VIII-A : Câble coaxial

Objectifs :
- Analyser/Raisonner : La propagation d'une onde em dans un câble coaxial dans différentes situations.
- Réaliser : Une adaptation d'impédance à l'aide de résistance typique.
- S'approprier : Les différentes mesures de v dans le câble coaxial.
- Valider/Communiquer : Valider les différents modèles de propagation dans le câble.

Matériel à disposition :
- 1 Oscilloscope numérique Keysight avec fiches bananes.
- 1 câble coaxial de 1m
- 1 câble coaxial de 100m
- 1 GBF FI 5505 GA avec 2T
- 1 RLC-mètre
- Bouchons 50 et 75Ω, « Tés », Coupleur BNC-Banane….
- 2 résistance à décades
- Les notices des différents appareils de mesure.

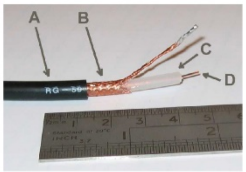
6.2. Phénomènes de propagation linéaires unidimensionnels		
6.2.1. Dispersion et absorption		
Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu non absorbant et faiblement dispersif : vitesse de phase et vitesse de groupe.	Énoncer et exploiter la relation entre les ordres de grandeur de la durée temporelle d'un paquet d'onde et la largeur fréquentielle de son spectre. Déterminer la vitesse de groupe d'un paquet d'ondes à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. **Étudier la propagation d'une onde électrique dans un câble coaxial.**	En complément du cours on va étudier la propagation d'une onde électrique dans un câble coaxial.
6.3. Interfaces entre deux milieux		
Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique polarisée rectilignement à l'interface entre deux milieux d'indices complexes n1 et n2 dans le cas d'une incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.	**Étudier la réflexion en amplitude de tension d'une onde électrique à l'extrémité d'un câble coaxial pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.**	Seconde apparition du câble coaxial dans le programme. Attention à sa nouvelle importance en PC. La partie I-2 doit être parfaitement sue.

I – Propagation d'une onde électromagnétique dans le câble.

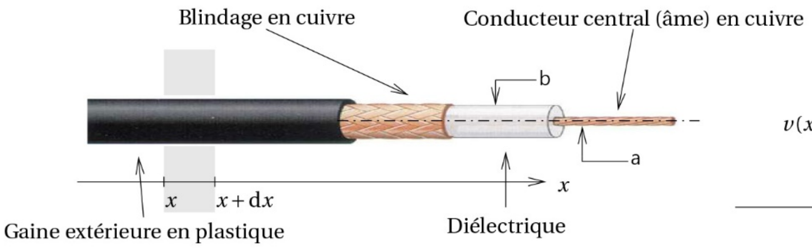
I-1) Modélisation du câble

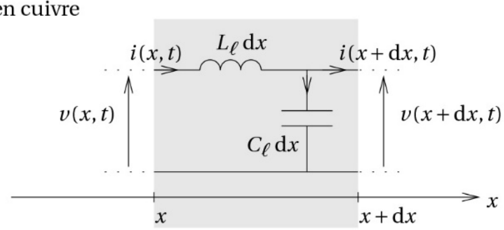
Le câble coaxial ou ligne coaxiale est une ligne de transmission ou liaison asymétrique, utilisée en hautes fréquences, composée d'un câble à deux conducteurs. L'âme centrale, qui peut être monobrin ou multibrins (en cuivre ou en cuivre argenté, voire en acier cuivré), est entourée d'un matériau diélectrique (isolant). Le diélectrique est entouré d'une tresse conductrice (ou feuille d'aluminium enroulée), puis d'une gaine isolante et protectrice. Sa forme particulière permet de ne produire (et de ne capter) aucun flux net extérieur. Ce type de câble est utilisé pour la transmission de signaux numériques ou analogiques à haute ou basse fréquence. L'invention en est attribuée à l'américain Herman Affel (1893-1972), dont le brevet est accepté le 8 décembre 1931.

Les deux conducteurs de pôles opposés d'un câble coaxial sont de natures différentes (sur une ligne bifilaire, constituée de deux conducteurs parallèles séparés par un diélectrique, ils sont indifférenciés) : l'âme, qui est le conducteur central en cuivre est entourée d'un matériau isolant, puis d'un blindage qui est le second conducteur, généralement constitué de tresses de cuivres. Le signal utile est égal à la différence de tension entre les deux conducteurs. En théorie, quand les axes sont parfaitement confondus, les champs magnétiques extérieurs créent le même gain (ou la même perte) de potentiel sur les deux parties du câble. La tension induite (créée par les champs perturbateurs) est donc nulle, et le signal est transmis sans perturbation. Le câble coaxial est progressivement remplacé depuis la fin du XX$^{\text{ème}}$ siècle par la fibre optique pour les utilisations sur de longues distances (supérieures à un kilomètre).



Câble coaxial flexible de type RG-59
A : Gaine extérieure en plastique
B : Blindage en cuivre
C : Diélectrique
D : Conducteur central (âme) en cuivre





Même si le câble coaxial est utilisé souvent en TP d'électrocinétique et par conséquent dans le cadre de l'ARQS, son cadre naturel d'étude est en dehors de l'ARQS. Les différentes impédances du câble ne sont plus localisées, comme dans l'ARQS, mais réparties. On utilise ainsi comme modèle : le modèle des constantes réparties. Il s'agit d'une modélisation d'une partie élémentaire du câble comprise entre x et x+dx. L'élément de longueur dx de câble est donc modélisé par une inductance linéique notée L_l ($dL = L_l dx$) et une capacité linéique entre l'âme et la gaine notée C_l *tel que* $dC = C_l dx$.

I-2) Equation de propagation

A l'aide des équations de Kirchhoff appliquées à l'élément de longueur dx on obtient :

$$v(x,t) = dL\frac{\partial i}{\partial t}(x,t) + v(x+dx,t) \Leftrightarrow \frac{v(x+dx,t) - v(x,t)}{dx} = -\mathrm{L_l}\frac{\partial i}{\partial t}(x,t)$$

Dans la limite où dx→0,

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\mathrm{L_l}\frac{\partial i}{\partial t} \ (1)$$

De même, la loi des nœuds indique :

$$i(x,t) = i(x+dx,t) - dC\ \frac{\partial u}{\partial t}(x+dx,t) \Leftrightarrow \frac{i(x+dx,t) - i(x,t)}{dx} = -\mathrm{C_l}\frac{\partial u}{\partial t}(x+dx,t)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial i}{\partial x} = -\mathrm{C_l}\frac{\partial u}{\partial t} \ (2)$$

En dérivant l'expression (1) par rapport à x et (2) par rapport à t, il vient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial i}{\partial x}\right) = -\mathrm{C_l}\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial i}{\partial t}\right) = -\dfrac{1}{L_l}\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L_l C_l \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

On obtient l'équation de propagation d'ondes appelée équation d'Alembert :

$$\boldsymbol{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \text{ où } c^2 = \frac{1}{L_l C_l}}$$

Les formes générales de la solution sont $u(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ *avec* $u(x,t) = Z_c i(x,t)$ où $Z_c = \sqrt{\frac{L_l}{C_l}}$

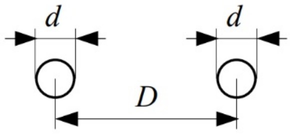
I-3) Relations sur le câble

Le câble coaxial vérifie les relations :

Le câble coaxial vérifie les relations :

- Capacité linéique : $C_l = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{Ln\left(\frac{b}{a}\right)}$
- Inductance linéique : $L_l = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$
- Vitesse de propagation : $c = \frac{1}{\sqrt{C_l L_l}} = \frac{c_{vide}}{\sqrt{\varepsilon_r}}$
- Impédance caractéristique : $Z_c = \sqrt{\frac{\mathrm{L_l}}{C_l}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{60{,}0}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

La ligne bifilaire vérifie les relations suivantes :



- Capacité linéique : $C_l = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{Ln\left(\frac{D}{d}+\sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2-1}\right)}$
- Inductance linéique : $L_l = \frac{\mu_0}{\pi} Ln\left(\frac{D}{d}+\sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2-1}\right)$

I-4) Les différents câbles à notre disposition

On dispose de trois types de câbles :

- Un câble coaxial RG58 de longueur $100 \pm 1\ m$ et d'impédance 50Ω
- Un câble coaxial RG59 de longueur $100 \pm 1\ m$ et d'impédance 75Ω
- Une ligne bifilaire de marque « Récup » de longueur $100 \pm 1\ m$ et d'impédance 100 Ω

Les « Datasheet » des câbles coaxiaux sont à votre disposition sur le site pcjoffre.fr ou sur les sites des revendeurs (Radiospare, Conrad…).

II – Caractéristiques du câble

II-1) Quelques données

	RG58	RG59	Ligne bifilaire
a	$0{,}90 \pm 0{,}05\ mm$	$0{,}41 \pm 0{,}01\ mm$	$D = 2{,}25 \pm 0{,}10 mm$
b	$2{,}95 \pm 0{,}12\ mm$	$2{,}65 \pm 0{,}10\ mm$	$d = 1{,}10 \pm 0{,}10\ mm$
Z_c	$50 \pm 2\ \Omega$	$75 \pm 3\ \Omega$	$100 \pm 4\ \Omega$
$Velocity\ ratio$	66%	82%	62%
ε_r	2,20	1,60	2,30

A l'aide des valeurs de b et a du document ci-dessus, déterminer $C_l, L_l, Z_c\ et\ v$ (vitesse de propagation).

II-2) Mesures au RLC-mètre

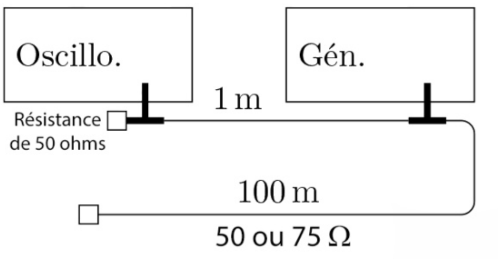
- Mesurer la capacité totale « C » du câble coaxial entre l'âme et le blindage en laissant l'autre extrémité en circuit ouvert. En déduire la capacité linéique.
- Mesurer l'inductance totale « L » du câble coaxial entre l'âme et le blindage en court-circuitant l'autre extrémité. En déduire l'inductance linéique.
- Remplir le tableau suivant.

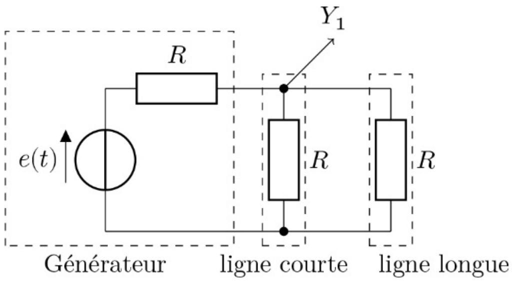
$C\ (F)$	$L\ (H)$	$C_l\ (Fm^{-1})$	$L_l\ (Hm^{-1})$	$Z_c\ (\Omega)$	$v\ (ms^{-1})$

III – Régime impulsionnel

III-1) Adaptation d'impédance

- Relions le générateur d'impulsions (GBF ou Générateur de fonctions arbitraires…) directement sur l'oscilloscope. On prendre pour signal, un signal « pulse » ou « carré » de fréquence 500kHz avec une largeur de 5 ou 10%. (Suivant les GBF à votre disposition). On remarque que le signal n'est pas rectangulaire comme on pourrait s'y attendre mais présente de légères oscillations.
- La raison de cette difficulté c'est qu'il n'y a pas d'adaptation d'impédance. Il faut donc placer une résistance égale à 50Ω afin d'obtenir un signal plus propre, cependant comme on a réalisé un diviseur de tension l'amplitude sera diminuée.





III-2) Coefficient de réflexion

Brancher une boite à décades (X1 X10 X100 Ω) de résistance à l'extrémité du câble laissée précédemment ouverte. Le coefficient de réflexion ρ sur cette impédance est donné par :

$$\rho_{théo} = \frac{R - Z_c}{R + Z_c} \;(1)\; \text{où } Z_c = \textit{impédance du câble}$$

Dans un aller-retour, l'onde d'amplitude A_0 émise par le GBF est affectée d'une part par l'atténuation et d'autre part par cette réflexion. L'écho présente donc une amplitude :

$$A_e = F\rho A_0$$

- Faire varier R de 0 à 150 Ω par pas de 25. Dresser le tableau suivant :

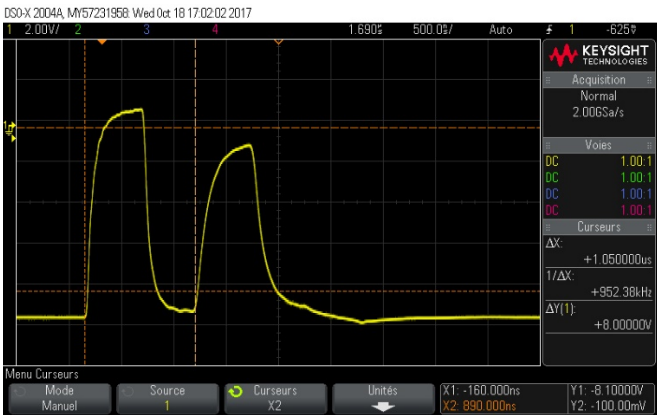
R	0	25	50	75	100	125	150	∞
A_0								
A_e								
A_e/A_0								
$\rho_{théo}$	-1							1
F								

- Faîtes la valeur de moyenne de F en calculant son incertitude type A.

Remarque cette manipulation peut être délicate si le câble présente une trop forte atténuation.

III-3) Vitesse de propagation

- Laisser l'extrémité du câble en circuit ouvert et mesurer le décalage temporel entre l'onde émise et l'onde réfléchie.
- En déduire la vitesse de propagation dans le câble coaxial. Comparer à la valeur théorique.



IV – Ondes stationnaires

IV-1) Résonance

Quand R = 0 (extrémité en court-circuit) ou R = ∞ (extrémité ouverte), le coefficient de réflexion vérifie |ρ| = 1. Ainsi en régime sinusoïdal l'onde incidente se superpose à l'onde réfléchie et donne naissance à un système d'ondes stationnaires.

En circuit ouvert, l'extrémité du câble est un nœud d'intensité et un ventre de tension. On obtient à l'entrée un maximum de tension si ce point coïncide avec un autre ventre de tension, c'est à dire lorsque :

$$L = n\frac{\lambda}{2} \;ou\; f = n\frac{v}{2L}$$

On obtiendra un nœud si : $L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ ou $f = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}$

En court-circuit, l'extrémité du câble est au contraire un nœud de tension. On obtient un ventre à l'entrée lorsque :

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \text{ } ou \text{ } f = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}$$

On obtiendra un nœud si : $L = n\frac{\lambda}{2}$ ou $f = n\frac{v}{2L}$

En regroupant les deux familles on a :

$$\boldsymbol{f_p = p\frac{v}{2L}} \text{ } \boldsymbol{o}\text{ù } \boldsymbol{p = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \dots\right\}}$$

- Utiliser un signal **sinusoïdal** de fréquence f_1, puis faire varier la fréquence d'alimentation de f_1 jusqu'à 5 MHz (ou 2MHz suivant les GBF), relever alors les fréquences f_p par le procédé de votre choix.
  - Ligne ouverte : nœuds et ventres.
  - Ligne fermée : nœuds et ventres.
  - Ligne fermée et ligne ouverte : ventres.
  - Ligne fermée et ligne ouverte : nœuds.
- Remplir le tableau suivant.

p	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f_{p,théo}$									
$f_{p,exp}$									

- Effectuer une régression linéaire sous Regressi (ou autre logiciel) pour en déduire une valeur de la vitesse de propagation puis de ε_r. On n'oubliera pas de donner l'incertitude pour ces deux mesures.

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r}$$

- Conclure.