

# Le haut-parleur (CCP 2016 - PC)

A.1.1) La source fournit un signal électrique qui met en mouvement mécanique la membrane d'où le nom de convertisseur de puissance électrique en puissance mécanique

A.1.2.1) Le circuit mobile est placé dans une zone de champ magnétique, il peut donc y avoir une variation de flux magnétique.



A.1.3) On a 
$$d\vec{\phi} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$
  

$$= I d\vec{u} \wedge B \vec{u}_z \Rightarrow d\vec{\phi} = -iB dl \vec{u}_z$$

A.1.4) Soit 
$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = -iB l \vec{u}_z - k z \vec{u}_z - \lambda \vec{u} \quad (2)$$

$\uparrow$  Laplace       $\uparrow$  Rappel élastique       $\uparrow$  frottement visqueux

A.2.1) En notation complexe: 
$$-m\omega^2 \underline{z} = -iBl - k \underline{z} - \lambda(j\omega) \underline{z} \quad (1)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \underline{u} = Ri + jL\omega i - Bl(j\omega) \underline{z} \end{array} \right. \quad (2)$

A.2.2) (2)  $\Rightarrow \underline{z} = \frac{\underline{u} - Ri - jL\omega i}{-j\omega Bl}$  d'où (1): 
$$[-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)] \frac{(\underline{u} - Ri - jL\omega i)}{-j\omega Bl} = -iBl$$

Donc 
$$\underline{u} (-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)) = i [j\omega B^2 l^2 + (R + jL\omega) (-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega))]$$

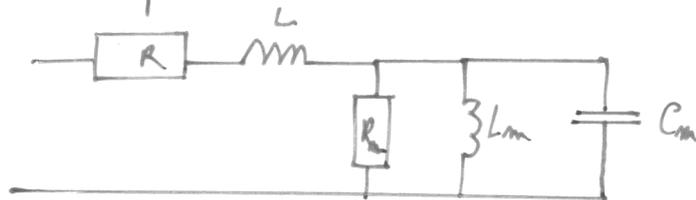
Donc 
$$\underline{z} = \frac{j\omega B^2 l^2}{-m\omega^2 + k + \lambda(j\omega)} + R + jL\omega \Leftrightarrow \underline{z} = R + jL\omega + \frac{B^2 l^2}{\lambda + \frac{k}{j\omega} + m(j\omega)}$$

A.2.3) On remarque que  $\underline{Z}_e = R + jL\omega$  et  $\underline{Z}_m = \frac{B^2 l^2}{\lambda + m(j\omega) + k/j\omega}$

A.2.4) Donc  $\underline{Y}_m = \frac{\lambda + m(j\omega) + k/j\omega}{B^2 l^2} = \frac{\lambda}{B^2 l^2} + (j\omega) \frac{m}{B^2 l^2} + \frac{k}{B^2 l^2} \left( \frac{1}{j\omega} \right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_m = B^2 l^2 / \lambda = 16 \Omega \\ C_m = m / B^2 l^2 = 250 \mu F \\ L_m = B^2 l^2 / k = 12,8 \text{ mH} \end{cases}$$

A.2.5)  $\underline{Z}_m$  est une association en parallèle et  $\underline{Z}_e$  en série d'où :



A.2.6) On a donc  $\underline{Z} = \underline{Z}_e + \frac{1}{\underline{Y}_m} = R + jL\omega + \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j(C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega})}$

$$= R + jL\omega + \frac{1/R_m - j(C_m\omega - 1/L_m\omega)}{(1/R_m)^2 + (C_m\omega - 1/L_m\omega)^2}$$

D'où  $R_T = \text{Re}(\underline{Z}) = R + \frac{1/R_m}{(1/R_m)^2 + (C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega})^2}$

$$\Leftrightarrow R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left( C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega} \right)^2} \quad \text{CQFD}$$

A.2.7) On a  $R = R_T(\omega) = 8 \Omega$  et  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{550}{2\pi} \approx 89 \text{ Hz}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_m C_m}} \approx 89 \text{ Hz}$$

} Cohérence des résultats

$$A.3.1) \text{ de } \begin{cases} A.1.2.2 : \mathcal{P}l_{\omega i} = \dot{m}i - Ri^2 - iL\frac{di}{dt} & \textcircled{a} \\ A.1.4 : \mathcal{P}l_{\omega i} = -kz\frac{dz}{dt} - \lambda\omega^2 - mV\frac{dV}{dt} & \textcircled{b} \end{cases}$$

$$\textcircled{a} \Rightarrow m_i = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} Li^2 \right) - \mathcal{P}l_{\omega i} \Rightarrow \begin{cases} P_S = Ri^2 \\ P_L = -\mathcal{P}l_{\omega i} \\ E_{\text{magn}} = \frac{1}{2} Li^2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{effet Joule} \\ \text{Puissance des Frottements} \\ \text{Energie stockée dans bobine} \end{array}$$

$$A.3.2) \textcircled{b} \Rightarrow -\mathcal{P}l_{\omega i} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} mV^2 \right) + \lambda\omega^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} kz^2 \right) \Rightarrow \begin{cases} P_A = \lambda\omega^2 \\ P_L = -\mathcal{P}l_{\omega i} \\ E_c = \frac{1}{2} mV^2 \\ E_{pe} = \frac{1}{2} kz^2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Puissance acoustique} \\ \text{(frottements de l'air)} \\ E \text{ cinétique} \\ E_{pe} \text{ élastique} \end{array}$$

A.3.3) En éliminant  $R$ :

$$\underline{m_i = \frac{d}{dt} E_{\text{mag}} + P_S + \frac{dE_m}{dt} + P_A \quad \text{où } E_m = E_c + E_{pe}}$$

$$A.3.4) \text{ Donc } \langle m_i \rangle = \langle P_S \rangle + \langle P_A \rangle + \left\langle \frac{dE_m}{dt} \right\rangle + \left\langle \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} \right\rangle$$

$$\text{or } \left\langle \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{2} Li^2(T) - \frac{1}{2} Li^2(0) \right] = 0 \quad \text{car } i(T) = i(0)$$

De même pour  $\frac{dE_m}{dt}$  car  $v(T) = v(0)$  et  $z(T) = z(0)$

$$\text{Donc } \underline{\langle P_S \rangle = R \langle i^2 \rangle + \lambda \langle v^2 \rangle} \quad \text{coeff}$$

• la production de l'onde sonore est liée au frottement de l'air sur la membrane

$$\text{d'où } \underline{\langle P_{\text{ac}} \rangle = \lambda \langle v^2 \rangle} \quad \Rightarrow \quad \underline{\eta = \frac{\langle P_{\text{ac}} \rangle}{\langle P_S \rangle}}$$

A.3.5) Soit  $\eta = \frac{\langle P_{ac} \rangle}{\langle P_s \rangle}$ , or l'objectif de ce HP est de générer des ondes

sonores d'où:  $\eta = \frac{\langle P_{ac} \rangle}{\langle P_s \rangle}$  avec  $\langle P_s \rangle = \langle P_f \rangle + \langle P_a \rangle$

$$\Leftrightarrow \eta = \frac{\langle P_s \rangle - \langle P_f \rangle}{\langle P_s \rangle} = 1 - \frac{\langle P_f \rangle}{\langle P_s \rangle} = 1 - \frac{R \langle i^2 \rangle}{\langle u_i \rangle}$$

$$\text{or } u_i = \left( R_T i + L \frac{di}{dt} \right) i = R_T i^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right)$$

$$\text{or } \left\langle \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right) \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T d \left( \frac{1}{2} L i^2 \right) = 0.$$

$$\Rightarrow \langle u_i \rangle = R_T \langle i^2 \rangle$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{R}{R_T}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{R_T - R}{R_T}$$

A.3.6) Le rendement maximal de 0,67 est obtenu pour  $\omega_0 = 550 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\Leftrightarrow f_0 = 89 \text{ Hz. ce qui est en accord avec A.2.7.}$$

A.3.7) L'oreille humaine entend "pour les jeunes" de 20 Hz à 20 kHz. Ici  $f_0 = 89 \text{ Hz}$  est un son grave

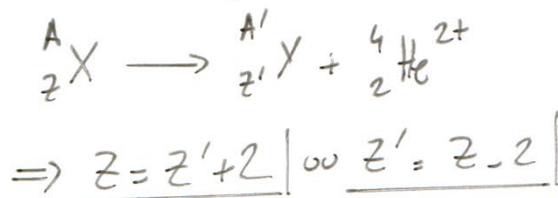
A.3.8) Une enceinte doit reproduire avec le même rendement l'ensemble du spectre audible  
 → l'utilisation de plusieurs enceintes suivant les fréquences définies  
 (bass, woofer, médium, ...)

## Problème B: Radioactivité $\alpha$

B.1.1) Particule  $\alpha = \left[ \begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix} \text{He}^{2+} \right]$  (noyau).

Elle est chargée donc elle est sensible à  $\vec{E}$ .

B.1.2) La conservation de la charge permet de relier  $Z$  à  $Z'$



B.1.3) Soit  $E_m(A) = E_m(B) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow E_c(A) - eV(A) = 0 - eV(B)$$

$$\Leftrightarrow E_c(A) = e[V(A) - V(B)]$$

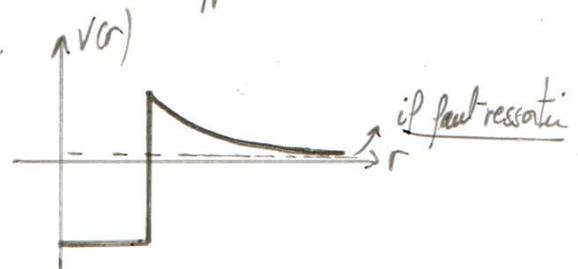
$$\Leftrightarrow E_c(A) = e \underbrace{U_{AB}}_{1V} \Rightarrow \underline{1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

B.1.4) Soit  $m_x = A \text{ u.m.a}$

$$\text{Si } \rho = \text{cte alors : } A = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Leftrightarrow \underline{R \propto A^{1/3}}$$

Pour le noyau d'Hélium 4, le faible nombre de nucléons rend difficile la modélisation par une répartition des masses à l'intérieur d'une sphère.

B.2.1) Il s'agit de l'effet tunnel. Il ne peut y avoir d'effet tunnel si  $E_\alpha < 0$  car il faut que la barrière soit de largeur finie



B.2.2) C'est de l'interaction forte : - faible portée  
- attractive  
- intense.

B.2.3) C'est l'interaction coulombienne t. 1 :  $V = \frac{(Z-2) \cdot 2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = k/r$   
 $\Rightarrow k = \frac{(Z-2)2e^2}{4\pi\epsilon_0}$

B.2.4.1) On définit  $R_2$  tel que  $V(R_2) = E_\alpha$

$$\Leftrightarrow \frac{(Z-2)e^2}{2\pi\epsilon_0 R_2} = E_\alpha$$

$$\Leftrightarrow R_2 = \frac{(Z-2)e^2}{2\pi\epsilon_0 \cdot E_\alpha} \approx 4,4 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 44 \text{ fm}$$

$$\text{et } V_\alpha = V(R_1) = \frac{k}{R_1} = \frac{E_\alpha \cdot R_2}{R_1} = \underline{31 \text{ MeV}}$$

d'épaisseur de la barrière vaut  $a = R_2 - R_1$  et  $\frac{a}{R_1} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = 4,8 \Rightarrow \underline{a = 4,8 R_1}$

$\Rightarrow$  la barrière peut être considérée comme épaisse.

B.2.4.2) A.N. : Soit  $\gamma \approx 66 \Rightarrow P = e^{-\gamma} \approx 2,0 \cdot 10^{-29}$

B.2.4.3) Soit  $E_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 - V_1$

$$\Leftrightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{m_\alpha}}$$

$$\text{or } v_\alpha = 2R_1 \text{ (alla-retour)} \Leftrightarrow \frac{1}{f} v_\alpha = 2R_1 \Leftrightarrow f = \frac{v_\alpha}{2R_1}$$

$$\text{d'où : } f = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{2(E_\alpha + V_1)}{2m_\alpha}}$$

B.2.4.4) A chaque choc sur la paroi, la probabilité que la particule sorte est  $P$ .  
Or il y a  $f$  chocs par seconde d'où :

$$d = fP = 4 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

B.2.5.1) Pour la région 1:  $\frac{d^2\phi_1}{dr^2} + \frac{2m\alpha}{\hbar^2} \underbrace{(E_\alpha + V_1)}_{>0} \phi_1 = 0$

$$\Rightarrow \frac{d^2\phi_1}{dr^2} + k_1^2 \phi_1 = 0 \text{ où } k_1^2 = \frac{2m\alpha}{\hbar^2} (E_\alpha + V_1)$$

$$\Rightarrow \phi_1 = Ae^{ik_1 r} + Be^{-ik_1 r} \text{ avec } k_1 = \sqrt{\frac{2m\alpha (E_\alpha + V_1)}{\hbar^2}}$$

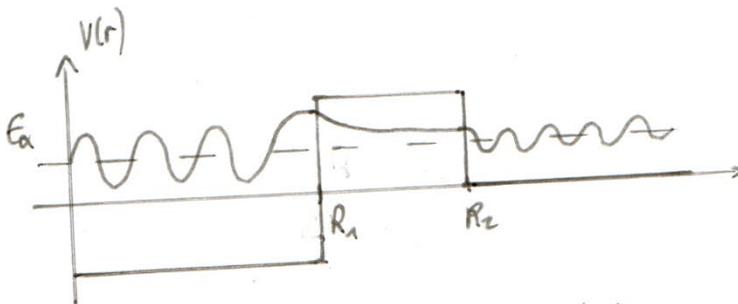
Pour la région 3:  $V=0$

$$\Rightarrow \phi_3 = Fe^{ik_3 r} + Be^{-ik_3 r} \text{ avec } k_3 = \sqrt{\frac{2m\alpha E_\alpha}{\hbar^2}}$$

Pour la région 2:  $V_2 > E_\alpha$  d'où :

$$\phi_2 = Ce^{k_2 r} + De^{-k_2 r} \text{ avec } k_2 = \sqrt{\frac{2m\alpha (V_2 - E_\alpha)}{\hbar^2}}$$

c'est une onde de type évanescence.



B.2.5.2) Il n'y a pas d'onde revenant de " $+\infty$ " d'où  $G=0$

B.2.5.3) Pour être solution de l'équation de Schrödinger, la fonction  $\phi$  doit être deux fois dérivable par rapport à  $r$  ainsi :

$$\phi(r) \text{ et } \frac{d\phi}{dr} \text{ continues}$$

$$D'où: \begin{cases} \phi(R_1) = A e^{jk_1 R_1} + B e^{-jk_1 R_1} = C e^{k_2 R_1} + D e^{-k_2 R_1} \\ \phi'(R_1) = jk_1 [A e^{jk_1 R_1} - B e^{-jk_1 R_1}] = k_2 [C e^{k_2 R_1} - D e^{-k_2 R_1}] \\ \phi(R_2) = F e^{jk_3 R_2} = C e^{k_2 R_2} + D e^{-k_2 R_2} \\ \phi'(R_2) = jk_3 F e^{jk_3 R_2} = k_2 [C e^{k_2 R_2} - D e^{-k_2 R_2}] \end{cases}$$

B.2.5.4) la quantité  $\vec{J}_1 = \frac{\hbar k_1}{m_\alpha} |A|^2 \vec{u}_r = \underline{\text{courant de probabilité incident}}$

$$\text{On définit } P = \frac{\|\vec{J}_3\|}{\|\vec{J}_1\|} = \frac{k_3 |F|^2}{k_1 |A|^2}$$

B.2.5.5) Si on reprend le a précédent :  $a = 418 R_1 = 36 \text{ fm.}$

or  $P \approx e^{-2k_2 a} = \underline{3,5 \cdot 10^{-70}}$  Cette probabilité est très faible.  
de module et plus rapproché que précédemment.

B.3.1) d'ensemble des particules étant isolé :  $\vec{p}_x = \vec{p}_y + \vec{p}_\alpha$

Or le moyen père est au repos  $\Rightarrow \vec{p}_y + \vec{p}_\alpha = \vec{0}$

$$d'où \vec{p}_\alpha = - \frac{m_y}{m_\alpha} \vec{v}_y$$

Ce sont probablement les vitesses qui sont représentées

B.3.2)

$$\text{Soit } E_x = E_\alpha + E_y$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{E_{\alpha y}}_{=0} + \underbrace{E_x^*}_{=0 \text{ non excité}} + m_\alpha c^2 = E_{\alpha\alpha} + E_{\alpha}^{\#} + m_\alpha c^2 + E_{\alpha y} + E_y^{\#} + m_y c^2$$

en repos  $\rightarrow = 0$

$$d'où: \underline{E_{\alpha\alpha} + E_{\alpha y} + E_{\alpha}^{\#} + E_y^{\#} = (m_\alpha - m_\alpha - m_y) c^2 = Q_\alpha}$$

Or pour exciter "x" il faut 207keV ce qui n'est pas le cas d'où  $E_\alpha^* = 0$

$$B.3.3) \text{ Soit } E_{cy} = \frac{1}{2} m_y v_y^2 \text{ et } E_{c\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$$

$$\text{or } v_y^2 = \left( \frac{m_\alpha}{m_y} \right)^2 v_\alpha^2$$

$$\Rightarrow E_{cy} = \frac{1}{2} m_y \cdot \left( \frac{m_\alpha}{m_y} \right)^2 v_\alpha^2 = \frac{m_\alpha}{m_y} E_{c\alpha}$$

$$\Rightarrow Q_\alpha = E_{c\alpha} \left( 1 + \frac{m_\alpha}{m_y} \right) + E_y^*$$

$$\Rightarrow E_{c\alpha} = \frac{Q_\alpha - E_y^*}{1 + m_\alpha/m_y} > 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow Q_\alpha > E_y^* > 0$$

$$\text{Si } Q_\alpha > 0 \text{ on a alors } \underline{E_\alpha = E_{c\alpha} + m_\alpha c^2 > 0}$$

↳ On retrouve le m<sup>^</sup>e resultat qu'en B.2.1)

$$B.3.4) \text{ Soit } m_\alpha/m_y = \frac{4}{A-4} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} E_{c\alpha} = \frac{Q_\alpha - E_y^*}{1 + \frac{4}{A-4}}$$

$$\text{or } E_{\text{Plomb}}^* = 0 \Rightarrow \underline{E_{c\alpha} = \frac{A-4}{4} Q_\alpha} = \underline{5,3 \text{ MeV}}$$

B.3.5) Si le noyau père n'est pas pur, une partie de l'énergie libérée par l'émission  $\alpha$  est récupérée par le noyau fils sous forme d'énergie d'excitation  $E_y^*$ .

$\Rightarrow E_\alpha$  est surestimée.

Il faudra donc remplacer dans les résultats  $E_\alpha$  par  $E_\alpha - E_y^*$

$$B.4.1.1) \text{ Soit } L_{\text{air}} = 0,32 (E_{c\alpha})^{1,5} \Leftrightarrow 2,6 \text{ cm} \leq L_{\text{air}} \leq 8,6 \text{ cm}$$

Vue la faible distance de propagation il y a peu de danger

$$B.4.1.2) \text{ dans l'eau: } L_{\text{eau}} = L_{\text{air}} \cdot \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{eau}}} \sqrt{\frac{\mu_{\text{eau}}}{\mu_{\text{air}}}} \Rightarrow \underline{27 \mu\text{m} \leq L_{\text{eau}} \leq 88 \mu\text{m}}$$

Par conséquent la rosée du matin stoppe les " $\alpha$ " donc c'est impossible de cartographier

B.4.2) On remarque que  $\log N = f(t)$  est une droite d'où :

$$\ln N = \ln N_0 - \lambda t$$

$$\Leftrightarrow \underline{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}} \Rightarrow \log N = \log N_0 - \log e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \ln N = \ln N_0 - \lambda t.$$

• la pente est l.q. :  $\lambda = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ jour}^{-1}$   
 $= 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

or en B.2.4.4 :  $\lambda = 4 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ , les valeurs sont en accord.

• On a  $N(0) \approx 3 \cdot 10^{21} \Rightarrow m_0 = N(0) \cdot A_{\text{uma}} = \underline{1,0 \text{ g}}$

B.4.3) Soit  $N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \underline{143 \text{ jour}}$

Après tout de 10 périodes radioactives on a :  $N_{10} = N_0 e^{-\lambda \cdot 10 T_{1/2}} = N_0 e^{-10 \ln 2}$

$$\Leftrightarrow N_{10} = \frac{N_0}{2^{10}} = \frac{N_0}{1024} = 3,0 \cdot 10^{18}$$

La quantité restante n'est pas négligeable

B.4.4) > A masse égale, le plutonium émet moins longtemps les "α" que l'uranium. ( $T_{1/2}$  plus petit)  
 • A durée égale, le plutonium — beaucoup plus de particules α ( $A_m$  plus grand)

B.4.5) Le polonium 210 a une activité très importante donc une irradiation rapide.  
 Comme  $T_{1/2}$  est plus faible, celui-ci disparaîtra plus vite du corps humain et sera donc moins détectable.

B.4.6) L'émission thermique représente la puissance libérée par kilogramme de substance radioactive. Cet échauffement sera de plus en plus important au fur et à mesure des désintégrations. Il faudra donc adapter le refroidissement du combustible et des déchets (émission plus grande) au cours du temps.