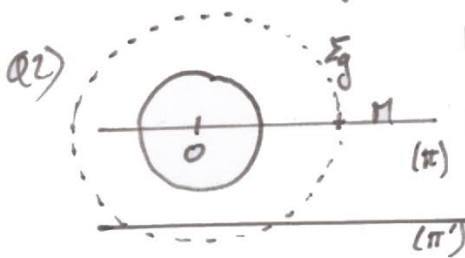


I - Etude du mouvement d'un satellite (CCP-MP-2025)

Q1) Force centrale conservative

- Q1) Ref géocentrique: - centre du repère au centre de la terre
 - axes dirigés vers 3 étoiles fixes parallèles à ceux de $\mathcal{R}_{\text{corsevic}}$

Ref Galiléen: un pt matériel isolé ou pseudo-isolé a un mouvement de translation rectiligne uniforme dans ce référentiel.



- (π) et (π') sont plans de symétrie
 $\Rightarrow \vec{g} = g \vec{u}_r$
 - Invariance par rotation autour de chaque diamètre
 $\Rightarrow g = g(r)$
- D'où $\vec{g} = g(r) \vec{u}_r$

Théorème de Gauss appliqué à $\vec{Z}_g$:

$$4\pi r^2 g(r) = -4\pi G M_T \quad \text{d'où} \quad \vec{g} = -\frac{G M_T}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{si } r > R_T$$

$$\text{donc} \quad \vec{F}_g = -\frac{G m M_T}{r^2} \vec{u}_r$$

Q3) TMC appliqué à m dans $\mathcal{R}_g$: $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{O}\vec{M} \wedge \vec{F} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \vec{L}_O = \text{cste}$

or $\vec{O}\vec{M} \cdot \vec{L}_O = 0 \Rightarrow \vec{O}\vec{M} \perp \vec{L}_O \quad \forall t \Rightarrow \text{le mouvement est plan}$

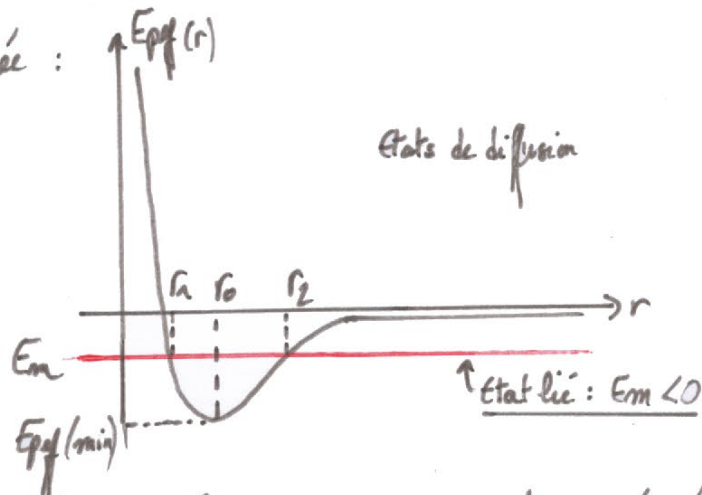
Q4) Soit $\vec{F} = -\text{grad } \varphi_p \Rightarrow \varphi_p = -\frac{G M_T m}{r} + \text{cste}$
 $\stackrel{=0}{=} \text{car interaction "nulle" à l'oo.}$

Q5) Soit $E_m = \varphi_p + E_c = -\frac{G m M_T}{r} + \frac{1}{2} \dot{r}^2 m + \frac{1}{2} m (r \dot{\theta})^2$
 $= \frac{1}{2} m r^2 \frac{C^2}{r^4} \quad \text{car } L_O = mC = m r^2 \dot{\theta}$

D'où $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \varphi_{\text{eff}}$ où $\varphi_{\text{eff}} = -\frac{G m M_T}{r} + \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} = -\frac{G m M_T}{r} + \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2}$

Q6) Or $\frac{1}{2} m \dot{r}^2 > 0 \Rightarrow \underline{E_m > \varphi_{\text{eff}}(r)}$

Q7) Pour la donnée :



Q8) Lorsque $E_m = E_{\text{eff}}$ on a $\begin{cases} r = r_1 \text{ qui correspond au p\'erig\'ee.} \\ \text{ou} \\ r = r_2 \text{ --- " a l'apog\'ee.} \end{cases}$

• Si $E_m = E_{\text{eff}}(\text{min})$ alors $r = \text{cte}$: orbite circulaire

Q9) Sur une orbite circulaire : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{R}$
 $= \frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R} - \frac{GM_T m}{R}$
 $\Rightarrow E_m = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R}$

Q10) Pour une orbite circulaire uniforme : $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R \cdot \sqrt{\frac{R}{GM_T}}$
 $\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM_T} \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2}$

Q11) A l'apog\'ee et p\'erig\'ee : $\dot{r} = 0$

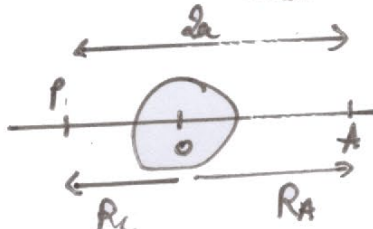
d'où : $E_m = E_{\text{eff}}(r) = -\frac{GM_T m}{r} + \frac{1}{2} \frac{L^2}{m r^2}$
 $\Leftrightarrow r^2 + \frac{GM_T m \cdot r}{E_m} - \frac{1}{2} \frac{L^2}{m E_m} = 0$

D'où les racines : $\begin{cases} r_a = -\frac{GM_T m}{2E_m} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \\ r_p = -\frac{GM_T m}{2E_m} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$

donc $\underbrace{r_a + r_p}_{2a} = -\frac{GM_T m}{E_m}$

$\Rightarrow E_m = -\frac{GM_T m}{2a}$

$\Rightarrow E_m = -\frac{GM_T m}{R_p + R_a}$



Q12) Soit $\Delta E_m = E_{m, tr} - E_{m, alt} = -GmM_T \left(\frac{1}{R+R_c} - \frac{1}{2R} \right)$

$$= -\frac{GmM_T}{2R} \left(\frac{R - R_c}{R + R_c} \right) < 0 \text{ car } R > R_c$$

- Vu qu'on se trouve à l'altitude R alors $\Delta E_m = \Delta E_c \Rightarrow$ il faut freiner le satellite

Q13) En P on va abaisser "le rayon de courbure à nouveau" donc il faudra à nouveau freiner le satellite



$\rightarrow$ on descend d'une altitude supérieure à inférieure.