

# Machine à écoulement permanent (Mines-Ponts 2015)

## ① Dimensionnement d'une installation de liquéfaction

1). Pour les gaz parfaits diatomiques :

$$\gamma = 7/5$$

• de compression réaliser une compression adiabatique réversible d'où :

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cste}$$

$$\Leftrightarrow T_I^\gamma p_I^{1-\gamma} = T_F^\gamma p_F^{1-\gamma}$$

$$\text{or } r = \frac{p_F}{p_I}$$

$$\Rightarrow r_{\text{max}} = \left( \frac{T_I}{T_{\text{max}}} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

• D'après l'énoncé  $p_A = r^N p_I \Leftrightarrow N = \frac{\ln(p_A/p_I)}{\ln(r)}$

En prenant la valeur de  $r_{\text{max}}$  :  $N_{\text{min}} = \frac{\ln p_A/p_I}{\frac{\gamma}{1-\gamma} \ln \left( \frac{T_I}{T_{\text{max}}} \right)}$

$$\Leftrightarrow N_{\text{min}} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{\ln(p_A/p_I)}{\ln(T_I/T_{\text{max}})} \approx 4,6$$

Choisissons  $N = 5$  le nombre entier strictement supérieur

2°) Si le rapport  $r$  reste alors  $N$  reste constant

3°) . Soit  $r = \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{1/N}$

$$T_{\text{sortie}} = T_E \left(\frac{P_E}{P_{\text{sortie}}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_E \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_E \cdot r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow T_{\text{sortie}} = \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma N}} \cdot T_E \quad (1)$$

Or :  $\Delta(h+e+ep) = W_u + q$  avec  $\begin{cases} p_{ec} = 0 \text{ car } \delta v = 0 \\ p_{ep} = 0 \text{ car } \delta z = 0 \\ W_u = 0 \text{ absence de machines "utiles"} \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta h = q$$

de plus  $\Delta h_{\text{eau}} = - \Delta h_{\text{azote}}$

$$\Leftrightarrow \Delta_{\text{eau}} h_{\text{eau}} = - \Delta_{\text{azote}} h_{\text{azote}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\Delta_{\text{eau}} h_{\text{eau}} = - \Delta h_{\text{azote}}} \quad (2)$$

Or pour l'eau :  $\Delta h_{\text{eau}} = c_e (T'_{\text{max}} - T_e)$

de l'azote :  $\Delta h_{\text{azote}} = c_p (T_E - T_S) = \frac{7}{2} \frac{R}{M} (T_E - T_S)$   $\leftarrow T_{\text{sortie}} \text{ compressé}$  (2')

$$\text{Donc } \frac{\Delta_{\text{eau}} h_{\text{eau}}}{\Delta} = - \frac{\Delta h_{\text{azote}}}{\Delta h_{\text{eau}}} = - \frac{7}{2} \frac{R}{M c_e} \left( \frac{T_E - T_S}{T'_{\text{max}} - T_e} \right)$$

$$\text{Donc d'après (1) : } \frac{\Delta_{\text{eau}} h_{\text{eau}}}{\Delta} = - \frac{7R}{2M c_e} T_E \left[ \frac{1 - \left(\frac{P_A}{P_E}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma N}}}{T'_{\text{max}} - T_e} \right] \quad (3)$$

$$\approx \underline{\underline{0,32}}$$

4°) . la courbe  $E_1$  est une isotherme :  $T = \text{cste}$  !

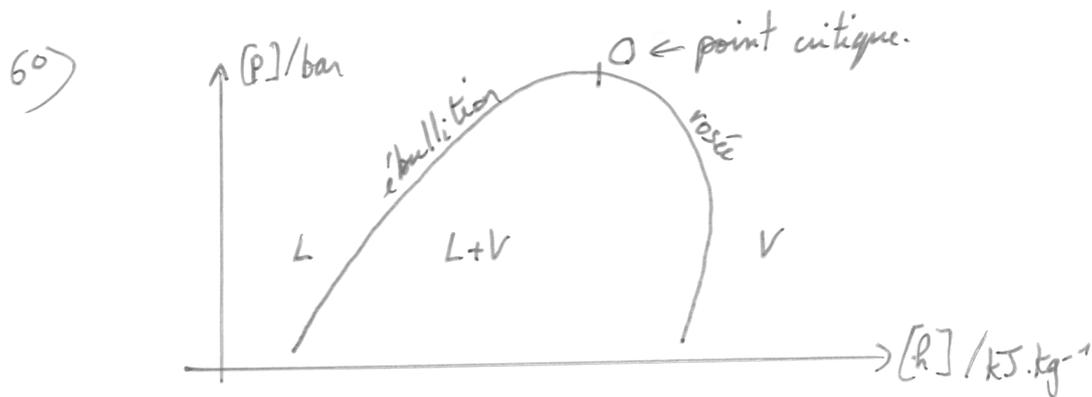
A basse pression tout gaz se comporte comme un GP d'où :

$$dh = c_p dT \Rightarrow \underline{\text{droites verticales à BP.}}$$

5°) . la courbe  $E_2$  est une isentropique :  $s = \text{cste}$

$$\begin{aligned} \text{or } dh &= T ds + v dp \\ &= v dp. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dh}{dp} = v > 0 : \underline{\text{la courbe est croissante}}$$



7°) . C'est une isotherme t.q  $x = \text{cste}$

- Au point M :  $t = -200^\circ\text{C}$
- $p = 0,2 \text{ bar}$
- $x = 0,1$  en liquide et  $x_v = 0,9$

8°) Au point C :  $h = x_e h_e + h_v x_v \Rightarrow \underline{h = x h_{\text{liq}} + (1-x) h_{\text{vap}}}$

9°) En régime permanent  $D_e = D_s$  donc les 2  $D_m$  sont identiques

$$\text{or } D_m + D' = D \text{ avec } \begin{cases} D' = x_v D = (1-x) D \\ D_m = x_e D = x D \end{cases}$$

10) Sur le système (E) :

$$D'(h_E - h_D) + D(h_B - h_A) = 0 \text{ car échangeur parfait}$$

$$\Leftrightarrow D'(h_E - h_{\text{vap}}) + D(h_C - h_A) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x)D[h_E - h_{\text{vap}}] + D[x h_{\text{liq}} + (1-x)h_{\text{vap}} - h_A] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x)h_E + D[x h_{\text{liq}} - h_A] = 0$$

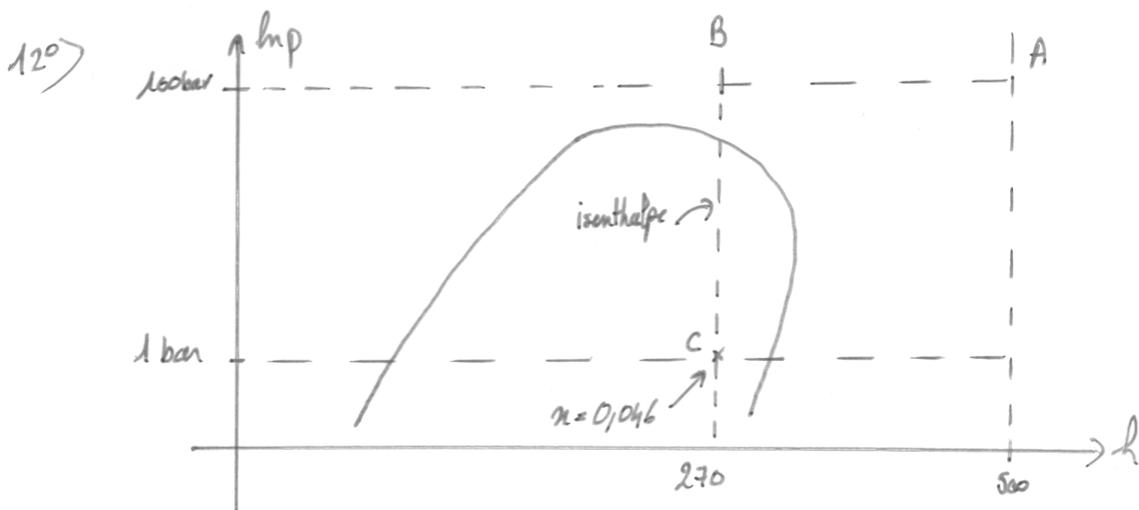
$$\Leftrightarrow x(h_{\text{liq}} - h_E) = h_A - h_E.$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{\text{liq}}}$$

11) Point A :  $p_A = 100 \text{ bar}$ ,  $T_A = 300 \text{ K} = 27^\circ \text{C} \Rightarrow h_A = 500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 Point E :  $p_E = 1 \text{ bar}$ ,  $T_E = 300 \text{ K} = 27^\circ \text{C} \Rightarrow h_E = 520 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 Etat liquide à 1 bar :  $T_{\text{liq}} = -196^\circ \text{C} \Rightarrow h_{\text{liq}} = 85 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 Etat vapeur à 1 bar :  $T_{\text{vap}} = -196^\circ \text{C} \Rightarrow h_{\text{vap}} = 280 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\text{D'où } \underline{x = 0,046}$$

• Si le gaz vérifie la loi des gaz parfaits alors  $\Delta h = c_p \Delta T = 0$   
 $\Rightarrow \underline{x = 0}$



Remarque : • C = intersection de  $\pi = 0,046$  et  $p = 1 \text{ bar}$ .  
 • B = — de  $p = 100 \text{ bar}$  et  $h_B = h_C = 270 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

On obtient pour B :  $T_B = -115^\circ\text{C} \Rightarrow$  le fluide est à l'état supercritique.

13°) D'après le premier principe :  $D\Delta h = P$  avec  $P = P_{\text{tot}}/N$

$$\text{D'après (2')} : \Delta h = \frac{\gamma}{2} \frac{R}{M} (T_S - T_E) = -\frac{\gamma}{2} \frac{R}{M} \left[ T_E - T_E r^{(\gamma-1)/\gamma} \right]$$

$$\Leftrightarrow \Delta h = \frac{\gamma}{2} \frac{RT_E}{M} \left[ r^{1/\gamma} - 1 \right]$$

$$\text{or } D = \frac{D_m}{\alpha} \Rightarrow \frac{D_m}{\alpha} \cdot \frac{\gamma}{2} \frac{RT_E}{M} \left( r^{1/\gamma} - 1 \right) = P$$

$$\text{Avec les } N \text{ compresseurs : } \underline{P_{\text{tot}} = \frac{\gamma N}{2} \cdot \frac{RT_E D_m}{\alpha M} \left( r^{1/\gamma} - 1 \right) = 210 \text{ kW}}$$

$$\text{or } D_m = \rho D_v \Leftrightarrow D_v = \frac{D_m}{\rho} = \frac{3,7 \cdot 10^{-2} \text{ L/s} \times 130 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}}{e}$$

$$\text{or } \frac{P_{\text{tot}}}{D_v} = \frac{P'}{D_v} \Rightarrow P' = P_{\text{tot}} \frac{D_v}{D_v} \approx 210 \cdot \frac{1}{130} \approx 1,6 \text{ kW}$$

La machine proposée doit utiliser plus de puissance à cause de l'irréversibilité des transformations.