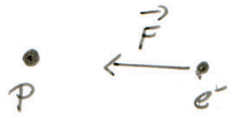
Physique : DM9

De l'atome d'H aux galaxies (Centrale PC – 2018)

Q1) Soit $\vec{F} = \dfrac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r}$



Q2) Or $dE_p = -\vec{F}\cdot d\vec{OM} \Rightarrow \boxed{E_p = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}} + \underbrace{cste}_{=0}$ avec $\lim\limits_{r\to\infty} E_p = 0$

Q3) Soit $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{OM}\wedge\vec{F} = \vec{0}$.

$\Rightarrow \vec{L} = \vec{OM}\wedge m\vec{v} = \vec{cste}$

$\Rightarrow$ $\vec{v}$ et $\vec{OM}$ $\in$ au m̂ plan qui est toujours orthogonal à $\vec{L}$

$\Rightarrow$ <u>Le mouvement est plan</u>

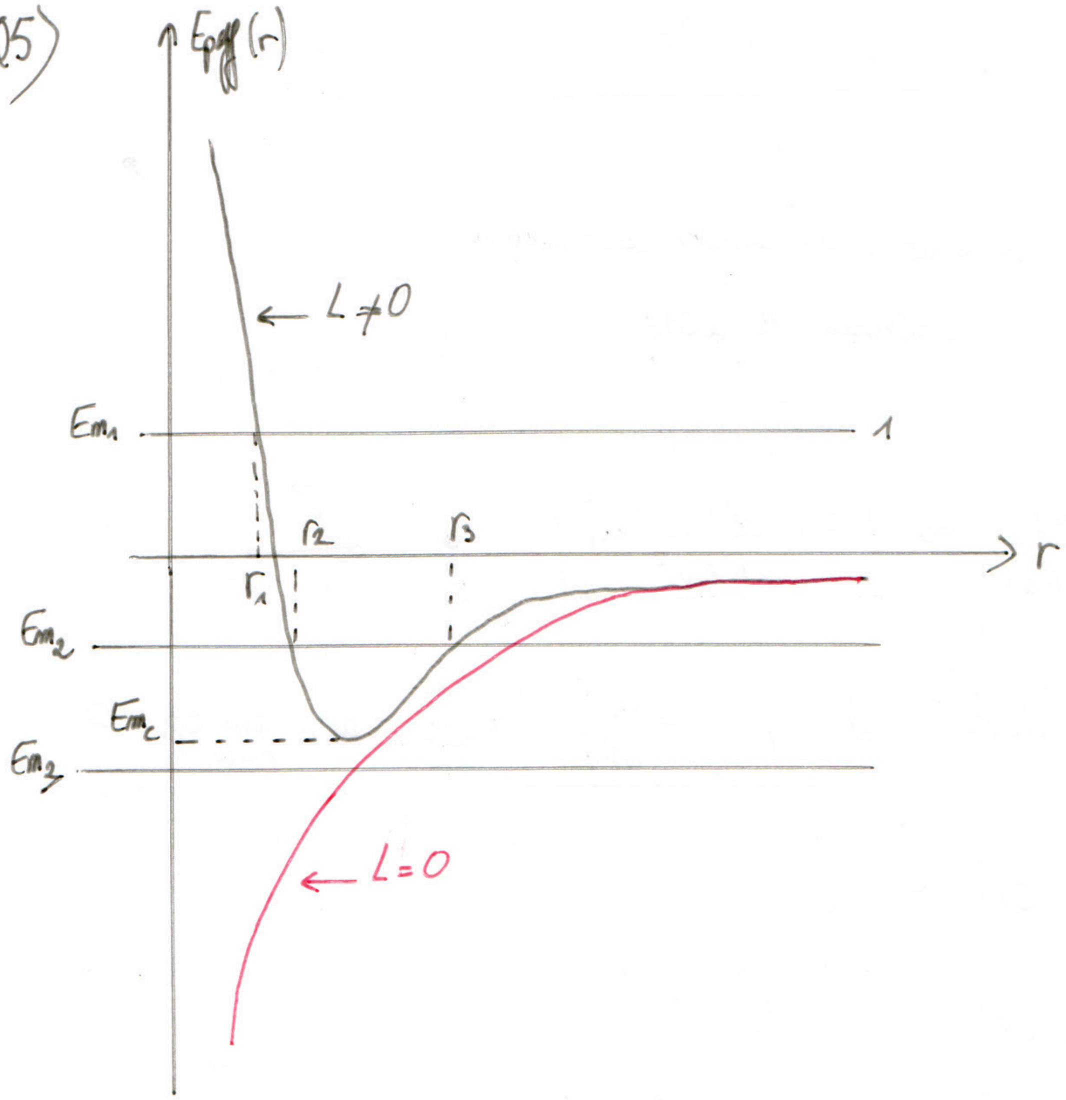
Q4) Soit $E_m = \dfrac{1}{2}m_e v^2 - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \dfrac{1}{2}m_e\left(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2\right) - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

or $\|\vec{L}\| = m_e r^2\dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \dfrac{\|\vec{L}\|}{m_e r^2} = \dfrac{L}{m_e r^2}$

d'où $E_m = \dfrac{1}{2}m_e\dot{r}^2 - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{r^2}{2}\cdot\dfrac{L^2}{m_e r^4}$

$\Rightarrow \boxed{E_m = \dfrac{1}{2}m_e\dot{r}^2 + E_{p,eff}(r) \text{ où } E_{peff}(r) = \dfrac{L^2}{2m_e r^2} - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$

Q5)



1er cas : $L \neq 0$

- Si $E_m = E_{m_1}$, $r \geq r_1$: état libre (hyperbole)
- Si $E_m = E_{m_2}$, $r_2 \leq r \leq r_3$: état lié (ellipse)
- Si $E_m = 0$, parabole.
- Si $E_m = E_{m_3}$, états impossibles.

2ème cas : $L = 0$

- Si $E_m > 0$: états impossibles
- Si $E_m < 0$: états libres

Q6) Pour avoir une trajectoire circulaire : . $L \neq 0$

. $E_m = E_{m_0} = E_{p\,eff,min}$

• Soit $\dfrac{dE_{p\,eff}}{dr} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{L^2}{2m_e}\cdot\left(-\frac{2}{r^3}\right) + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{L^2}{m_e r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{4\pi\varepsilon_0 L^2}{m_e e^2}} \quad (1)$$

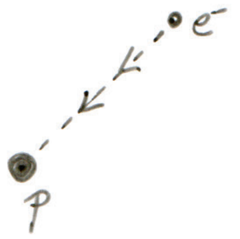
• Et $E_m = \dfrac{1}{2} m_e \dfrac{L^2}{m_e^2 r^2} - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ car $\dot{r} = 0$

$$= \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{m_e e^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2} \Rightarrow \boxed{E_m = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2 L^2}} \quad (2)$$

Q7) Si $L = 0 \Rightarrow \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v}$ colinéaires

$\Rightarrow$ trajectoire rectiligne



Q8) Soit : $L = mvr = n\hbar$

$$(1) \Rightarrow r = \frac{4\pi\varepsilon_0 (n\hbar)^2}{m_e e^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = n^2 a_0 \text{ où } a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e \cdot e^2} = 52{,}9\text{ pm}}$$

Q9) $(2) \Rightarrow E_m = -\dfrac{m_e \cdot e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2 (n\hbar)^2}$

$$\Rightarrow \boxed{E_n = \frac{E_0}{n^2} \text{ où } E_0 = -\frac{m_e \cdot e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} = -13{,}6\text{ eV}}$$

Q10) Soit $\begin{cases} \langle E_c \rangle = \dfrac{3}{2} k_B T \\ E_i = -E_0 \end{cases}$ (On tient compte des 3 degrés de liberté de translation)

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{2}{3}\frac{|E_0|}{k_B}} \simeq 10^5\,K$$

Q11) Soit $|E_n - E_0| = E_0\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)$

Pour $\begin{cases} n = 2 \text{ on a } |E_2 - E_1| = 10{,}2\,eV & \text{cas } 1 \\ n \to \infty \text{ on a } |E_n - E_1| = 13{,}6\,eV & \text{cas } 2 \end{cases}$

d'où : $\begin{cases} \lambda_1 = hc \cdot \dfrac{1}{|E_2 - E_1|} = 1{,}22.10^{-7}\,m \\ \lambda_2 = hc \cdot \dfrac{1}{|E_n - E_1|} = 9{,}13.10^{-8}\,m \end{cases}$

Q12) Soit $\vec{\mathcal{M}}_0 = I\vec{S} = I\pi r^2 \vec{u}_z$

$$= -\frac{e}{T}.\pi r^2$$

$$= -\frac{e}{2\pi r}.v.\pi r^2$$

$$= -\frac{evr}{2} = -\frac{e}{2m_e}.m_e v r \Rightarrow \boxed{\vec{\mathcal{M}}_0 = \gamma_0 \vec{L} \text{ où } \gamma_0 = -\frac{e}{2m_e}}$$

Q13) Soit $\boxed{\gamma_0 = -\dfrac{e}{2m_e}}$

Q14) Soit : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{3(\vec{\mathcal{M}}_p.\vec{u})\vec{u} - \vec{\mathcal{M}}_p}{r^3}$

$$\Leftrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3(\vec{S}_p.\vec{u}) - \vec{S}_p\right].\frac{g_p.e}{2m_p}$$

Or : $\vec{M_p}$ et $\vec{S_p}$ sont orthogonaux aux plans de l'orbite :

$$\Rightarrow \vec{S_p}\cdot\vec{u} = 0$$

d'où $\boxed{\vec{B}(P) = -\dfrac{\mu_0 g_p e}{8\pi a_0^3 m_p}\vec{S_p}}$ car $r = a_0$

Q15) A l'état fondamental : $V_e = -\vec{\mathcal{M}_e}\cdot\vec{B} = \dfrac{-\mu_0 g_p g_s e^2}{16\pi m_p m_e a_0^3}\vec{S_e}\cdot\vec{S_p}$

or $\vec{S_e}$ ou $\vec{S_p} = \pm\dfrac{\hbar}{2}\vec{u_z}$. $\Rightarrow \vec{S_e}\cdot\vec{S_p} = \pm\dfrac{\hbar^2}{4}$ d'où 2 valeurs possibles E_u et E_ℓ tel que :

$$E_\ell = -\frac{\mu_0 g_p g_s e^2}{16\pi m_p m_e a_0^3}\frac{\hbar^2}{4} \text{ et } E_u = -E_\ell$$

Q16) d'où $\boxed{\Delta E = \dfrac{\mu_0 g_p g_s e^2 \hbar^2}{32\pi m_p m_e a_0^3}}$ car $E_u = E_\ell + \Delta E$

Q17) Pour l'orbitale 1s $L_0 = 0$ ce qui est contradictoire avec le modèle de Bohr car $L = 0 \Leftrightarrow$ trajectoire rectiligne.

Q18) Si $L = 0$, le mouvement de l'électron est rectiligne et dirigé vers le noyau. Sa probabilité de présence au voisinage du centre sera donc importante. En revanche si $L \neq 0$ la distance la plus probable est a_0 loin du noyau à l'échelle atomique.

Q19) Soit $\nu_0 = \dfrac{\Delta E}{h}$ et $\lambda_0 = \dfrac{c}{\nu_0}$ $\Rightarrow \boxed{\lambda_0 = \dfrac{hc}{\Delta E}}$

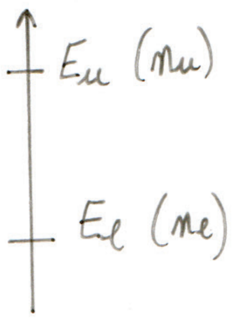
<u>A.N :</u> $\nu_0 = 1{,}416\,\text{GHz}$ et $\lambda_0 = 21{,}3\,\text{cm}$. Cette longueur d'onde fait partie des <u>ondes radio</u>.

Q20) • Emission spontanée (es) : desexcitation de E_n vers E_m avec $n > m$. Cette transition s'accompagne d'émission de photon t.q $h\nu_0 = |E_n - E_m|$

• Emission stimulée (ei) : processus au cours duquel l'atome qui se trouve excité entre en interaction avec le rayonnement incident, il se desexcite en émettant un rayonnement de m̂ direction, de m̂ polarisation et de m̂ energie que le rayonnement incident.

• Absorption : Absorption du rayonnement incident par l'atome qui passe du niveau d'energie E_m à E_n t.q $h\nu_0 = |E_n - E_m|$

Q21)



Soit $\left.\dfrac{dn_u}{dt}\right|_{es} = -A_{ul}\, n_u$

$$\Rightarrow \frac{dn_u}{dt} + \frac{n_u}{\tau} = 0 \text{ ssi } \boxed{\tau = \frac{1}{A_{ul}} = 3{,}51.10^{14}\,s}$$

= 11 millions d'année

Q22) Le milieu interstellaire est formé à 89% d'hydrogène atomique d'où la forte intensité de cette raie.

Q23) Soit $n_H = n_u + n_l$ où $\dfrac{n_u}{n_l} = \dfrac{g_u}{g_l} \cdot e^{-(E_u - E_l)/k_B T}$

or $\dfrac{E_u - E_l}{k_B T} \ll 1 \Rightarrow e^{-(E_u - E_l)/k_B T} \# 1$

$$\Rightarrow \frac{n_u}{n_l} \# \frac{g_u}{g_l} = 3$$

donc $\boxed{n_H = n_l\left(1 + \dfrac{n_u}{n_l}\right) = 4 n_l}$

Q24) Soit $\boxed{\dfrac{dn_\ell}{dt} = \underbrace{A_{u\ell}\, n_u}_{es} + \underbrace{n_u\, u_\nu\, B_{u\ell}}_{ei} - \underbrace{n_\ell\, u_\nu\, B_{\ell u}}_{abs}}$

Q25) • La transition $u \to \ell$ augmente le nombre de photons et la population du niveau ℓ d'une unité

• La transition $\ell \to u$ a l'effet inverse

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dn_\ell}{dt} = \frac{dn}{dt}}$$

Q26) A l'aide de cette pondération on a donc :

$$\frac{dn_\ell}{dt} = n_u A_{u\ell} + \int_0^\infty \left(n_u B_{u\ell} - n_\ell B_{\ell u}\right) u_\nu\, \phi(\nu)\, d\nu$$

or $\displaystyle\int_0^\infty \phi(\nu)\, d\nu = 1 \Rightarrow \int_0^\infty \frac{dn_\ell}{dt}\phi(\nu)\, d\nu = \int_0^\infty \left[\left(n_u B_{u\ell} - n_\ell B_{\ell u}\right) u_\nu + n_u A_{u\ell}\right]\phi(\nu)\, d\nu$

$$\Rightarrow \frac{dn_\ell}{dt}\phi(\nu) = \left[\left(n_u B_{u\ell} - n_\ell B_{\ell u}\right) u_\nu + n_u A_{u\ell}\right]\phi(\nu)$$

On pose $\dfrac{dn_\nu}{dt} = \phi(\nu)\dfrac{dn_\ell}{dt} \Rightarrow \boxed{\dfrac{dn_\nu}{dt} = n_u\left(A_{u\ell} + B_{u\ell} u_\nu\right)\phi(\nu) - B_{\ell u}\, u_\nu\, \phi(\nu)\, n_\ell}$

Q27) A l'équilibre thermique $\dfrac{dn_\nu}{dt} = 0 \Rightarrow n_u\left(A_{u\ell} + B_{u\ell} u_\nu\right) = B_{\ell u}\, u_\nu\, n_\ell.$

$$\Rightarrow u_\nu\left[n_\ell B_{\ell u} - n_u B_{u\ell}\right] = n_u A_{u\ell}.$$

$$\Rightarrow \boxed{u_\nu = \frac{A_{u\ell}.n_u}{B_{\ell u}.n_\ell - B_{u\ell}.n_u}}$$

Q28) Donc $u_\nu = \dfrac{A_{u\ell}\, n_u}{B_{u\ell}.n_u}\cdot\dfrac{1}{\dfrac{B_{\ell u}}{B_{u\ell}}\cdot\dfrac{n_\ell}{n_u} - 1}$

$$= \frac{A_{u\ell}}{B_{u\ell}}\cdot\frac{1}{\dfrac{B_{\ell u}}{B_{u\ell}}\cdot\dfrac{g_\ell}{g_u}\cdot\underbrace{e^{(E_u - E_\ell)/k_BT}}_{e^{h\nu/k_BT}} - 1}$$

or $U_\nu = \dfrac{8\pi h\nu^3}{c^3} \dfrac{1}{e^{h\nu/k_BT} - 1}$

donc $\boxed{\dfrac{A_{ul}}{B_{ul}} = \dfrac{8\pi h\nu^3}{c^3} \text{ et } g_l B_{lu} = g_u B_{ul}}$

Q29) Soit $\boxed{\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}}$

Q30) On considère $\begin{cases} \vec{E} = \vec{E_0} \cos(\omega t - kx) \\ \vec{B} = \vec{B_0} \cos(\omega t - kx) = \dfrac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{u} \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{\Pi} = \dfrac{E_0^2}{\mu_0 c} \vec{n}$

$\Rightarrow \vec{\Pi} = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \vec{x}$

or $I = \langle \vec{\Pi} . \vec{n} \rangle_t = \dfrac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$

De plus $u = \left\langle \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0} \right\rangle = \langle \varepsilon_0 E^2 \rangle \Rightarrow u = \dfrac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$

$\Rightarrow \boxed{I = cu}$

Q31) On a : $\boxed{u_\nu = h\nu . n_\nu}$

Q32) Soit $dI_\nu = I_\nu(z+dz) - I_\nu(z) = \dfrac{\partial I_\nu}{\partial z} . dz$

$\Rightarrow dI_\nu = \dfrac{\partial (cu_\nu / 4\pi)}{\partial z} . dz = \dfrac{c}{4\pi} \dfrac{\partial U_\nu}{\partial z} . dz$

$\Rightarrow dI_\nu = \dfrac{c}{4\pi} . h\nu . \dfrac{\partial n_\nu}{\partial z} . dz$

or $\dfrac{\partial n_\nu}{\partial z} = \dfrac{\partial n_\nu}{\partial t} . \dfrac{\partial t}{\partial z} = \dfrac{\partial n_\nu}{\partial t} . \dfrac{1}{c} \Rightarrow dI_\nu = \dfrac{h\nu}{4\pi} \dfrac{dn_\nu}{dt} . dz.$

$$\text{or}\quad\begin{cases}\dfrac{dn_v}{dt} = \left(A_{ul} + B_{ul}\, u_v\right)\phi(v)\, n_u - B_{lu}\, u_v\, \phi(v)\, n_l \\ B_{ul} = \dfrac{c^3}{8\pi v_0^3} A_{ul} \\ B_{lu} = \dfrac{g_u}{g_l} \cdot B_{ul}\end{cases}$$

$$\text{d'où}\quad \frac{dn_v}{dt} = A_{ul}\left[\left(1 + \frac{c^3 u_v}{8\pi v_0^3}\right)\phi(v)\, n_u - \frac{g_u}{g_l}\,\frac{c^3}{8\pi v_0^3}\, u_v\, \phi(v)\, n_l\right]$$

$$= A_{ul}\,\phi(v)\, n_u + A_{ul} \cdot \underbrace{\frac{c u_v}{4\pi}}_{I_v} \cdot \frac{c^2}{2 v_0^3}\,\phi(v)\left[n_u - \frac{g_u}{g_l} n_l\right]$$

$$= A_{ul}\,\phi(v)\, n_u + A_{ul}\, I_v \cdot \frac{c^2}{2 v_0^3}\,\phi(v)\, n_l\, \frac{g_u}{g_l}\left[\frac{g_l}{g_u}\cdot\frac{n_u}{n_l} - 1\right]$$

$$\text{or}\quad \frac{n_u}{n_l} = \frac{g_u}{g_l} \cdot e^{-h v_0 / k_B T}$$

$$\Rightarrow \frac{dn_v}{dt} = A_{ul}\,\phi(v)\, n_u + A_{ul}\, I_v \cdot \frac{c^2}{2 v_0^3}\,\phi(v) \cdot n_l \cdot \frac{g_u}{g_l}\left[e^{-h v_0/k_B T} - 1\right]$$

$$\text{D'où :}\quad dI_v = \left[A_{ul} \cdot \frac{h v}{4\pi}\,\phi(v)\, n_u + A_{ul} \cdot I_v \cdot \frac{c^2 \cdot h v}{8\pi h v_0^3}\,\phi(v)\, n_l\, \frac{g_u}{g_l}\left[e^{-h v_0/k_B T} - 1\right]\right] dz$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\text{or } dI_v = j_v\, dz - k_v \cdot I_v\, dz \\ &\rightarrow \begin{cases} j_v = \dfrac{h v}{4\pi} \cdot A_{ul}\,\phi(v)\, n_u \\ k_v = \dfrac{c^2 v}{8\pi v_0^3}\,\phi(v)\, A_{ul}\, n_l\, \dfrac{g_u}{g_l}\left(1 - e^{-h v_0/k_B T}\right)\end{cases}\end{aligned}}$$

Q33) Donc : $\frac{dI_\nu}{dz} + k_\nu I_\nu = j_\nu$ or $\begin{cases} j_\nu \text{ ne dépend pas de } z \\ \text{et} \\ I_\nu(z=0) = 0 \end{cases}$

d'où : $$\boxed{I_\nu(z) = \frac{j_\nu}{k_\nu}\left(1 - e^{-k_\nu z}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_\nu(L) = \frac{j_\nu}{k_\nu}\left(1 - e^{-k_\nu L}\right)}$$

Q34) On a vu que $h\nu_0 \ll k_B T$ d'où à l'aide d'un DL : $e^x \sim 1+x$ on obtient

$$k_\nu = \frac{c^2 \nu}{8\pi \nu_0^3}\, \phi(\nu) \cdot A_{ul} \cdot n_l \cdot \frac{g_u}{g_l} \cdot \frac{h\nu_0}{k_B T}$$

or $\begin{cases} n_l = \frac{n_H}{4} \quad (Q23) \\ \frac{g_u}{g_l} = 3 \end{cases}$ $$\rightarrow \boxed{k_\nu = \frac{3c^2 h\nu}{32\pi k_B T \nu_0^2}\, \phi(\nu)\, A_{ul}\, n_H}$$

Q35) On calcule : $k_\nu L = 3{,}6\,10^{-2} \ll 1$ d'où $1 - e^{-k_\nu L} \sim k_\nu L$

3pc = 3parsec

$$\Rightarrow \boxed{I_\nu(L) \simeq j_\nu \cdot L}$$

Q36) Entre le nuage d'hydrogène et la terre, le milieu traversé par le rayonnement HI est assimilable au vide et peut donc être considéré transparent.

$\Rightarrow$ Il n'y a pas d'atténuation

$$\Rightarrow \boxed{I_\nu(L) = I_\nu(\text{terre})}$$

Q37) Soit $I_\nu(L) = j_\nu L = \frac{h\nu}{4\pi} A_{ul}\, n_u\, \phi(\nu) . L$

or $n_u = 3/4\, n_H \Rightarrow I_\nu(L) = \frac{3\, h\nu}{16\pi} A_{ul}\, \phi(\nu)\, n_H L$

or $N(H) = n_H L \Rightarrow \boxed{I_\nu(L) = \frac{3h\nu}{16\pi} A_{ul}\, \phi(\nu)\, N(H)}$

Q38) Soit $\begin{cases} N_H = \displaystyle\int_{nuage} N(H)\, dS = \int_{nuage} N(H) \cdot D^2 d\Omega \quad \text{(cf annexe)} \\ F_\nu = \displaystyle\int I_\nu d\Omega = \int \frac{3h\nu}{16\pi} A_{ul}\, \phi(\nu) \cdot N(H)\, d\Omega = \frac{3h\nu}{16\pi} A_{ul}\, \phi(\nu) \int N(H) d\Omega \end{cases}$

donc $\boxed{F_\nu = \dfrac{3h\nu}{16\pi} A_{ul}\, \phi(\nu) \cdot \dfrac{N_H}{D^2}}$

Q39) D'où $\displaystyle\int_0^\infty F(\nu)\, d\nu = \frac{3 A_{ul} N_H}{16 D^2 \pi} h \cdot \underbrace{\int_0^\infty \nu\, \phi(\nu)\, d\nu}_{= \nu_0}$

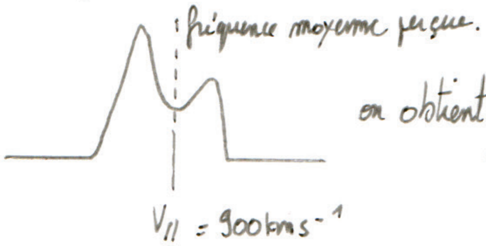
$\Rightarrow \boxed{\displaystyle\int_0^\infty F(\nu)\, d\nu = \frac{3h\nu_0}{16\pi D^2} A_{ul} \cdot N_H}$

Q40) D'après l'effet Doppler : $\nu' = \nu(1 - V_{/\!/}/c)$

⇒ il existe une relation affine entre les 2 variables

⇒ on peut donc utiliser une échelle en ν ou en $V_{/\!/}$.

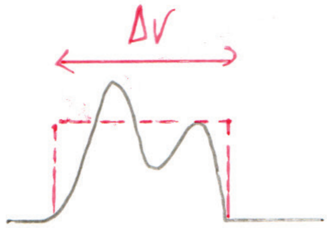
Q41) • D'après le graphe



on obtient $\begin{cases} \nu_0' = 1416,2 \text{ MHz} \\ V_0 = 900 \text{ km.s}^{-1} \end{cases}$

or Hubble : $\boxed{D = \dfrac{V_0}{H_0}} \sim \underline{13 \text{ Mpc}}$

• On utilise une modélisation par rectangle :

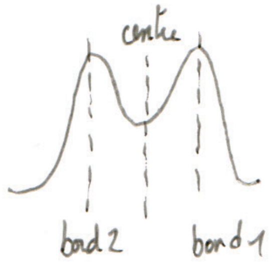


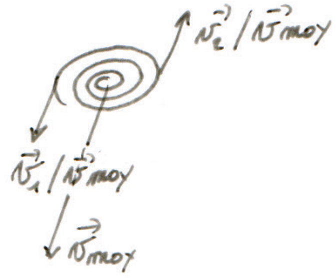
d'où $\displaystyle\int_0^{+\infty} F_\nu\, d\nu = F_{\nu,moy} \cdot \Delta\nu = \underbrace{0,35}_{\text{en Jy}} \times \underbrace{(1416,7 - 1415,5)}_{10^6} = \underline{\underline{4.10^{-21} \text{ W.m}^{-2}}}$

Q42) . L'aspect en bicorne du spectre HI est dû au fait que :

- au centre $V_{//}$ est moyen
- sur le bord$_1$ $V_{//}$ maximal avec une forte densité d'hydrogène par force centrifuge.
- Sur le bord$_2$ V_H minimal — " — " — "

D'où $F(v)$:



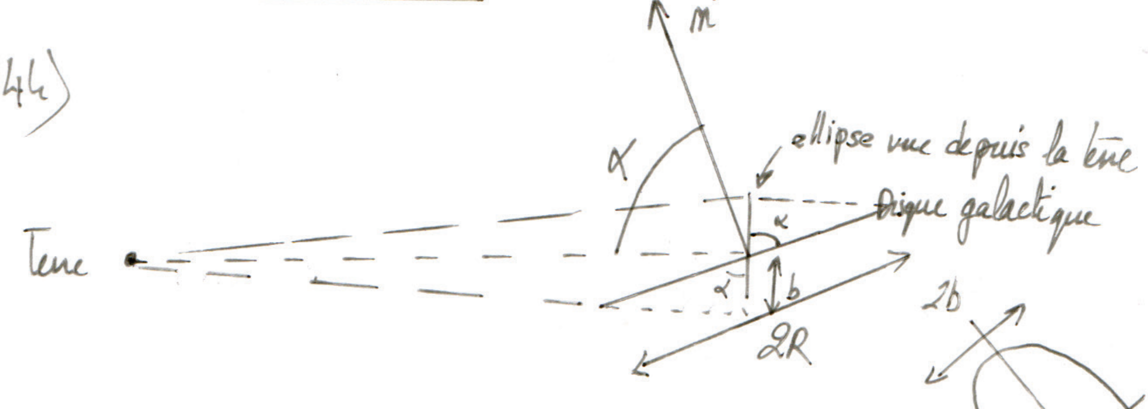


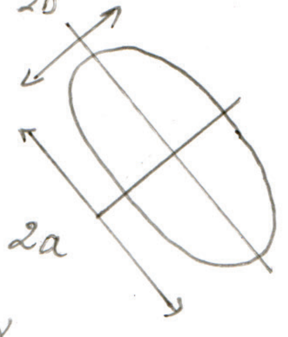
Q43) Soit $N_H = \dfrac{16\pi D^2}{3h\nu_0 A_{ul}} \displaystyle\int_0^{\infty} F_\nu \, d\nu$

$\Rightarrow m_H = m_p . N_H \simeq 7.10^{39}\,kg$

$\Rightarrow \boxed{m_H = 3,5.10^9 \, m_\odot}$

Q44)





Supposons que $2a = 2R$

et d'après le schéma :

$2b = 2R\cos\alpha \Rightarrow \dfrac{b}{a} = 0,4 = \cos\alpha$

$\Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 65°}$

. D'après la figure 3 on a au centre du nuage $V_{//} = 0$.

. Or sur les bords on a $V_{//} \neq 0$ et on peut l'estimer à

$$\boxed{V_{//} = 5\,\Delta V_{//} = 100\ km.s^{-1}}$$

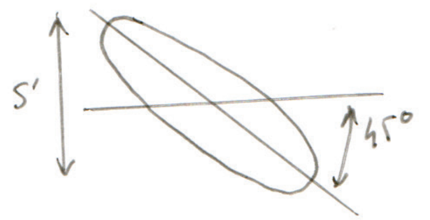
. Or $\boxed{V = \frac{V_{//}}{\sin\alpha}} = \underline{\underline{110\,km.s^{-1}}}$

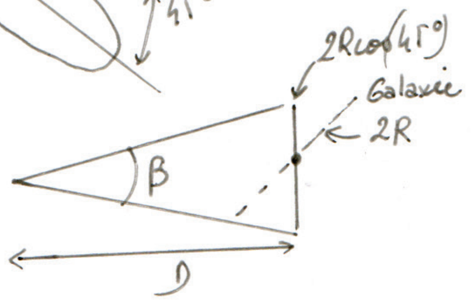
Q45) . Symétrie sphérique $\Rightarrow \vec{g}(r>R) = -\frac{GM_T}{r^2}\vec{u}_r$

. Dans R_g, le PFD appliqué à un nuage de masse m situé en périphérie de la galaxie donne :

$$-\frac{mv^2}{R} = -\frac{GM_T m}{R^2} \Rightarrow M_t = \frac{RV^2}{G}$$

. Or d'après la figure 3 on a :





$\Rightarrow 2R\cos(45°) \simeq \beta D$.

$\Rightarrow \boxed{R = \frac{\beta D}{2\cos(45°)}} = \underline{13.10^3\ pc}$

or $\boxed{M_t = \frac{RV^2}{G}} = 7.10^{40}\,kg. \gg m_H$. (Il reste de la matière noire)