II-1 Notion de signal

Dans ce chapitre, on va étudier :
- les différentes grandeurs qui caractérisent un signal
- les différentes formes de propagation d’un signal

I – Notion de signal

I-1) Définition

Un signal est une grandeur physique dont la détermination permet d’accéder à une information désirée.

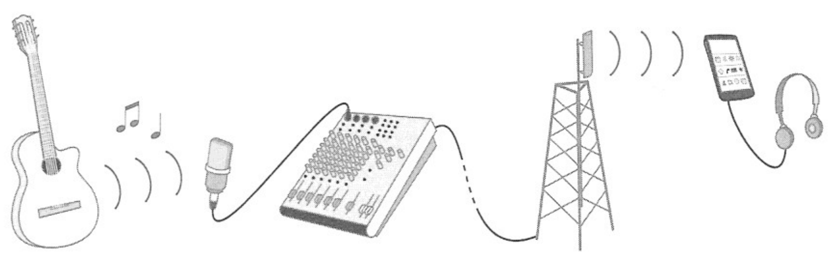
I-2) Grandeurs physiques

a) Les différents types

On peut classer les signaux suivant leur domaine d’utilisation :

Acoustique	Electricité	Electromagnétisme	Thermodynamique
position vitesse pression Energie	Intensité Tension Energie Résistance	Intensité lumineuse Energie	Température Volume Pression Energie

b) Conversion de signal



L'acquisition, la mémorisation et la transmission d'une information peut nécessiter l'utilisation de signaux de natures physiques différentes ; nous illustrons ce point par un exemple.

Le signal acoustique musical émis par un instrument est transformé en signal électrique dans un microphone le support de l'information passe ainsi d'une onde acoustique à une grandeur électrique. Le signal est alors amplifié, filtré, éventuellement numérisé et mis dans une mémoire électronique. Il peut être transmis sous forme d'onde électromagnétique modulée, ou via une fibre optique. Il est finalement restitué, dans une forme proche de l'original, dans un écouteur ou un haut-parleur.

Toutes ces opérations modifient la nature du signal, parfois aussi la forme de son évolution temporelle, en préservant au mieux la possibilité de retrouver l'information initiale.

Dans ce sens, le cas des signaux électriques est important, car l'avancée des techniques en électronique et en informatique ouvre un éventail très étendu de possibilités de traitement. On peut ainsi réaliser efficacement :

le stockage

- la transmission ;
- la compression et le cryptage de signaux électriques.

La partie des sciences qui permet ces progrès s'appelle d'ailleurs la théorie du signal, c'est un domaine de recherche permanente, source de progrès très visibles dans la vie quotidienne.

I-3) Signaux périodiques

a) Importance des signaux périodiques

L'information est par définition non connue par avance : si l'on connaît le contenu d'une lettre avant de l'ouvrir, elle ne nous apporte aucune information. Il paraît donc *a priori* peu intéressant de recourir à des signaux périodiques. En effet, ceux-ci ne sont inconnus que durant la première période d'observation et se répètent ensuite sans plus de changement, donc sans révéler d'information.

Pourtant, on manipule fréquemment des signaux périodiques :

- Soit lorsqu'ils sont utilisés pour tester des équipements : on applique par exemple un signal sinusoïdal à l'entrée d'un amplificateur pour en mesurer le gain ;
- Soit parce qu'ils sont utilisés pour transporter une information grâce à une variation lente de l'une de leurs propriétés, c'est le cas des *modulations* rencontrées en Terminale ;
- Soit enfin parce qu'un signal peut généralement être décomposé en une somme de signaux périodiques particuliers, les signaux sinusoïdaux.

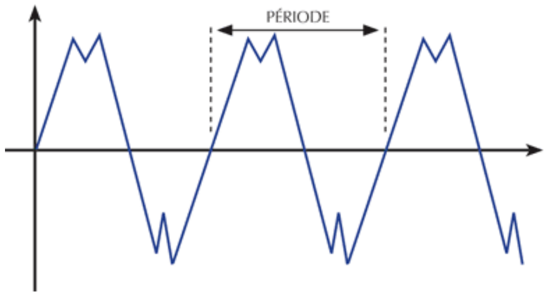
En travaux pratiques notamment, des générateurs de signaux permettent d'obtenir des signaux périodiques du temps, de formes carrée, triangulaire ou sinusoïdale.

b) Caractéristiques principales

Un signal périodique est caractérisé par plusieurs grandeurs mais les deux principales sont :

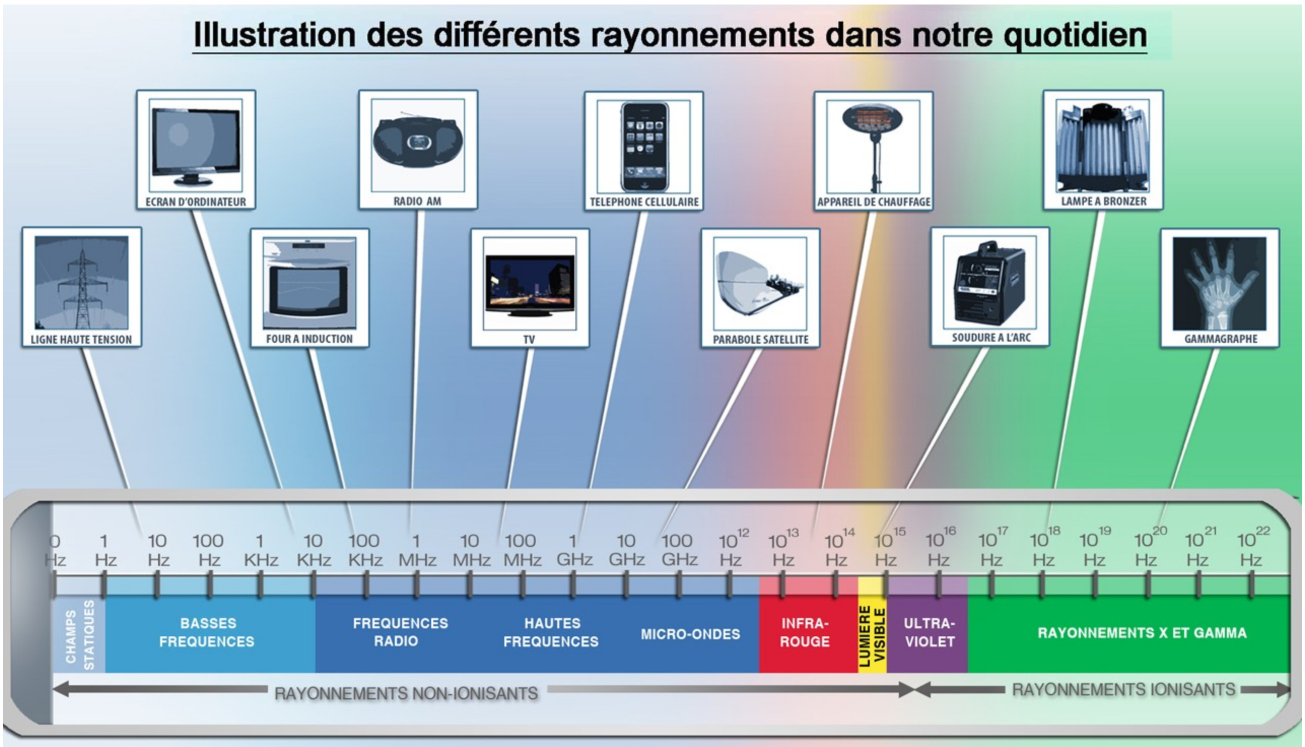
- sa période (fréquence ou pulsation).
- les variations d'amplitude au cours de la période.

On rappelle que $T = \frac{1}{\nu}\ ou\ T = \frac{2\pi}{\omega}$



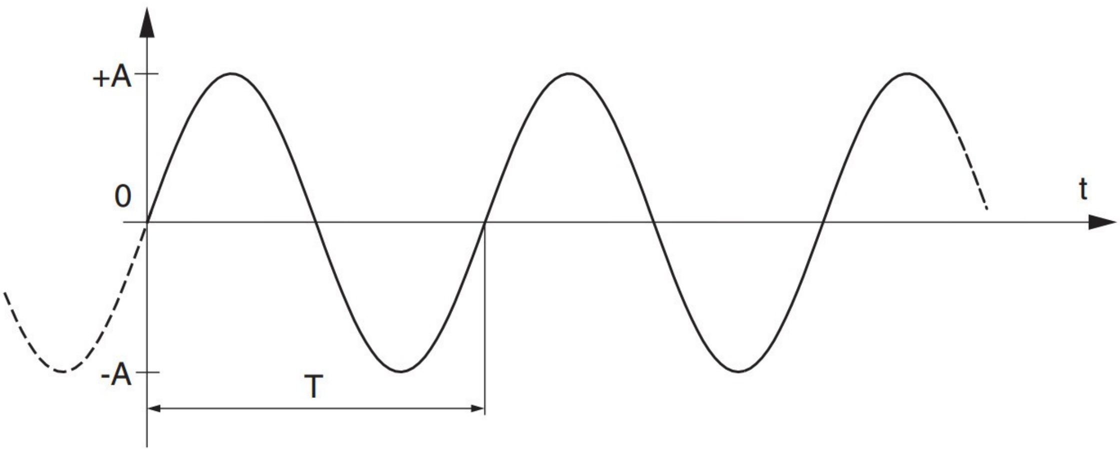
c) Ordres de grandeurs de la fréquence

Acoustique	Electromagnétisme	Optique
Audible : 20Hz à 20kHz Téléphonie : 300Hz à 3400Hz	Electricité (Europe) : 50Hz GBF : 10Hz à 20MHz Bande FM : autour de 100Mhz GSM : 900MHz, 1800MHz, 2100MHz WiFi : 2,4GHz à 5 GHz	Visible : 400THz à 770THz



I-4) Caractéristiques d’un signal

a) Le signal sinusoïdal



L’expression générale du signal sinusoïdal est : $s(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ où :

- ω la pulsation
- A l’amplitude et 2A l’amplitude crête à crête
- φ la phase à l’origine des temps

b) Valeur moyenne

La valeur moyenne d'un signal de période T est définie par :

$$\langle s \rangle = S_{moy} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)dt \;\; \text{où } t_0 \; est \; quelconque$$

Pour un signal harmonique cette valeur moyenne est nulle :

$$\langle s \rangle = S_{moy} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} Acos(\omega t + \varphi)\, dt$$

$$= \frac{A}{T}\left[\frac{sin(\omega t + \varphi)}{\omega}\right]_0^T = A\,\frac{sin(2\pi + \varphi) - sin(\varphi)}{\omega T} = 0$$

Ce résultat est évident graphiquement.

c) Valeur efficace

Pour un signal s, la grandeur énergétique associée est quadratique : proportionnelles au carré de s(t) :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2, E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2, E_{bob} = \frac{1}{2}Li^2 \ldots$$

Afin de tenir compte de cet aspect on définit la valeur efficace par :

$$\sqrt{\langle s^2 \rangle} = S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t)dt} \;\; \text{où } t_0 \; est \; quelconque$$

Grâce à cette définition, l'amplitude, la valeur moyenne et la valeur efficace ont mêmes dimensions.

Pour un signal harmonique cette valeur efficace vaut : $\frac{A}{\sqrt{2}}$

$$\langle s^2 \rangle = S_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T A^2 cos^2(\omega t + \varphi)\, dt$$

$$= \frac{A^2}{2T}\int_0^T 1 + cos(2\omega t + 2\varphi)\, dt = \frac{A^2}{2T}\left[t + \frac{sin(2\omega t + 2\varphi)}{2\omega}\right]_0^T$$

$$= \frac{A^2}{2T}\left(T - 0 + \frac{sin(4\pi + 2\varphi) - sin(2\varphi)}{2\omega}\right) = \frac{A^2}{2} \Rightarrow S_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

En électricité les appareils type multimètres affichent en alternatif la valeur efficace du signal (Root Mean Square).

I-5) Spectre d'un signal

a) Définition

On considère un signal s(t), qui s'écrit comme la somme de signaux sinusoïdaux, dont les fréquences s'étalent de f_{min} à f_{max}. On dit alors que le spectre du signal occupe l'intervalle de fréquences $[f_{min}, f_{max}]$, ce qui est une information importante pour en déterminer les propriétés.

On peut illustrer ce propos à travers plusieurs exemples, empruntés à la vie courante ou faisant appel aux notions vues dans les classes secondaires.

b) Décomposition en série de Fourier

Sous certaines conditions de régularité dont la démonstration relève d'un cours de mathématiques et qui seront toujours satisfaites en physique , une fonction f(t) réelle, périodique de période T et de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ est décomposable en une série de fonctions sinusoïdales de pulsations n.ω, avec n entier naturel et d'amplitudes déterminées, sous la forme :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \text{ avec } a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos n\omega t dt \text{ , } b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin n\omega t dt \text{ \& } a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

Où $a_0/2$ est la valeur moyenne du signal

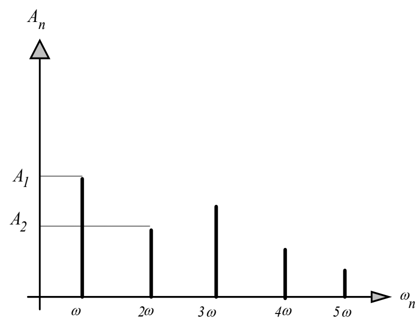
Si la fonction f(t) est réelle, alors les coefficients a_n & b_n sont réels. Posons $a_n=A_n\cos\varphi_n$ & $b_n=-A_n\sin\varphi_n$, alors :

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(A_n\cos\varphi_n\cos n\omega t-A_n\sin\varphi_n\sin n\omega t) \Longrightarrow \boxed{f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\omega t+\varphi_n)}$$

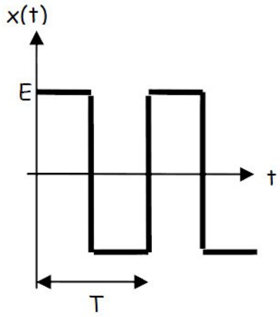
- Ce développement unique est appelé développement en série de Fourier de la fonction f (en abrégé D.S.F.)
- Les coefficients an et bn sont les coefficients de Fourier de la fonction f.
- Le terme $A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ est appelé fondamental.
- Le terme $A_n\cos(n\omega t+\varphi_n)$ est l'harmonique de degré n. A_n est l'amplitude de l'harmonique de degré n et φ_n est sa phase.

c) Notion de spectre

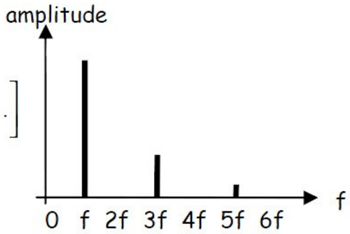
L'ensemble des A_n constitue au même titre que l'ensemble des a_n et b_n le spectre de la fonction f périodique. Il est commode et utile pour la suite de représenter graphiquement le spectre de la façon ci-après :

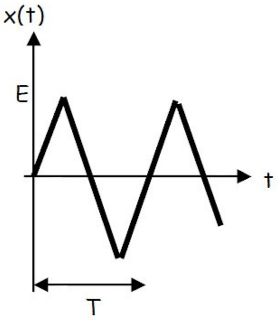


d) Exemples de spectres

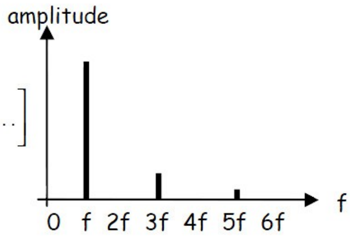


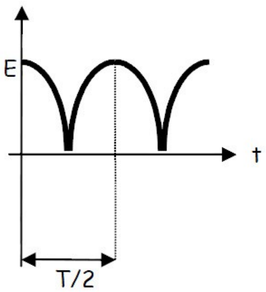
$$x(t) = \frac{4E}{\pi}\left[\sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots\right]$$



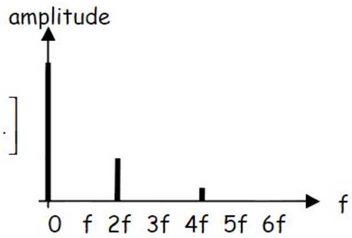


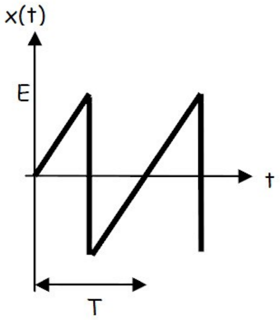
$$x(t) = \frac{8E}{\pi^2}\left[\sin(\omega t) - \frac{\sin(3\omega t)}{3^2} + \frac{\sin(5\omega t)}{5^2} - \dots\right]$$



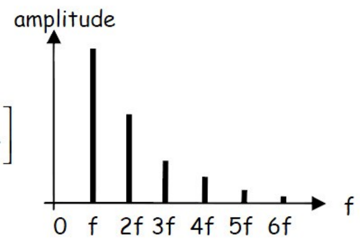


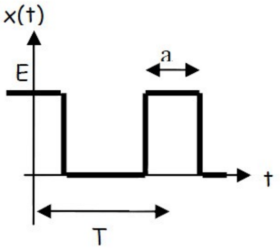
$$x(t) = \frac{2E}{\pi}\left[1 + \frac{2\cos(2\omega t)}{3} - \frac{2\cos(4\omega t)}{15} + \dots\right]$$

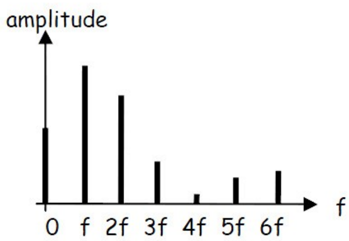




$$x(t) = \frac{2E}{\pi}\left[\sin(\omega t) - \frac{\sin(2\omega t)}{2} + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \dots\right]$$







$$x(t) = aE\left[1 + \frac{2\sin(\pi a)}{\pi a}\cos(\omega t) + \dots + \frac{2\sin(n\pi a)}{n\pi a}\cos(n\omega t) + \dots\right]$$

e) Spectre d'instruments

La notion de spectre est très utilisée dans les domaines électriques, optiques et acoustiques.

- Optique

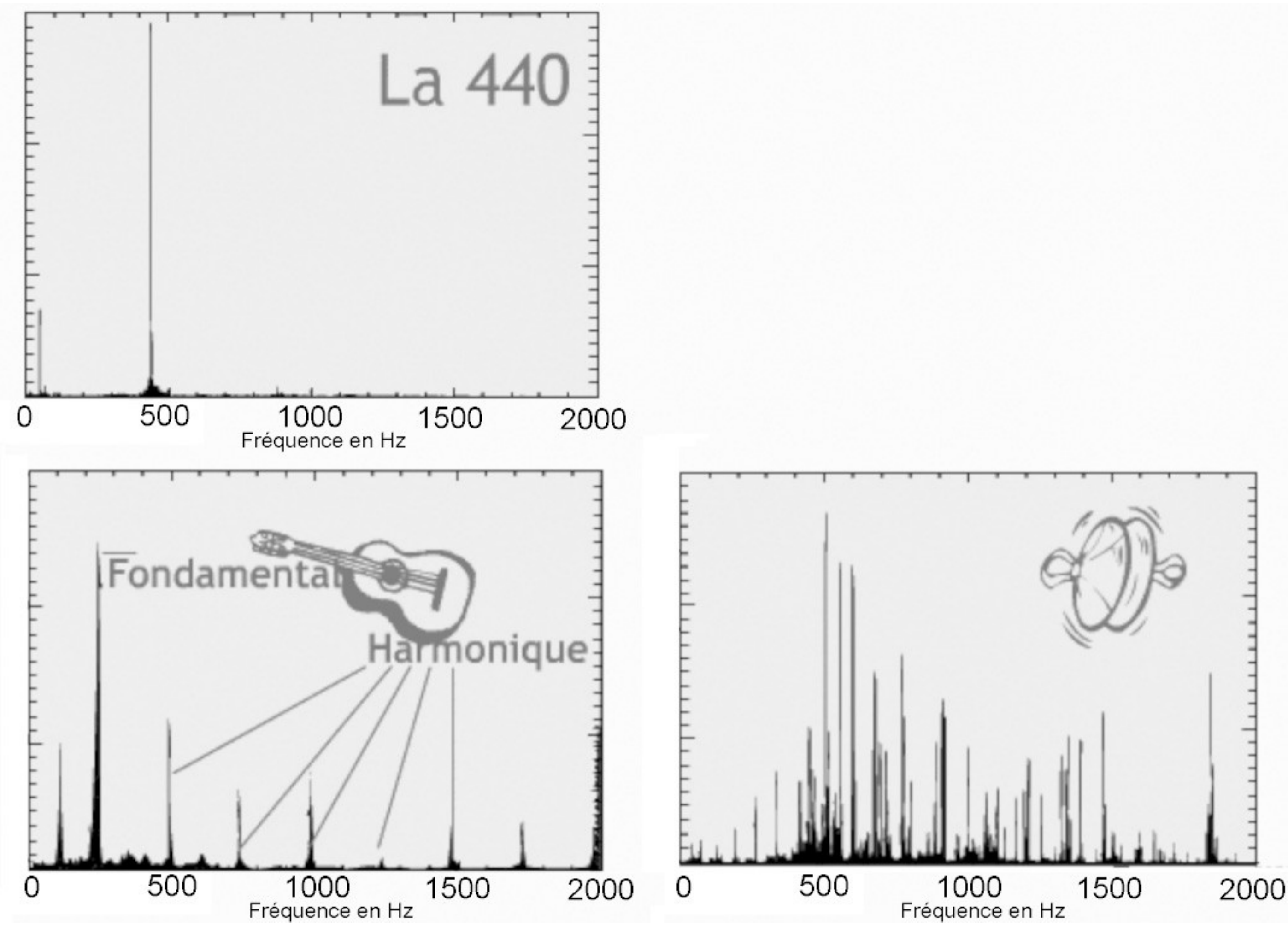
Décomposition de la lumière blanche par les gouttes d'eau de l'air en arc-en-ciel ou par un prisme

- Electricité

Utilité des spectres pour rejeter ou conserver une certaine bande de fréquence : Filtrage…

- Acoustique

Certains sons sont plus purs que d'autres. Par exemple le son émis par un diapason est un pic situé à 440Hz alors que le La 440 Hz émis par un violon sera formé de plusieurs pics.



II – Onde Progressive

II-1) Notion d'onde

A la suite d'une perturbation, le phénomène de propagation d'une grandeur physique appelée vibration est appelée une onde. Cette propagation se fait sans transfert de matière.

La vibration peut-être :

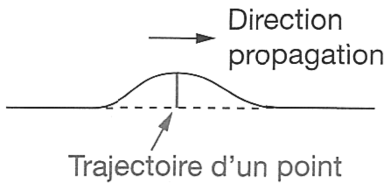
La pression dans les ondes acoustiques

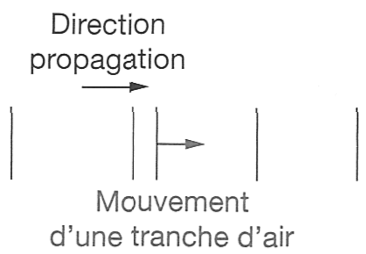
Le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ en électromagnétisme

…

Dans le cas d'une onde sur une corde, la vibration est perpendiculaire à la direction de propagation : l'onde est transverse.

En revanche pour une onde sonore l'origine des variations locales de pression est la compression ou dilatation des tranches d'air le long du parcours de l'onde. Le déplacement des tranches d'air est colinéaire à la direction de propagation : l'onde est longitudinale.





II-2) Onde Progressive unidimensionnelle

a) Définition

Imaginons une source sonore émettant au point O la surpression p(0,t)=f(t). Cette onde parvient au point M(x) avec un certain retard temporel Δt tel que :

$$\Delta t = \frac{x}{c} \text{ où } c \text{ est la célérité (vitesse de propagation) de l'onde}$$

Par conséquent :

$$p(x,t) = p(0, t - \Delta t) = f(t - \Delta t) = f(t - \frac{x}{c})$$

Conclusion :

Une onde progressive dans le sens de $+\overrightarrow{u_x}$ est définie par :

$$p(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = f(x - ct)$$

Une onde progressive dans le sens de $-\overrightarrow{u_x}$ (aussi appelée onde régressive) est définie par :

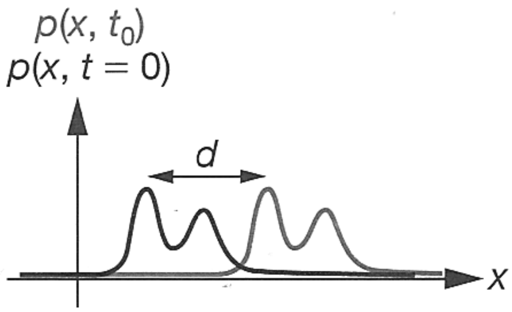
$$p(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right) = g(x + ct)$$

Remarque : les fonctions f et g sont quelconques mais dans ce modèle on n'a pas tenu compte de possibles déformations dues à des phénomènes dissipatifs.

b) Forme à différents instants

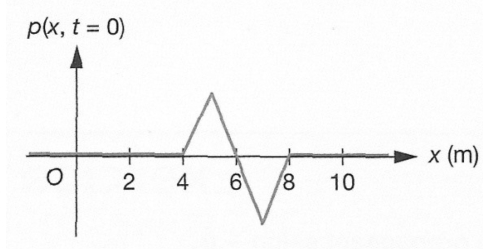
A t=0, l'onde possède une forme quelconque. A t_0 elle a progressé de la distance $d=ct_0$.
Par conséquent la forme de l'onde en x à t_0 est la même qu'en x-d à t=0.

En effet : $t_0 - \frac{x}{c} = 0 - \frac{x-ct_0}{c} = 0 - \frac{x-d}{c}$

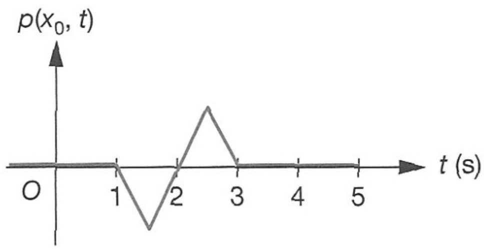


c) Evolution temporelle

Soit l'onde p(x,t=0) se propageant à la vitesse c=2m/s selon $\overrightarrow{u_x}$.



Si l'on veut tracer $p(x_0,t)$ pour x_0=10m. Il faut tenir compte de la célérité qui relie x à t. Ainsi la largeur spatiale de l'onde de 4m devient une largeur temporelle de 2s, avec pour déclenchement le temps t=1s.



II-3) Onde Progressive sinusoïdale

Dans ce cas particuliers, l'onde s'écrit :

$$p(x,t) = p_0 cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = p_0 cos(\omega t - kx) \text{ où } k = \frac{\omega}{c}$$

Le vecteur d'onde est définie par $\vec{k} = k\vec{u}$ où $\vec{u}$ est la direction de propagation

Ce type d'onde présente deux périodes :

- 1 temporelle $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- 1 spatiale λ longueur d'onde : $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

Le lien entre les deux périodes est : $\lambda = cT = \frac{c}{f}\ ou\ \frac{c}{\nu}$