Principes fondamentaux de l'optique géométrique

Synthèse

- **Sources lumineuses**

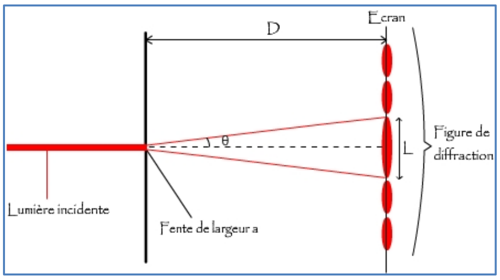
- Les lampes à incandescence, ou sources de lumière blanche, dont le spectre est <u>continu</u> (constitué de toutes les longueurs d'onde dans l'intervalle visible, et même au-delà)
- Les lampes spectrales dont le spectre est <u>discontinu</u> (spectre de raies) et caractéristique de l'élément chimique
- Les lasers, émettant une lumière <u>sensiblement monochromatique</u>. On travaillera fréquemment avec le modèle de la source ponctuelle monochromatique, c'est-à-dire une source ponctuelle (pas étendue) possédant une seule longueur d'onde (spectre à une raie).

- **Propagation de la lumière dans un milieu transparent**

- Dans le vide :
  - La célérité de la lumière est $c = 3,00 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$,
  - La longueur d'onde dans le vide d'une onde de fréquence f est : $\lambda_0 = \frac{c}{f}$. Attention la fréquence en optique et aussi souvent noté ν (prononcée « nu »)
- Dans un milieu transparent :
  - Indice d'un milieu transparent n : $n = \frac{c}{v}$ où $\begin{cases} n : \textit{indice du milieu} \\ c : \textit{célérité dans le vide} \\ v : \textit{célérité de l'onde dans le milieu} \end{cases}$
  - La longueur d'onde d'une onde de fréquence f est : $\lambda = \frac{v}{f}$
  - Relation entre longueur d'onde dans le vide et longueur d'onde dans un milieu : $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda_0}{n}$.
  - La plupart des verres (prisme,..) vérifie la formule de Cauchy : $n = A + \frac{B}{{\lambda_0}^2}$.

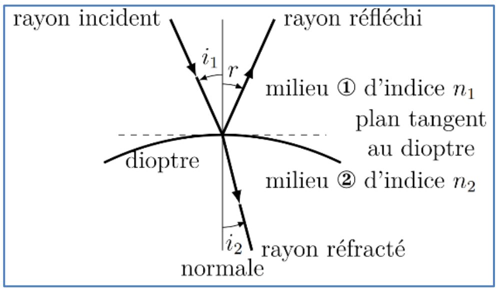
- **Approximation de l'optique géométrique**

- Approximation de l'optique géométrique : Le modèle géométrique de la lumière est valable si les dimensions caractéristiques « a » du système (diamètre de la lentille, diaphragme, obstacle . . .) sont grandes devant la longueur d'onde λ : $a \gg \lambda$ sinon le phénomène de diffraction apparaît et on pose $\sin\theta = \frac{\lambda}{a} \ll 1$



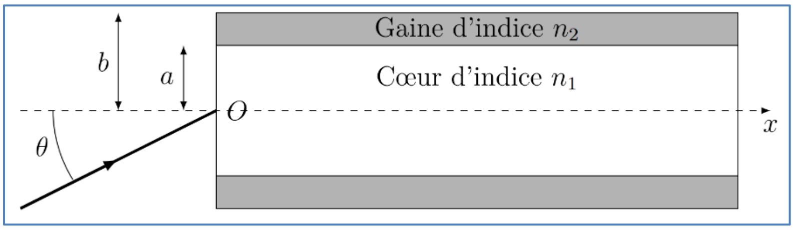
- Les rayons lumineux, qui indiquent la direction de propagation de l'énergie lumineuse, sont dans le cadre de l'optique géométrique, indépendants les uns des autres (pas d'interférences). Ils se propagent rectilignement dans un MTLHI (=transparents linéaires homogènes isotropes) (notamment pas de diffraction). De plus, ils vérifient le principe du retour inverse de la lumière : le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur le même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière.

- **Lois de Descartes**



- Les rayons réfléchi et réfracté appartiennent au plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
- L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réflexion ri sont opposés : $i_1 = -r$
- L'angle d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par :
  $$n_1\, sin(i_1) = n_2\, sin(i_2)$$
- Réflexion totale (cf SVF) ssi :
  - $n_2 < n_1$
  - $i > l$ où l : angle d'incidence limite obtenue pour $i_2 = \frac{\pi}{2}$

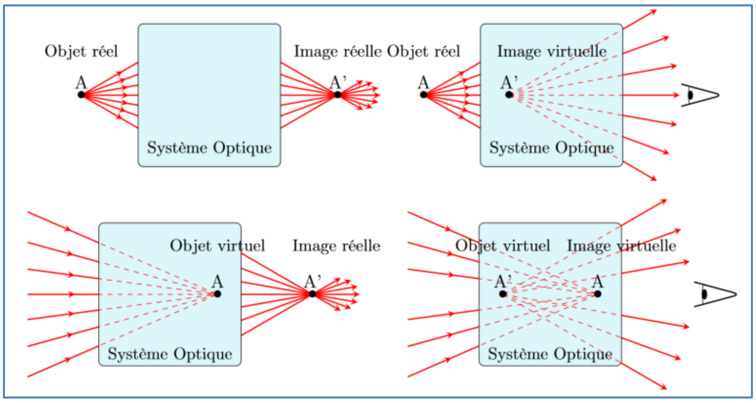
- **Fibre optique à saut d'indice**



- Le cône d'acceptance d'une fibre optique est le cône à l'intérieur duquel les rayons incidents seront guidés par réflexion totale interne.
- Les rayons parvenant dans la fibre avec des angles d'incidence différents suivent des chemins optiques (ou modes) différents. À chaque mode correspond un temps de parcours légèrement différent, ce qui entraîne une dispersion intermodale. On définit le retard intermodal qui est le temps de retard à l'arrivée du rayon le plus lent (le plus incliné) par rapport au rayon le plus rapide (rayon axial).

- **Stigmatisme**

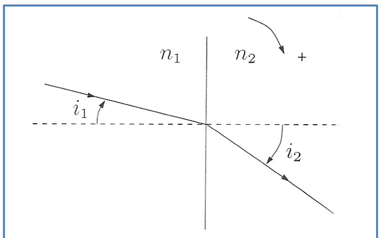
- Un point objet est toujours à l'intersection des rayons incidents (ou de leur prolongement cas de l'objet virtuel)
- Un point image est toujours à l'intersection des rayons émergents (ou de leur prolongement, image virtuelle)
- Un système optique est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tous les rayons lumineux issus de A, passent par le point A' après traversée du système optique (S). A et A' sont dits conjugués par rapport à (S) et on le note : $A \xrightarrow{S} A'$
- Un système optique est aplanétique s'il donne d'un petit objet plan AB perpendiculaire à l'axe optique une image plane $A'B'$ perpendiculaire à l'axe optique.



SVF

a) Retrouvez les conditions d'application pour avoir réflexion totale ainsi que la valeur de l'angle d'incidence limite.

Dans le cas où le milieu 1 est plus réfringent que le milieu 2, le faisceau va s'éloigner donc i₂ peut varier de 0 à $\pi/2$ mais i_1 sera limité : $n_1 > n_2$.



Réfraction avec un milieu 2 moins réfringent.

Loi de Descartes :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2) \Leftrightarrow \sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2}\sin(i_1) \quad (1)$$

$$Or\ 0 \le i_2 \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \le \sin(i_2) \le 1$$

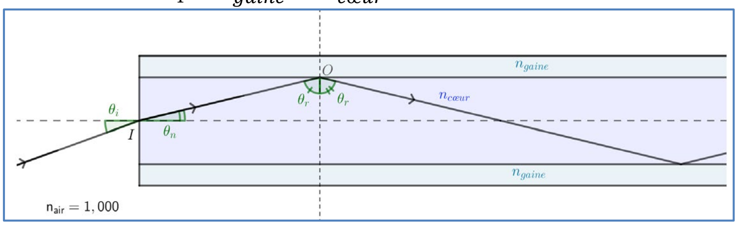
$$(1) \Rightarrow 0 \le \frac{n_1}{n_2}\sin(i_1) \le 1$$

$$\Rightarrow 0 \le \sin(i_1) \le \frac{n_2}{n_1}$$

$\Rightarrow 0 \le i_1 \le Arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = l$: angle de réflexion totale (notée aussi $i_{\lim}\ ou\ i_{1,lim}$)

b) Dans le cas d'une fibre optique, calculer l'angle définissant le cône d'acceptance puis la valeur de la dispersion intermodale.

On considère une fibre à saut d'indice telle que $n_{gaine} < n_{cœur}$.



Pour que le signal soit correctement guidé, il ne faut pas qu'il y ait de **réfraction dans la gain**e. En effet le signal transmis ne serait plus guidé et serai donc perdu. Vu les indices, il peut y avoir réfraction en O ainsi on cherche à avoir :

$$\theta_r \geq \theta_{r,lim} \Leftrightarrow \sin(\theta_r) \geq \frac{n_{gaine}}{n_{cœur}} \quad (2) \quad \left(pour\ s'en\ souvenir \frac{n_{gaine}}{n_{cœur}} < 1\right)$$

Et en entrée :

$$\underbrace{n_{air}}_{1} \sin(\theta_i) = n_{cœur} \sin(\theta_n)$$

$$\Rightarrow \sin(\theta_i) = n_{cœur} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) \ car\ \theta_r + \theta_n = \frac{pi}{2} \ (triangle\ rectangle)$$

$$\Rightarrow \sin(\theta_i) = n_{cœur} \cos(\theta_r)$$

$$Or:\ \sin^2(\theta_r) + \cos^2(\theta_r) = 1 \Rightarrow \sin(\theta_i) = n_{cœur}\sqrt{1 - \sin^2(\theta_r)}$$

$$(2)\ \Rightarrow \sin(\theta_i) \leq n_{cœur}\sqrt{1 - \left(\frac{n_{gaine}}{n_{cœur}}\right)^2}$$

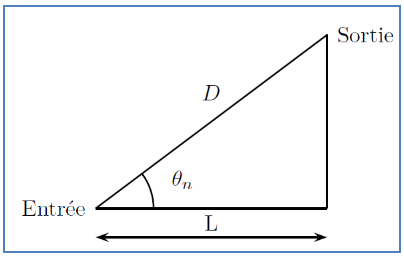
$$\Rightarrow \sin(\theta_i) \leq \sqrt{n_{cœur}^2 - n_{gaine}^2} = \sin(\theta_i)_{max}$$

$\boldsymbol{\sqrt{n_{cœur}^2 - n_{gaine}^2}}$ **est appelée l'ouverture numérique. Il définit le cône d'acceptance tel que :**

$$\mathbf{0 \leq \sin(\boldsymbol{\theta_i}) \leq \sqrt{n_{cœur}^2 - n_{gaine}^2}}$$

Pour pouvoir transmettre un signal, il est nécessaire que les différentes informations soient distinguables, en particulier que deux impulsions successives soient telles que la première finit d'arriver avant que la seconde commence à arriver. Toutefois, en fonction de l'angle θ_n, la distance parcourue et donc le temps de parcours varie. Une impulsion va donc s'élargir (temporellement) au fur et à mesure de la propagation le long de la fibre. On appelle dispersion intermodale la grandeur :

$$\Delta t = t_{max} - t_{min}$$



$$où \begin{cases} t_{min} = \frac{L}{v} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}}} = \frac{Ln_{cœur}}{c} \\ t_{max} = \frac{D}{v} = \frac{\frac{L}{\cos(\theta_n)}}{\frac{c}{n_{cœur}}} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}}\times\cos(\theta_n)} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}}\times\sin(\theta_r)} = \frac{L}{\frac{c}{n_{cœur}}\times\frac{n_{gaine}}{n_{cœur}}} = \frac{Ln_{cœur}}{c}\frac{n_{cœur}}{n_{gaine}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_{max} - t_{min} = \frac{Ln_{cœur}}{c}(-1)$$

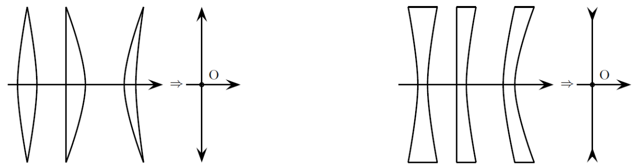
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{L}{c}\frac{n_{cœur}}{n_{gaine}}\left(n_{cœur} - n_{gaine}\right) : la\ dispersion\ intermodale$$

Lentilles minces dans l'approximation de Gauss

Synthèse

• Lentilles minces

- Une lentille est constituée d'un milieu transparent délimité par deux dioptres sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan, dont les centres sont situés sur l'axe de révolution Δ.
- On ne s'intéressera qu'aux lentilles minces dont l'épaisseur e est petite devant les rayons de courbures des deux dioptres et devant la distance entre les centres des deux dioptres.
- Les lentilles à bords minces sont des lentilles convergentes.
- Les lentilles à bords épais sont des lentilles divergentes.



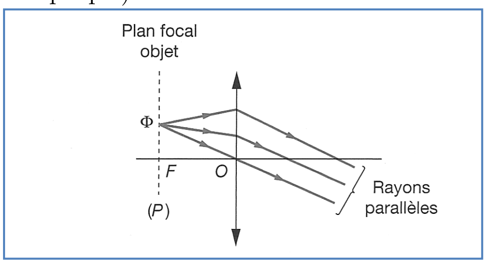
Ce sont des lentilles biconvexes, plan convexe et ménisque convergent. Ce sont des lentilles biconcave, plan concave et ménisque divergent.

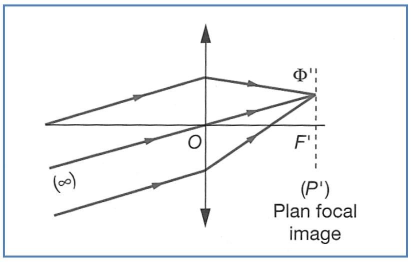
• Conditions de Gauss

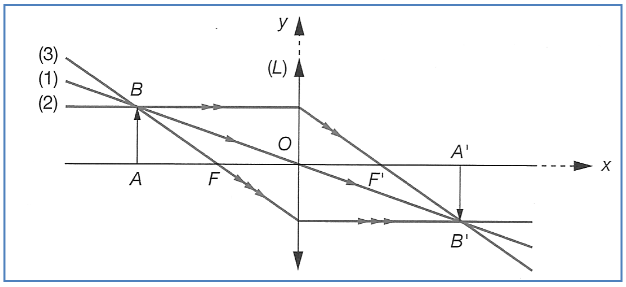
- Un système optique **centré** est utilisé dans les conditions de Gauss si tous les rayons lumineux qui le traversent font avec l'axe optique des angles faibles et passent au voisinage du centre optique : ces rayons lumineux sont dits **paraxiaux**.
- Dans les conditions de Gauss, les conditions de stigmatisme et d'aplanétisme approchés sont vérifiés.

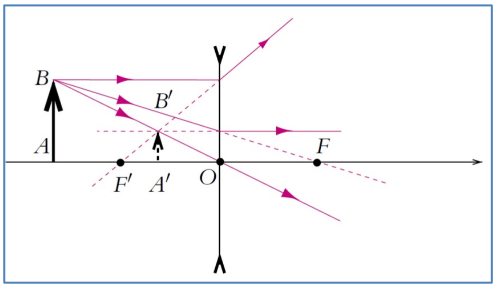
• Construction géométrique

- Le foyer principal image F' est l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe optique. (Les rayons arrivant parallèlement à l'axe optique ressortent en passant par F').
- Le foyer principal objet F est le point objet dont l'image se forme à l'infini sur l'axe optique. (Les rayons incidents passant par F ressortent parallèlement à l'axe optique).
- La distance focale image est la distance algébrique $f' = \overline{OF'}$ (en mètre)
- La vergence $V = \frac{1}{f'}$ (s'exprime en dioptrie $\delta \leftrightarrow m^{-1}$)
- La distance focale image f' et la vergence d'une lentille convergente sont positives.
- La distance focale image f' et la vergence d'une lentille divergente sont négatives.
- On appelle plan focal image le plan transverse passant par le foyer principal image F'.
- Les foyers secondaires image, sont les points du plan focal image différents de F'. (Le foyer secondaire image est le point image dont l'objet est situé à l'infini hors de l'axe optique : les rayons incidents sont parallèles entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique).
- On appelle plan focal objet le plan transverse passant par le foyer principal objet F.
- Les foyers secondaires objet, sont les points du plan focal objet différents de F. (L'image d'un foyer secondaire objet est située à l'infini hors de l'axe optique : les rayons émergents sont parallèles entre eux et inclinés par rapport à l'axe optique).



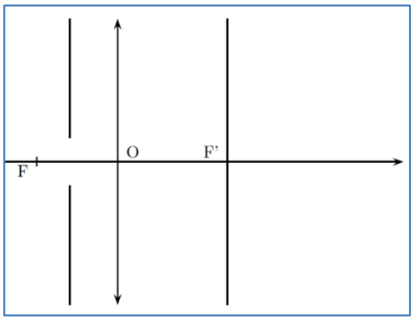






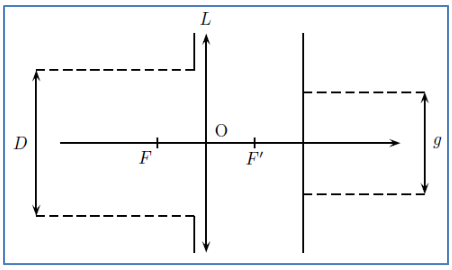
- **Formules des lentilles minces**
- Lois de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}$ $et\ \gamma = \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
- Lois de Newton : $\overline{F'A'}.\overline{FA} = \overline{FO}.\overline{F'O} = -f'^2$ $et\ \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$
- Lentilles accolées : les vergences s'additionnent $V_{tot} = V_1 + V_2 = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}$

- **L'œil**



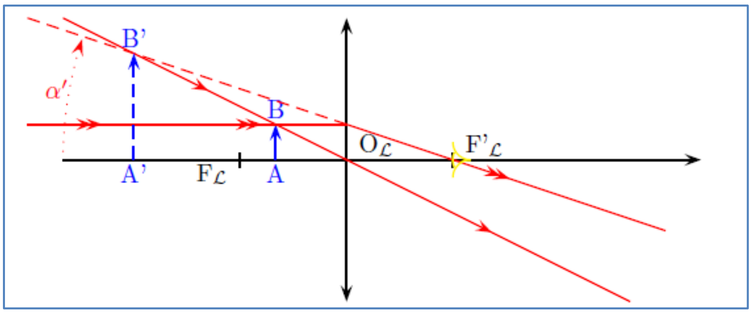
- L'œil est modélisé par une lentille mince convergente (cristallin) et un écran (rétine). On peut aussi modéliser l'iris par un diaphragme.
- Le point objet A_0 situé à l'infini est appelé **punctum remotum** et est noté PR. Il est vu nettement par l'œil au repos, l'image correspondante étant confondue avec le foyer F' du cristallin, situé sur la rétine.
- Le **punctum proximum** ou PP est le point objet, vu nettement par l'oeil avec une accommodation maximale. Ce point limite correspond à la distance minimale de vision distincte : $d_m = 25$ cm.
- Le pouvoir séparateur d'un instrument d'optique correspond à l'angle apparent qui sépare les deux objets les plus rapprochés dont l'instrument peut faire deux images distinctes. Pour un œil emmétrope il est de $1'\ d'arc = \frac{1}{3600}°$.
- Un œil myope est un oeil qui converge trop au repos
- Un oeil hypermétrope ne converge pas assez même en accommodant au maximum.

- **L'appareil photographique**



- Un appareil photographique numérique est modélisé par l'association :
  - Une lentille mince convergente de distance focale f' ;
  - Un diaphragme placé devant la lentille mince, assimilée à une ouverture circulaire ;
  - Un capteur CCD sur lequel l'image est enregistrée, dans un plan transverse, située à une distance d réglable de la lentille convergente, telle que l'image de l'objet photographié se forme dessus.
  - La profondeur de champ, c'est-à-dire la distance entre le point net le plus proche de l'objectif et le point net le plus éloigné de l'objectif, est d'autant plus importante que le diamètre du diaphragme D est petit.

- **La loupe**



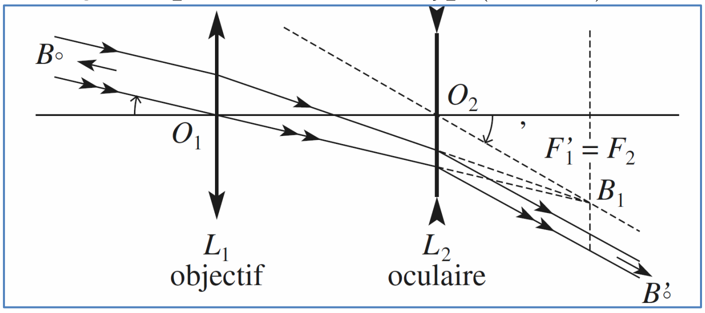
- Toute lentille mince convergente donne d'un objet AB, situé entre le foyer objet F_L et le centre optique O_L, une image droite, virtuelle agrandie. Cette lentille joue alors le rôle de loupe pour l'observation de l'objet.

• La lunette astronomique (cf SVF)

- Une lunette est un instrument d'optique servant à l'observation d'objets lointains. La lunette est un instrument d'optique permettant de faire une image agrandie (ou non), à l'infini d'un objet lui-même situé à l'infini.
- Le grossissement de la lunette est donné par : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}$

• La lunette de Galilée

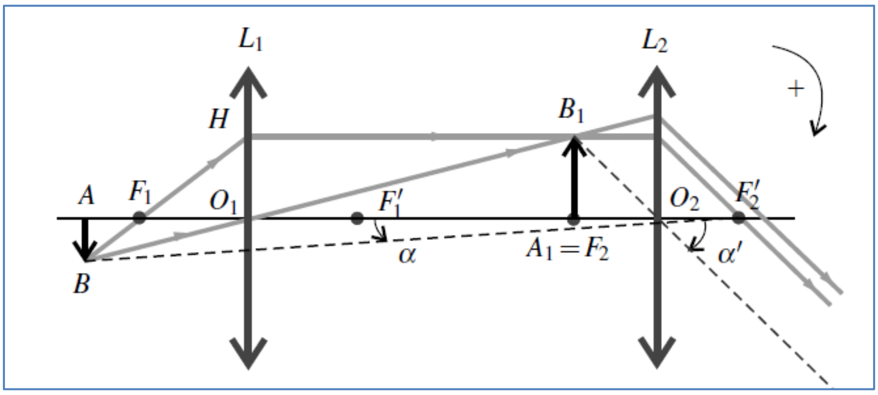
- Une lunette de Galilée est constituée d'une lentille mince convergente L_1 de distance focale f_1' (objectif) et d'une lentille mince divergente L_2, de distance focale f_2'. (Oculaire).



• Le microscope (cf SVF)

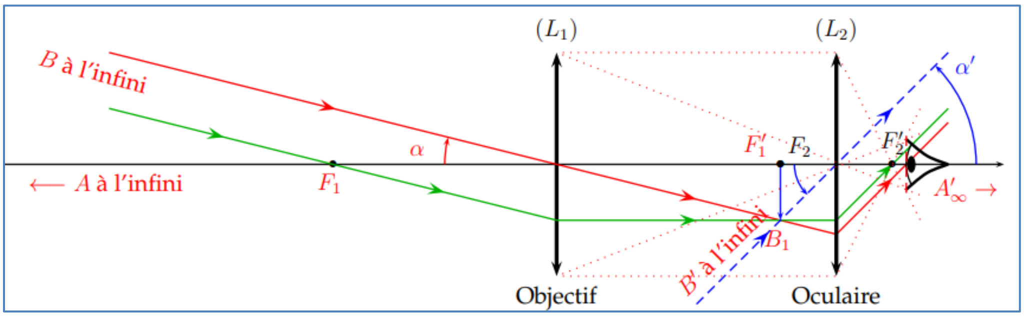
Le microscope est constitué de deux parties optiques :
- L'objectif qui est du côté de l'objet ;
- L'oculaire qui est du côté de l'œil.

Son but est de donner d'un objet situé à une distance finie, une image à l'infini (il n'est donc pas afocal).
Pour déterminer le grossissement d'un microscope on parle plutôt de puissance intrinsèque tel que : $P_i = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{\Delta}{f_1' f_2'}$
Où $\Delta = \overline{F_1' F_2}$.



SVF

a) Calculer le grossissement pour une lunette astronomique.

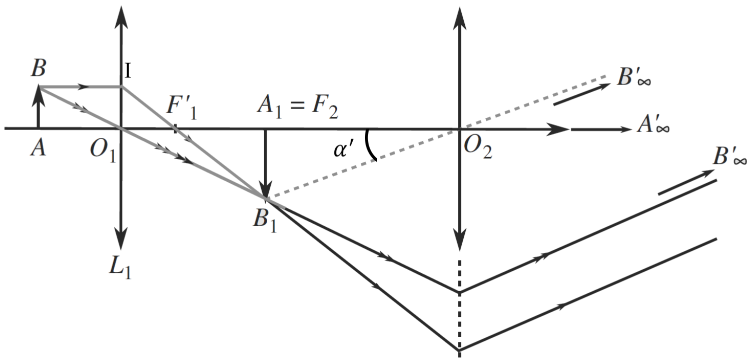


On définit le grossissement algébrique par : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

On a ici : $\begin{cases} \alpha = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'} \\ \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'} \end{cases}$

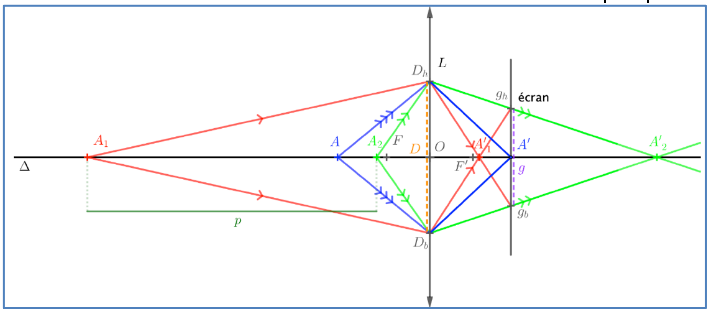
$$\Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}$$

b) Calculer la puissance intrinsèque d'un microscope $P_i = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$.



D'après le schéma : $\begin{cases} \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'} \\ \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1I}} = \frac{\overline{F_1'F_2}}{\overline{F_1'O_1}} = \frac{\Delta}{-f'_1} \end{cases} \Rightarrow \alpha' = -\overline{AB} \times \frac{\Delta}{-f_1'f_2'} \Rightarrow P_i = \frac{\Delta}{f_1'f_2'}$

c) Calculer la profondeur de champ d'un appareil photographique dans le cas où $|\overline{OA}| \gg f'$.



D'après la loi de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{f'}$. On différentie : $\frac{d\overline{OA'}}{\overline{OA'}^2}-\frac{d\overline{OA}}{\overline{OA}^2}=0$

$Notons\ X = d\overline{OA} = \overline{A_1A}\ et\ X' = d\overline{OA'} = \overline{A_1'A'} \Rightarrow X' = X\frac{\overline{OA'}^2}{\overline{OA}^2}$

On va supposer que : $\begin{cases} |\overline{OA}| \gg f' \Rightarrow A' \sim F' \\ et\ \overline{A_1A} \sim \overline{A_2A} \Rightarrow\ p \sim 2X \end{cases}$

D'après Thalès : $\frac{\overline{OA_1'}}{\overline{A_1'A'}}=\frac{D}{g}\Rightarrow X'=\frac{g}{D}\overline{OA_1'}\Rightarrow X'\sim\frac{g}{D}f'$

Par conséquent : $X=\frac{gf'}{D}\frac{\overline{OA}^2}{\overline{OA'}^2}\sim\frac{g}{Df'}\overline{OA}^2\Rightarrow p=\frac{2g}{Df'}\overline{OA}^2$

d) Dans le cas de la méthode de Bessel, démontrer que $D > 4f'$.

On note $\begin{cases} D = \overline{AA'} \\ d = \left|\overline{OA_2'}-\overline{OA_1'}\right| \\ p' = \overline{OA'}\ et\ p = \overline{OA} \end{cases}$

$$Descartes : \frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{p+D}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}\Rightarrow -Df'=p^2+Dp\Rightarrow p^2+D.p+Df'=0$$

Le discriminant s'écrit :

$$\Delta = b^2-4ac = D^2-4Df' > 0 \Rightarrow D > 4f'$$

Les deux solutions ont un grandissement négatif mais une des solutions grandit l'image alors que l'autre la réduit.