

EL1 – SVF

a) Soit un dipôle D soumis à une tension $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t)$ et traversé par le courant $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi)$. Montrer que la puissance moyenne reçue par ce dipôle vaut : $\langle P \rangle = UI \cos \phi$. L'impédance du dipôle s'écrit : $\underline{Z} = R + jX$, montrez que $\langle P \rangle = RI^2$.

b) Montrez que la pulsation de résonance d'un filtre passe-bas d'ordre 2 peut s'écrire : $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

c) Montrez que les asymptotes d'un filtre passe-bande d'ordre 2 se coupent à la valeur : $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right)$

d) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime pseudopériodique peut s'écrire :

$$u(t) = u_0 e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \cos(\Omega t + \phi)$$

Où l'on exprimera Ω en fonction de ω_0 et Q .

e) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime aperiodique peut s'écrire :

$$u(t) = u_0 e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \text{ch}(\Omega t + \phi)$$

Où l'on exprimera Ω en fonction de ω_0 et Q .

f) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime critique peut s'écrire :

$$u(t) = (u_0 + u_1 t) e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}$$

g) Démontrer l'expression du décrement logarithmique : $\delta = \text{Ln} \left(\frac{u(t+T)}{u(t)} \right) = \frac{\pi}{Q}$ si $Q \gg 1$

a) Soit un dipôle D soumis à une tension $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t)$ et traversé par le courant $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi)$. Montrer que la puissance moyenne reçue par ce dipôle vaut : $\langle P \rangle = UI \cos \phi$. L'impédance du dipôle s'écrit : $\underline{Z} = R + jX$, montrez que $\langle P \rangle = RI^2$.

Par définition :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt = \frac{1}{T} \int_0^T 2UI \cos(\omega t + \phi) \cos(\omega t) dt = \frac{2UI}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \phi) + \cos(\phi)) dt$$

Or la valeur moyenne du premier terme est nulle d'où : $\langle P \rangle = UI \cos \phi$

Or : $\underline{Z} = R + jX = Ze^{j\phi} = Z \cos \phi + jZ \sin \phi$ avec $U = ZI$

$$\Rightarrow \langle P \rangle = ZI^2 \cos \phi = ZI^2 \times \frac{R}{Z} \Rightarrow \langle P \rangle = RI^2$$

b) Montrez que la pulsation de résonance d'un filtre passe-bas d'ordre 2 peut s'écrire : $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

On utilise la fonction de transfert d'un passe-bas d'ordre 2 :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2} \Rightarrow H = \frac{H_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$$

Cette fonction est maximale si le dénominateur est maximal c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left((1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \right) = 0 &\Leftrightarrow 2x \left(2(1-x^2) - \frac{1}{Q^2} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 1-x^2 = \frac{1}{2Q^2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = \frac{\omega_r}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \end{cases} \end{aligned}$$

On remarque que la résonance existe si seulement si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

c) Montrez que les asymptotes d'un filtre passe-bande d'ordre 2 se coupent à la valeur : $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right)$

On utilise la fonction de transfert d'un passe-bande d'ordre 2 :

$$\underline{H} = \frac{H_0 \left(\frac{jx}{Q} \right)}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2} \Rightarrow \begin{cases} H_{BF} \sim H_0 \left(\frac{jx}{Q} \right) \\ H \sim \frac{H_0 \left(\frac{jx}{Q} \right)}{(jx)^2} \sim \frac{H_0}{jxQ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_{dB,BF} = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) + 20 \log(x) \\ G_{dB,HF} = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) - 20 \log(x) \end{cases}$$

Ainsi les asymptotes à HF et BF ont une ordonnée à l'origine commune $20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right)$ avec en abscisse $\log(x)$.

d) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime pseudopériodique peut s'écrire :

$$u(t) = u_0 e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \cos(\Omega t + \phi)$$

Où l'on exprimera Ω en fonction de ω_0 et Q .

Partons d'une ED classique de la forme :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

Dont le polynôme caractéristique s'écrit :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2} : \text{régime pseudopériodique} \\ \Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2} : \text{régime critique} \\ \Delta > 0 \Leftrightarrow \text{régime apériodique} \end{array} \right.$$

Dans le cas du régime pseudopériodique :

$$r = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm j \sqrt{-\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0^2}}{2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\Omega$$

D'où les solutions :

$$\underline{u}(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1 e^{j\Omega t} + \underline{A}_2 e^{-j\Omega t})$$

On sait que la solution recherchée est réelle donc : $\underline{u}(t) = \underline{u}^*(t)$

$$\Rightarrow e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1 e^{j\Omega t} + \underline{A}_2 e^{-j\Omega t}) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1^* e^{-j\Omega t} + \underline{A}_2^* e^{j\Omega t})$$

$$\Rightarrow \underline{A}_1 = \underline{A}_2^* \text{ et } \underline{A}_2 = \underline{A}_1^*$$

On peut ainsi noter : $\underline{A}_1 = A e^{j\phi}$ et $\underline{A}_2 = A e^{-j\phi}$

$$\Rightarrow u(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (e^{j(\Omega t + \phi)} + e^{-j(\Omega t + \phi)})$$

$$\stackrel{\text{Euler}}{\Rightarrow} u(t) = \underbrace{2A}_{u_0} e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \cos(\Omega t + \phi) \text{ où } \Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

e) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime apériodique peut s'écrire :

$$u(t) = u_0 e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \text{ch}(\Omega t + \phi)$$

Où l'on exprimera Ω en fonction de ω_0 et Q .

Partons d'une ED classique de la forme :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

Dont le polynôme caractéristique s'écrit :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2} : \text{régime pseudopériodique} \\ \Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2} : \text{régime critique} \\ \Delta > 0 \Leftrightarrow \text{régime apériodique} \end{array} \right.$$

Dans le cas du régime apériodique :

$$r = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \Omega$$

D'où les solutions :

$$\underline{u}(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1 e^{\Omega t} + \underline{A}_2 e^{-\Omega t})$$

On sait que la solution recherchée est réelle donc : $\underline{u}(t) = \underline{u}^*(t)$

$$\Rightarrow e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1 e^{\Omega t} + \underline{A}_2 e^{-\Omega t}) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (\underline{A}_1^* e^{-\Omega t} + \underline{A}_2^* e^{\Omega t})$$

$$\Rightarrow \underline{A}_1 = \underline{A}_1^* \text{ et } \underline{A}_2 = \underline{A}_2^*$$

On peut ainsi noter : $\underline{A}_1 = A e^{\phi}$ et $\underline{A}_2 = A e^{-\phi}$

$$\Rightarrow u(t) = Ae^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (e^{(\Omega t + \phi)} + e^{-(\Omega t + \phi)})$$

$$\stackrel{\text{Euler}}{\Rightarrow} u(t) = \underbrace{2A}_{u_0} e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \operatorname{ch}(\Omega t + \phi) \text{ où } \Omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}$$

f) Montrer que la solution d'une ED d'ordre 2 dans le cas d'un régime critique peut s'écrire :

$$u(t) = (u_0 + u_1 t) e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}$$

Partons d'une ED classique de la forme :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

Dont le polynôme caractéristique s'écrit :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Leftrightarrow Q > \frac{1}{2} : \text{régime pseudopériodique} \\ \Delta = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2} : \text{régime critique} \\ \Delta > 0 \Leftrightarrow \text{régime apériodique} \end{array} \right.$$

Dans le cas du régime apériodique :

$$r = -\frac{\omega_0}{2Q}$$

D'où les solutions :

$$\underline{u}(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (A_1 t + A_2)$$

On sait que la solution recherchée est réelle donc : $\underline{u}(t) = \underline{u}^*(t) \Rightarrow A_1$ et A_2 réels

$$\Rightarrow u(t) = (u_0 + u_1 t) e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}$$

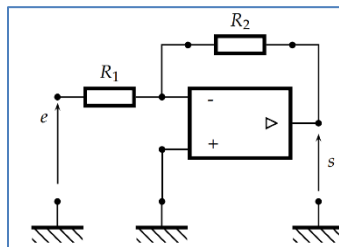
g) Démontrer l'expression du décrement logarithmique : $\delta = \operatorname{Ln} \left(\frac{u(t+T)}{u(t)} \right) = \frac{\pi}{Q}$ si $Q \gg 1$

$$\text{Soit : } \left\{ \begin{array}{l} u(t) = u_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos(\Omega t + \phi) \\ u(t+T) = u_0 e^{-\frac{\omega_0 (t+T)}{2Q}} \cos\left(\Omega t + \underbrace{\Omega T}_{\frac{2\pi}{2\pi}} + \phi\right) \end{array} \right. \Rightarrow \frac{u(t+T)}{u(t)} = e^{-\frac{\omega_0 T}{2Q}} \Rightarrow \operatorname{Ln} \left(\frac{u(t+T)}{u(t)} \right) = -\frac{\omega_0 T}{2Q} = -\frac{\pi}{Q} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

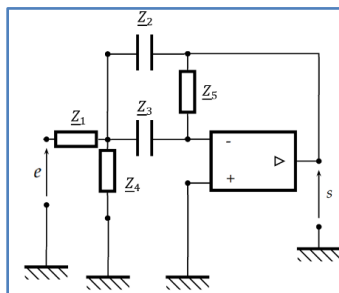
$$\Rightarrow \delta = -\frac{\pi}{Q} \text{ si } Q \gg 1$$

EL2 – SVF

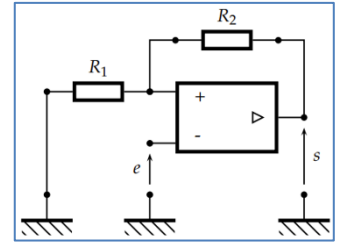
a) Montage non inverseur, intégrateur et dérivateur. Calculer la fonction de transfert du montage non inverseur suivant :



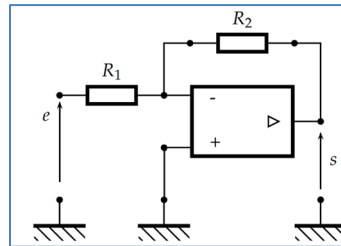
b) Structure de Rauch. Calculer la fonction de transfert du filtre actif suivant en fonction des différentes admittances :



- c) On choisit les admittances suivantes : $\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1}$, $\underline{Y}_2 \underline{Y}_3 = (jC\omega)^2$, $\underline{Y}_4 = \frac{1}{R}$, $\underline{Y}_5 = \frac{1}{R_2}$. Démontrer qu'il s'agit d'un passe-bande.
- d) Comparateur à hystérésis. Tracer la caractéristique du montage suivant en précisant les valeurs des tensions dites de basculement.



- a) Montage non inverseur, intégrateur et dérivateur. Calculer la fonction de transfert du montage non inverseur suivant



- Remplacer R_2 par un condensateur et R_1 par R . Calculer alors la fonction de transfert. Comment se nomme ce montage ?
- Remplacer R_1 par un condensateur et R_2 par R . Calculer alors la fonction de transfert. Comment se nomme ce montage ?
- On applique un diviseur de tension sur l'entrée inverseuse (ou la LNTP) :

$$\frac{e}{e-s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow e(R_1 + R_2) = (e-s)R_1 \Rightarrow H = -\frac{R_2}{R_1}$$

- En utilisant les impédances : $\underline{H} = -\frac{Z_c}{R} = -\frac{1}{jRC\omega} \Rightarrow s(t) = -\frac{1}{RC} \int e(t)dt$: c'est un intégrateur.
- En utilisant les impédances : $\underline{H} = -\frac{R}{Z_c} = -jRC\omega \Rightarrow s(t) = -RC \frac{de}{dt}$: c'est un dérivateur.

- b) Structure de Rauch. Calculer la fonction de transfert du filtre actif suivant en fonction des différentes admittances :

- LNTP à l'entrée inverseuse :

$$V_- = \frac{V_A Y_3 + s Y_5}{Y_3 + Y_5} = 0 \text{ car } V_+ = 0$$

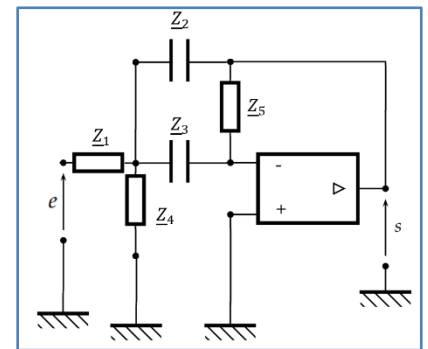
- LNTP au nœud principal A :

$$V_A = \frac{e Y_1 + \overset{0}{V_-} Y_3 + s Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

Donc :

$$\frac{e Y_1 + s Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} = -s \frac{Y_5}{Y_3} \Leftrightarrow -s Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = Y_3 (e Y_1 + s Y_2)$$

$$\Leftrightarrow s(-Y_2 Y_3 - Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)) = e Y_3 Y_1 \Rightarrow \underline{H} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_3 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$



- c) On choisit les admittances suivantes : $\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1}$, $\underline{Y}_2 \underline{Y}_3 = (jC\omega)^2$, $\underline{Y}_4 = \frac{1}{R}$, $\underline{Y}_5 = \frac{1}{R_2}$. Démontrer qu'il s'agit d'un passe-bande.

$$\Rightarrow \underline{H} = -\frac{-\frac{jC\omega}{R_1}}{(jC\omega)^2 + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_1} + 2jC\omega + \frac{1}{R} \right)} = -\frac{\frac{jC\omega}{R_1} R_2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1}}{(jC\omega)^2 R_2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1} + 1 + 2jC\omega \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1}}$$

$$\Rightarrow \underline{H} = -\frac{\frac{jC\omega}{R_1} R_2 \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right)}{(jC\omega)^2 R_2 \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right) + 1 + 2jC\omega \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right)}$$

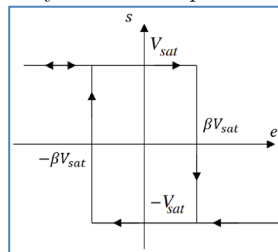
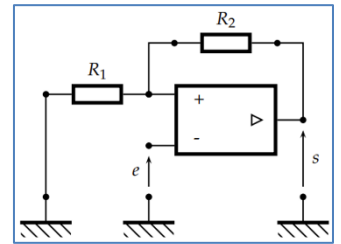
$$\Rightarrow \underline{H} = -\frac{R_1}{2R_2} \frac{2jC\omega \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right)}{(jC\omega)^2 R_2 \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right) + 1 + 2jC\omega \left(\frac{RR_1}{R+R_1} \right)} = H_0 \frac{\frac{jx}{Q}}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} H_0 = -\frac{R_1}{2R_2} \\ \omega_0^2 = \frac{R + R_1}{RR_1R_2C^2} \\ \omega_0 Q = \frac{R + R_1}{2CRR_1} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{RR_1R_2C^2}{R + R_1} \cdot \frac{R + R_1}{2CRR_1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2(R + R_1)}{RR_1}} \end{array} \right. \Rightarrow C \text{ est bien un filtre passe bande d'ordre 2}$$

d) Comparateur à hystérésis. Tracer la caractéristique du montage suivant en précisant les valeurs des tensions dites de basculement.

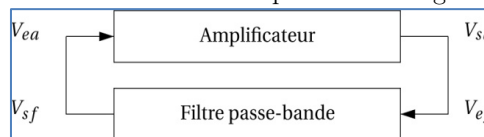
D'après le schéma : $\epsilon = V_+ - V_- = s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) - e = \beta s - e$ où $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

- Pour déterminer la relation sortie/entrée il faut étudier les deux cas possibles :
 - o Premier cas : $s = +V_{sat} \Rightarrow \epsilon > 0$ et $\beta s > e$ d'où $e < \beta V_{sat}$. Par conséquent le système basculera de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ lorsque cette condition ne sera plus remplie, c'est-à-dire lorsque $e > \beta V_{sat}$. La valeur βV_{sat} est appelée tension de basculement (de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$).
 - o Deuxième cas : $s = -V_{sat} \Rightarrow \epsilon < 0$ et $\beta s < e$ d'où $e > -\beta V_{sat}$. Par conséquent le système basculera de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ lorsque cette condition ne sera plus remplie, c'est-à-dire lorsque $e < -\beta V_{sat}$. La valeur $-\beta V_{sat}$ est appelée tension de basculement (de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$).
- Ainsi on peut tracer la caractéristique du cycle d'hystérésis en représentant les sens de basculement (flèches) :



EL3 – SVF

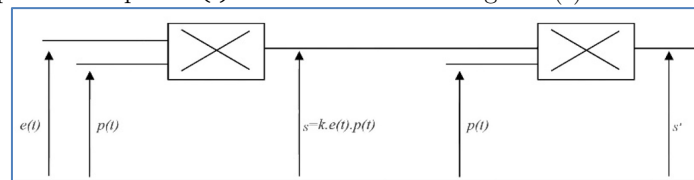
a) Quelle est la condition de Barkhausen des oscillations pour le montage « bloc » suivant :



b) Soit un signal carré de fréquence $f = 300\text{Hz}$ dont on réalise le signal numérique avec une fréquence d'échantillonnage à $f_e = 2000\text{Hz}$. Dans la plage $[0 ; 2f_e = 4000\text{Hz}]$ quels sont les harmoniques visibles dans une FFT. Quels sont les « pics » du signal numérique qui respecte le critère de Shannon.

c) Voici le schéma bloc de la modulation d'amplitude avec porteuse suivie d'une détection synchrone. En partant de $e(t) = A_m \cos(\omega_m t)$ et $p(t) = A_p \cos(\omega_p t)$.

- Démontrez que $s'(t) = \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2} \left[1 + \cos(2\omega_p t) + m \cos(\omega_m t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t) \right]$
- Choisir un filtre passe-bas après $s'(t)$ afin de retrouver le signal $e(t)$.



a) Quelle est la condition de Barkhausen des oscillations pour le montage « bloc » suivant :

Considérons l'amplificateur A caractérisé par sa fonction de transfert $\underline{A}(j\omega)$ et le filtre F caractérisée par $\underline{H}(j\omega)$. D'après le schéma si on veut récupérer : v_{ea} après une boucle, il faut que le système vérifie :

$$\underline{v}_{ea} = \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{H}(j\omega) v_{ea}$$

$$\Leftrightarrow \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{H}(j\omega) = 1$$

b) Soit un signal carré de fréquence $f = 300\text{Hz}$ dont on réalise le signal numérique avec une fréquence d'échantillonnage à $f_e = 2000\text{Hz}$. Dans la plage $[0 ; 2f_e = 4000\text{Hz}]$ quels sont les harmoniques visibles dans une FFT. Quels sont les « pics » du signal numérique qui respecte le critère de Shannon.

- Signal analogique : pics à $f = \{300_1 ; 900_3 ; 1500_5 ; 2100_7 ; 2700_9 ; 3300_{11} \text{ et } 3900_{13}\} \text{ Hz}$.
- Dans le cas du signal numérique on observe les pics situés à :
 - $f_e - f = \{1700_1, 1100_3, 500_5\}$
 - $f_e + f = \{2300_1, 2900_3, 3500_5\}$
 - $2f_e - f = \{3700_1, 3100_3, 2500_5, 1900_7, 1300_9, 700_{11}, 100_{13}\}$
 - $3f_e - f = \{3900_7, 3300_9, 2700_{11}, 2100_{13}, \dots\}$

Les autres pics auront des amplitudes négligeables car dans un signal carré l'amplitude des pics décroît avec $1/n$.

- Les pics qui respectent le critère de Shannon sont tels que $f < \frac{f_e}{2}$ donc ils sont au nombre de deux dans le spectre de départ. On remarque que ces pics n'apparaissent pas dans la plage $[0, \frac{f_e}{2}]$. C'est pour cela que les oscilloscopes n'affichent que ces valeurs lors d'une FFT.

c) Voici le schéma bloc de la modulation d'amplitude avec porteuse suivie d'une détection synchrone. En partant de $e(t) = A_0 + A_m \cos(\omega_m t)$ et $p(t) = A_p \cos(\omega_p t)$.

- Démontrez que $s'(t) = \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2} \left[1 + \cos(2\omega_p t) + m \cos(\omega_m t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t) \right]$
- Choisir un filtre passe-bas après $s'(t)$ afin de retrouver le signal $e(t)$.

- À la sortie du premier multiplieur on peut écrire :

$$s(t) = k(A_0 + m(t))p(t) = kA_p A_0 \cos(\omega_p t) \left(1 + \frac{A_m}{A_0} \cos(\omega_m t) \right)$$

On pose : $m = \frac{A_m}{A_0}$ le taux de modulation d'où :

$$s(t) = kA_p \left(A_0 \cos(\omega_p t) + m \frac{A_0}{2} (\cos((\omega_m + \omega_p)t) + \cos((\omega_p - \omega_m)t)) \right)$$

- À la sortie du second multiplieur on a :

$$\begin{aligned} s'(t) &= ks(t)p(t) = k \times kA_p A_0 \cos(\omega_p t) (1 + m \cos(\omega_m t)) \times A_p \cos(\omega_p t + \varphi) \\ &= \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2} (\cos(2\omega_p t + \varphi) + \cos(\varphi)) \times (1 + m \cos(\omega_m t)) \end{aligned}$$

$$= \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2} [\cos(\varphi) + \cos(2\omega_p t + \varphi) + m \cos(\omega_m t) \cos(\varphi) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t + \varphi) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t - \varphi)]$$

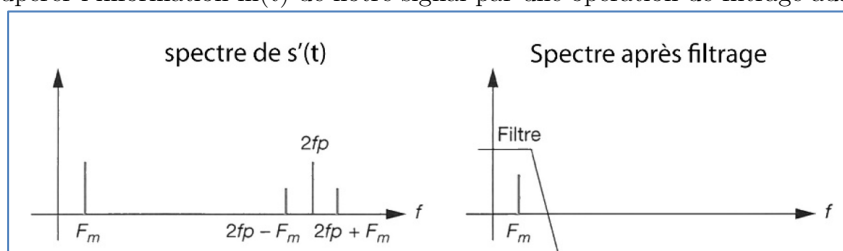
On va supposer que les deux porteuses en phase d'où :

$$s'(t) = \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2} \left[1 + \cos(2\omega_p t) + m \cos(\omega_m t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t) + \frac{m}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t) \right]$$

Le signal de sortie est donc composé de cinq composantes :

- Un signal continue d'amplitude : $\frac{k^2 A_p^2 A_0}{2}$
- Un signal de la fréquence modulante d'amplitude : $m \times \frac{k^2 A_p^2 A_0}{2}$
- Trois signaux à hautes fréquences.

On va pouvoir ainsi récupérer l'information $m(t)$ de notre signal par une opération de filtrage adaptée.



Un filtre passe-bande centré sur f_m ou un filtre passe-bas de fréquence de coupure tel que $f_c \in [10f_m ; \frac{2f_p - f_m}{10}]$ peut réaliser cette opération par exemple.