

## Physique : DS5

### Partie I - La mer rouge (CCP-INP / TPC 2020)

#### I - Modèle dynamique de l'évaporation de l'eau de la mer morte

Q1) Soit  $\begin{cases} S = 637 \text{ km}^2 \\ h = 1 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \underline{V = hS} = 637 \cdot (10^3)^2 \text{ m}^3$

le volume perdu annuellement est :  $D_{\text{pertes}} = 637 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{an}$

Q2) On effectue un bilan volumétrique sur une année :

$$- D_{\text{pertes}} = D_{\text{journalier}} + h_p S - h_{\text{évap}} S.$$

$$\Leftrightarrow \underline{h_{\text{évap}} = h_p + \frac{D_{\text{journalier}} + D_{\text{pertes}}}{S}} \\ = \underline{1,85 \text{ m} > 1 \text{ m}}$$

Q3) L'assèchement du Jourdain multiplierait par deux les pertes de la mer morte.

Vérifions-le par le calcul avec  $D_{\text{journalier}} = 0$

$$\Rightarrow h_{\text{évap}} = h_p + \frac{D_{\text{pertes}}}{S}$$

$$\Rightarrow \underline{h' = h_{\text{évap}} - h_p} = \underline{1,79 \text{ m}}$$

L'assèchement du Jourdain multiplierait par 1,79 ( $\approx 2$ ) les pertes de la mer morte.

Q4) Par analogie avec le vecteur densité courant de particules  $\vec{j}_n$  :

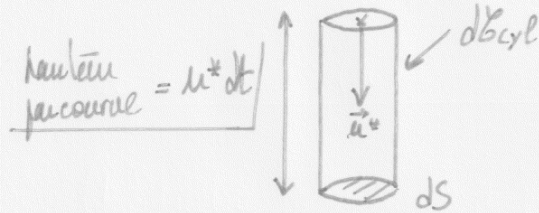
$$S_{\text{évap}}^2 = \vec{j}_n \cdot d\vec{S} dt$$

$$\Rightarrow \underline{S_{\text{évap}}^2 = \int_L dS dt}$$

Q5) D'après les hypothèses  $\frac{1}{6}$ ème des molécules sont descendantes :

$$S^2 N_{\text{gain}} = \frac{1}{6} n_v \cdot dC_{\text{cyl}}$$

$$= \frac{1}{6} n_v \cdot u^* dt dS$$

$$\Rightarrow \underline{S^2 m_{\text{gain}} = \frac{1}{6} m n_v u^* dt dS}$$


Q6) Or  $S^2 m_{\text{gain}} = \int G \cdot dt dS \Rightarrow \underline{J_G = \frac{1}{6} m n_v u^*}$

Si on utilise la masse volumique :  $J_G = \frac{1}{6} \rho u^*$

Q7) A l'équilibre gain = pertes d'où  $J_L = J_G$ .

Pour un gaz parfait :  $\mu = \frac{P_s M}{RT} \Rightarrow \frac{1}{6} \frac{P_s M}{RT} u^* = J_L$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2 \times 3} \frac{P_s M}{RT} \cdot \sqrt{\frac{3RT}{M}} = J_L$$

$$\Leftrightarrow \underline{\frac{1}{2} \cdot P_s \sqrt{\frac{M}{3RT}} = J_L} \quad \text{On peut aussi l'écrire : } J_L = \underline{\frac{P_s}{2 u^*}}$$

Q8)  $P_{s0}$  est la pression de vapeur saturante à  $T = T_0$ .

Q9) donc  $J_L = P_{s0} \cdot \frac{e^{\frac{L_v}{R} (\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T})}}{2} \sqrt{\frac{M}{3RT}} = \text{cste} \cdot \frac{e^{\alpha (\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T})}}{\sqrt{T}}$

$\Rightarrow J_L$  augmente avec  $T$  (on peut aussi comparer la courbe proposée avec  $\sqrt{T}$ )

Q10) Bilan de masse  $\Rightarrow \underline{J_T = J_L - J_G} = \frac{P_s}{2 u^*} - \frac{P_v}{2 u^*}$

On retrouve bien  $J_T = 0$  lorsque  $P_s = P_v$ .

Q11) Pour augmenter  $J_T$  il faut augmenter  $J_L$  donc augmenter  $T$

↓ diminuer  $J_G$  donc diminuer  $P_v$

$\Rightarrow$  Un air chaud et sec accélère l'évaporation des liquides.

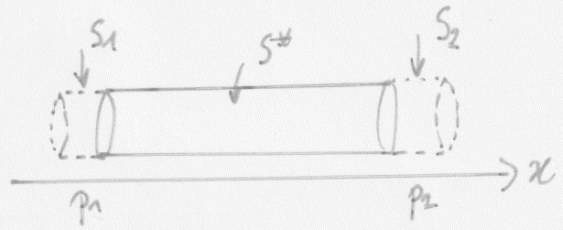
## II - Analyse de l'écoulement dans le pipeline

Q12) Effectuons un bilan de quantité de mouvement sur le système  $S \cdot q$ :

$$\begin{cases} S(t) = S_1 \cup S^* \\ S(t+dt) = S^* \cup S_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{p}(t) = \vec{p}^*(t) + S p_1 \\ \vec{p}(t+dt) = \vec{p}^*(t+dt) + S p_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}^*}{dt} + \frac{S p_2 - S p_1}{dt}$$



or  $\begin{cases} S p_2 = S p_1 \text{ car } \vec{v} = \vec{v}(r) \\ \frac{d\vec{p}^*}{dt} = \vec{0} \text{ car regime stationnaire} \end{cases} \Rightarrow \vec{p}(t) = \vec{p}(t+dt) = \text{cste}$

Q13) Bilan de Forces:  $\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_{p_1} + \vec{F}_{p_2} + \vec{F}_{\text{visc}} + \vec{\text{Poids}}$   
négligé

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{ext}} = (p_1 - p_2) \pi r^2 \vec{u}_x + \underbrace{\eta \frac{dv}{dr}}_{<0} 2\pi r l \vec{u}_x$$

Q14) PFD:  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{ext}}$   
sur S ou RNC  $\Leftrightarrow -(p_1 - p_2) \pi r^2 = \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l$

$$\Leftrightarrow -(p_1 - p_2) \frac{r}{2\eta l} = \frac{dv}{dr}$$

$$\Leftrightarrow v(r) = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \frac{r^2}{2} + \text{cste.}$$

or  $v(R) = 0 \Rightarrow v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) \vec{u}_x$

Q15) Or  $D_v = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S} = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) 2\pi r dr$

$$= \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \cdot 2\pi \left( \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right)$$

$$\Rightarrow D_v = \frac{(p_1 - p_2) \pi}{2\eta l} \left( \frac{R^4}{4} \right) \Rightarrow D_v = \frac{\pi R^4}{8\eta l} (p_1 - p_2)$$

Q16) Soit  $Q_1 - Q_2 = R i$  soit débit de charges.

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 - Q_2 = R i \\ (P_1 - P_2) = R_{hyd} \cdot Dv \end{array} \right\} \Rightarrow R_{hyd} = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$

$$\text{or } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{\pi R^2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R \text{ varie en } l/R^2 \\ R_{hyd} \text{ varie en } l/R^4 \end{array} \right\}$$

Q17) la vitesse débitante  $V$  est t.g.  $Dv = VS = V \cdot \pi R^2$

$$\Rightarrow V = \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} \cdot R^2$$

Q18) A.N  $R_{hyd} = 111 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$

$$\Rightarrow Dv = \frac{P_1 - P_2}{R_{hyd}} = \frac{\rho a i g h}{R_{hyd}} = \frac{1,2 \times 9,8 \times 423}{111} = \underline{45 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}$$

et  $P_1 - P_2 = \underline{4,97 \text{ kPa}}$

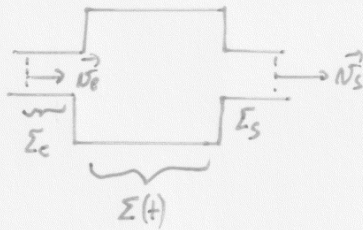
$$\text{et } V = \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} \cdot R^2 = \underline{6,4 \text{ ms}^{-1}}$$

Q19) Calcul de  $Re$ :  $Re = \frac{\rho V d}{\eta} = \underline{1,9 \cdot 10^7} \gg 1 \Rightarrow$  écoulement turbulent.

• la loi de Hagen - Poiseuille n'est pas valable car elle s'applique aux écoulements laminaires.

## III - Bilan énergétique

Q20)



$$A \cdot t : \text{Système} = \Sigma(t) + \Sigma_c$$

$$A \cdot t + dt : \text{Système} = \Sigma(t+dt) + \Sigma_s$$

Pour un système fermé  $\Delta(U + E_c + E_p) = W + Q$

$$\Rightarrow \Delta(U + E_c + E_p) = W_u + p_c V_c - p_s V_s + Q.$$

$$\Rightarrow \Delta(U + pV + E_c + E_p) = W_u + Q.$$

On passe en massique:  $\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q$

or  $\Delta h = h_s - h_c + \Delta h_\Sigma$

Le système étant stationnaire:  $\Delta h_\Sigma = h_\Sigma(t+dt) - h_\Sigma(t) = 0$

$$\Rightarrow \Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q \text{ ou } \Delta h = h_s - h_c$$

Q21). Sous les hypothèses  $q=0$  (calorifugée),  $w_u=0$ ,  $\Delta e_p = g \Delta z$ ,  $\Delta e_c = \frac{1}{2} \Delta v^2$

Or  $h = u + p/v$   
 $= u + p/\rho \Rightarrow \Delta(u + p/\rho + gz + \frac{v^2}{2}) = 0$

Or  $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta u = 0$  d'où  $\Delta p + \frac{1}{2} \rho \Delta(v^2) + \rho g \Delta z = 0$

Q22).  $P_{\text{tot}}$  est une pression qui se compose: \*  $p$ : pression statique associée aux faces pressées  
 \*  $\rho g z$ : — hydrostatique. — à  $e_p$ .  
 \*  $\frac{1}{2} \rho v^2$ : — cinétique. — à  $e_c$ .

• Si on trouve  $\Delta p_{\text{tot}} \neq 0$ , une des hypothèses précédentes n'est plus valable comme par exemple l'écoulement parfait  $\Rightarrow$  viscosité du fluide

$$Q23) \text{ Or } \Delta p_{\text{TOT}} = \rho g \Delta z = \underline{4,56 \cdot 10^6 \text{ Pa}}$$

↳ Variation de pression très élevée, il faut tenir compte de la viscosité du fluide et de la rugosité du pipeline.

$$Q24) \text{ Rugosité relative : } \frac{\epsilon}{d} = \frac{10^{-3}}{3} = 3,33 \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad \underline{f = 0,015}$$

or  $Re = 2 \cdot 10^7$  d'après Q19  
ou Écoulement très turbulent

$$Q25) \text{ D'après l'énoncé : } f = \frac{2d}{\rho V^2 l} |\Delta p_{\text{TOT}}| \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2d}{\rho f l} |\Delta p_{\text{TOT}}|} = \underline{2,88 \text{ m s}^{-1}}$$

$$\Rightarrow \underline{D_V = V \cdot \pi R^2} = 20,4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

On remarque un facteur  $\times 2$  par rapport à Q18.

$$Q26) \text{ On reprend Q2 d'où } h'' = \overset{1,85 \text{ m}}{h_{\text{évap}}} - h_p - \frac{D_V \text{ jour} + D_V}{S} = \underline{7 \text{ mm}}$$

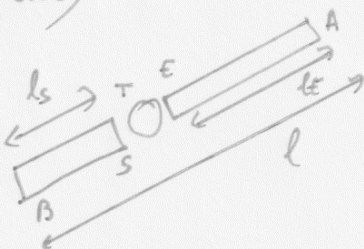
$\Rightarrow$  dans ce modèle le niveau de la mer morte resterait stable

$$Q27) \text{ Soit : } P_{\text{TOT}}(E) - P_{\text{TOT}}(S) = \rho g (z_E - z_S) = \rho g \Delta z_{\text{turbine}}$$

$$\text{D'après l'énoncé : } P_u = \rho g D_V \Delta z_{\text{turb}} - \rho g D_V K \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \underline{P_{\text{TOT}}(E) - P_{\text{TOT}}(S) = \frac{P_u}{D_V} + K_f \frac{V^2}{2}}$$

Q28)



$$\text{Soit } f = \frac{2d}{\rho V^2 l} |\Delta p_{\text{TOT}}|$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{TOT}}(A) - P_{\text{TOT}}(E) = \frac{\rho V^2 f}{2d} l_E = p_{TA} - p_{TE} \\ P_{\text{TOT}}(S) - P_{\text{TOT}}(B) = \frac{\rho V^2 f}{2d} l_s = p_{TS} - p_{TB} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 Q29) \text{ Entre A et B: } \Delta P_{TOT} &= \rho g (z_{rou} - z_{mor}) = P_{TA} - P_{TB} \\
 &= P_{TA} - P_{TE} + P_{TE} - P_{TS} + P_{TS} - P_{TB} \\
 &= \frac{\rho V^2}{2d} f(l_A + l_B) + \frac{P_u}{Dv} + k \rho \frac{V^2}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où: } P_u &= \rho Dv \left[ g(z_{rou} - z_{mor}) - \frac{1}{2d} V^2 f l - \frac{k V^2}{2} \right] \\
 \text{or } Dv^2 &= S^2 V^2 \Rightarrow P_u = \rho Dv \left[ g(z_{rou} - z_{mor}) - \frac{\rho Dv^2}{2S^2} \left( k + \frac{f l}{d} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q30) \text{ Or } \frac{dP_u}{dDv} &= 0 \Leftrightarrow g(z_{rou} - z_{mor}) = \frac{3}{2S^2} Dv^2 \left( k + \frac{f l}{d} \right) \\
 \Rightarrow Dv_{max} &= \sqrt{\frac{2gS^2(z_{rou} - z_{mor})}{3(k + fl/d)}} \\
 &= \underline{\underline{10 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}}
 \end{aligned}$$

$$\text{et } P_u(Dv_{max}) = \underline{\underline{30 \text{ MW}}}$$

$$Q31) \text{ Comme Q26: } h''' = h_{érip} - h_p - \frac{Dv_{jour} + Dv_{max}}{S} = \underline{\underline{0,50 \text{ m}}}$$

la mer morte perdrait 0,5 m/an. C'est un compromis entre les deux cas précédents.

## Partie II - Le four à micro-ondes

## I - Généralités et II - La porte

Q32) D'après l'énoncé :  $\underline{dx = 373 \text{ mm} / dy = 370 \text{ mm} / dz = 233 \text{ mm}}$

Q33) Soit  $\lambda = \frac{c}{f} = \underline{12,2 \text{ cm}}$

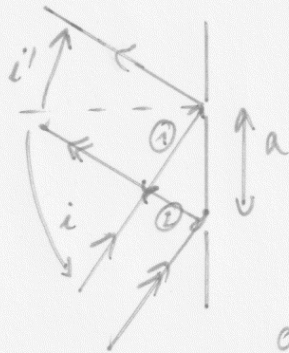
Et  $d\lambda = -\frac{c}{f^2} df \rightarrow \Delta\lambda = c \frac{\Delta f}{f^2} = \underline{0,2 \text{ cm}}$

D'où  $\underline{d = 12,2 \pm 0,2 \text{ cm}}$

Q34) Pour le verre  $n_v = 1,5$ . Ici c'est du verre "athermique" donc traité  
 $\Rightarrow$  cela peut être différent.

Q35)  $\Rightarrow \underline{n_v \approx 1}$

Q36)



On remarque que les angles sont orientés. On peut écrire que  $S = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

$$= a \sin i - a \sin(-i')$$

$$= a (\sin i + \sin i')$$

ou  $S = r\lambda$  où  $r \in \mathbb{Z}$  pour les interférences constructives

$$\Rightarrow \underline{a(\sin i + \sin i') = r\lambda}$$

Q37) Sur doc.3 :  $a = \frac{10}{5} = \underline{2 \text{ mm}}$

d'où  $\frac{a}{\lambda} (\sin i + \sin i') \leq \frac{2a}{\lambda} = 0,03$ .

$\Rightarrow r = 0$

$\Rightarrow \underline{i = -i'}$  la grille se comporte comme un miroir

Q38) Pour le visible :  $\lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow \frac{2a}{\lambda} = 8000$  d'où une infinité d'angles possibles  $\Rightarrow$  les rayons ne sont pas forcément réfléchis.



## III - Confinement des OEM dans le four et IV - ...

Q39) Maxwell :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{E} = \rho / \epsilon_0, \text{ div } \vec{B} = 0 \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ et } \text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \end{array} \right.$

Q40) Si  $\rho = 0$  et  $\vec{j} = \vec{0}$  :  $\text{rot } \text{rot } \vec{E} = \text{rot} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \stackrel{\text{Schwartz}}{=} -\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{B})$   
 $= -\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu_0 \epsilon_0 \vec{E})$

d'où  $-\Delta \vec{E} + \text{grad}(\text{div } \vec{E}) \stackrel{=0}{=} -\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_0 / c^2) \vec{E}$

$\Rightarrow \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

Q41) C'est une onde-plane

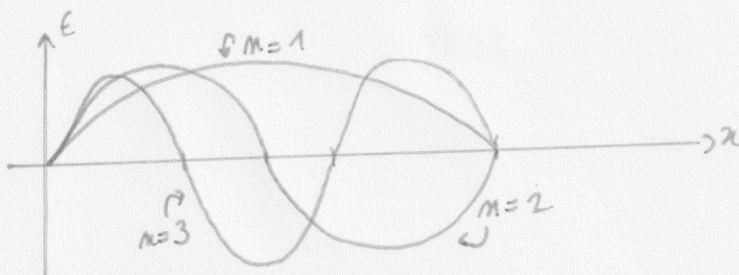
- monochromatique
- transverse (TEM).
- polarisée rectilignement selon  $\vec{e}_z$
- stationnaire

Q42) Métal conducteur parfait  $\Rightarrow \vec{E} = 0$  d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_0 \cos(\omega t) \cos \varphi = 0 \\ E_0 \cos(\omega t) \cos(kx - \varphi) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \pi/2 \text{ [}\pi\text{]} \\ \text{et} \\ kx = \pi \text{ [}\pi\text{]} \end{array} \right.$$

d'où  $\varphi = \pi/2$  et  $k = \frac{m\pi}{dx}$  où  $m \in \mathbb{N}$  car  $k > 0$

Q43)



Q44) Sur  $Ox$ , on compte  $h$  ventres  $\Rightarrow m = 4$   
 sur  $Oy$ , — 3 ventres  $\Rightarrow p = 3$

$$\text{Or } \frac{1}{\lambda^2} = \frac{m^2}{4dx^2} + \frac{p^2}{4dy^2} + \frac{q^2}{4dz^2}$$

$$\Rightarrow q^2 = 4dz^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{m^2}{4dx^2} - \frac{p^2}{4dy^2} \right) < 0$$

Pas de valeurs possibles de  $q$  entières, ce n'est pas un mode propre possible

Q45) La figure n'est pas symétrique, et on a qu'une information 2D  $\Rightarrow$  il est délicat (impossible) de déterminer  $\lambda$ .

Q46) Dans le cadre de l'ARCS, on néglige le temps de propagation du signal  
 $\Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  car  $\vec{j} \gg \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Q47) Si  $\vec{k} = k' - ik''$  alors :  $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t + k'x)} e^{k''x} \vec{e}_z$   
 $\Rightarrow \vec{E} = E_0 e^{k''x} \cos(\omega t + k'x) \vec{e}_z$

Comme l'onde se propage selon  $-\vec{e}_x$ ,  $e^{k''x}$  décroît avec le temps.

Q48) Soit  $k^2 = -\mu_0 \gamma \omega i = e^{-i\pi/2} \mu_0 \gamma \omega \Rightarrow k = e^{-i\pi/4} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega}$   
 $= (1-i) \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$

$$\text{D'où } \underline{k = \frac{1-i}{\delta} \text{ où } \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} \quad \text{t.q. } k' = k'' = 1/\delta}$$

. A.N :  $\delta = 1,65 \mu\text{m}$

Q49)  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 \omega} e^{2k''x} \cos(\omega t + k'x) [k' \cos(\omega t + k'x) + k'' \sin(\omega t + k'x)] (-\vec{e}_x)$

or  $\langle \cos^2(\omega t + k'x) \rangle = 1/2$  et  $\langle \cos(\omega t + k'x) \sin(\omega t + k'x) \rangle = 0$

$$\Rightarrow \langle \vec{R} \rangle = - \frac{E_0^2}{2\mu_0 \omega} e^{2k''x} \vec{e}_x$$

Q50) A l'extérieur du four :  $x = d/2 \Rightarrow k'' d/2 \approx 2 \cdot 10^3$  d'où  $e^{2k''x} \approx 3 \cdot 10^{-869}$   
 $\Rightarrow \frac{P_{\text{max}}}{S_{\text{four}}} \cdot e^{2k''x} \approx 11 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^{-869} \ll 10 \text{ W.m}^{-2} \Rightarrow$  les normes sanitaires sont respectées