

VII – Magnétisme

Objectifs :

- Analyser/Raisonner : Les différentes situations suivant les conditions opératoires.
- Réaliser : Deux capteurs de position.
- S'approprier : Utilisation d'un système ultra-sonore et d'un capteur inductif.
- Valider/Communiquer : Valider les modèles proposés sur les courants de Foucault et le haut-parleur.

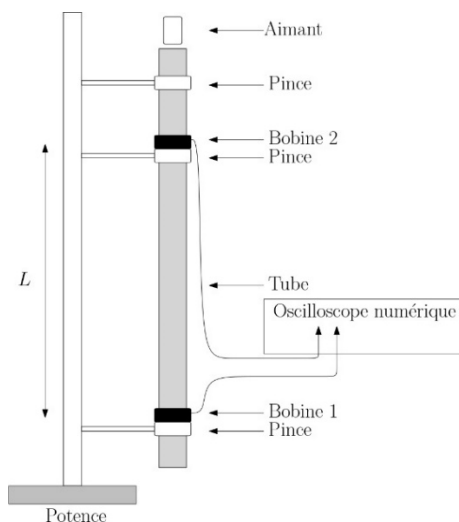
PARTIE A – Moment magnétique d'un aimant

- Capteur inductif (× 2)
 - 1 Oscilloscope numérique Keysight avec fiches bananes.
 - 3 tubes : Cu, Al, PVC.
 - Potence, noix...
 - 1 balance + 1 pied à coulisse + 1 chronomètre.
 - 1 aimant
- Dipôle magnétique par Teslamètre (× 2)
 - 1 Teslamètre.
 - 1 ensemble de bobines d'Helmholtz.
 - 1 aimant avec son système d'accroche et 1 tige non magnétique
 - 1 alimentation continue + Rhéostat + Ampèremètre.
 - 1 balance + 1 pied à coulisse + 1 chronomètre.
- Dipôle magnétique par pendule (× 2)
 - 1 aimant et son système d'accroche
 - 1 Teslamètre
 - 1 balance + 1 pied à coulisse
- Les notices des différents appareils de mesure.

I – Capteur inductif

I-1) Principe de la mesure

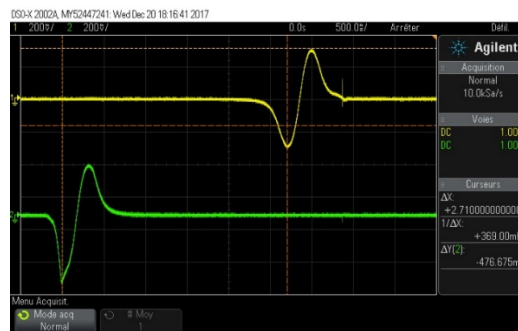
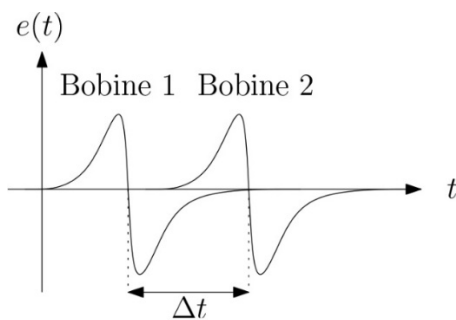
On fait tomber un aimant successivement dans trois tubes de mêmes dimensions mais de matières différentes : le tube (1) est en cuivre, le tube (2) est en aluminium et le tube (3) est en PVC. On constate alors que l'aimant tombant dans les tubes (1) et (2) semble freiné. Pour mesurer précisément les temps de chute de l'aimant dans les différents tubes, on utilise le dispositif représenté ci-dessous. On note les temps pour parcourir l'espace entre les bobines respectivement : t_1, t_2, t_3 .



Lorsque l'aimant (A) tombant dans le tube passe à proximité d'une bobine, il apparait une force électromotrice induite due à la variation du flux du champ magnétique créée par l'aimant à travers les N spires la bobine :

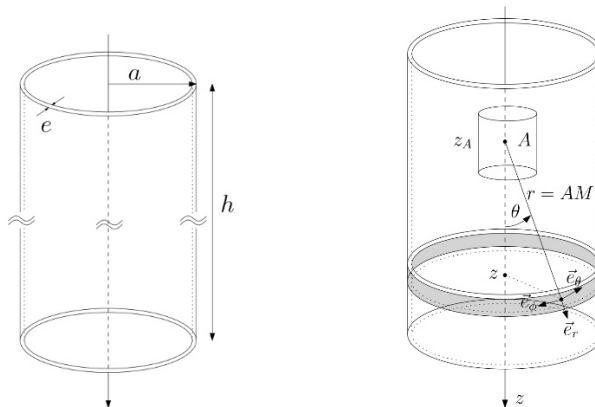
$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Selon le sens du vecteur moment magnétique de l'aimant \vec{m} et suivant le sens de branchement de la bobine à l'oscilloscope, cette fem n'aura pas le même signe. Cependant, elle se présente toujours comme une série de deux pics, le premier étant induit quand (A) s'approche et l'autre quand il s'éloigne, l'un étant positif et l'autre négatif, comme représenté ci-dessus. Lorsque les deux bobines B_1 et B_2 entourant le tube sont branchées à l'oscilloscope, on observe donc deux séries de deux pics séparés d'un temps Δt . Ce temps, correspondant aux temps t_i mesurés où $i = \{1; 2; 3\}$, est directement lié à la vitesse de (A) dans le tube : en supposant que dès le passage par la 1^{ère} bobine, (A) a atteint sa vitesse limite, ce que l'on pourra vérifier à posteriori, on a $v = v_{lim} = \frac{L}{\Delta t}$. La vitesse limite v_{lim} dépend du coefficient de frottement h de la force de frottement fluide agissant sur l'aimant : $\vec{F}_f = -h \vec{v}$ dans le cas des tubes (1) et (2). Cette force de frottement fluide est due aux courants de Foucault apparaissant dans le tube et h dépend de la conductivité du métal et du moment magnétique de (A). Ainsi, en mesurant t_i , on pourra remonter à ces grandeurs.



I-2) Force de frottements

Il s'agit de relier le temps Δt au moment magnétique m et à la conductivité du métal. Pour cela, on doit calculer le flux du champ magnétique ϕ créé par (A), dont la position est repérée par z_A , à travers une bobine mésoscopique du tube : spire de hauteur dz et de rayon a , parcourue par un courant di et dont la position est repérée par z . Pour simplifier le calcul, on applique le théorème de Neumann : au lieu de calculer directement ce flux, on calcule de flux $d\phi_m$ envoyé par cette bobine mésoscopique à travers l'aimant que l'on assimile à une spire de moment magnétique $\vec{m} = i_m S_m \vec{u}_z$.



On a alors : $d\phi_m = dB \cdot S_m = \frac{\mu_0 di}{2a} \sin^3 \theta S_m$

D'où, sachant que $\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (z - z_A)^2}}$ et par application du théorème de Neumann :

$$\phi = \frac{i_m}{di} d\phi_m = \frac{\mu_0 i_m}{2a} \sin^3 \theta S_m = \frac{\mu_0 m}{2a} \sin^3 \theta = \frac{\mu_0 m a^2}{2} \frac{1}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

On en déduit, en notant $v = \frac{dz_A}{dt}$, la vitesse de l'aimant, la fem induite :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{3}{2} \mu_0 m a^2 v \frac{z - z_A}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{\frac{5}{2}}}$$

Sachant que la résistance de la bobine mésoscopique est : $dR = \frac{2\pi a}{\gamma edz}$, on en déduit le courant induit di :

$$di = \frac{e}{dR} = -\frac{3\mu_0 m e a \gamma}{4\pi} \frac{v(z - z_A)}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{\frac{5}{2}}} dz$$

Sachant que le champ magnétique créée par l'aimant en un point de la bobine mésoscopique est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$$

On en déduit la force exercée sur un élément de longueur $d\vec{l}_M$ centré en M :

$$d\vec{F}_M = di d\vec{l}_M \wedge \vec{B}(M) = di dl_M \vec{e}_\varphi \wedge \vec{B}(M) = di dl_M \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_\theta - \sin \theta \vec{e}_r)$$

Sachant que par symétrie la résultante des forces exercées par la bobine mésoscopique sur (A) est portée par (Oz), on projette $d\vec{F}_M$ sur (Oz) et en intégrant, on obtient la force exercée par la bobine sur (A) :

$$\begin{aligned} dF_z &= \int_{\text{bobine}} d\vec{F}_M \cdot \vec{u}_z = \int_{l_M=0}^{l_M=2\pi a} di dl_M \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (\cos \theta (-\sin \theta) - \sin \theta \cos \theta) \\ \Rightarrow dF_z &= -\frac{3\mu_0 m a}{2} \frac{\cos \theta \sin \theta}{r^3} di = -\frac{3\mu_0 m a}{2} \frac{z - z_A}{r^3} \cdot \frac{a}{r} \cdot \frac{a}{r} \cdot \left(-\frac{3\mu_0 m e a \gamma}{4\pi} \frac{v(z - z_A)}{(a^2 + (z - z_A)^2)^{\frac{5}{2}}} dz \right) \\ \Rightarrow dF_z &= \frac{9\mu_0^2 m^2 a^3 e \gamma v}{8\pi} \frac{(z - z_A)^2}{(a^2 + (z - z_A)^2)^5} dz \end{aligned}$$

En intégrant de $-\infty$ à $+\infty$, pour simplifier l'expression on obtient la force exercée par (A) sur tout le tube. L'application du principe des actions réciproques permet d'obtenir la force de frottement exercée sur l'aimant :

$$\vec{F}_f = -h \vec{v} \text{ où } h = \frac{45\mu_0^2 m^2 \gamma e}{1024 a^4}$$

I-3) Mesures

a) Lien entre t_i et m

On applique le PFD à l'aimant (avec m_a masse de l'aimant) d'où :

$$\frac{m_a dv}{dt} = m_a g - h v \Rightarrow v = v_{\text{lim}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ où } \begin{cases} v_{\text{lim}} = \frac{m_a g}{h} \\ \tau = \frac{m_a}{g} \end{cases}$$

On suppose que l'aimant atteint rapidement sa vitesse limite, on en déduit le temps de chute entre les deux bobines :

$$\Delta t = \frac{L}{v_{\text{lim}}} = \frac{hL}{m_a g} = \frac{45\mu_0^2 m^2 \gamma e L}{1024 m_a g a^4}$$

Ainsi la mesure de t_1 permet d'obtenir la conductivité γ_{Cu} du tube 1 de cuivre :

$$m = \sqrt{\frac{1024 m_a g a^4 t_1}{45\mu_0^2 \gamma e L}}$$

De même pour l'aluminium :

$$\gamma_{\text{Al}} = \frac{1024 m_a g a^4 t_2}{45\mu_0^2 m e L} = \frac{\gamma_{\text{Cu}} t_2}{t_1}$$

La mesure de t_3 permet de vérifier la longueur L car en absence de frottements :

$$a = g \Rightarrow L = \Delta z = \frac{g t_3^2}{2}$$

b) À vous de jouer

- Mesurer t_1, t_2 et t_3 en déduire les valeurs de m, L et γ_{Al} . Donnez les résultats avec leur incertitude sachant que :

$$\begin{cases} \gamma_{\text{Cu}} = 5,96 \cdot 10^7 \text{ Sm}^{-1} \\ \gamma_{\text{Al}} = 3,77 \cdot 10^7 \text{ Sm}^{-1} \\ g_{\text{France}} = 9,81 \text{ ms}^{-2} \end{cases}$$

Q1) Pourquoi appelle-t-on cette manipulation « capteur inductif ». Expliquer.

Q2) Citer des exemples d'application de capteur inductif.

II – Mesure de moment magnétique à l'aide d'un teslamètre

Cette méthode consiste à mesurer, grâce à une sonde à effet Hall, le champ magnétique créé par l'aimant en fonction de la distance entre l'aimant et le capteur. On rappelle l'expression du champ magnétique créé par moment magnétique \mathbf{m} , centré en \mathbf{O} , en un point \mathbf{M} de l'espace :

$$\vec{B}(\mathbf{M}) = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta) \text{ où } \cos \theta = \vec{u}_z \cdot \vec{u}_r$$

- Proposer un protocole permettant de déterminer \mathbf{m} avec le matériel mis à disposition. Faire un calcul d'incertitude.

III – Mesure de moment magnétique à l'aide d'un système oscillant

Cette méthode consiste à laisser osciller un aimant, accroché à un fil de torsion, dans le champ magnétique, supposé uniforme, créé par des bobines en configuration Helmholtz.

Le couple exercé sur l'aimant placé dans le champ magnétique uniforme entraîne une période d'oscillation :

$$\vec{T} = \vec{m} \wedge \vec{B}_{ext} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mB_{ext}}}$$

Q3) Retrouver le résultat ci-dessus

Rappels :

- Composante du champ magnétique terrestre : $B_H = 2,7 \cdot 10^{-5} T$
- Champ au centre des bobines d'Helmholtz : $B_{bob}(0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 NI}{2R}$
- Moment d'inertie d'une barre de longueur L autour de l'axe passant par son centre : $J = \frac{mL^2}{12}$
- Proposer un protocole permettant de déterminer \mathbf{m} avec le matériel mis à disposition. Faire un calcul d'incertitude.

PARTIE II – Le haut-parleur

L'objectif de ce TP consiste à étudier les différentes caractéristiques d'un haut-parleur de puissance modérée. On confrontera notre modèle aux résultats expérimentaux en mesurant : l'inductance propre L et la résistance R de la bobine, le produit Bl (champ magnétique de l'aimant permanent, longueur du fil embobiné), la raideur k de la membrane, la masse m de l'équipage mobile...

Matériel à disposition :

- 1 Oscilloscope numérique Keysight avec câbles coaxiaux, et T...
- 1 interface Sysam-SP5 avec PC équipé de Latis-Pro.
- 1 GBF
- 1 alimentation RAD 88.
- 1 émetteur et 1 récepteur US montés sur potence et noix.
- 2 multimètres.
- Un jeu de masse de 10 à 100g (Possibilité de monter à 300g)
- Les différentes notices des appareils de mesure.
- 1 Support élévateur

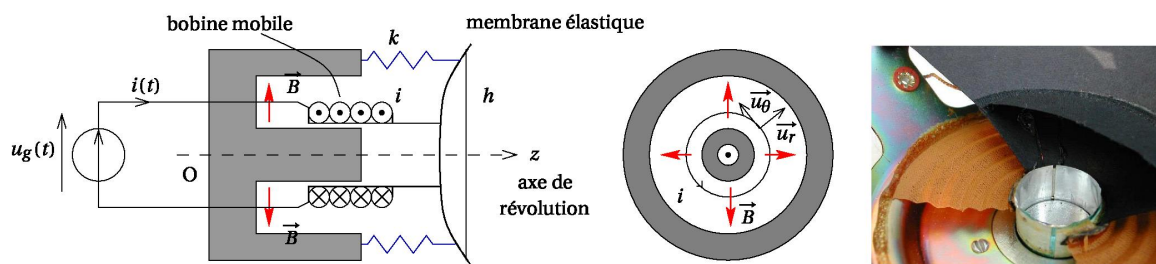
I – Présentation

I-1) Modèle du haut-parleur

Lorsque la bobine d'un haut-parleur est alimentée par une source de tension $u_g(t)$, elle est traversée par un courant $i(t)$. La bobine parcourue par un courant $i(t)$ plongée dans un champ magnétique B est donc soumise aux forces de Laplace : $\vec{F}_l = -Bli \vec{u}_z$ qui la met en mouvement.

La mise en mouvement de l'ensemble équipage mobile {bobine + membrane} engendre une onde sonore par déplacement de l'air au voisinage de la membrane. C'est l'action de l'air sur la membrane qui est représentée par la force de frottement visqueux : $\vec{F}_f = -\lambda \vec{v}$.

Le circuit électrique qui constitue la bobine et qui est en mouvement ($\vec{v} = \frac{dz}{dt} \vec{u}_z$) dans un champ magnétique permanent \vec{B} est le siège d'un phénomène d'induction ; une force électromotrice induite $e(t)$ apparaît.



Un haut-parleur est un dispositif fonctionnant sur le principe d'un couplage électromagnétique : l'énergie électrique fournie par le générateur est transformée en énergie mécanique, puis en énergie sonore. Selon le modèle étudié, le comportement d'un haut-parleur électrodynamique est régi par deux équations électromagnétiques couplées :

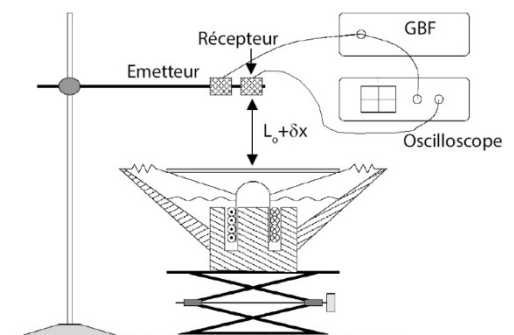
$$\text{Equation mécanique : } m \frac{dv}{dt} + \lambda v + kz = -Bli \Leftrightarrow \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = -\frac{Bli}{m} \text{ où } Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$$

$$\text{Equation électrique : } L \frac{di}{dt} + Ri + e_{ind} = u(t) \text{ avec } e_{ind} = -blv$$

II - Mesures

II-1) Mesure de k

Le haut-parleur est posé sur un support élévateur, pavillon vers le haut. Afin de mesurer précisément le déplacement de la membrane on utilise une paire Émetteur-Récepteur d'ultrasons à 40 kHz. L'émetteur (alimenté par le GBF en sinusoïdal à 40 kHz) émet une onde sonore harmonique, détectée par le récepteur. Notons $c = 340$ m/s la célérité de l'onde sonore. Lorsque le haut-



parleur se déplace de δx les signaux de l'émetteur et du récepteur s'en trouve décalés dans le temps de :

$$\delta\tau = 2 \frac{\delta x}{c}$$

Il s'agit de mesurer le déplacement δx de l'équipage mobile à l'équilibre lorsqu'on place une surcharge de masse m sur le haut-parleur. À l'équilibre, la force de rappel du ressort équivalent doit compenser le poids de la surcharge :

$$k\delta x = mg$$

- Mettre en œuvre le montage proposé dédié à la mesure du déplacement δx .
- Ajuster la fréquence du GBF autour de 40 kHz afin d'avoir un signal d'amplitude maximale au niveau du récepteur.
- Adapter la sensibilité horizontale et verticale de l'oscilloscope afin de maximiser la précision de vos mesures.
- Compléter le tableau suivant : on effectuera les mesures en deux séries. Entre les deux séries modifier la position du récepteur et la hauteur du support élévateur d'au moins une longueur d'onde.
- Donnez la valeur moyenne de k avec son incertitude.

m (g)	100	150	200		100	150	200
δt (s)							
δx (m)							
k (N/m)							

Q4) Quel nom de capteur peut-on donner au système ultra-sonore.

II-2) Mesures de Bl

Lorsque l'on dépose une surcharge m sur l'équipage mobile, celui-ci s'abaisse. L'idée est de faire circuler un courant continu I dans le haut-parleur qui va créer une force de Laplace proportionnelle à Bl . Cette force fait remonter l'équipage mobile jusqu'à la position initiale. À l'équilibre la force de Laplace compense le poids de la surcharge : $mg = lBl$ où $l = 2\pi aN$. On parle de méthode par compensation.

La mesure de l'intensité sera faite à l'aide d'un ampèremètre (calibre A/mA). On commencera par le calibre 10A puis si nécessaire on passera sur celui en mA.

La méthode de mesure est la même que précédemment

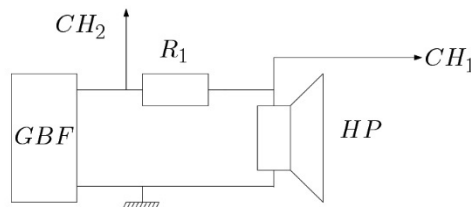
- Déposer successivement les masses proposées puis compenser à l'aide du courant adéquat. Vérifier que le courant tende à soulever la membrane, sinon inverser les branchements.
- Compléter le tableau suivant : couper le courant et retirer la masse dès que vous avez pris la mesure.

m (g)	100	150	200
I (A)			
Bl (Tm)			

- Calculer la moyenne Bl de ces 3 valeurs puis l'incertitude-type sur la mesure de Bl.

II-3) Mesures de R et L

Pour mesurer Z_e , il faut utiliser un HP bloqué (dont la membrane ne bouge plus). Le montage donné par la figure permet de déterminer Z_e à l'aide de Latis-Pro ou du menu mathématiques de l'oscilloscope.



- Proposer un protocole permettant de déterminer R et L

Noter, que l'on peut mesurer Z_e sans bloquer la membrane, en veillant à ce que le signal envoyé au HP soit suffisamment faible pour que la membrane ne bouge pas.

II-4) Mesures de m et λ

a) Impédance motionnelle

L'impédance du haut-parleur, est par définition : $\underline{Z} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}}$. Les équations mécanique et électrique, en représentation complexe, s'écrivent :

$$\begin{cases} \underline{E} = (R + jL\omega)\underline{I} - j\omega Bl\underline{z} \\ \underline{z}\left(-\omega^2 + \frac{j\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right) = -\frac{Bl}{m}\underline{I} \end{cases}$$

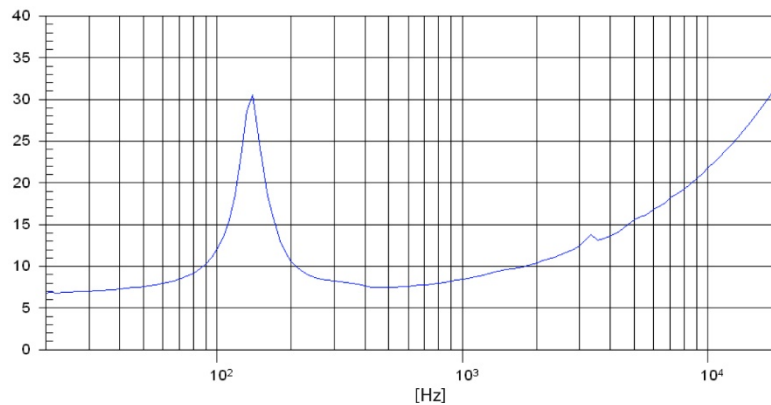
$$\Rightarrow \underline{E} = (R + jL\omega)\underline{I} + \frac{j\omega B^2 l^2}{m\left(-\omega^2 + \frac{j\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)}\underline{I} \Rightarrow \underline{Z} = R + jL\omega + \frac{\frac{j\omega B^2 l^2}{m\omega_0^2}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

$$\Rightarrow \underline{Z} = R + jL\omega + \frac{\frac{j\omega B^2 l^2}{\lambda Q \omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow \underline{Z} = \underline{Z}_e + \underline{Z}_m \text{ où } \begin{cases} \underline{Z}_e = R + jL\omega \\ \underline{Z}_m = \frac{B^2 l^2}{\lambda} \frac{\frac{j\omega}{Q\omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \end{cases}$$

L'impédance du haut-parleur est donc la somme d'une impédance électrique \underline{Z}_e et d'une impédance due au mouvement de la bobine, appelée impédance motionnelle \underline{Z}_m .

La figure (3), représente l'évolution de l'impédance d'un haut-parleur électromécanique (Beyma CM-6).

(Vous avez la notice de ce Haut-parleur sur le site pcjoffre.fr)



Cette courbe permet d'identifier certains paramètres électromécaniques du haut-parleur. En particulier :

- Le module de l'impédance tend en très basses fréquences vers la valeur de la résistance R .
- La pente de la courbe en hautes fréquences correspond à la valeur de l'inductance L
- La fréquence du pic de résonance correspond à la fréquence de résonance mécanique de l'équipage mobile c'est à dire à $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

En pratique, les constructeurs indiquent, dans les caractéristiques d'un haut-parleur, la valeur nominale de l'impédance, c'est à dire la valeur de l'impédance du haut-parleur pour des fréquences situées entre le pic de résonance et les hautes fréquences (l'impédance est alors quasiment constante). Le haut-parleur décrit ci-dessus a donc une impédance nominale de 8Ω .

b) Mesures

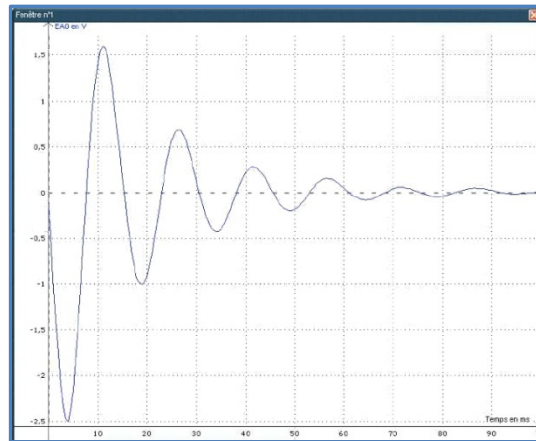
Pour mesurer $|\underline{Z}|$, on utilise le montage précédent le HP étant débloqué.

- Proposer un protocole pour déterminer la réponse fréquentielle de l'impédance du HP, et plus précisément déterminer $|\underline{Z}(f)|$ en fonction de f .
- Représenter graphiquement $|\underline{Z}(f)|$.
- A partir du graphe obtenu déterminer :
 - o La pulsation de résonance, en déduire la masse m de l'équipage.
 - o La bande passante du pic de résonance Δf , en déduire le facteur de qualité Q ainsi que le coefficient de frottements λ .

II-5) Réponse indicielle

Lorsqu'on excite l'équipage mobile (par exemple en le frappant délicatement avec un stylo), il se met à osciller. Le mouvement pseudopériodique amorti peut-être relevé par l'intermédiaire de la force électromotrice induite qui apparaît aux bornes de la bobine lors de son mouvement dans le champ magnétique de l'aimant.

- Démontez le dispositif de mesure précédent.
- Reliez le haut-parleur à l'interface Sysam.
- Faire un premier test puis ensuite optimiser les réglages à l'aide d'une synchronisation.
- À l'aide des curseurs mesurer la pseudo-période du mouvement et le décrément logarithmique.
- En déduire la valeur des paramètres de l'oscillateur ω_0 et Q , puis la valeur de m et λ à l'aide de la valeur de k déterminée précédemment.



Remarque : Vous pouvez aussi utiliser le modèle « Sinus amorti » sous Latis-Pro.

Q5) Le décrément logarithmique est défini par : $\delta = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right)$, démontrer que : $Q = \sqrt{\frac{\pi^2}{\delta^2} + \frac{1}{4}} \sim \frac{\pi}{\delta}$ si $Q \gg 1$

III - Conclusion sur l'étude électrique et mécanique du HP

Rassemblez dans un tableau les différentes valeurs obtenues pour votre haut-parleur. Comparez-les aux valeurs « théoriques » de la fiche constructeur de votre haut-parleur (A trouver sur le net).

	k ($N\ m^{-1}$)	Bl (Tm)	$Q_{méca}$	$\omega_{0,m}$ (s^{-1})	$\Delta\omega$ (s^{-1})	m (g)	λ ($kg\ s^{-1}$)	R (Ω)	L (mH)
Mesures									
Fiche technique									