V – CIRCUITS ELECTRIQUES DANS L'ARQS

Dans ce chapitre, on va découvrir les principaux dipôles électriques. On étudiera les lois d'association et l'aspect énergétique des composants R, L et C.

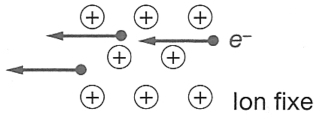
I – L'intensité du courant électrique

I-1) Nature du courant électrique

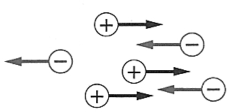
La matière est composée de particules, dont certaines portent une charge électrique. Dans un métal par exemple, les atomes du réseau cristallin mettent en commun des électrons, si bien qu'un matériau globalement neutre électriquement est en réalité constitué d'électrons portant la charge négative -e et d'ions chargés positivement (les atomes ayant perdu un électron).

Quel que soit le matériau dans lequel il circule, un courant électrique est lié à un déplacement d'ensemble de particules chargées.

Alors que dans un fil métallique ce sont les seuls électrons qui sont mobiles, car les ions restent fixes, c'est le mouvement simultané des anions et des cations qui est responsable de la conduction du courant dans une solution électrolytique.



Métal

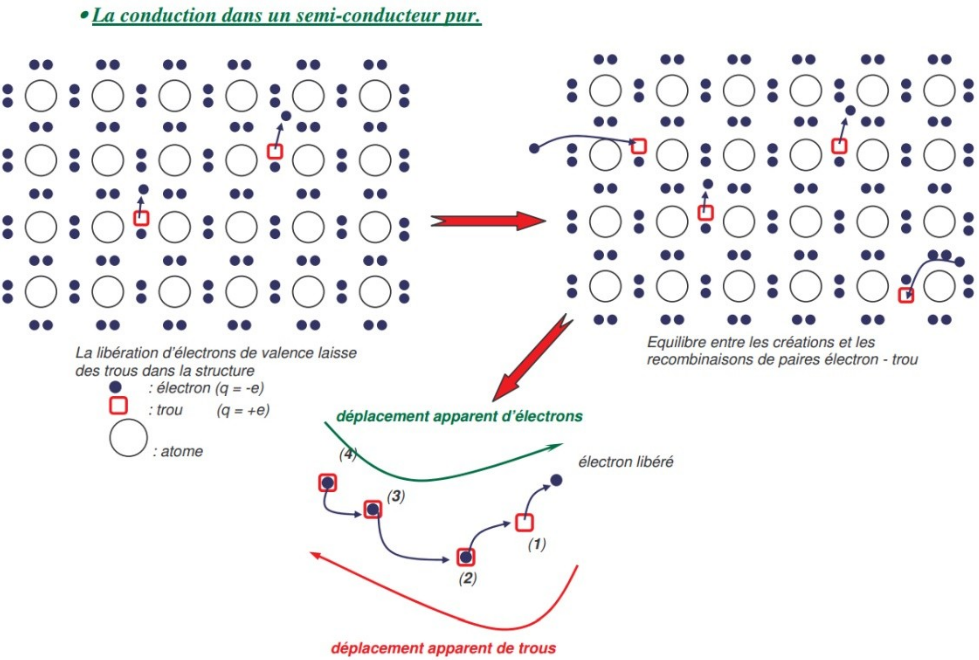


Électrolyte

Cette description s'applique même au cas des composants électroniques à semi-conducteurs, qui composent les circuits électroniques de notre quotidien (téléphones portables, ordinateurs…). Toutefois, les matériaux semi-conducteurs doivent être étudiés par la physique quantique, qui amène à définir de nouvelles entités en guise de porteurs de charge :

- des électrons libres ;
- des « trous », qui traduisent en réalité des lacunes électroniques.

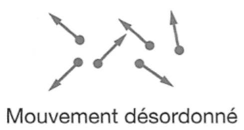
Le courant électrique dans un semi-conducteur résulte alors de déplacement d'ensemble d'électrons et de trous.

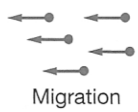


I-2) Distinction entre agitation et migration

Examinons le cas d'un matériau qui contient des particules chargées, mais n'est parcouru par aucun courant : par exemple un fil de cuivre connecté à aucun circuit. L'absence de courant n'est pas ici due à une absence de porteurs de charge, car les atomes de cuivre mettent bien en commun des électrons, en moyenne un électron par atome.

En outre, les électrons ne sont pas immobiles, car chacun est animé d'un mouvement d'agitation désordonnée, que l'on appelle l'agitation thermique et qui dépend de la température. Ce qui explique l'inexistence de courant électrique est ici l'absence de mouvement d'ensemble : en effet, les vitesses des différentes particules sont réparties dans toutes les directions, sans ordre. En effectuant la moyenne sur un grand nombre de particules, on aboutit à une absence de migration dans une direction ou dans une autre.

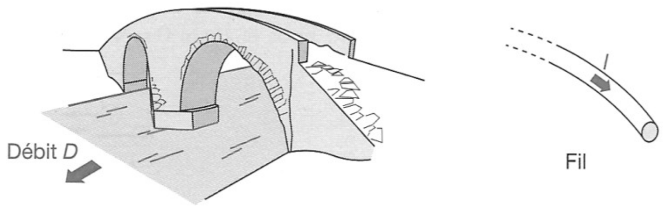




Une analogie peut illustrer cette distinction entre mouvement désordonné et migration d'ensemble : dans un hall de gare par exemple, en l'absence de départ ou d'arrivée de trains, la foule présente est composée de personnes immobiles et d'autres qui vont et viennent, il n'y a pas alors de mouvement d'ensemble. En revanche, lorsqu'un train déverse son lot de voyageurs, ceux-ci traversent le hall pour gagner la sortie, une migration est perceptible.

I-3) Débit de charge-intensité

Pour décrire quantitativement l'importance du courant électrique parcourant un fil, on peut procéder par analogie avec la manière dont on mesure le débit d'une rivière. Dans ce cas, on définit le nombre de mètres cube d'eau qui passent par seconde en un lieu précis, par exemple sous un pont. **Si D est le débit orienté de l'amont vers l'aval, le volume V d'eau qui s'écoule pendant une durée T est donné par V = DT, l'unité de D étant $m^3.s^{-1}$.**



On raisonne de même dans le cas du courant électrique, mais c'est ici un débit de charge électrique qu'il faut prendre en compte. Pour ce faire, on définit une section du fil (l'équivalent du pont) et on effectue le rapport entre la quantité de charge Q qui traverse cette section et la durée T du décompte. L'intensité I du courant est alors le débit de charge électrique, c'est-à-dire le rapport :

$$I = \frac{Q}{T}$$

Si la quantité de charge , et le temps sont infinitésimaux, on aura alors :

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Immédiatement se pose la question des dimensions de ces grandeurs physiques. On n'a nul besoin de rappeler que T est un temps qui se mesure en seconde, la charge électrique est exprimée en coulomb (C) et **l'intensité en ampère (A)**, l'équation aux dimensions est donc :[Q]=[I]/[T].

Mais un certain nombre de précisions doivent être apportées : il faut en effet être attentif au sens de parcours des particules et au signe de leur charge. Ainsi, une précaution indispensable est l'orientation du conducteur, en vue de déterminer le sens conventionnel du courant. Ce sens est précisé par une flèche. Dès lors, les particules qui traversent la section dans le sens retenu voient leur charge électrique comptée avec son signe (+ s'il s'agit d'un cation, - s'il s'agit d'un anion ou d'un électron). En revanche, les particules dont le sens de déplacement est l'inverse de celui choisi pour l'orientation doivent être comptées avec l'opposé de leur charge.

Précisons ceci sur un exemple : soit un milieu conducteur dans lequel trois types de particules chargées sont a priori susceptibles de participer à la conduction :

- des cations de charge +2e traversant la section, dans le sens choisi, à raison de D_c, cations par seconde ;
- des anions de charge -e, se déplaçant dans le sens inverse de l'orientation, D_a étant le nombre d'anions traversant la section par seconde ;
- des ions fixes.

L'intensité à travers la section ne tient compte que des deux premières populations, car la dernière ne migre pas (sa vitesse est nulle dans le référentiel lié au matériau). L'intensité est la somme :

$$I = D_c(2e) - D_a(e)$$

car on tient compte du sens de déplacement.

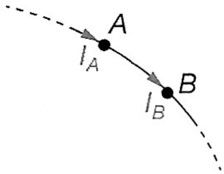
On peut généraliser cette définition de l'intensité par une expression générale, dans laquelle chaque type de particules est indicé par i, entier courant de 1 à N. On note q_i la charge, D_i le débit et ε_i un nombre qui vaut 1 si le sens de déplacement correspond à l'orientation, - 1 sinon. L'intensité est définie par :

$$I = \sum_{i}^{N} \varepsilon_i \, D_i q_i$$

I-4) Conservation de la charge

La charge électrique, de même que la masse en physique classique, possède la propriété très importante d'être conservative. Ceci signifie que quelles que soient les évolutions (mouvement, interaction, transformation) que subit une assemblée de particules chargées, la quantité de charge totale reste identique. Cette propriété a des conséquences remarquables sur l'intensité du courant électrique.

Considérons un fil conducteur ne présentant pas de bifurcations le long de son parcours entre les points A et B. On souhaite relier l'intensité I_A du courant électrique à travers le fil en A et celle I_B que l'on observe en B, l'orientation étant identique en ces points. **On raisonne en régime stationnaire, c'est-à-dire lorsque les phénomènes ne dépendent pas du temps.**



De ce fait, la quantité de charge située entre les points A et B ne varie pas et, puisque la charge est une grandeur qui se conserve, on déduit que l'apport de charge en A pendant une durée T est strictement composée par la perte en B sur la même durée. Finalement : $\Delta Q_A = \Delta Q_B \Leftrightarrow I_A = I_B$

L'intensité le long d'un conducteur sans bifurcation est identique en tout point, en régime stationnaire.

On peut reprendre l'analogie avec le débit d'eau : en l'absence de confluent sur une portion de rivière, le débit se conserve le long de celle-ci.

I-5) Loi des nœuds

Une seconde conséquence de la conservation de la charge peut être examinée, lorsqu'un conducteur est connecté à d'autres en ce qu'on appelle un nœud. Soit un nœud N d'un circuit électrique, où viennent se brancher plusieurs fils conducteurs.

Puisque tous ne sont pas a priori orientés de la même manière vis-à-vis du noeud N, on définit des coefficients ε_k valant - 1 ou +1, avec la convention suivante :

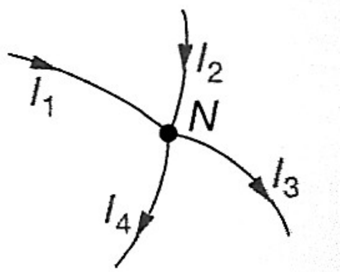
- $\varepsilon_k = 1$ si le conducteur est orienté vers le nœud ;
- $\varepsilon_k = -1$ si le conducteur est orienté en s'éloignant de N.

La conservation de la charge impose alors une loi qui, comme dans le raisonnement précédent, stipule que le débit total de charge arrivant au nœud N est en permanence compensé par celui quittant ce nœud. Ceci repose sur le fait qu'il ne peut y avoir d'accumulation de charges en A en régime stationnaire.

La loi des nœuds s'écrit :

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k I_k = 0$$

Dans le cas de la figure : $I_1+I_2=I_3+I_4$



II - La tension, une différence de potentiel

II-1) Le Potentiel électrique

a) Définition

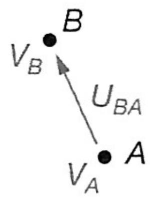
Dans la description qui précède, aucune cause n'a été donnée au phénomène de conduction électrique ; ceci sera précisé ultérieurement en détaillant les forces subies par les porteurs de charge au sein du matériau. Ce chapitre ayant pour fonction de présenter les lois fondamentales de l'électrocinétique, il faut adjoindre à la notion d'intensité, et à la loi des nœuds qui lui est associée, le concept de potentiel électrique, en vue d'aboutir à une autre loi fondamentale : la loi des mailles.

Pour cela, on peut s'appuyer sur une analogie avec l'écoulement de l'eau dans les rivières et les fleuves. En effet, de la source vers l'embouchure des fleuves, l'écoulement s'effectue avec une diminution constante de l'altitude.

Ainsi, de même que l'on peut définir une altitude en tout point du parcours d'une rivière, on admet que l'on peut définir un potentiel électrique V en tout point d'un circuit. On parle alors de différence de potentiel, également appelée tension électrique, comme on parle de différence d'altitude, ou de dénivelé, entre deux points situés le long d'un cours d'eau.

Plus précisément, dans l'étude d'un circuit électrique, la différence de potentiel V_B-V_A entre des points A et B est appelée tension U_{BA}. Elle est notée par une flèche.

Pour ce qui concerne les dimensions, potentiels et tensions s'expriment en volts (V).



b) La masse

Cette analogie peut sembler artificielle, mais elle s'appuie en réalité sur la notion d'énergie potentielle. Dans le cas de l'écoulement de l'eau, l'énergie potentielle en un point est proportionnelle à l'altitude. Il en va de même dans le cas d'un circuit : car pour une particule de charge q, qV est une énergie potentielle électrique.

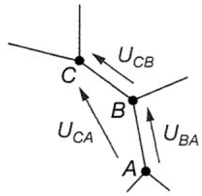
De même que l'on fixe les altitudes à partir d'une référence (niveau de la mer, point de départ d'une randonnée), on peut fixer librement la valeur du potentiel électrique en un point d'un circuit.

Remarquons en effet qu'ajouter une valeur constante V_0 à tous les potentiels ne modifie pas les tensions entre deux points. On dira que le potentiel est défini à une constante additive près.

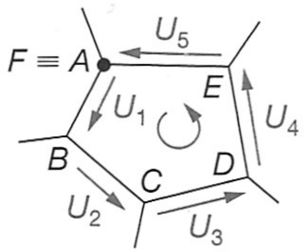
On choisira comme origine des potentiels, la masse du circuit.

II-2) Additivité des tensions

La définition de la tension électrique comme une différence de potentiel impose tout naturellement une loi d'additivité : en effet, si A, B et C sont trois points d'un circuit électrique :



$$\mathbf{V_C - V_A = (V_C — V_B) + (V_B — V_A) \Rightarrow U_{CA} = U_{CB} + U_{BA}.}$$

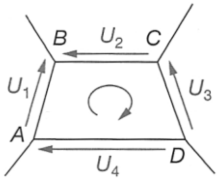


Cette relation prend une forme particulière dans le cas où les points extrêmes sont confondus. Les points extrêmes A et F étant identiques, ils ont le même potentiel : $V_F - V_A = 0$.

En notant U_1, U_2,..., U_5, les tensions aux bornes des 5 branches, on écrit :

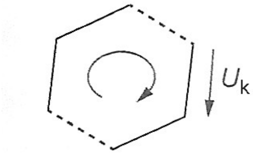
$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = O$.

Les sens d'orientation sont une nouvelle fois importants : dans le cas de la figure suivante, la relation devient :



$$U_1 - U_2 - U_3 + U_4 = 0.$$

Plus généralement, considérons l'association de n branches successives d'un circuit, commençant et se terminant sur un même nœud, sans repasser deux fois par le même point. Une telle association est appelée maille. Il est possible de donner une orientation arbitraire à une maille, matérialisée par une flèche.



On associe alors à chaque tension U_k le long de la maille, un coefficient ε_k égal à 1 si la tension est orientée comme la maille, - 1 sinon. La loi des mailles ou d'additivité des tensions se met sous la forme :

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k U_k = 0$$

II-3) Approximation des régimes quasi stationnaires

a) Régime continu ou variable

On dit qu'on est en régime continu lorsque toutes les grandeurs sont indépendantes du temps ; ce sera notamment le cas des intensités et des tensions. On note alors les grandeurs en lettres majuscules : I et V

A contrario, on parle de régime variable quand les grandeurs dépendent du temps. On note alors les grandeurs en lettres minuscules : i(t) et v(t)

Le caractère variable peut avoir plusieurs origines possibles pouvant se combiner :

• modification des conditions extérieures faisant passer d'un régime continu à un autre : on parlera alors de régime transitoire

• conditions extérieures variables par exemple de type sinusoïdales ou créneau : on parlera alors de régime forcé,

• phénomène de propagation : comme la pression lors de la propagation d'une onde sonore ou la, les tensions et intensités se propagent dans les conducteurs. Cela signifie que leur valeur dépend à la fois du temps et du point considéré. La vitesse de propagation de l'intensité et de la tension est celle de la lumière dans le vide à savoir $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

La durée de propagation dans un fil conducteur ou dans un circuit de longueur L peut s'estimer par :

$$\boldsymbol{\tau = \frac{L}{c}}$$

La durée t est le temps caractéristique du phénomène de propagation de l'intensité et de la tension dans le circuit considéré.

b) Approximation des régimes quasi-stationnaires ou ARQS

Dans un circuit en régime continu, il n'y a pas d'accumulation de charges : l'intensité est donc la même en tout point d'une branche. La mesure de l'intensité dans une branche avec un ampèremètre ne dépend alors pas de la position de l'appareil le long de la branche. Cette propriété reste valable en régime variable si on peut négliger les phénomènes de propagation. **Cela revient à considérer que le temps de propagation est très petit devant le temps caractéristique du régime variable.**

C'est-à-dire que :

$$\boldsymbol{\tau = \frac{L}{c} \ll T \Leftrightarrow L \ll cT \Leftrightarrow L \ll \lambda}$$

Lorsque les dimensions d'un circuit sont petites devant la longueur d'onde associée à la période des phénomènes, les lois de l'électrocinétique sont utilisables.

La propagation sera assimilable à un processus instantané et l'intensité dans une branche sera la même en tout point à un instant donné. On dit qu'on travaille alors dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires encore notée A.R.Q.S. On parle également de régimes quasi-permanents au lieu de régimes quasi-stationnaires.

c) Exemples d'application de l'ARQS

- Réseau électrique EDF

À titre d'illustration, pour fixer les ordres de grandeur, considérons le courant de fréquence égale à 50 Hz (période T= 20 ms), qui est distribué sur le réseau d'énergie électrique. Le produit cT est numériquement égal à 6.10^6m. Ainsi, tout circuit dont la dimension caractéristique est petite devant 6000 kilomètres peut être étudié selon les lois de l'électrocinétique des régimes lentement variables. C'est dans ce cadre que se situe l'électrotechnique, science qui s'intéresse à la production, au transport et à l'utilisation de l'énergie électrique.

- Réseau GSM

En revanche, la téléphonie portable mettant en jeu des fréquences de l'ordre du gigahertz (T= 10^{-9}s), cT correspond alors à 30 cm, ce qui change nettement l'ordre de grandeur.

II-4) Ordres de grandeur des courants et tensions

a) Les tensions

Ordre de grandeur de la tension électrique			
Coups de foudre (moyens à forts)	100 MV à 600 MV	**Distribution basse tension d'E.D.F**	220 V et 380 V
Générateur très hautes tensions de laboratoires	1 MV à 10 MV	**Lampe à halogène basse tension**	24 V
Ligne de transport d'énergie électrique	150 kV à 1000 kV	**Batterie d'accumulateurs d'automobile**	12 V
Machine électrostatique	20 kV à 100 kV	**Pile électrochimique**	1 V à 9 V
Alternateur de centrale électrique	5 kV à 30 kV		

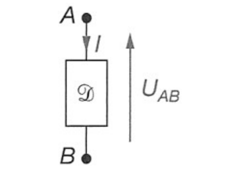
b) Les courants

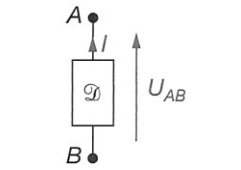
Ordre de grandeur de l'intensité du courant électrique			
Montre à quartz	1 µA	**Lampe de clignotant de voiture**	1 A
DEL	20 mA	**Radiateur électrique**	10 A
Lampe de poche	300 mA	**Soudage électrique**	300 A

III – Généralités sur les dipôles

III-1) Caractéristique d'un dipôle

On appelle dipôle un composant électrique connecté au reste du circuit par deux bornes conductrices A et B.





On note que la conservation de la charge mentionnée ci-dessus impose que l'intensité entrant par la borne A soit égale à celle sortant par la borne B en régime stationnaire, et donc également en régime quasi-stationnaire.

On constate qu'il existe deux façons de définir la tension aux bornes du dipôle :

- $U_{AB} = V_A - V_B$ (les flèches de tension et de sens positif du courant sont opposées) : on est alors en convention récepteur ;
- $U_{BA} = V_B - V_A$ (les flèches de tension et de sens positif du courant sont de même sens) : on est alors en convention générateur.

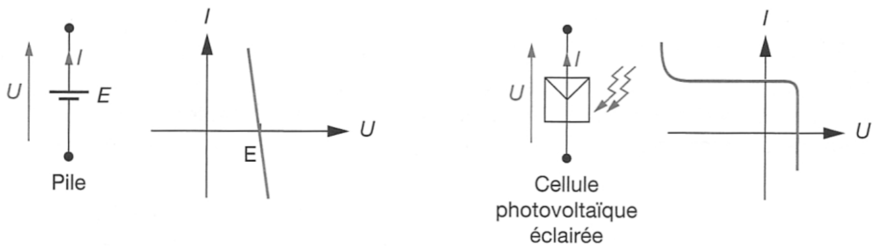
Chaque dipôle électrique est défini par sa caractéristique, c'est-à-dire la relation tension-intensité qui décrit son fonctionnement.

Tracer la caractéristique du dipôle consiste à déterminer la représentation graphique de la relation I = f(U) à ses bornes.

III-2) Classification sur les dipôles

a) Dipôle linéaire ou non linéaire

Un dipôle est linéaire lorsque la caractéristique I=f(U) est affine, c'est-à-dire si elle se met sous la forme I=a+gU. C'est par exemple le cas d'une pile électrochimique, mais pas celui d'une cellule photovoltaïque.



b) Dipôle passif ou actif

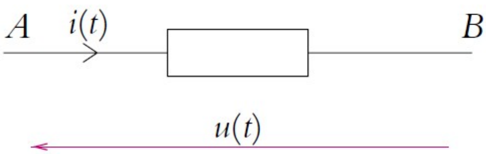
Un dipôle est passif si sa caractéristique passe par l'origine (intensité nulle à tension nulle), il est actif dans le cas contraire. Un résistor est donc un dipôle passif. D'autres composants électroniques passifs peuvent être rencontrés ; on citera à titre d'exemple la diode à semi-conducteurs. Il s'agit d'un dipôle passif à caractéristique non linéaire.

III-3) Modélisation d'un dipôle

Un dipôle peut être modélisé de manière plus ou moins raffinée : partant d'une caractéristique réelle qui peut être complexe, on peut se satisfaire d'une caractéristique approchée. Le choix de tel ou tel niveau de simplification dépend de la précision attendue. Dans l'exemple de la diode, un modèle simplifié sous la forme d'une loi affine par morceaux, peut donner une première représentation intéressante.

III-4) Dipôles récepteurs et générateurs

a) Définition de la puissance



Convention pour la définition de la puissance.

Soit un dipôle parcouru par un courant d'intensité i(t) et aux bornes duquel on a une tension u(t) = $V_A - V_B$. On notera que du fait de la non accumulation de charges, l'intensité du courant entrant dans le dipôle et celle du courant sortant du dipôle sont les mêmes.

La puissance instantanée est par définition la quantité :

$$P(t) = u(t)\, i(t)$$

Si on est en régime continu alors intensité et tension ne dépendent pas du temps et on peut écrire : P=UI

L'unité de la puissance est le Watt qui est équivalent à des J.s^{-1}

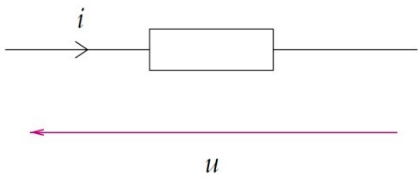
b) Convention récepteurs et générateur

Dans ce qui précède, on a décidé arbitrairement que le courant allait conventionnellement de A vers B. D'autre part, on a défini la tension par : $u(t) = V_A - V_B$, soit une orientation de la tension opposée à celle de l'intensité.

Or il existe deux possibilités d'orientations relatives de la tension et de l'intensité : de même sens ou de sens opposé.

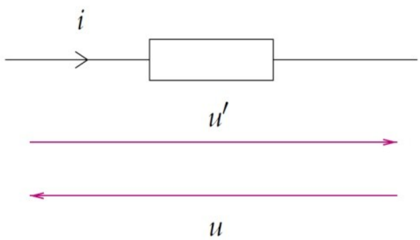
Ces deux orientations relatives conduisent à deux conventions possibles :

- la *convention récepteur* où l'intensité i et la tension u sont choisies de sens opposé (c'est celle qu'on a adoptée au paragraphe précédent),



Convention récepteur.

- la *convention générateur* où l'intensité i et la tension u' sont choisies de même sens.



Convention générateur.

c) Caractère générateur et récepteur

La définition de la puissance permet de donner une signification aux termes générateur et récepteur utilisés ici.

En convention récepteur, on a défini la puissance reçue par le dipôle par : $P(t) = u(t)\, i(t)$

Dans ce cas, si u(t) et i(t) sont positifs (cela correspond à l'adéquation du sens réel du courant et de la tension avec le sens conventionnel choisi), la puissance reçue est positive. Le dipôle est donc bien un récepteur : ce qu'on définit comme reçu l'est effectivement au sens où la quantité est positive.

A contrario, si u(t) et i(t) ne sont pas de même signe (ce qui signifie que l'une ou l'autre des quantités n'a pas une orientation conforme à la convention choisie) alors la puissance reçue définie dans le cadre de la convention récepteur est négative. Le dipôle se comporte comme un générateur qui fournit de la puissance au circuit.

En convention récepteur :

- **Si P>0, le dipôle a un caractère récepteur : il recoit de l'énergie**
- **Si P<0, le dipôle a un caractère générateur : il cède de l'énergie**

Les conclusions sont inversés en convention générateur.

Des systèmes comme la batterie de voiture peut avoir les deux caractères suivant son utilisation

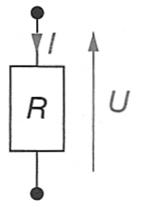
- En charge (phase de fonctionnement rapide) : récepteur
- Au démarrage : générateur

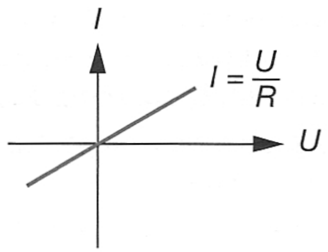
IV – Les résistors

IV-1) Présentation

a) Loi D'ohm

Ce dipôle est schématisé en convention récepteur par :





Il s'agit du dipôle qui vérifie la loi d'Ohm en convention récepteur :

U = RI

R est appelé résistance, elle est positive et s'exprime en ohms, de symbole Ω.

On peut également définir la conductance G comme l'inverse de la résistance : $G = \frac{1}{R}$ où G s'exprime en Siemens, de symbole S. En convention récepteur, la loi d'Ohm s'écrit aussi :

I=GU

On peut représenter cette relation en traçant l'intensité i traversant le résistor en fonction de la tension à ses bornes : c'est la caractéristique courant-tension du résistor.

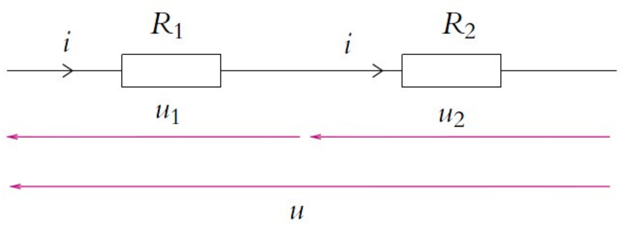
Le résistor est un dipôle passif et linéaire.

b) Ordre de grandeur

$R_{\text{chauffage électrique}}$	10 à 100Ω
$R_{\text{fer à repasser}}$	40Ω
R_{interne} ampéremètre	Qqs Ω
R_{sortie} GBF	50 Ω
R_{interne} voltmètre	100kΩ à Qqs MΩ
$R_{\text{entrée}}$ oscilloscope	Qqs MΩ

IV-2) Association en série

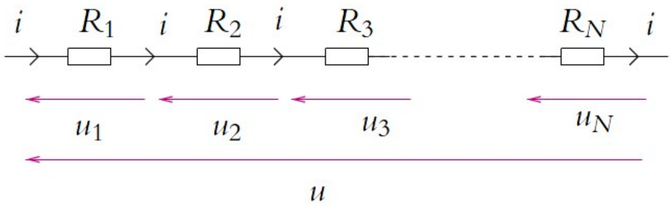
Cette association consiste à placer les dipôles de telle sorte que la même intensité traverse les dipôles :



Association en série de deux résistors.

On en déduit que la tension aux bornes de l'ensemble est la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle : $u = u_1 + u_2$

On peut généraliser ce résultat au cas de N dipôles :



Association en série de résistors.

Les N dipôles sont en série si une même intensité traverse tous les dipôles : $i_1 = i_2 = \ldots = i_N = i$

La tension aux bornes de l'ensemble est la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle : $u = u_1 + u_2 + \ldots + u_N$

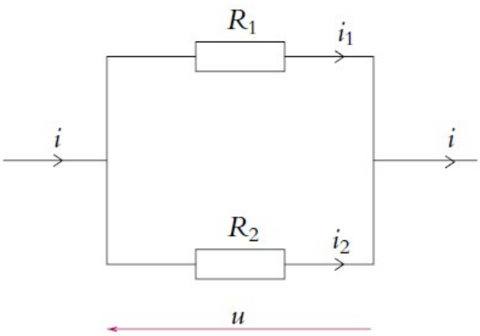
Dans le cas où les dipôles sont des résistors de résistance $R_1, R_2, \ldots, R_N$: $u = R_1 i + R_2 i + \ldots + R_N i = (R_1 + R_2 + \ldots + R_N)\, i$

L'association en série de résistors de résistance $R_1, R_2, \ldots, R_N$ est donc un résistor de résistance $R = R_1 + R_2 + \ldots + R_N$.

$$\boldsymbol{R_{série} = \sum_{i=1}^{N} R_i \ \ ou\ \ \frac{1}{G_{série}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{G_i}}$$

IV-3) Association en parallèle

Cette association correspond au cas où les deux dipôles ont même tension à leurs bornes, selon le schéma suivant :

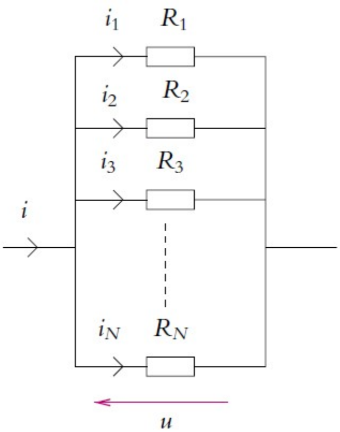


Association en parallèle de deux résistors.

On en déduit que l'intensité entrant ou sortant de l'association parallèle est la somme des intensités traversant chaque dipôle :

$i = i_1 + i_2$

On peut généraliser ce résultat au cas de N dipôles :



Association en parallèle de résistors.

Les N dipôles sont en parallèle si la tension aux bornes de tous les dipôles est la même : $u_1 = u_2 = . . . = u_N = u$

L'intensité entrant ou sortant de l'association parallèle est la somme des intensités traversant chaque dipôle :

$i = i_1 + i_2 + . . . + i_N$

Dans le cas où les dipôles sont des résistors de conductance G_1, G_2, . . ., G_N : $i = G_1u + G_2u + . . . + G_Nu = (G_1 + G_2 + . . . + G_N)\, u$

L'association en parallèle de résistors de conductance G_1, G_2, . . ., G_N est donc un résistor de conductance $G = G_1 + G_2 + . . . + G_N$:

$$\boldsymbol{G_{parallèle} = \sum_{i=1}^{N} G_i \quad ou \quad \frac{1}{R_{parallèle}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

IV-4) Puissance dissipée dans un résistor

En convention récepteur, la loi d'Ohm s'écrit $u(t) = Ri(t)$, la puissance reçue peut donc se mettre sous la forme :

$$\mathbf{P=ui=Ri^2}$$

La puissance reçue par un résistor est toujours positive : un résistor se comporte toujours en récepteur. L'énergie reçue entre les instants t et t + dt est donc :

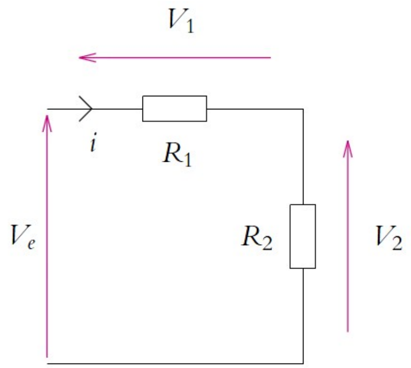
$$dW = Ri^2dt = \frac{u^2}{R}dt$$

Et entre t1 et t2 : $W = \int_{t1}^{t2} Ri^2dt = \int_{t1}^{t2} \frac{u^2}{R}dt$

Cette énergie est dissipée sous forme de transfert thermique : il s'agit de l'effet Joule.

IV-5) Diviseur de tension

La structure de base du diviseur de tension est donnée par le montage de la figure : on soumet l'association en série de deux résistors à une tension V_e et on cherche la tension aux bornes de l'un d'entre eux.



Diviseur de tension.

Les expressions des tensions en fonction du courant parcourant les résistors sont :

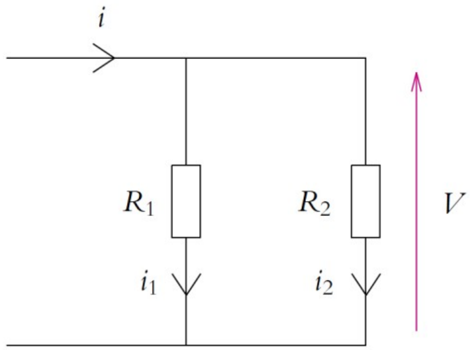
$$V_1=R_1 i\ ,\ V_2=R_2 i \text{ et } V_e=R_1 i+R_2 i$$

D'où : $\boldsymbol{V_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}V_e}$ **et** $\boldsymbol{V_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}V_e}$ et

Une condition indispensable à l'application de cette formule est que l'intensité soit la même dans les deux résistors. (c'est-à-dire l'absence d'une branche venant se greffer entre les composants)

IV-6) Diviseur de courant

La structure de base du diviseur de courant est donnée par le montage de la figure : on soumet l'association en parallèle de deux résistors à un courant d'intensité totale i et on cherche l'intensité parcourant l'un d'entre eux.



Diviseur de courant.

Les expressions des tensions en fonction du courant parcourant les résistors sont :

$I_1=G_1u$, $i_2=G_2u$ et $i=G_1u+G_2u$

$$D'où\ \boldsymbol{i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i\ et\ i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i}$$

Une condition indispensable à l'application de cette formule est que la tension soit la même aux bornes des <u>deux</u> résistors.

V - Bobine d'inductance L

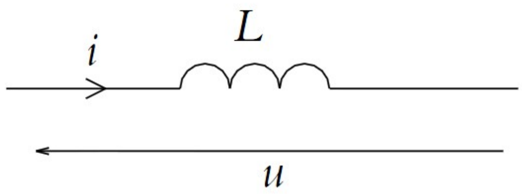
V-1 Bobine et auto-induction

a) Inductance (bobine idéale)

Une bobine est constituée d'un enroulement de spires conductrices. Le phénomène d'auto-induction crée aux bornes d'une bobine une tension u lorsque le courant d'intensité i qui la traverse varie au cours du temps. La traduction mathématique de ce phénomène est la relation suivante entre u et i en convention récepteur :

$$\boldsymbol{u = L\frac{di}{dt}}$$

L est appelée inductance et s'exprime en henry, de symbole H. On la représente en convention récepteur par :



Symbole d'une inductance.

b) Modélisation d'une bobine

Une bobine réelle possède une résistance interne ainsi on modélise la bobine par la mise en série d'une inductance et de la résistance du fil bobiné qui est en général, très faible.

c) Ordre de grandeur

Composants électroniques	Qqs mH
Bobine de cuivre de TP	Qqs H
Bobine d'alternateur	Qqs Dizaines de Henry

V-2) Association en série

On a vu que l'association en série de dipôles vérifiait :

$$u = u_1 + u_2 + \ldots + u_N,$$

Les dipôles étant parcourus par la même intensité i. Pour le cas où les dipôles sont des bobines d'inductances $L_1, L_2, \ldots, L_N$:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} + \cdots + L_N \frac{di}{dt} = (L_1 + \cdots L_N) \frac{di}{dt}$$

L'association en série de bobines d'inductances $L_1, L_2, \ldots, L_N$ est donc une bobine d'inductance :

$$\boldsymbol{L_{série} = \sum_{i=1}^{N} L_i}$$

On retrouve la même loi d'association que pour les résistances.

V-3) Association en parallèle

De même que pour les résistances on démontre que :

$$\boldsymbol{\frac{1}{L_{parallèle}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{L_i}}$$

V-4) Énergie emmagasinée dans une bobine d'inductance L

En convention récepteur, la relation tension - courant s'écrit pour une bobine d'inductance :

$$u = L\frac{di}{dt}$$

La puissance reçue se met alors sous la forme :

$$P = ui = iL\frac{di}{dt}$$

Or :

$$\frac{d(i^2)}{dt} = \frac{d(i^2)}{di} * \frac{di}{dt} = 2i * \frac{di}{dt}$$

D'où :

$$P = ui = \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

Sachant que la puissance est la dérivée de l'énergie par rapport au temps, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'une bobine d'inductance L, c'est-à dire présente dans la bobine à un instant donné :

$$E = \frac{1}{2}Li^2$$

L'énergie reçue entre deux instants t1 et t2 est donc :

$$W = \int_{t1}^{t2} Pdt = \int_{t1}^{t2} \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}dt = \int_{t1}^{t2} d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$
$$= \frac{1}{2}Li(\mathrm{t}_2)^2 - \frac{1}{2}Li(t_1)^2$$

L'énergie est une fonction continue du temps c'est-à-dire qu'elle ne peut pas apparaître subitement. On déduit de la relation précédente que l'intensité parcourant une bobine est une fonction continue du temps.

La puissance reçue par une bobine peut changer de signe au cours du temps.

- Si E diminue (donc si $|i|$ diminue), P est négative : la bobine cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur.
- En revanche, si E augmente, P est positive : la bobine reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur.

VI – Les condensateurs

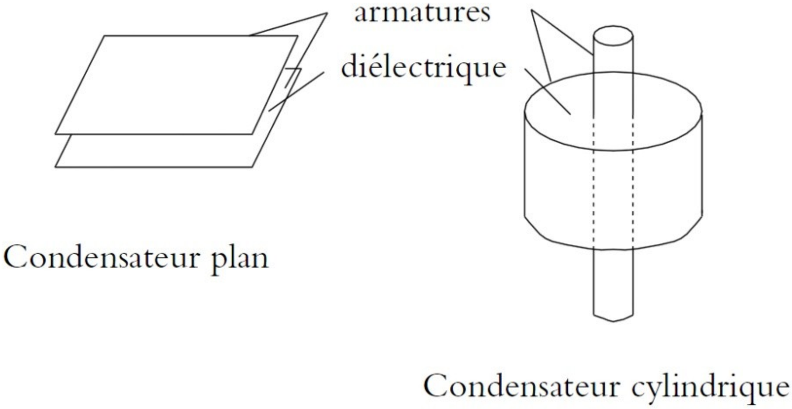
VI-1 Condensateur et capacité

a) Présentation

Les condensateurs sont des composants constitués de :

- Deux conducteurs qui se font face et sont appelés armatures.
- Un matériau isolant, le diélectrique, situé entre les deux armatures.

Ils peuvent être de plusieurs formes : plan, cylindrique, etc.



Structure d'un condensateur.

En électricité, on utilise la plupart du temps des condensateurs plans enroulés pour des raisons de gain de place.

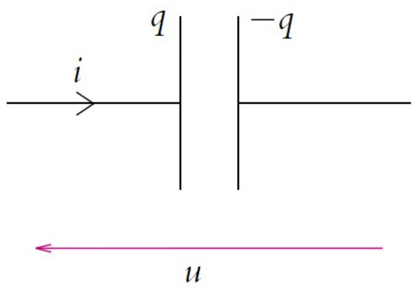
L'une des armatures porte une charge q tandis que l'autre porte une charge –q.

b) Modélisation

La modélisation la plus simple des condensateurs est celle d'une capacité C. Une capacité C est caractérisée par la relation entre la charge q et la tension appliquée aux bornes u :

q = Cu

On la représente par :



Symbole d'une capacité.

On notera l'importance du sens choisi pour l'intensité i par rapport à la position des charges q et −q : l'intensité i arrive sur l'armature de charge +q.

Les capacités sont exprimées en farads, de symbole F.

c) Relation intensité – tension

- **En convention récepteur on a :** $\boldsymbol{i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}}$
- En convention générateur on a (si on inverse la flèche de u par exemple) $i = \frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt}\ car\ q = -Cu$

d) Ordre de grandeur

Composants électroniques	Qqs nF / μF
Condensateurs d'alimentation	Qqs mF
Condensateur Haute capacité	1 à 10 Farad

VI-2 Association en série

On a vu que l'association en série vérifiait :
$u = u_1 + u_2 + \ldots + u_N$, les dipôles étant parcourus par le même courant. Pour le cas où les dipôles sont des condensateurs de capacités $C_1, C_2, \ldots, C_N$:

$$i = C_1 \frac{du_1}{dt} = \cdots = C_N \frac{du_N}{dt}$$

Or $u = u_1 + u_2 + \ldots + u_N$, donc :

$$\frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \cdots + \frac{du_N}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{du}{dt} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2} + \cdots + \frac{i}{C_N} = \mathrm{i}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)$$

L'association en série de condensateurs de capacités $C_1, C_2, \ldots, C_N$ est un condensateur de capacité C telle que :

$$\frac{1}{C_{série}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_{\mathrm{i}}}$$

L'association en série de condensateurs de capacités $C_1, C_2, \ldots, C_N$ est différente des résistances et conductances en série mais analogue à celle en parallèle.

VI-3) Association en parallèle

L'association en parallèle de condensateurs de capacités C_1, C_2, . . ., C_N est un condensateur de capacité C telle que :

$$C_{parallèle} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{C_i}$$

L'association en parallèle de condensateurs de capacités C_1, C_2, . . ., C_N est différente des résistances et conductances en parallèle mais analogue à celle en série.

VI-4) Energie stockée dans le condensateur

En convention récepteur, la relation tension - courant s'écrit pour un condensateur de capacité C : $i = C\,\frac{du}{dt}$.

La puissance reçue par le condensateur se met sous la forme :

$$P = u(t)i(t) = u(t)C\,\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}C\,\frac{du^2}{dt} = \frac{1}{2C}\frac{dq^2}{dt}$$

Comme dans le cas de la bobine, l'expression précédente fait apparaître l'énergie instantanée d'un condensateur de capacité C, c'est-à-dire présente dans le condensateur à un instant donné :

$$E = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

L'énergie reçue entre deux instants t_1 et t_2 est donc :

$$W = \Delta E = \frac{1}{2}\frac{q(t_2)^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q(t_1)^2}{C}$$

L'énergie est une grandeur continue dans le temps. De l'expression de l'énergie instantanée, on déduit que la tension aux bornes d'un condensateur de capacité C est une fonction continue du temps ainsi que la charge qui lui est proportionnelle.

Il s'agit du même raisonnement que celui qui a permis d'établir que l'intensité traversant une bobine d'inductance L est continue.

La puissance reçue par un condensateur peut changer de signe au cours du temps.

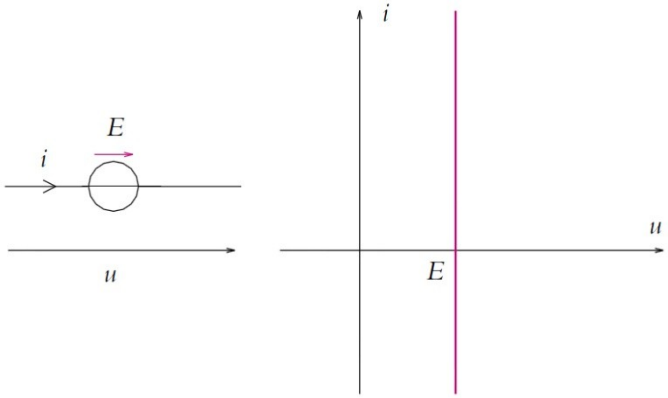
- Si E diminue (donc si $|u|$ diminue), P est négative : le condensateur cède effectivement de l'énergie à l'extérieur et se comporte comme un générateur.

En revanche, si E augmente, P est positive : le condensateur reçoit effectivement de l'énergie de l'extérieur et se comporte comme un récepteur.

VII – Les Générateurs

VII-1) Source de tension idéale

On appelle source de tension un dispositif idéal qui impose une différence de potentiel constante aux bornes du circuit auquel il est relié, quelle que soit l'intensité du courant qui le traverse.
Sa représentation en convention générateur et sa caractéristique sont les suivantes :



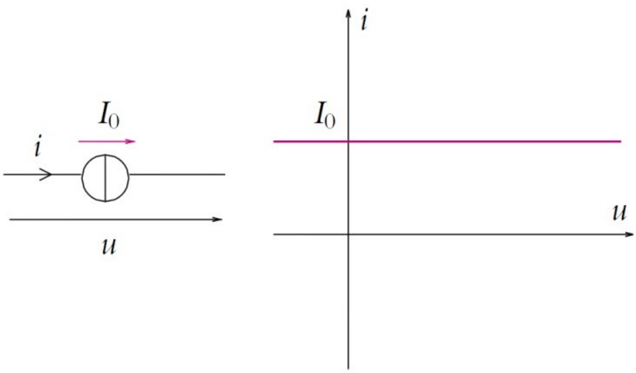
Symbole et caractéristique d'une source idéale de tension.

En effet, la tension est indépendante de l'intensité du courant parcourant le circuit par définition même du composant. On parle également de force électromotrice de la source, soit f.e.m. en abrégé, ou de tension à vide (la tension étant la même pour tout courant, c'est notamment celle correspondant au cas i = 0 qui est la tension à vide par définition).

VII-2) Source de courant idéale

On appelle source de courant un dispositif idéal qui débite un courant d'intensité constante dans le circuit auquel il est relié quelle que soit la tension à ses bornes et ce indépendamment du circuit. Son symbole en convention générateur et sa caractéristique sont représentés sur la figure.

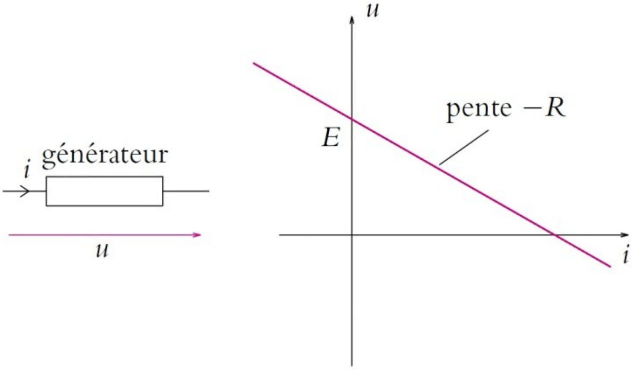
La grandeur I_0 ou η_0 est appelée courant de court-circuit : elle est indépendante du circuit qui peut être n'importe quel dispositif et en particulier un fil de connexion créant un court-circuit. On utilise aussi l'expression courant électromoteur ou c.e.m. par analogie aux sources de tension.



Symbole et caractéristique d'une source idéale de courant.

VII-3 Générateur de Thévenin

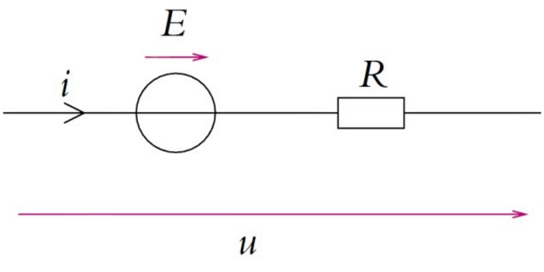
En général les générateurs de laboratoire ont une résistance interne et leur caractéristique est la suivante :



Caractéristique générale d'un dipôle linéaire.

Il s'agit de la caractéristique d'un dipôle linéaire dont l'équation peut s'écrire : u = E- Ri

On peut alors modéliser ce dipôle par une source de tension idéale et une résistance en série :

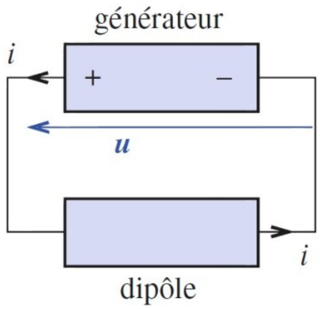


Modèle de Thévenin d'un dipôle linéaire.

En effet, en convention générateur, la tension u aux bornes du dipôle et la f.e.m E sont de même sens et la relation entre intensité et tension pour une résistance en convention générateur est u = -Ri soit par association en série u = E - Ri.

VII-4) Point de fonctionnement

Soit le circuit suivant :

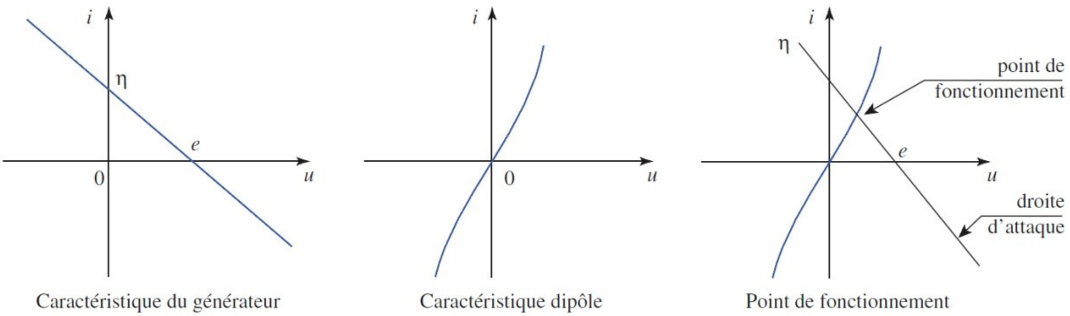


Circuit élémentaire.

Lorsque le dipôle est non linéaire, il est plus difficile d'obtenir les valeurs u et i du circuit. On peut :

- Soit modéliser le dipôle
- Soit procéder de manière graphique à l'aide de la caractéristique.

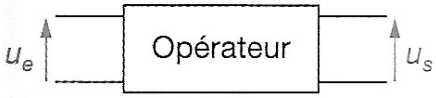
L'intersection des deux caractéristiques F(u,i) est appelée point de fonctionnement



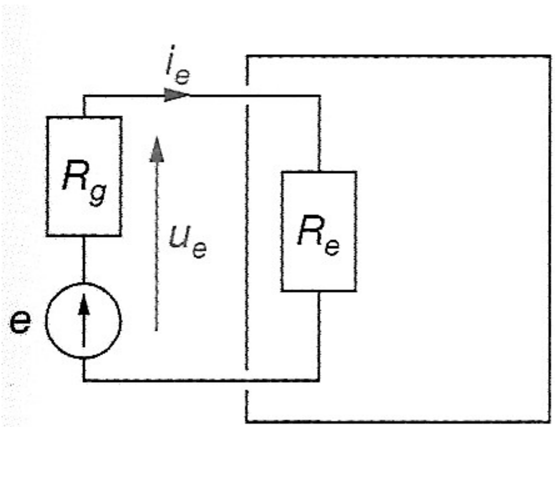
VIII - Résistance d'entrée et de sortie d'un opérateur

VIII-1) Maille d'entrée

Le traitement des signaux électriques (amplification, filtrage) s'effectue à l'aide d'opérateurs dont le plus simple comprend une entrée et une sortie.



Vu de l'entrée, l'opérateur se présente comme un dipôle, aux bornes duquel s'applique la tension d'entrée u_e et à travers lequel circule un courant électrique d'intensité i_e. Lorsque la caractéristique (u_e,i_e) est linéaire, l'opérateur est équivalent à un résistor vis-à-vis de la maille d'entrée, on définit sa résistance d'entrée $R_e = u_e/i_e$. Un générateur de tension à vide e et de résistance interne R_g étant branché sur l'entrée de l'opérateur, on peut définir un schéma équivalent électrique relatif à la maille d'entrée.



Un diviseur de tension apparaît, composé de la résistance de sortie du générateur et de la résistance d'entrée de l'opérateur : la relation entre les tensions est alors :

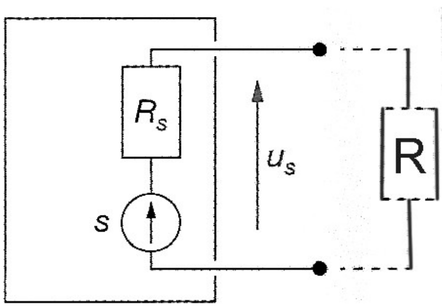
$$u_e = e\frac{R_e}{R_e + R_g}$$

Tant que la résistance d'entrée est très supérieure à la résistance interne du générateur, Re » Rg, les deux tensions e et u_e sont quasiment identiques : $u_e \approx e$.

En revanche, la tension aux bornes du dipôle peut devenir très différente de la tension à vide du générateur : elle n'en est que la moitié en cas d'égalité.

VIII-2) Maille de sortie

L'opérateur se comporte couramment comme un générateur linéaire, pour ce qui concerne sa sortie. On peut alors le modéliser à l'aide d'une source de tension de valeur caractéristique s et d'une résistance interne Rs.



Lorsqu'un dipôle linéaire de résistance R est connecté entre les bornes de sortie de l'opérateur, un diviseur de tension apparaît, composé de la résistance de sortie Rs et de la résistance R. La relation entre s et la tension us apparaissant en sortie est alors :

$$u_s = s\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R} + R_s}$$

La tension u_s est donc inférieure à la tension à vide de l'opérateur. On ne peut les considérer voisines que si R » Rs : $u_s \approx$ s.

Connecter un dipôle résistif en sortie d'un opérateur met en jeu un diviseur potentiométrique, la tension observée n'est voisine de la tension à vide que si la résistance connectée est très supérieure à la résistance de sortie de l'opérateur.

VIII-3) Exemples

a) On connecte un GBF de résistance interne R_g=50Ω à l'entrée d'un oscilloscope. On branche directement un oscilloscope de R_e sur le GBF. Quelle erreur relative commet-on en confondant la tension à vide e et la tension u_e mesurée sur l'écran.

On a $\eta = \frac{|e-u_e|}{e} = 1 - \frac{R_e}{R_e+R_g} = \frac{R_g}{R_e+R_g} \approx \frac{R_g}{R_e} = 5.10^{-5}$

b) On visualise la tension fournie par une résistance de 50Ω en série avec le GBF à l'oscilloscope, on mesure 1V. Quelle est la tension à vide fournit par le GBF ?

$$u_s = s\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R} + R_s} \Rightarrow \mathrm{s} = 2\mathrm{V}$$

Car l'erreur commise par l'oscilloscope est négligeable.