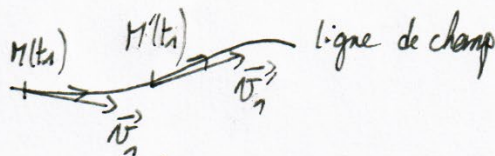


## Etude d'un aéronef (CCP-PC-2020)

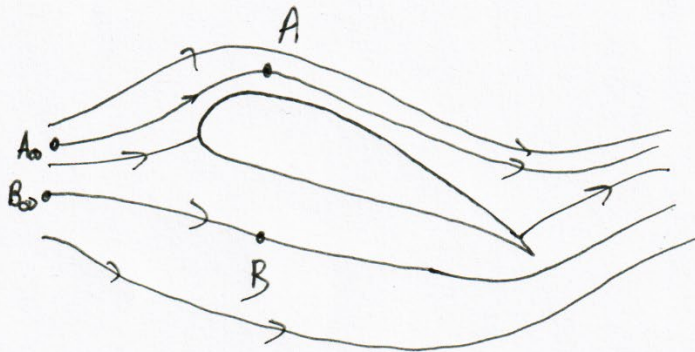
## Partie I : Mécanique du vol

Q1. Une ligne de courant (ou de champ de vitesses) est la courbe où en chacun de ses points la vitesse est tangente à cette courbe



• Cela s'apparente à une photographie du fluide prise à  $t_1$  à l'aide de marqueurs dans le fluide.

Q2



Considérons deux lignes de courant  $A_0A$  et  $B_0B$ . des lignes de vitesses sont plus resserrées en A qu'en B d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_A > v_B \\ v_{A_\infty} = v_{B_\infty} : \text{points éloignés de l'aile} \end{array} \right.$$

d'écoulement étant incompressible, stationnaire, homogène, et parfait on peut utiliser le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de champ :

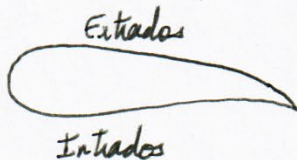
$$\text{D'où : } \begin{cases} \frac{P_{A0}}{\mu} + \frac{v_{A0}^2}{2} + gz_{A0} = \frac{P_A}{\mu} + \frac{v_A^2}{2} + gz_A \\ \frac{P_{B0}}{\mu} + \frac{v_{B0}^2}{2} + gz_{B0} = \frac{P_B}{\mu} + \frac{v_B^2}{2} + gz_B \end{cases}$$

Or  $A_0$  et  $B_0$  sont les mêmes d'où :  $\frac{P_B}{\mu} = \frac{P_A}{\mu} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2} + g(z_A - z_B)$

Comme  $v_A > v_B$  et  $z_A > z_B$  on a  $\underline{P_B > P_A}$

Cette dépression va être responsable d'une force de portance vers le haut.

Q3)



On vient de démontrer que  $P_B > P_A$

$\Rightarrow P_{\text{intrados}} > P_{\text{extrados}}$  pour le même  $x$ .

Or  $C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2} \Rightarrow C_p(\text{intrados}) > C_p(\text{extrados})$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_{p1} = C_p(\text{intrados}) \\ C_{p2} = C_p(\text{extrados}) \end{cases}$$

Q4) D'après Bernoulli le long d'une ligne de champ :

$$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{v_\infty^2}{2} + gz_\infty$$

$$\Leftrightarrow P - P_\infty = \rho \left( \frac{v_\infty^2 - v^2}{2} + g(z_\infty - z) \right) \text{ avec } z_\infty = z.$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{1/2 \rho}{1/2 \rho} \cdot \frac{v_\infty^2 - v^2}{v_\infty^2} \Rightarrow \boxed{C_p = 1 - \left( \frac{v}{v_\infty} \right)^2 \leq 1}$$

Q5) D'après l'énoncé  $C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} S_{aif} \cdot \rho \cdot v_{\infty}^2}$

$$\begin{aligned} \text{D'où } [C_z] &= \frac{MLT^{-2}}{L^2 \cdot M \cdot L^{-3} (LT^{-1})^2} \\ &= \frac{T^{-2} LL^{-1}}{T^{-2}} \end{aligned}$$

D'où  $C_z$  est sans dimension

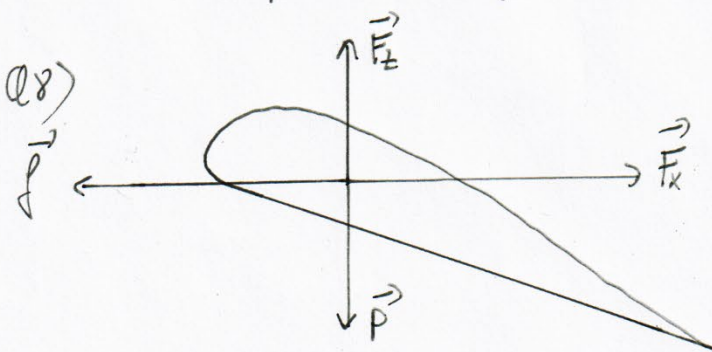
Q6) D'après la formule de  $C_p$  :  $C_p(\text{intrados}) - C_p(\text{extrados}) = \frac{P_{int} - P_{ext}}{\rho v_{\infty}^2 / 2}$

Or pour  $6^\circ$ ,  $C_p(\text{intrados}) - C_p(\text{extrados}) > C_p(\text{extrados}) - C_p(\text{intrados})$  que pour  $20^\circ$ .

$$\Rightarrow \underline{C_z(6^\circ) > C_z(20^\circ)}$$

Q7) En actionnant les volets, on va augmenter la surface de l'aile en gardant la même inclinaison, par conséquent la portance va augmenter (mais également la traînée).

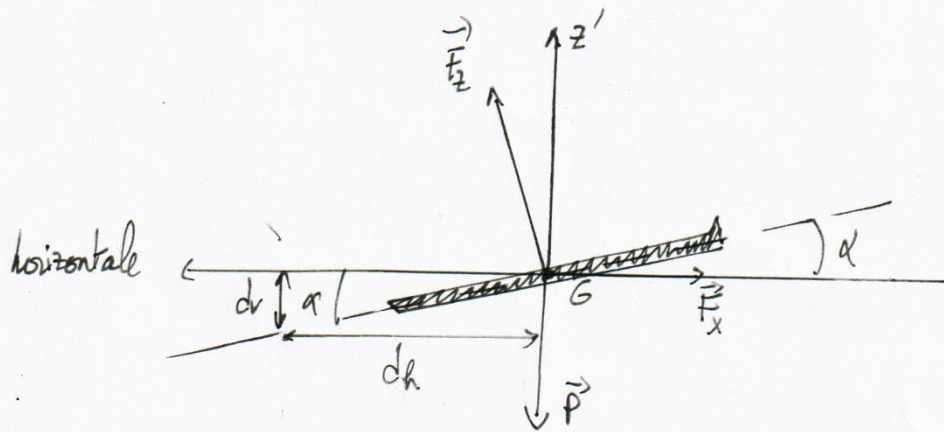
En phase de décollage, le pilote va choisir d'avoir des volets sortis



A vitesse constante et altitude constante  $\vec{F}_z + \vec{P} = \vec{0}$  et  $\vec{F}_y + \vec{F}_x = \vec{0}$   
 où  $\vec{F}_y$  = force motrice de propulsion.

Q9) A haute altitude, la masse volumique de l'air diminue, par conséquent la traînée diminue mais la portance aussi (risque de décrochage). On réalise ainsi une économie de carburant.

Q10)



les moteurs sont coupés d'où  $\vec{F}_x + \vec{F}_z + \vec{P} = 0$

$$\text{Sur l'horizontale : } -F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \frac{F_z}{F_x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

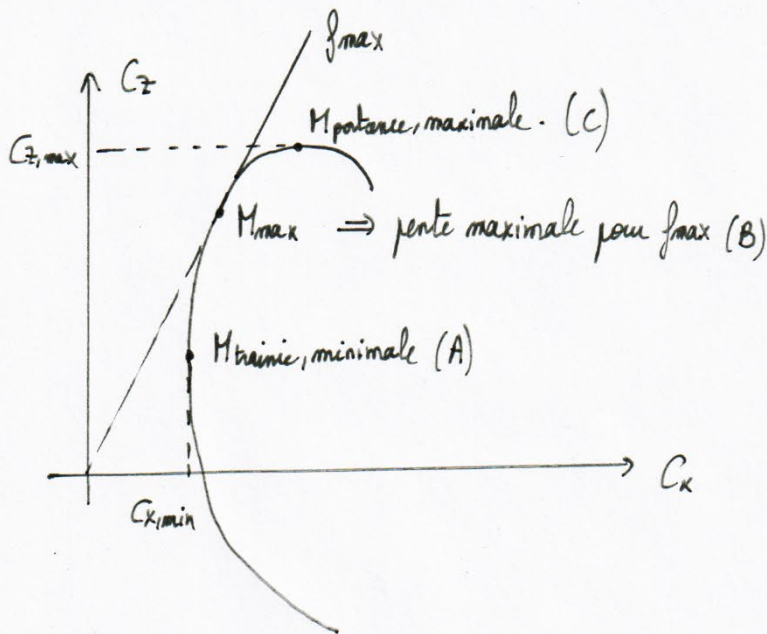
$$\text{d'où } f = \frac{F_z}{F_x} = \frac{C_z}{C_x} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \underline{f = \frac{1}{\tan \alpha}} \quad (1)$$

$$\text{or } \frac{dv}{dh} = \tan \alpha \Rightarrow dh = \frac{dv}{\tan \alpha} \Rightarrow \underline{dh = f dv} \quad (2)$$

Conclusion : Plus l'avion a une finesse importante, plus l'avion planera

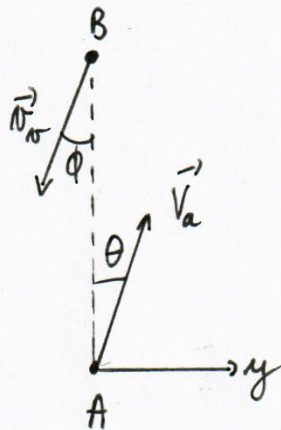
Q11)



Q12) lorsqu'on va de A à C on remarque que  $C_z$  augmente, par conséquent l'angle d'incidence augmente (cf Q6)

1.2) Trajectoire d'un avion en présence de vent latéral

Q13)



La vitesse absolue de l'avion est :  $\vec{V}_a = \vec{V}_g + \vec{V}_w$ , il faut que la composante sur  $\vec{V}_g$  soit nulle pour que l'avion aille en ligne droite.

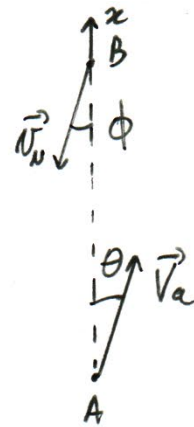
$$\Rightarrow \underline{V_a \sin \theta - V_w \sin \phi = 0}$$

Q14) D'où  $\theta = \text{Arcsin} \left[ \frac{V_w}{V_a} \sin \phi \right] = \underline{\underline{2,5^\circ}}$

Q15) le chemin aller correspond au schéma suivant

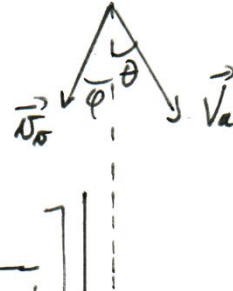
$$\Rightarrow v_{x2} = v_a \cos \theta - v_w \cos \phi$$

$$\Rightarrow T_{aller} = \frac{d}{v_a \cos \theta - v_w \cos \phi}$$



Pour le retour, on peut supposer le schéma suivant

tel que  $T_{retour} = \frac{d}{v_a \cos \theta + v_w \cos \phi}$



$$\text{Donc } T = d \left[ \frac{1}{v_a \cos \theta - v_w \cos \phi} + \frac{1}{v_a \cos \theta + v_w \cos \phi} \right]$$

$$= \underline{\underline{8,2 \cdot 10^3 \text{ s}}} = 2^{\text{h}} 16 \text{ min}$$

Sans le vent:  $T = \frac{2d}{v_a} \approx \underline{\underline{8,1 \cdot 10^3 \text{ s}}} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} \approx \underline{\underline{1,2\%}}$

la force freinante du vent est faible car au retour elle est motrice.

### 1.3) Décollage d'un avion

Supposons une force de poussée constante  $F$  sur une piste de  $2 \text{ km} = d$ .

le théorème de l'Ec donne:  $\Delta E_c = F d$ .

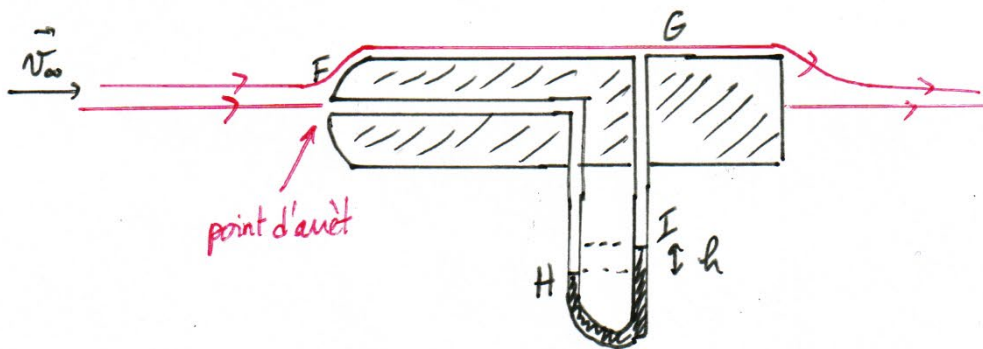
$$\Rightarrow F = \frac{\Delta E_c}{d}$$

$$\Rightarrow F = \frac{mv^2}{2d} = 6,5 \cdot 10^7 \text{ N}$$

- C'est un quadricycle donc:  $F_{quadri} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ kN}$ , qui est du même ordre de grandeur que les  $370 \text{ kN}$  proposés par l'énoncé.
- la finesse étant de 10, l'hypothèse de négliger les frottements semble réaliste.

## Partie II : Instrumentation

Q17) Tube de Pitot:



Q18) On applique Bernoulli le long d'une ligne de champ au que l'écoulement est stationnaire, incompressible, parfait.

La pesanteur est négligée d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{V_\infty^2}{2} = \frac{p_G}{\rho_\infty} + \frac{V_G^2}{2} \\ \text{et} \\ \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{V_\infty^2}{2} = \frac{p_F}{\rho_\infty} + \frac{V_F^2}{2} \end{array} \right.$$

Or  $V_F = 0$  point d'arrêt  $\Rightarrow p_F = p_\infty + \rho \frac{V_\infty^2}{2}$   
 $V_G \approx V_\infty$  car G est éloigné des zones de perturbation du tube.

$$\text{D'où : } \frac{p_F}{\rho_\infty} = \frac{p_G}{\rho_\infty} + \frac{V_\infty^2}{2} \Rightarrow \underline{V_G = V_\infty = \sqrt{\frac{2(p_F - p_G)}{\rho_\infty}}} \quad (1)$$

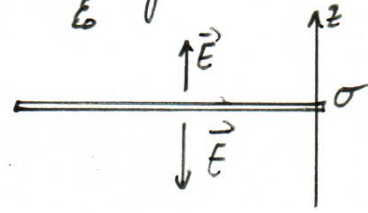
Q19) Dans le manomètre on peut appliquer les lois de l'hydrostatique :

$$\Rightarrow \underline{p_H - p_I = \rho_e g h} \quad (2)$$

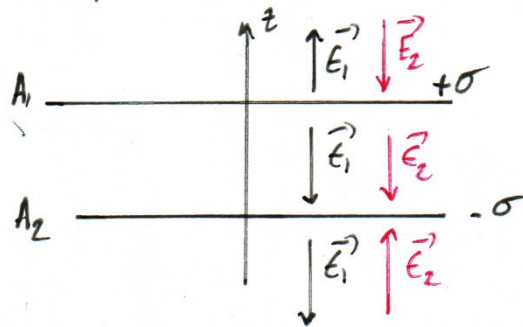
Q20) Vu que  $p_F = p_H$ , on a d'après (1) et (2) :  $V_\infty = \sqrt{\frac{2\rho_e g h}{\rho_\infty}}$   
 $p_G = p_I$

## II.2) Maxime du givre

Q21) Pour un plan infini uniformément chargé  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{sign}(z) \vec{u}_z$



Pour le système proposé, on utilise le théorème de superposition :



Ainsi à l'intérieur des armatures :  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (-\vec{u}_z)$   
 à l'extérieur des armatures :  $\vec{E} = \vec{0}$

Q22) Par définition :  $\vec{E} = -\text{grad } V$  d'où  $\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} z + \text{cte entre les armatures}$$

$$\Rightarrow U = \frac{\sigma}{\epsilon_0} e$$

$$\text{Or } Q = CU \Rightarrow C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma S}{U}$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

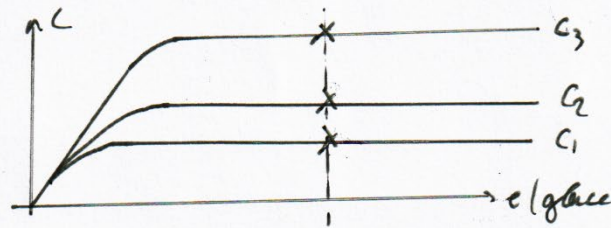
Q23) Avec la glace  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  d'où  $C = \epsilon_r \cdot \frac{\epsilon_0 S}{e}$

$$\Rightarrow C_{\text{glace}} \approx 80 C_{\text{air}}$$

Si on suppose que la formule du condensateur plan est transposable au problème étudié on pourra déterminer la proportion de glace dans l'air.

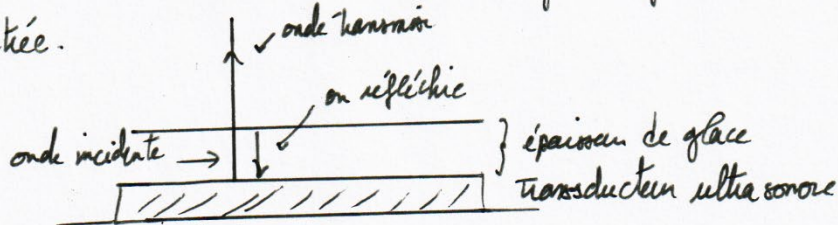


D'après le graphique proposé la présence de trois détecteurs est d'apporter de la précision aux mesures ce qu'un seul suffit pour mesurer l'épaisseur de glace.



Q24) On peut positionner un transducteur à ultra-sons sous l'aide. En présence d'air l'onde est peu réfléchi.

En présence de glace, l'impédance acoustique est modifiée et le coefficient de réflexion aussi. Ainsi le taux d'ondes reçues sera modifié en fonction de l'épaisseur de glace rencontrée.

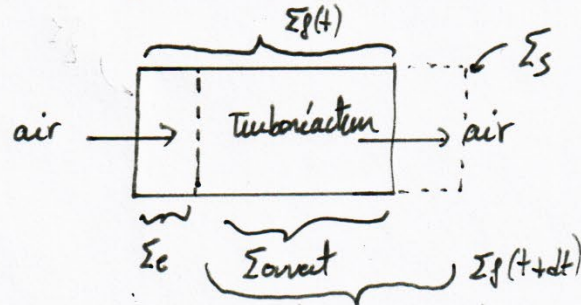


On aura :  $e = c \frac{\Delta t}{2}$  où  $c$  : célérité de l'onde dans la glace.

## Partie III : Propulsion

(III.1) Force de propulsion  $\vec{P}_{\Sigma_{\text{géné}}}$ ,  $\vec{P}_{\Sigma_{\text{aérot}}}$

Q25) At :  $\vec{p}^*(t) = \vec{p}(t) + S m_e \vec{v}_e$



Q26) At+dt :  $\vec{p}^*(t+dt) = \vec{p}(t+dt) + S m_e \vec{v}_s$

Q27) En régime stationnaire  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{p}(t+dt) = \vec{p}(t) \\ D_m = D_{m_e} = D_{m_s} \end{array} \right.$

d'où  $\frac{d\vec{p}^*}{dt} = D_m (\vec{v}_s - \vec{v}_e)$

Q28) le fluide dans le turboréacteur est soumis à :

- la pesanteur négligée
- les forces de pression :  $\vec{F}_p$
- l'action du moteur sur l'air :  $\vec{F}_{\text{moteur} \rightarrow \text{air}}$ .

Q29) Par application du PFD :  $D_m (\vec{v}_s - \vec{v}_e) = \vec{F}_{\text{moteur} \rightarrow \text{air}} + \vec{F}_p$

où  $\vec{F}_p = (p_{\text{entrant}} S_e - p_{\text{sortant}} S_s) \vec{u}_x$ .

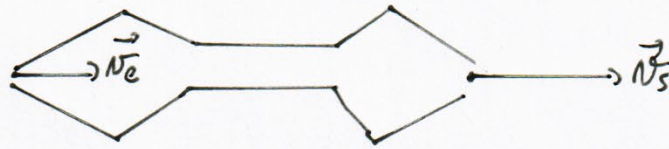
• On peut supposer que  $p_{\text{entrant}} = p_{\text{sortant}} = p_0$

$\Rightarrow \vec{F}_p = \vec{0}$

$S_{\text{entrant}} = S_{\text{sortant}}$  d'après le schéma

d'où  $D_m (\vec{v}_s - \vec{v}_e) = \vec{F}_{\text{moteur} \rightarrow \text{air}}$

Q30)



Turboréacteur

$$\text{où } \vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{air}} = \text{Dm} (\vec{V_s} - \vec{V_e})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{air}} = \text{Dm} (\vec{V_e} - \vec{V_s})$$

Or on veut une force propulsive vers l'avant donc il faut que  $\underline{V_s > V_e}$

1.2 Praxton

Q31) L'écoulement dans le diffuseur est isentropique d'où :

$$\Delta \left( h + \frac{V^2}{2} + gz \right) = W_{\text{su}} = 0 \text{ car absence de pièces mobiles.}$$

On néglige la pesanteur, et  $V_{\text{sortie}} \ll V_{\text{entrée}} = V_A$

$$\text{d'où } \Delta h - \frac{V_A^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow c_p \Delta T = \frac{V_A^2}{2}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{V_A^2}{2c_p} = \underline{264 \text{ K}}$$

Q32) la transformation est isentropique } d'où  $p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma$  (loi de Laplace)  
pour un GP  $\rightarrow p_2 = p_1 \cdot \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \underline{56 \text{ kPa}}$

Q33) le compresseur est adiabatique et on néglige les effets de pesanteur et d'énergie cinétique d'où :  $\Delta h = c_p (T_3 - T_2) = W_{\text{comp}}$ .

$$\Rightarrow \underline{W_{\text{comp}} = c_p (T_3 - T_2)}$$

$$\Rightarrow \underline{P_{\text{comp}} = \text{Dm} \cdot c_p (T_3 - T_2) = 11 \text{ MW}}$$

Q34) D'après l'énoncé :  $W_{\text{TURB}} = -W_{\text{COMP}}$   
 et  $W_{\text{CURB}} = c_p(T_5 - T_4)$

$$\text{d'où } c_p(T_5 - T_4) = -c_p(T_3 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_5 = T_4 + T_2 - T_3 \approx \underline{\underline{1,18 \cdot 10^3 \text{ K}}}$$

Comme la transformation est isobare :  $p_4 = p_3 = 10 p_2$

$$\Rightarrow \underline{\underline{p_4 = 5,6 \cdot 10^2 \text{ kPa}}}$$

On peut utiliser Laplace :  $p_5 = p_4 \left( \frac{T_4}{T_5} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \underline{\underline{2,9 \cdot 10^2 \text{ kPa}}}$

Q35) La tuyère est adiabatique et ne présente pas de parties mobiles d'où :

$$\Delta h + \frac{\Delta v^2}{2} = 0 \quad \text{avec } v_6 \text{ négligeable.}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_5 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_6)}}} = \underline{\underline{1,05 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}}}$$

Q36) Par définition :  $P = \vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{v}_a$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P = Dm(v_5 - v_a) \cdot v_a}} = \underline{\underline{9,2 \text{ MW}}}$$

Q37) D'où le rendement :  $\eta = \frac{9,2}{45,5} = \underline{\underline{20\%}}$ . Ce rendement est légèrement inférieur aux autres rendements usuels de type moteur thermique :  $\eta = 30 \text{ à } 40\%$

### III.3) Etude théorique de la tuyère

Q38) On pose  $v_m = \sqrt{2c_p T_e}$

$$\text{or } \begin{cases} [c_p] = \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \\ [T_e] = \text{K} \end{cases} \Rightarrow [v_m] = \text{J}^{1/2} \cdot \text{kg}^{-1/2}$$

d'où  $[v_m] = \text{M}^{1/2} (\text{L}^2 \text{T}^{-2})^{1/2} \cdot \text{M}^{-1/2}$  car  $[E] = \frac{1}{2} m v^2$ .

$\Rightarrow [v_m] = \text{L} \text{T}^{-1}$  c'est bien une vitesse

Q39) Par définition:  $\dot{m} = \int_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} = \rho(r) v(r) S(r)$

$$\Leftrightarrow \dot{m} = \rho(r) S(r) \cdot \sqrt{v_e^2 + \frac{2c_p T_e}{v_m^2} \left[ 1 - \left( \frac{\rho(r)}{\rho_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

$$= \rho(r) S(r) v_m \sqrt{\left( \frac{v_e}{v_m} \right)^2 + 1 - \left( \frac{\rho(r)}{\rho_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

où Laplace donne  $\rho e^{-\gamma} = \text{cte} \Rightarrow \rho = \text{cte} \cdot p^{1/\gamma}$

$$\Leftrightarrow \dot{m} = \rho_e p_e^{-\gamma} p(r)^{1/\gamma} S(r) v_m \sqrt{\left( \frac{v_e}{v_m} \right)^2 + 1 - \left( \frac{p(r)}{p_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\Leftrightarrow \dot{m} = \rho_e v_m S(r) G(r)$$

avec  $G(r) = \left( \frac{p_e}{p(r)} \right)^{\gamma} \cdot \sqrt{\left( \frac{v_e}{v_m} \right)^2 + 1 - \left( \frac{p(r)}{p_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

Q40) On pose  $\alpha = \frac{p(r)}{p_e}$

$$\text{d'où } G(\alpha) = \alpha^{-1/\gamma} \cdot \sqrt{\left( \frac{v_e}{v_m} \right)^2 + 1 - \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

A l'entrée de la tuyère  $p(0) = p_e \Rightarrow \alpha = 1$  d'où  $G(\alpha=1) = v_e/v_m > 0$  d'après le graphique.

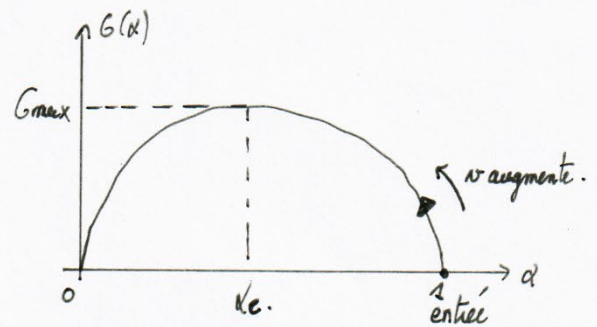
On  $v(r) = \sqrt{v_e^2 + 2c_p T_e (1 - \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})}$  par conséquent  $v(r) > v_e$  si  $\alpha < 1$   
 $\Rightarrow$  pour  $p(r) < p_e$

Pour que  $v(r)$  augmente il faut donc diminuer  $\alpha \Rightarrow$  faire croître  $G$  car on demande  
 à  $\alpha = 1$

Or  $\rho_m = \text{cte}$  (Régime stationnaire)  
 $= \rho_e \cdot S(\alpha) \cdot G(\alpha)$

Si  $G(\alpha)$  augmente alors  $S(\alpha)$  diminue.

$\Rightarrow$  Il faut bien une tuyère convergente



Q41) Si  $S(\alpha)$  diminue alors  $G(\alpha)$  augmente jusqu'à  $G_{\max}$ .

$$\Rightarrow v_{\text{lim}} = \sqrt{\underbrace{\alpha_e^2}_{\text{négligeable}} + v_m^2 \left(1 - \alpha_e \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}$$

$$= v_m \left(1 - \frac{\gamma}{1+\gamma}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow v_{\text{lim}} = v_m \cdot \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}$$

Q42) Conservation du débit:  $\rho_m = \rho_e S_e v_e = \rho_e \cdot S(\alpha_c) \cdot G(\alpha_c)$

$$\Rightarrow \frac{S_e v_e}{S_c} = \frac{v_e}{v_m G(\alpha_c)}$$

Or sur le graphe:  $G(\alpha_c) = 5,2$ , or  $v_m = 1000 \text{ m.s}^{-1}$   $\rightarrow \frac{S_e v_e}{S_c} = 0,02$   
 $v_e = 100 \text{ m.s}^{-1}$

Q43). Soit  $\left\{ \begin{array}{l} v_{\text{lim}} = v_m \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \\ v_m = \sqrt{2c_p T_e} \end{array} \right.$  avec  $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} \Rightarrow v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_e}{\gamma-1}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}$

$$\Rightarrow v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_e}{(1+\gamma)M}}$$

Or  $\rho_e = \rho_e \frac{R T_e}{M} \Rightarrow v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2\gamma}{1+\gamma} \frac{p_e}{\rho_e}}$

Calculons  $\frac{p_e}{\rho_e} = f\left(\frac{p_e}{p}\right)$ , or Laplace:  $p e^{-\gamma} = p_e e^{-\gamma} \Rightarrow \frac{p_e}{\rho_e} = \frac{p}{\rho} \cdot \frac{e^{-\gamma} \rho}{e^{-\gamma} \rho_e}$

$\Rightarrow \frac{p_e}{\rho_e} = \frac{p}{\rho} \cdot \frac{e^{1-\gamma}}{e^{\gamma-1-\gamma}}$  or  $\rho/\rho_e = \left(\frac{p_e}{p}\right)^\gamma \Rightarrow p_e/\rho_e = \frac{p}{\rho} \cdot \left(\frac{p}{p_e}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ , or au col  $\frac{p}{p_e} = \left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$\rightarrow \frac{p_e}{\rho_e} = \left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{-1} \cdot \frac{p}{\rho}$  donc  $v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$

Q44) A la sortie:  $P_{\text{sortie}} = P_{\text{atm}} = P(\alpha_c)$

$$\text{or } \frac{P}{P_e} = \alpha \Rightarrow P_e = \frac{P_{\text{atm}}}{\alpha_c} \quad \text{d'où } P_e = P_{\text{atm}} \cdot \left( \frac{1+\gamma}{\gamma} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$= 64 \text{ kPa.}$$

Q45) Pour avoir une vitesse plus élevée, il faut diminuer  $P(r)$  donc  $\alpha$ .  $G$  diminue alors pour  $\alpha < \alpha_c$ . Donc si on maintient un débit constant il faut faire croître  $S$ .

$\Rightarrow$  Il faut une tuyère qui converge jusqu'au col puis diverge ensuite.