 \cos^2 \theta_0 \times 2}{g}$$

$$\Leftrightarrow X = \frac{2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cdot v_0^2}{g}$$

or  $\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$  d'où  $X_M = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

la hauteur maximale est t.q:  $\frac{dZ}{dX} = 0$  ou  $\frac{dZ}{dt} = 0$

or  $\dot{Z} = -gt + v_0 \sin \theta_0 \Rightarrow t_M = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$

d'où  $H_M = -\frac{1}{2} g \left( \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} \right)^2 + v_0 \sin \theta_0 \cdot \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{g}$

$$\rightarrow H_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

Q7) Cherchons  $\theta_0$  t.q.  $\frac{dX_m}{d\theta_0} = 0$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(2\theta_0) = 0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{4}$$

Q8)

n° du plomb	1	5	10
Rayon (mm)	2,0	1,5	0,875
Masse m (g)	0,38	0,16	0,031
Portée $X_m$ (km)	15	15	15
Hauteur $H_m$ (km)	3,7	3,7	3,7
$v_{\infty}$ (ms <sup>-1</sup> )	33	29	22

Calcul de la masse :  $m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

Calcul de  $v_{\infty}$  :  $v_{\infty} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a \pi R^2 C_D}}$

Q9) des plombs n° 5 ont un diamètre de 3 mm. D'après le document 1 ils ont une portée de 300 m alors que notre modèle avec  $\theta_0 = \pi/4$  a une portée maximale de 15 km.

• De plus on remarque que  $v_{\infty} = 380 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow v_0 \geq 10 v_{\infty}$ .

donc l'hypothèse  $v_0 < v_{\infty}$  est fautive. (Q2)

Q10) On se place dans le cas où  $v_0 \gg v_{\infty}$  d'où  $\frac{\rho_a S C_D}{2} v_0^2 \gg mg$   
 $\Rightarrow$   $mg \ll$  force de traînée

Q11) de PFD appliqué au plomb dans  $\mathcal{R}_T$  :  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\rho_a S C_D}{2} v \vec{v}$

$$\text{or } \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dx} \cdot v$$

$$\Rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dx'} v = -\frac{\rho_a S C_D}{2} v^2 \vec{v}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dx'} = -\frac{\rho_a S C_D}{2m} v^2 \vec{v}$$

$$\text{or } v_{\infty}^2 = \frac{2mg}{\rho_a C_D S} \quad \text{d'où } \frac{d\vec{v}}{dx'} = -\frac{v^2}{v_{\infty}^2} \cdot g$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dx'} = -\frac{g}{v_{\infty}^2} \vec{v} = -\frac{1}{D} \cdot \vec{v} \quad (h)$$

Q12) Pour que (h) soit homogène il faut que  $[D] = \text{longueur}$

Q13) On intègre :  $\frac{dv}{v} = -\frac{dx'}{D} \Leftrightarrow \ln v = -\frac{x'}{D} + \text{cte.}$

$$\text{or } v_0 = v(0) \quad \text{d'où } \ln \frac{v}{v_0} = -\frac{x'}{D}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-x'/D}$$

$D$  représente la distance caractéristique telle que  $\vec{v}(D) = \frac{\vec{v}_0}{e} \leftarrow \exp(-1)$

Q14)

N° du plomb	1	5	10
$D(m)$	110	84	50
$v_0/v_{\infty}$	11	13	17
$d(m)$	15	220	27
$v_{lu} (ms^{-1})$	290	240	170
$E_c (J)$	13,5	415	0,45

On calcule  $D$  par  $v_{\infty}^2/g$  puis  $v_0/v_{\infty}$  avec  $v_0 = 380 ms^{-1}$

On calcule  $d$  par :  $d = -D \ln \left( \frac{v_0 v_{lu}}{v_{\infty}^2} \right)$

$v_{lu}$  par  $v_{lu} = v_0 e^{-d/D}$  et  $E_c = \frac{1}{2} m v_{lu}^2$

Q15) Plusieurs réponses possibles :

- la portée utile d'un tir est celle pour laquelle un projectile a encore une  $E_c$  suffisante pour tuer la cible.
- On peut aussi calculer, la distance lorsque le projectile a une vitesse de  $0,05 v_0$   
 $\Rightarrow X' = 3D$ .

$$\text{d'où } X = 3D \cos \theta_0$$

Q16) On va comparer l'énergie cinétique à 40m :

$$\begin{cases} E_{c5} = 4,65 \\ E_{c10} = 0,465 \\ E_{c1} = 13,55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E_{c1}}{E_{c5}} = 3 \\ \frac{E_{c1}}{E_{c10}} = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{il faut 6 plombs } m \approx 5 \\ \text{il faut 60 plombs } m \approx 10 \end{cases}$$

On sait que  $\begin{cases} E_{cu} = \frac{1}{2} m v_u^2 \\ \text{et} \\ v_u = v_0 e^{-\alpha u / D} \end{cases}$

Pour un plomb unique :  $E_{cm} = \frac{1}{2} m v_0^2 e^{-2\alpha u / D}$

$$\Leftrightarrow \alpha u = \frac{D}{2} \ln \left( \frac{m v_0^2}{2 E_{cm}} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha u_1 = 0,95 \text{ m} \\ \alpha u_5 = -35 \text{ m} \\ \alpha u_{10} = -60 \text{ m} \end{cases}$$

On vérifie qu'il est nécessaire d'utiliser un plomb  $m \approx 1$  (ou plusieurs  $m \approx 5$  et  $10$ ) pour "tuer" le canard.

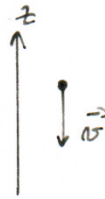
Q17) La portée utile est de 35/40m d'après le document 1 ce qui est en accord avec les valeurs de "d".

- Les billes de fer doux sont moins denses donc devront être plus grosses pour avoir la même  $E_c$
- Si les plombs s'agglutinent la masse et le diamètre augmentent donc la portée utile aussi d'où une distance de sécurité à avoir.

Q18) La dernière phase correspond à une chute verticale avec frottements.

Q19) PFD pour un plomb dans  $\mathcal{R}_T$ :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \frac{1}{2} \rho_a S C_D v \vec{v}$$



Pour  $\vec{v} = \vec{v}_{lim}$  :  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$

$$\text{d'où } m\vec{g} = \frac{1}{2} \rho_a S C_D v_{lim} \cdot \vec{v}_{lim}$$

$$\Leftrightarrow v_{lim} \cdot \vec{v}_{lim} = \frac{2g m}{\rho_a S C_D}$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}_{lim} = \vec{v}_{\infty} = \sqrt{\frac{2g m}{\rho_a \pi R^2 C_D}} (-\vec{k})$$

On parle de num aérodymanique car  $v < v_{\infty}$  qui est liée à la force aérodymanique

Q20) On suppose que la vitesse a diminué donc  $v < v_{\infty} \Rightarrow$  on se situe dans la phase gravitaire.

Q21) Soit la formule:  $X_m = \frac{D \cos \theta_0}{2} \ln \left[ 1 + \frac{4V_0^2}{V_{\infty}^2} \sin^2 \theta_0 \right] = H \cot \theta_0$

$$\text{Avec } \theta_0 = 16^\circ \Rightarrow \begin{cases} X_m = 264 \text{ m pour le Pb } m = 1 \\ X_m = 217 \text{ m} \quad \quad \quad 5 \\ X_m = 139 \text{ m} \quad \quad \quad 10 \end{cases}$$

Avec la formule du document 1:  $\begin{cases} X_m = 400 \text{ m pour le } n = 1 & (\text{diamètre } \times 100) \\ X_m = 300 \text{ m} \quad \quad \quad 5 \\ X_m = 175 \text{ m} \quad \quad \quad 10 \end{cases}$

On remarque que les distances de sécurité ont été surestimées pour des raisons de sécurité.

Q22) En utilisant les valeurs obtenues dans le tableau 2, on calcule  $\log \left( \frac{V_0}{V_\infty} \right)$  pour les différents plombs. A l'aide de la courbe on obtient  $\theta_{max}$ .

$n^{\circ}$	$\log (V_0/V_\infty)$	$\theta_{max}$
1	2,0	18°
5	2,2	17°
10	2,5	16°

On retrouve des valeurs proches de 16°.

Q23) On calcule  $X_m$  pour  $Z=0$  pour les différents tracés :  $X_m = \begin{cases} 345 \text{ m} & \text{pour } n^{\circ} 1 \\ 265 \text{ m} & \text{--- } n^{\circ} 5 \\ 170 \text{ m} & \text{--- } n^{\circ} 10 \end{cases}$

On trouve des valeurs proches au document 1.