Cycle de Claude (CCP PSI 2014)

A.1.1) $\underset{\text{masse de fluide}}{dm}\left[\underbrace{\left(h_2+\frac{1}{2}c_2^2+gz_2\right)}_{\text{Energie massique sortante}}-\underbrace{\left(h_1+\frac{1}{c}c_1^2+gz_1\right)}_{\text{Energie massique entrante}}\right]=\underset{\text{travail utile}}{\delta W_u}+\underset{\text{chaleur ou transfert thermique}}{\delta Q}$

où $\begin{cases} h : \text{enthalpie massique} \\ \frac{1}{2}c^2 : E_{cinétique} \\ gz : E_{potentielle\ massique}. \end{cases}$

A.1.2) En divisant par dt : $\boxed{D_m\left[\left(h_2+\frac{1}{2}c_2^2+gz_2\right)-\left(h_1+\frac{1}{2}c_1^2+gz_1\right)\right]=P_u+P_{th}}$

A.2.1) Au point de repère 14 on retrouve le débit massique D_m d'où :

$$D_m = D_{m\ell}+D_{m13} \Rightarrow \boxed{D_{m13}=D_m-D_{m\ell}}$$

A.2.2) Le système reçoit $-P_{T_1}-P_{T_2}$ de la part des turbines

Le système a 2 sorties et 1 entrée d'où :

$$\underbrace{D_{m13}h_{13}+D_{m\ell}h_{\ell iq}}_{\text{sorties}}-\underbrace{D_mh_1}_{\text{entrée}}=-P_{T_1}-P_{T_2}$$

Or $D_{m13}=D_m-D_{m\ell} \Rightarrow \boxed{D_m(h_{13}-h_1)+D_{m\ell}(h_{\ell iq}-h_{13})=-P_{T_1}-P_{T_2}}$ (1)

A.2.3) 1PP appliqué à la turbine 1 $D_{m11}h_{11}-D_{m12}h_{12}=-P_{T_1}$

Or $D_m = D_{m2}+D_{m12}=(1-x_1)D_m+D_{m12} \Rightarrow D_{m12}=x_1D_m$

De plus $\begin{cases} D_{m12}=D_{m11} \\ h_2=h_{12} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_1D_m(h_{11}-h_2)=-P_{T_1}}$ (2)

A.2.4) Sur T_2 : $D_{mg} h_g - D_{m10} h_{10} = -P_{T_2}$

or $\begin{cases} h_{10} = h_4 \\ D_{mg} = D_{m10} \\ D_{m4} + D_{m10} = D_{m2} \iff (1-x_1)(1-x_2) D_m + D_{m10} = (1-x_1) D_m = D_{m2} \end{cases}$

$\iff D_{m10} = (1-x_1) D_m x_2$

Donc $\boxed{(1-x_1) x_2 D_m [h_g - h_4] = -P_{T_2}}$ (3)

A.2.5) En regroupant 1, 2, 3 :

$D_m(h_{13} - h_1) + D_{me}(h_{liq} - h_1) = x_1 D_m (h_{11} - h_2) + x_2 (1-x_1) D_m (h_g - h_4)$

or $y = \dfrac{D_{me}}{D_m} \Rightarrow y(h_{liq} - h_1) = x_1 (h_{11} - h_2) + x_2 (1-x_1)(h_g - h_4) - (h_{13} - h_1)$

Donc $\boxed{y = \dfrac{x_1 (h_{11} - h_2) + x_2 (1-x_1)(h_g - h_4) + h_1 - h_{13}}{h_{liq} - h_1}}$ (4)

A.2.6) Au niveau de E_1 on a : $D_m (h_2 - h_1) + D_{m13} (h_{13} - h_{12}) = 0$

or $D_{m13} = D_m - D_{me} \Rightarrow D_m (h_2 - h_1) + D_m (h_{13} - h_{12}) = D_{me} (h_{13} - h_{12})$

$\Rightarrow D_{me} = D_m \cdot \dfrac{h_2 - h_1 + h_{13} - h_{12}}{h_{13} - h_{12}}$

$\Rightarrow D_{me} = D_m \left[1 + \dfrac{h_2 - h_1}{h_{13} - h_{12}} \right]$

$\Rightarrow \boxed{y = 1 + \dfrac{h_2 - h_1}{h_{13} - h_{12}}} = 1 + \dfrac{1060 - 1476}{1454{,}2 - 1017{,}9}$

$= \underline{\underline{0{,}046}}$

A.2.7) Sur E_2 : $D_{m_2}(h_3-h_2) + D_{m_{13}}(h_{12}-h_{11}) = 0$

$$\Leftrightarrow D_m(1-x_1)(h_3-h_2) + (D_m - D_{me})(h_{12}-h_{11}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x_1)(h_3-h_2) + (1-y)(h_{12}-h_{11}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x_1) = -\frac{(1-y)(h_{12}-h_{11})}{h_3-h_2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_1 = 1 + (1-y)\frac{h_{12}-h_{11}}{h_3-h_2}} = 1 + \frac{(1-0{,}046)\times 1017{,}9-527{,}2}{540{,}3-1060} = \underline{\underline{0{,}100}}$$

A.2.8) Sur E_4 : $D_{m_4}(h_5-h_4) + D_{m_9}'(h_{10}-h_9) = 0$ où $D_{m_4} = (1-x_1)(1-x_2)D_m$.

or $D_{m_9}' + D_{m_{11}} = D_{m_{12}}$ avec $\begin{cases} D_{m_{12}} = D_{m_{13}} = D_m - D_{me} \\ D_{m_{11}} = x_1 D_m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow D_{m_9}' = (D_m - D_{me}) - x_1 D_m = (1-x_1)D_m - D_{me}$$

Donc : $(1-x_1)(1-x_2)D_m(h_5-h_4) + [(1-x_1)D_m - D_{me}](h_{10}-h_9) = 0$

$$\Leftrightarrow (1-x_1)(1-x_2)(h_5-h_4) + [(1-x_1) - y](h_{10}-h_9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1-x_2 = \frac{-(1-x_1-y)(h_{10}-h_9)}{(1-x_1)(h_5-h_4)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_2 = 1 + \frac{(1-x_1-y)(h_{10}-h_9)}{(1-x_1)(h_5-h_4)}} = 1 + \left(\frac{1-0{,}1-0{,}046}{1-0{,}146}\right)\left(\frac{250-118}{110{,}5-277{,}4}\right) = \underline{\underline{25\%}}$$

A.2.9) Sur le Détendeur : $h_6 = h_7$ et $h_7 = x_{liq}h_{liq} + (1-x_{liq})h_{vap}$.

$$\Leftrightarrow \boxed{x_e = \frac{h_6 - h_{vap}}{h_{liq}-h_{vap}}}$$ (Théorème des moments chimiques)

On a $D_{me} = x_e D_{m_7}$ avec $D_{m_7} = D_{m_6} = D_{m_4} = (1-x_1)(1-x_2)D_m$

$$\Rightarrow x_e = \frac{D_{me}}{D_{m_7}} = \frac{D_{me}}{D_m}\cdot\frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)} \Rightarrow \boxed{y = x_e(1-x_1)(1-x_2)} = \underline{\underline{0{,}046}}$$

A.2.10) Soit $D_{m\ell} = \frac{\delta m}{dt} = \rho_\ell \frac{\delta V}{dt} \Rightarrow D_{m\ell} = \rho_\ell D_{v\ell}$.

or $y = x_\ell(1-x_1)(1-x_2) \Rightarrow \boxed{D_{v\ell} = \frac{D_m}{\rho_\ell} x_\ell (1-x_1)(1-x_2)} = \underline{0{,}595\ L.s^{-1}}$

A.2.11) Soit $P_{f,eq} = D_{m\ell} L_{vm} = D_{m\ell}(h_{vap} - h_{liq})$

$\Leftrightarrow \boxed{P_{f,eq} = \rho_\ell D_{v\ell}(h_{vap} - h_{liq})}$

$= 125{,}4 \times 0{,}595.10^{-3}(30{,}74 - 9{,}90).10^3$

$= \underline{\underline{1{,}55\ kW}}$

A.2.12) La somme de toutes les puissances doit correspondre à la puissance nécessaire pour comprimer le gaz d'où :

$$\underbrace{P_C + P_{T1} + P_{T2}}_{P_{TOT,C}} = D_m h_{14} - \underbrace{D_{m13}}_{D_m - D_{m\ell}} h_{13} - D_{m\ell} h'_{13}$$

$\Leftrightarrow P_C = D_m(h_{14} - h_{13}) - P_{T1} - P_{T2}$

$= D_m(h_{14} - h_{13}) + x_1 D_m(h_{11} - h_2) + (1-x_1)x_2 D_m(h_9 - h_4)$

$\Leftrightarrow \boxed{P_C = D_m\left[h_{14} - h_{13} + x_1(h_{11} - h_2) + (1-x_1)x_2(h_9 - h_4)\right]}$

$= 1600.10^{-3}.10^3\left[1900 - 1454{,}2 + 0{,}1(527{,}2 - 1060) + 0{,}9 \times 0{,}125(30{,}74 - 277{,}4)\right]$

$\Leftrightarrow P_C = 570\ kW$.

A.2.13) Or $\begin{cases} \text{l'efficacité est définie par } \boxed{e = \frac{P_{f,eq}}{P_C} = \frac{1{,}55}{570} = 2{,}7.10^{-3}} \\ \text{et l'efficacité de Carnot vaut : } e_c = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{4{,}2}{280 - 4{,}2} = \underline{\underline{1{,}52.10^{-2}}} \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{e}{e_c} = 18\%}$, on est assez proche de la machine du CERN