

III-2 MIROIR PLAN ET CONDITIONS DE GAUSS

Dans ce chapitre, on va étudier :

- Le miroir plan
- Les conditions de stigmatisme et aplanétisme

Partant de l'exemple, à la fois simple et bien connu du miroir plan, on se propose dans ce chapitre de définir les notions d'objet et d'image, qui sont omniprésentes dans les applications de l'optique géométrique. Qu'il s'agisse en effet du fonctionnement d'un appareil photographique ou d'une caméra, que l'on souhaite comprendre les principes de la correction visuelle par des lunettes ou des lentilles de contact, on doit recourir à la notion de stigmatisme.

Les définitions des notions telles qu'objet, image et la relation qui les lie, sont données dans ce chapitre étape par étape.

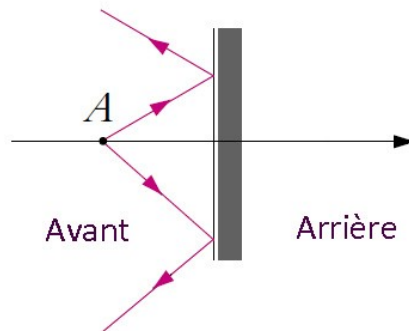
I – Le miroir plan

I-1) Réflexion

Afin de mettre en place les concepts et le vocabulaire correspondant, nous nous intéressons dans un premier temps au cas du miroir plan.

On appelle miroir plan un système constitué d'une surface réfléchissante, généralement métallique et souvent couverte d'une couche de verre protectrice. Pour l'étude de principe qui est conduite ici, on assimile simplement ce système à un plan, considéré comme une surface parfaitement réfléchissante.

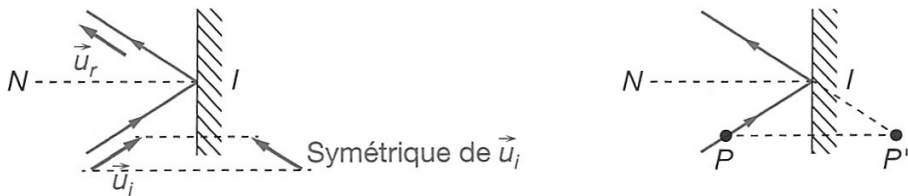
Tout rayon lumineux incident est ainsi réfléchi en totalité, selon les lois de Descartes : $r = -i$.



Le plan de la surface réfléchissante sépare deux demi-espaces, que nous nommons « l'avant » et « l'arrière ». Les points situés sur le parcours des rayons incident et réfléchi sont dits situés devant le miroir. Du fait du caractère parfait aucune onde lumineuse réfractée n'existe derrière le miroir.

I-2) Construction des rayons

Un rayon lumineux incident étant donné, on construit géométriquement la marche du rayon réfléchi correspondant, en opérant une symétrie plane.



Une autre manière d'opérer consiste à déterminer deux points du rayon réfléchi. L'un d'entre eux est le point I lui-même, l'autre est obtenu par symétrie d'un point quelconque P, pris sur la marche du rayon incident et dont on forme le symétrique P', par rapport au plan du miroir.

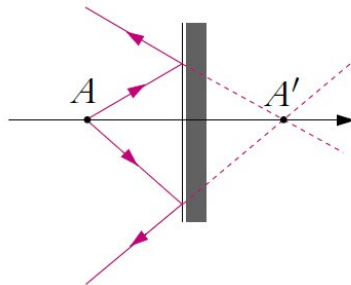
Des règles de présentation des figures s'imposent, on conseille de les respecter à chaque fois que l'on effectue une représentation :

- **Les constructions telles que le tracé d'un point P' par symétrie d'un point P sont laissées sur la figure, généralement sans couleur ;**
- **Les rayons correspondant à un trajet réellement suivi par la lumière sont mis en couleur et en trait plein, les portions dites virtuelles, telles que le segment [P',I] sont représentées en pointillés ;**
- **Enfin, le sens de propagation de la lumière est indiqué par une flèche.**

I-3) Stigmatisme

On considère à présent un point source A placé devant un miroir plan. Les rayons émis par A forment un faisceau de lumière divergente.

Pour chaque rayon incident, on applique la méthode précédente, en construisant le rayon réfléchi à l'aide du point I situé sur le miroir et du symétrique A' du point source A . L'ensemble des rayons réfléchis constitue donc un faisceau de lumière qui semble provenir d'un point source situé en A' , symétrique de A par le miroir.



Tout rayon émis par A et rencontrant le miroir voit son réfléchi porté par une demi-droite issue de A' .

Il est même possible d'étendre cette propriété au cas où A n'est pas une source, mais un point A situé sur le trajet de rayons incidents.

En renonçant temporairement à distinguer les portions réellement ou virtuellement suivies par la lumière, **on peut écrire que tout rayon incident passant par A voit son émergent (rayon réfléchi ici) passer par A' , symétrique de A par le miroir. On aboutit ainsi, dans le cas particulier du miroir plan, au concept de stigmatisme d'un système optique pour un couple de points : l'objet A et l'image A' .**

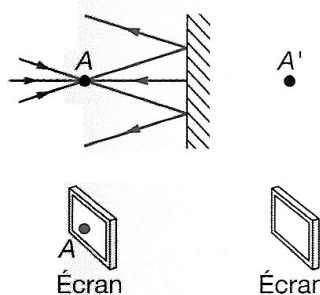
- **Le couple (A, A') est dit stigmatique pour le miroir plan.**
- **On peut dire également que les points A et A' sont conjugués par le miroir.**

I-4) Réel ou virtuel

a) Réel

Les raisonnements tenus précédemment ont mis en jeu **des rayons incidents qui passaient réellement par un point A situé en amont du miroir et des rayons réfléchis ne passant pas par A', mais dont le support géométrique contenait le point A'. On parle alors d'un objet réel A et d'une image virtuelle A'.**

Un moyen simple de distinguer réalité et virtualité est d'imaginer un petit écran placé au point considéré. S'il s'agit de A dans la figure, un point lumineux apparaît sur l'écran, car celui-ci intercepte les rayons incidents qui convergent sur lui. Si en revanche on place un écran derrière le miroir, aucune trace lumineuse ne figure sur l'écran, car il ne reçoit pas de rayons en réalité.



Dans le cas d'un miroir plan, un point objet A situé devant le miroir est réel, mais son image A' située derrière le miroir est virtuelle.

b) Virtuel

On peut également envisager le cas d'un point objet virtuel, en envoyant un faisceau de lumière convergent sur un miroir, de telle manière que le point de concourance (point commun aux droites) soit situé derrière le miroir. Aucun rayon lumineux ne parvient réellement en A, l'objet est virtuel. Mais les rayons réfléchis par le miroir passent tous par le point A', symétrique de A, situé devant le miroir. A' est réellement éclairé par tous les rayons réfléchis : c'est un point image réel.

Pour un miroir plan, lorsque l'objet est virtuel, car situé derrière le miroir, son image est réelle.

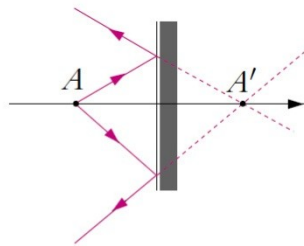


Image d'un
objet réel par un miroir plan.

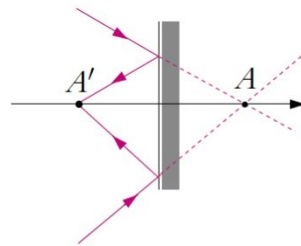


Image d'un objet
virtuel par un miroir plan.

I-5) Aplanétisme

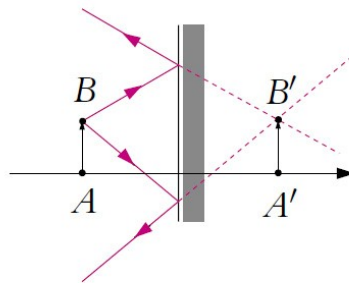
a) Définition

Soient deux points A et A' de l'axe optique conjugués par rapport à (S) . Soit B , un point du plan transverse passant par A . Le système (S) sera dit aplanétique pour A et A' si le conjugué de B , noté B' , se trouve dans le plan transverse passant par A' . Il y a alors correspondance plan transverse par plan transverse.

b) Cas du miroir plan

Soit B dans le plan transverse contenant A . Par la même construction translatée vers le haut, on obtient B' symétrique de B par rapport au miroir, et donc dans le plan transverse contenant A' .

Le miroir plan est rigoureusement aplanétique pour tout point de l'espace et c'est le seul système optique qui vérifie cette propriété.



Aplanétisme
d'un miroir plan.

On peut donc construire l'image d'un objet linéique transverse, AB , à travers le miroir ; tout point du segment AB sera sur le segment $A'B'$. $A'B'$ est symétrique de AB par le miroir.

II – Conditions de Gauss

II-1) Le stigmatisme rigoureux

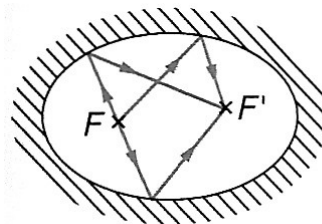
a) Définition

Un système optique (S) est dit rigoureusement stigmatique pour le couple de points (A,A') si tous les rayons issus de A passent par A' après avoir été déviés par le système.

Les points A et A' sont dits conjugués par rapport à (S).

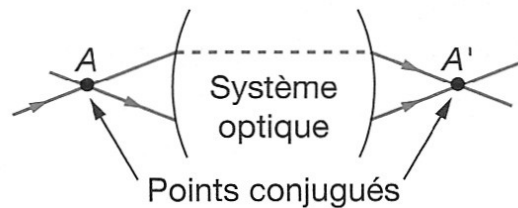
b) Les instruments d'optique

Contrairement au cas du miroir plan, pour lequel tout point A possède une image A' (son symétrique), de nombreux systèmes optiques ne présentent cette propriété de stigmatisme pour aucun point, ou pour certains points particuliers seulement. Un exemple nous est donné par le miroir ellipsoïdal, constitué d'un ellipsoïde de révolution, ou d'une portion de celui-ci (Fig. 8). Une telle surface possède deux foyers F et F' uniques, qui sont en stigmatisme, car tout rayon lumineux incident passant par F voit son réfléchi passer par F'. Noter qu'échanger les rôles de F et F' conserve la relation de stigmatisme.



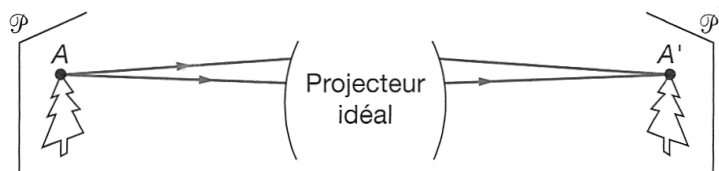
Cette situation est donc rare mais très recherchée, car elle ouvre la voie à des applications intéressantes. On citera, pour mémoire et sans en préciser plus avant les justifications théoriques :

- La conjugaison rigoureuse entre le foyer d'un miroir parabolique et un point situé à l'infini sur l'axe ;
- L'existence des points de Weierstrass pour l'objectif d'un microscope.



c) Le projecteur idéal

Supposons qu'il existe un système optique parfaitement stigmatique, qui donne de chaque point A d'un objet une image A' et imaginons en outre que la répartition spatiale des points A' sur un plan (P') soit identique à celle des points A au sein d'un plan (P), à un facteur d'homothétie près.



Disposer d'un tel système serait très intéressant, on pourrait le mettre en œuvre pour de multiples applications :

- Un rétroprojecteur, qui doit former sur un écran (plan P') une image agrandie du document transparent posé sur sa glace (plan P) ;
- Un objectif d'un appareil photographique, qui doit restituer sur le plan P' où se trouve le capteur photosensible, l'image réduite dans les proportions adéquates d'une scène située dans le plan ;
- Un photocopieur enfin, qui doit permettre la reproduction à l'identique du document original, si le rapport d'homothétie est égal à l'unité, ou avec un facteur d'agrandissement ou de réduction.
- Même l'œil humain gagnerait à fonctionner selon ce principe, le plan P' étant celui de la rétine, quand le plan P correspondrait au plan d'observation.

Il faut toutefois se poser la question de l'existence d'un tel système idéal et, le cas échéant, de sa réalisation. Historiquement, ce problème a animé les recherches en géométrie et en optique au cours des siècles, de nombreux philosophes de la nature, mathématiciens ou physiciens y apportant leur contribution. Peu à peu, des théories nouvelles, des systèmes de pensées ont ainsi vu le jour, irriguant tout le domaine de la connaissance : d'Aristote à Descartes, d'Euclide à Fermat ou d'Archimède à Huygens. L'édification théorique de l'optique a permis des avancées décisives, dans de nombreux domaines des sciences.

Cependant, le résultat de ces recherches est sans appel : hormis des cas triviaux ou le miroir plan, qui présente l'inconvénient de la virtualité de l'image associée à un objet réel et l'absence de rapport d'agrandissement ou de réduction, **les systèmes optiques présentant un stigmatisme point par point entre deux plans P et P' n'existent pas.**

Deux questions surgissent alors instantanément :

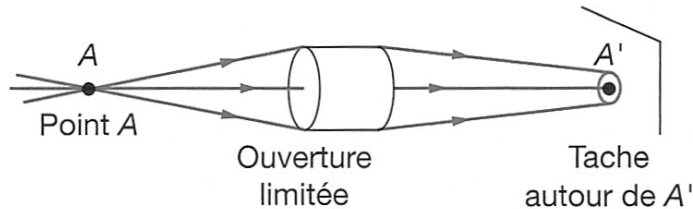
- Comment fonctionnent les instruments de la vie réelle, évoqués ci-dessus comme des applications de ce principe (rétroprojecteur, appareil photographique et même système de la vision) ?
- Est-il possible de contourner la difficulté en renonçant à quelques exigences ?

II-2) Le stigmatisme approché

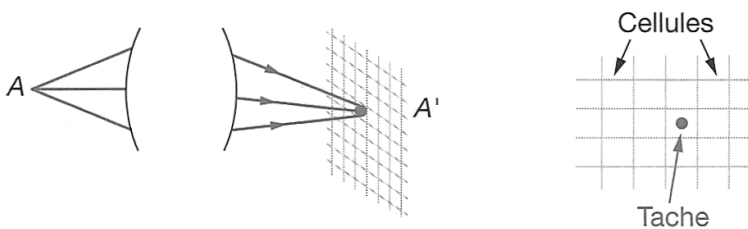
Pour pallier l'absence de système optique rigoureusement stigmatique, il faut revoir l'exigence d'idéalité, c'est à ce prix que l'on peut concevoir des systèmes optiques intéressants ! Plus précisément, lorsqu'on attend d'un système optique qu'il délivre un rayon passant par A' , quel que soit le rayon incident passant par A , c'est la mention « quel que soit » qui est une exigence excessive.

Il faut donc qu'un système optique admette les rayons lumineux avec une certaine ouverture, ce qui pose alors le problème de la convergence en un même point A' , des différents rayons issus de A . C'est ici que se niche la possibilité d'adopter un critère approché. En effet, qu'il s'agisse de la rétine de l'œil composée de cellules biologiques, ou du récepteur de lumière

constitué de pixels d'un appareil photographique numérique, le capteur qui détecte l'image a une résolution limitée.



Ainsi, des rayons émergeant du système optique et parvenant sur la même cellule photosensible du capteur peuvent être considérés comme confondus. Quantitativement, on considère le diamètre de chaque cellule du capteur, sa dimension caractéristique pour être plus général. Il suffit de faire en sorte que les différents rayons issus d'un même point A de l'objet parviennent au voisinage du point A', avec une distance inférieure à la taille de la cellule photosensible.



Compte tenu de la résolution limitée des capteurs de lumière analysant l'image, il est possible de se contenter d'un stigmatisme approché. Les rayons incidents issus d'un point objet A doivent passer dans un voisinage de A', dont la taille est inférieure à la dimension caractéristique des cellules du capteur.

II-3) Compromis stigmatisme-diffraction

Réduire l'étendue des rayons admis dans le système améliore la qualité du stigmatisme, mais s'accompagne d'une augmentation de l'angle de la diffraction provoquée par les bords du diaphragme qui limite l'ouverture. En pratique, une fois la taille caractéristique des cellules du capteur de lumière déterminée, il suffit de faire en sorte que le diamètre de la tache de diffraction soit inférieur à celui d'une cellule du capteur.

Il est possible de s'affranchir des effets de la diffraction en adoptant une ouverture suffisante pour que le diamètre de la tache de diffraction soit inférieur à la taille des cellules du capteur.

II-4) Compromis stigmatisme-luminosité

Diminuer l'ouverture d'un système optique consiste à ne pas admettre les rayons qui seront interceptés par le diaphragme. Ils n'affecteront donc pas la qualité de l'image, mais on se prive en contrepartie de la luminosité qu'ils auraient apportée.

Restreindre l'étendue des rayons admis dans le système améliore la qualité du stigmatisme, mais s'accompagne d'une perte de luminosité.

Ce compromis est encore rendu plus délicat, en photographie, lorsque le sujet est en mouvement, car il faut alors diminuer le temps

de pose. Mais la sensibilité du capteur nécessite de recevoir une quantité de lumière supérieure à un minimum. Il faut alors augmenter l'ouverture de l'instrument et perdre en netteté.

II-5) Conditions de Gauss

a) Système centré

De nombreux dispositifs optiques utilisés dans la vie courante ou au laboratoire sont des systèmes centrés, qui présentent une symétrie de révolution autour d'un axe. On peut citer pêle-mêle les lentilles de contact et les loupes ou microscopes, les lunettes astronomiques et les télescopes et enfin les collimateurs et viseurs du laboratoire...

Un système optique est dit centré, d'axe Δ , s'il est constitué de dioptries et surfaces réfléchissantes invariantes par rotation autour de Δ .

b) Propriété de l'axe optique Δ

Dans tous les cas étudiés ici, les surfaces seront planes et perpendiculaires à Δ , ou sphériques de centre situé sur Δ .

La première conséquence immédiate de l'existence de cet axe est à connaître :

- **Un rayon lumineux incident selon l'axe optique n'est pas dévié et un point A situé sur Δ admet une image A' située sur le même axe.**

c) Conditions de Gauss

Un système centré est utilisé dans les conditions de Gauss si tous les rayons lumineux qui le traversent sont paraxiaux :

- Rayons peu inclinés par rapport à l'axe
- Rayons proches de l'axe

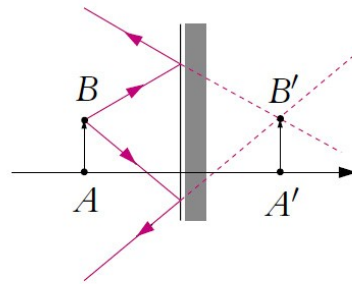
Dans les conditions de Gauss, c'est-à-dire pour des rayons lumineux paraxiaux, les systèmes centrés présentent un stigmatisme approché pour des couples de points conjugués A et A' situés sur l'axe.

II-6) Aplanétisme

Une seconde propriété découle des conditions de Gauss et s'avère importante pour former l'image d'objets étendus et non ponctuels. Il faut bien entendu que ces objets soient de petite extension autour de l'axe optique, pour qu'il ne soit fait appel qu'à des rayons paraxiaux.

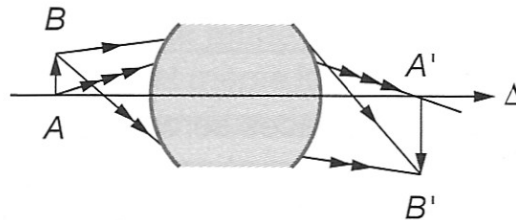
Dans les conditions de Gauss, le stigmatisme approché valable pour un couple de points A et A' situés sur l'axe se conserve pour des points B et B' proches de l'axe dans un plan transverse. On parle d'aplanétisme du système optique.

La représentation correspondant à deux couples de points conjugués A et A' d'une part, B et B' d'autre part est immédiate pour le miroir plan.



Aplanétisme
d'un miroir plan.

Dans le cas d'un système centré quelconque, l'aplanétisme est en général approché.



Bien qu'il faille se limiter à des petits angles dans la pratique, on convient de ne pas respecter les échelles transversales pour des raisons de lisibilité des figures. De ce fait, la représentation met en jeu des rayons formant un angle apparemment élevé avec l'axe.