

# XIX-1 Machines Thermiques

Les machines thermiques sont des systèmes thermodynamiques avec lesquels on modélise de nombreux appareils et installations réels : moteurs à essence et Diesel, réfrigérateurs, pompes à chaleur, centrales électriques thermiques, usines d'incinération...

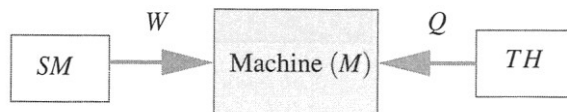
## I – Introduction

### I-1) Machine thermique ?

Une machine thermique est un système thermodynamique ( $M$ ) échangeant du travail avec un système mécanique  $SM$  (ou électrique) et du transfert thermique avec un ou plusieurs thermostats au cours de transformations successives formant un cycle : quand il a subi toutes les transformations, le système est revenu dans son état initial.

### I-2) Machine monotherme

La machine thermique la plus simple échange du transfert thermique avec un unique thermostat  $TH$  de température  $T_0$ . On note  $W$  le travail algébrique qu'elle *reçoit* de la part du système mécanique (ou électrique)  $SM$  et  $Q$  le transfert thermique algébrique qu'elle *reçoit* de la part du thermostat au cours du cycle :



On applique les deux principes de la thermodynamique à la machine ( $M$ ) sur le cycle. Pour cette transformation, l'état final

est identique à l'état initial  $i$ , donc les variations des fonctions d'état de  $(M)$  sont nulles :

$$\Delta U = W + Q = 0 \text{ et } \Delta S = S_{ech} + S_{créée} = \frac{Q}{T_0} + S_{créée} = 0$$

car la température de la surface du système en contact avec le thermostat est à la température du thermostat  $T_0$ . On en tire :

$$Q = -T_0 S_{créée} \leq 0 \quad W = T_0 S_{créée} \geq 0$$

Ainsi, la machine ne peut que recevoir du travail et donner du transfert thermique. Il s'agit par exemple d'un radiateur électrique qui reçoit du travail de l'installation électrique et fournit du transfert thermique à la pièce.

Si l'on veut une machine pouvant fournir du travail il faut nécessairement au moins deux sources. La suite du chapitre sera consacrée aux machines dithermes.

## II - Machines thermiques dithermes

### II-1) Généralités sur les machines dithermes

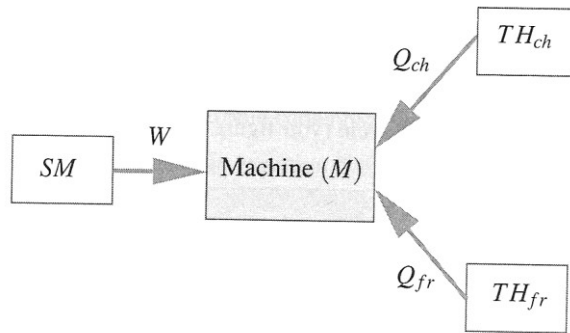
#### a) Notations

Une machine dithermes  $(M)$  échange du transfert thermique avec deux thermostats :

- Un thermostat  $TH_c$  de température  $T_c$  appelé source chaude ;
- Un thermostat  $TH_f$  de température  $T_f$  appelé source froide.

Comme le vocabulaire employé l'indique on suppose que :  $T_c > T_f$ .

On note  $W$  le travail algébrique reçu par la machine de la part du système  $SM$ ,  $Q_c$  et  $Q_f$  les transferts thermiques reçus par la machine de la part des thermostats  $TH_{ch}$  et  $TH_{fr}$  respectivement. Les conventions de signe pour ces échanges énergétiques sont schématisées sur la figure :



### b) Inégalité de Clausius

On applique les deux principes de la thermodynamique à la machine (M). La transformation étant un cycle, les variations des fonctions d'état de (M) sont nulles. Il vient donc :

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \text{ et } \Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{\text{créée}} = 0$$

car la température de la surface du système à travers laquelle il reçoit le transfert thermique d'un thermostat est à la température de ce thermostat.

Le deuxième principe précise que  $S_{\text{créée}} > 0$ , on a donc l'inégalité de Clausius :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

Cette inégalité est une égalité si et seulement si le cycle est une suite de transformations réversibles (on dit plus rapidement que le cycle est réversible).

### c) Les deux types de machines dithermes

La première possibilité est que la machine reçoive de l'énergie de la source chaude, en donne à la source froide. Ce qu'elle reçoit en plus par rapport à ce qu'elle cède est transformé en travail : la machine est dans ce cas un moteur.

**Un moteur thermique fournit du travail ( $W < 0$ ) et l'échange thermique a lieu dans le sens naturel : la source chaude donne du transfert thermique au moteur ( $Q_c > 0$ ) tandis que la source froide reçoit du transfert thermique du moteur ( $Q_f < 0$ ).**

La deuxième possibilité est que la machine reçoive du travail. Il est alors possible qu'elle donne du transfert thermique à la source chaude et reçoive du transfert thermique de la source froide. La machine sert dans ce cas à chauffer la source chaude ou bien à refroidir la source froide.

**Une machine thermique destinée à refroidir (machine frigorifique, climatiseur) ou bien à chauffer (pompe à chaleur) reçoit du travail ( $W > 0$ ), cède du transfert thermique à la source chaude ( $Q_c < 0$ ) et prend du transfert thermique à la source froide ( $Q_f > 0$ ). Ce transfert thermique de sens contraire au sens naturel nécessite l'apport de travail à la machine.**

## II-2) Moteur thermique

### a) Rendement du moteur

La définition générale d'un rendement est :

$$r = \rho = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} \right|$$

Pour un moteur, c'est le travail qui est utile et c'est la source chaude qui est onéreuse. On définit donc le rendement du moteur de la manière suivante :

$$r = \rho = \left| \frac{W}{Q_c} \right| = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

En multipliant l'équation du second principe par  $\frac{T_f}{Q_c}$  on trouve :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{\text{créée}} = 0 \Rightarrow \frac{T_f}{T_c} + \frac{Q_f}{Q_c} + \frac{T_f S_{\text{créée}}}{Q_c} = 0$$

$$\Rightarrow \rho = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f S_{créée}}{Q_c}$$

### b) Théorème de Carnot

D'après le deuxième principe  $S_{créée} > 0$  et pour un moteur  $Q_c > 0$   
donc  $\frac{T_f S_{créée}}{Q_c} > 0$

$$\Rightarrow \rho = 1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f S_{créée}}{Q_c} < 1 - \frac{T_f}{T_c} = \rho_{max}$$

L'égalité est réalisée si et seulement si  $S_{créée} = 0$ , c'est-à-dire si le cycle est réversible. Ce résultat est le théorème de Carnot :

**Le rendement d'un moteur ditherme réversible est :**

$$\rho_{rév} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

**Ce rendement est appelé rendement de Carnot. C'est la valeur maximale du rendement d'un moteur thermique fonctionnant avec ces sources.**

Un moteur ditherme fonctionnant sur un cycle comportant au moins une transformation irréversible a un rendement plus faible que le rendement de Carnot.

Pour avoir le rendement de Carnot le plus élevé possible il faut avoir deux sources de températures aussi éloignées que possible.

### c) Exemples

Une centrale électrique nucléaire peut être modélisée par une machine thermique fournissant du travail électrique et travaillant avec, comme source chaude, le réacteur et, comme source froide, l'eau d'une rivière. Pour les valeurs typiques  $T_c = 600 \text{ K}$  et  $T_f = 300 \text{ K}$  le

rendement de Carnot est égal à 0,5. En pratique le rendement est compris entre 30 et 40%. Il est plus faible que le rendement de Carnot en raison des irréversibilités et de diverses pertes.

Dans le cas d'un moteur de voiture, la source froide est l'air atmosphérique, de température typique  $T_f = 300 \text{ K}$ . Le transfert thermique est apporté au moteur par les gaz en combustion dont la température peut valoir  $T_c = 3000 \text{ K}$ . Pour ces valeurs le rendement de Carnot vaut 0,9. En pratique une valeur typique de rendement est 35% pour un moteur à essence et 45% pour un moteur Diesel.

### II-3) Machine frigorifique

#### a) Efficacité de la machine frigorifique

Le but d'une machine frigorifique est de produire du froid. Il s'agit donc de prendre du transfert thermique à la source froide et la grandeur intéressante est  $Q_f$ . La grandeur coûteuse est le travail  $W$  fourni à la machine. On définit l'efficacité de la machine frigorifique par :

$$e_{frigo} = \left| \frac{Q_f}{W} \right| = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

Or :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{créée} = 0 \Rightarrow \frac{T_c}{T_f} + \frac{Q_c}{Q_f} + \frac{T_c S_{créée}}{Q_f} = 0$$

Donc :

$$e_{frigo} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}} = -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f} - \frac{T_c S_{créée}}{Q_f}}$$

Donc :

$$e_{frigo} \leq \frac{1}{\frac{T_c}{T_f} - 1} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

L'égalité est réalisée si et seulement si  $S_{crée} = 0$ , c'est-à-dire si le cycle est réversible. Ce résultat est le théorème de Carnot :

$$e_{frigo,rév} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

C'est la valeur maximale de l'efficacité d'une machine frigorifique fonctionnant avec ces sources. Une machine frigorifique fonctionnant sur un cycle non réversible a une efficacité plus faible que  $e_{frigo,rév}$ . D'après la formule, l'efficacité est plus grande quand les températures des deux sources sont plus proches.

### b) Exemples

Un congélateur domestique est modélisable par une machine thermique ditherme avec pour source froide l'intérieur du congélateur, à la température  $T_f = -18^\circ\text{C} = 255\text{ K}$ , et pour source chaude l'air de la pièce de température  $T_c = 300\text{ K}$ . Pour ces températures,  $e_{frigo,rev} = 5,7$ . Dans la pratique le coefficient d'efficacité est au mieux voisin de 2.

L'efficacité d'un réfrigérateur domestique peut valoir jusqu'à 8. Cette valeur meilleure, s'explique par le fait que la température de la source froide (intérieur du réfrigérateur) est plus proche de la température de la source chaude (air de la pièce) que dans le cas du congélateur.

## II-4) Pompe à chaleur

### a) Efficacité d'une pompe à chaleur

Le but d'une machine pompe à chaleur est de chauffer la source chaude. La grandeur intéressante est donc  $Q_c$ . La grandeur coûteuse est le travail  $W$  fourni à la machine. On définit donc l'efficacité de la pompe à chaleur :

$$e_{pac} = \left| \frac{Q_c}{W} \right| = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_f + Q_c} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$$

Or :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{créée} = 0 \Rightarrow \frac{T_f}{T_c} + \frac{Q_f}{Q_c} + \frac{T_f S_{créée}}{Q_c} = 0$$

Donc :

$$e_{pac} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f S_{créée}}{Q_c}} < e_{pac,rev}$$

D'après le deuxième principe  $S_{créée} > 0$  et pour une pompe à chaleur  $Q_{ch} < 0$  (la source chaude reçoit du transfert thermique), donc :

$$e_{pac,rev} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

L'efficacité d'une machine pompe à chaleur réversible est :

$$e_{pac,rev} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

C'est la valeur maximale de l'efficacité d'une pompe à chaleur fonctionnant avec ces sources.



Une pompe à chaleur fonctionnant sur un cycle irréversible a une efficacité plus faible que  $e_{pac,rév}$ . D'après la formule, l'efficacité est plus grande quand les températures des deux sources sont plus proches. L'efficacité est aussi supérieure à 1 (alors que le rendement d'un moteur est inférieur à 1). C'est pour cela que la pompe à chaleur est intéressante : en utilisant le travail  $W$  on peut fournir à la source chaude un transfert thermique égal à  $e_{pac}W$ , plus grand que  $W$ . La différence est l'énergie fournie par la source froide.

### b) Exemple

Une pompe à chaleur, utilisée pour chauffer une maison en hiver, travaille avec l'eau du circuit de chauffage pour source chaude et l'air à l'extérieur de la maison pour source froide. Ainsi, on chauffe la maison en refroidissant le jardin. L'efficacité  $e_{pac}$  diminue avec l'écart des températures des deux sources. C'est pourquoi il est préférable d'avoir un chauffage par le sol (eau à  $T_c = 35^\circ\text{C}$ ) plutôt que par radiateur (eau à  $T_c = 60^\circ\text{C}$ ). On trouve dans la notice d'une pompe à chaleur le coefficient d'efficacité, appelé COP dans ce contexte, correspondant à  $T_c = 35^\circ\text{C}$  et  $T_f = 7^\circ\text{C}$ . Le COP varie entre 3 et 5. La pompe à chaleur est de classe A selon les normes européennes si son COP est supérieur à 3,65. La valeur maximale théorique correspondant aux températures précédentes est :

$$e_{pac,rév} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = 11$$

La différence entre  $e_{pac,rév}$  et le COP réel est due au fait que la machine réelle n'est pas réversible, mais aussi à la consommation d'énergie pour des tâches annexes.

### III - Étude de cycles théoriques réversibles

#### III-1) Cycle de Carnot pour un gaz parfait

On appelle cycle de Carnot un cycle ditherme réversible. Lorsque le système échange du transfert thermique avec la source chaude (respectivement froide), la condition de réversibilité thermique impose que la température du système soit égale à  $T_c$ , (respectivement  $T_f$ ). Ces échanges thermiques ne peuvent donc avoir lieu que lors de transformations isothermes. En dehors de ces transformations, le système ne doit pas échanger de transfert thermique donc il ne peut avoir que des transformations adiabatiques et réversibles. Le cycle de Carnot le plus simple est le suivant :

- une transformation isotherme à  $T_c$ ,
- une transformation adiabatique et réversible (donc isentropique) dans laquelle la température passe de  $T_c$  à  $T_f$ ,
- une transformation isotherme à  $T_f$ ,
- une transformation adiabatique et réversible (donc isentropique) dans laquelle la température passe de  $T_f$  à  $T_c$ , ramenant le système à l'état initial.

Dans ce paragraphe le système  $\Sigma$  sera un échantillon de gaz parfait de quantité de matière  $n$ . La figure montre, dans un diagramme de Clapeyron, un cycle de Carnot ABCD pour ce système :

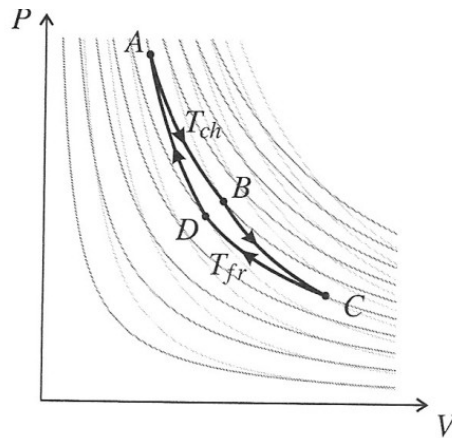
AB : détente isotherme à  $T_c$ ,

BC : détente adiabatique et réversible,

CD : compression isotherme à  $T_f$ ,

DA : compression adiabatique et réversible.

Le cycle est décrit dans le sens horaire et, le gaz fournit du travail dans ce cas. Il s'agit donc du cycle d'un moteur ditherme.



On va exprimer les transferts d'énergie sur le cycle en fonction de la quantité de gaz  $n$ , et des caractéristiques du cycle : les températures  $T_{ch}$ ,  $T_{fr}$ , et le rapport des volumes  $a = V_B/V_A$

Sur l'isotherme :

$$W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \Rightarrow Q_c = nRT_{ch} \ln(a)$$

De même :

$$Q_f = nRT_f \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

$$\text{Or : } \frac{V_D}{V_C} = \frac{V_D}{V_A} * \frac{V_A}{V_B} * \frac{V_B}{V_C}$$

On peut appliquer la loi de Laplace aux transformations DA et BC qui sont adiabatiques et réversibles :

$$\frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_{ch}}{T_f}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{et} \quad \frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_f}{T_{ch}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

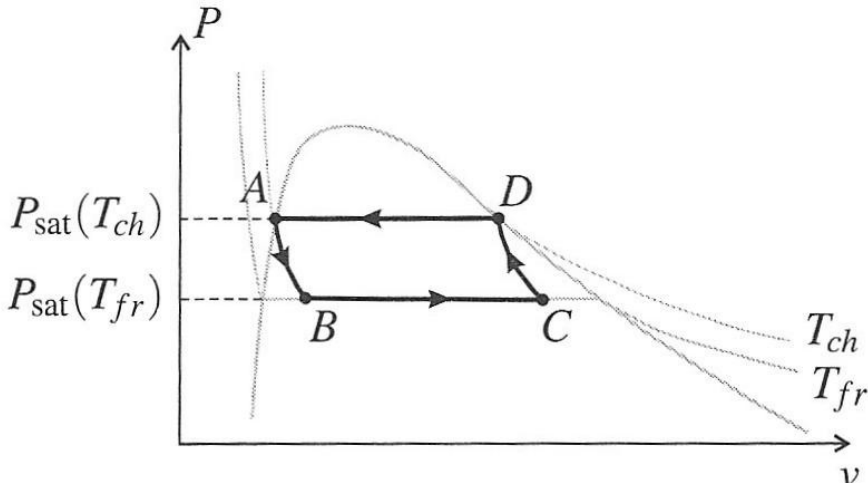
Donc :

$$\frac{V_D}{V_C} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow Q_f = nRT_f \ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$\text{Or : } \rho = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \rho_{max}$$

### III-2) Cycle de Carnot pour un système diphasé

Dans ce paragraphe le système  $\Sigma$  sera un échantillon de corps pur sous forme liquide et gaz. La figure montre, dans un diagramme de Clapeyron, un cycle de Carnot ABCD pour ce système :



- AB : transformation adiabatique et réversible,
- BC : vaporisation partielle isotherme réversible à  $T_{fr}$  sous la pression  $P_{sat}(T_{fr})$ ,
- CD : transformation adiabatique et réversible,
- DA : liquéfaction totale isotherme réversible à  $T_{ch}$  sous la pression  $P_{sat}$ .

En A on a du liquide saturant seul et en D de la vapeur saturante sèche. Le cycle est décrit dans le sens trigonométrique et, comme il a été dit, dans ce cas le fluide reçoit du travail. Il s'agit donc du cycle d'une machine frigorifique ou d'une pompe à chaleur.

On va exprimer les transferts d'énergie  $Q_{ch}$ ,  $Q_{fr}$  et  $W$  de  $\Sigma$  sur le cycle en fonction de la masse de fluide de gaz  $m$ , des températures

$T_{ch}$ ,  $T_{fr}$  et de grandeurs caractéristiques du fluide (capacités thermiques massiques, enthalpie ou entropie de vaporisation).

On va commencer par déterminer les fractions massiques en gaz  $x_{G,B}$  et  $x_{G,C}$  aux points B et C. La transformation AB est adiabatique et réversible, donc isentropique. Ainsi :

$$S_A = S_B \text{ soit } m s_L(T_{ch}) = m (s_L(T_{fr}) + x_{G,B} \Delta_{vap} s(T_{fr}))$$

D'où

$$x_{G,B} = \frac{s_L(T_{ch}) - s_L(T_{fr})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} = \frac{c_L}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} \ln \left( \frac{T_{ch}}{T_{fr}} \right)$$

De la même manière on obtient  $x_{G,C}$  par l'équation :

$S_C = S_D$  soit :

$$m (s_L(T_{ch}) + \Delta_{vap} s(T_{ch})) = m (s_L(T_{fr}) + x_{G,C} \Delta_{vap} s(T_{fr}))$$

$$\begin{aligned} x_{G,C} &= \frac{s_L(T_{ch}) - s_L(T_{fr}) + \Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} \\ &= \frac{c_L \ln \left( \frac{T_{ch}}{T_{fr}} \right) + \Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} \end{aligned}$$

Le fluide échange du transfert thermique avec la source froide au cours de la transformation isobare BC donc :

$$Q_{fr} = Q_{BC} = \Delta H_{BC} = m(x_{G,C} - x_{G,B}) \Delta_{vap} h(T_{fr})$$

$$\Rightarrow Q_{fr} = m \left( \frac{\Delta_{vap} s(T_{ch})}{\Delta_{vap} s(T_{fr})} \right) \Delta_{vap} h(T_{fr}) = m \Delta_{vap} h(T_{ch}) \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$$

$$\text{De plus } Q_{ch} = -m \Delta_{vap} h(T_{ch})$$

Donc :

$$W = -Q_{fr} - Q_{ch} = m\Delta_{vap}h(T_{ch}) \left(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}\right)$$

Pour conclure, on peut calculer le rendement de ce système en tant que machine frigorifique :

$$e_{frigo} = \frac{Q_{fr}}{W} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}$$

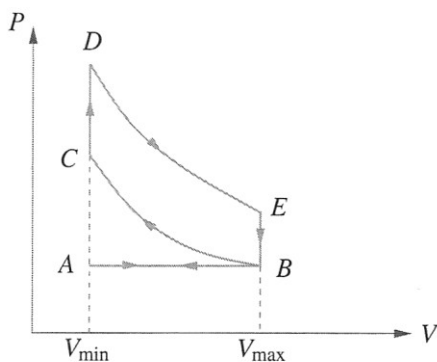
On retrouve bien le rendement de la machine réversible.

## IV - Étude de machines thermiques réelles

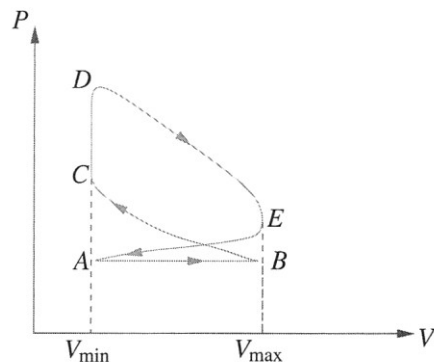
### IV-1) Moteur à explosion

Les moteurs à essence fonctionnent suivant un cycle théorique proposé par le physicien français Beau de Rochas en 1862. Le moteur fut réalisé par l'allemand Otto une quinzaine d'années plus tard. Ce moteur est appelé moteur à explosion car il est nécessaire de produire une étincelle à l'aide d'une bougie pour provoquer l'inflammation du mélange air-carburant.

On a représenté sur la figure le cycle théorique et le cycle réel qui, comme on le voit, se rapproche du cycle théorique.



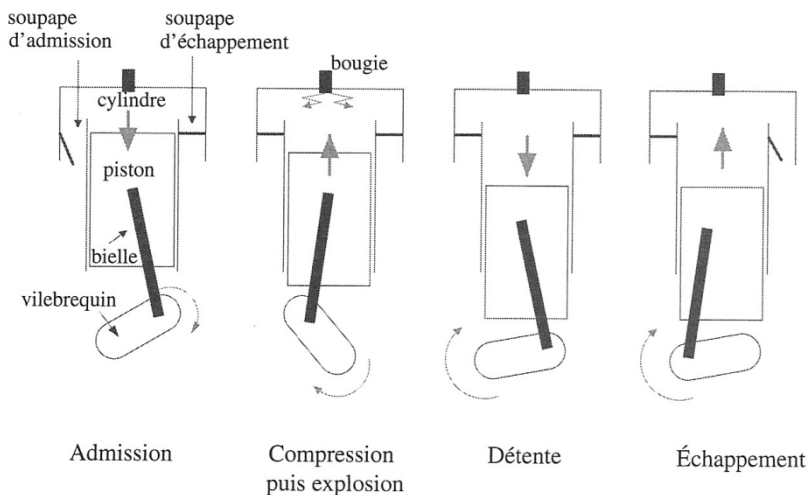
Cycle théorique du  
moteur à quatre temps.



Cycle réel du  
moteur à quatre temps.

En A le piston est en bout de course et le cylindre offre le volume minimal  $V_{\min}$ . L'évolution est la suivante :

- 1<sup>er</sup> temps (AB) : admission, la soupape d'admission est ouverte, le piston descend en aspirant le mélange air-carburant jusqu'au volume  $V_{\max}$ .
- 2<sup>ème</sup> temps (BCD) : le piston remonte et comprime le gaz adiabatiquement jusqu'en C puis l'étincelle est produite par la bougie provoquant la combustion. La pression augmente très rapidement mais le piston n'a pas le temps de bouger (évolution isochore CD).
- 3<sup>ème</sup> temps (DE) : les gaz brûlés sous forte pression repoussent le piston. C'est une détente adiabatique avec production de travail.
- 4<sup>ème</sup> temps (EBA) : la soupape d'échappement s'ouvre, provoquant une rapide baisse de pression isochore (EB), puis le piston remonte pour refouler les gaz brûlés (BA). Les mouvements du piston sont représentés sur la figure.



On s'aperçoit donc que, dans un moteur à quatre temps, le piston fait deux allers et retours pour décrire un cycle. Dans un moteur de voiture, les différents cylindres fonctionnent avec un décalage de manière à ce que le piston remonte dans certains cylindres quand il descend dans d'autres. Cela est dû au fait que les bielles des différents cylindres ne sont pas fixées toutes du même côté du vilebrequin.

Pour calculer le rendement du moteur on suppose le gaz parfait, de rapport des capacités thermiques  $\gamma$  indépendant de la température. On suppose de plus les transformations BC et DE adiabatiques et réversibles pour pouvoir appliquer la loi de Laplace.

On note  $n$  la quantité de gaz contenue dans le système.

Le transfert thermique est échangé avec la source chaude lors de la transformation isochore CD donc :

$$Q_{ch} = Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_D - T_C)$$

Le transfert thermique est échangé avec la source froide lors de la transformation isochore EB donc :

$$Q_{fr} = Q_{EB} = \Delta U_{EB} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_B - T_E)$$

D' autre part, d'après la loi de Laplace :

$$T_C = T_B \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_D = T_E \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1}$$

Or :

$$\frac{Q_{ch}}{Q_{fr}} = \frac{T_D - T_C}{T_B - T_E} = - \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1}$$



Ainsi le rendement du moteur est :

$$\rho_{moteur} = 1 - \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^{\gamma-1}$$

Il dépend du rapport  $\frac{V_{max}}{V_{min}}$  qui est appelé taux de compression.

L'expression montre que  $\rho_{moteur}$  est d'autant plus grand que le taux de compression est important. Une valeur type du taux de compression est 10 et le rendement donné par la formule (avec  $\gamma = 1,4$ ) est 0,60. Les carburants sont conçus de manière à supporter un fort taux de compression sans exploser avant l'étincelle de la bougie.

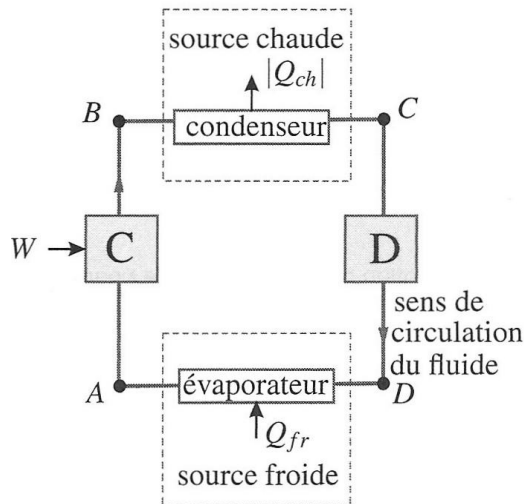
## IV-2) Machine frigorifique

### a) Principe de fonctionnement

Les systèmes frigorifiques et les pompes à chaleur sont en général des systèmes à condensation dont le principe est représenté sur la figure. Un fluide, dit frigorigène ou caloporteur suivant l'utilisation, suit un circuit comportant :

- Un compresseur C dans lequel il reçoit du travail et n'a pas d'échange thermique (dans le compresseur la température du fluide augmente),
- Un condenseur dans lequel il est en contact avec la source chaude à laquelle il cède du transfert thermique,
- Un détendeur D dans lequel il ne reçoit ni travail, ni transfert thermique (dans le détendeur la température du fluide diminue),
- Un évaporateur dans lequel il est en contact avec la source froide de laquelle il reçoit du transfert thermique.

Les transformations du fluide dans le condenseur et l'évaporateur sont isothermes, l'énergie perdue ou gagnée par le fluide correspondant à un changement d'état.



### b) Premier principe pour un fluide en écoulement

Le système thermodynamique fermé auquel on peut appliquer les équations est le système constitué par la totalité du fluide contenu dans le circuit.

Pour obtenir une relation faisant apparaître les échanges énergétiques dans l'un des éléments du circuit (compresseur, condenseur, détendeur ou évaporateur), il faut appliquer le premier principe pour un fluide en écoulement dont la démonstration est donnée ci-après.

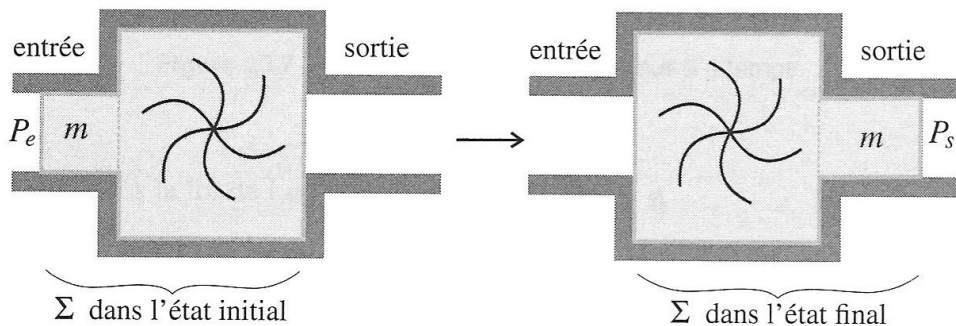
On considère, de manière générale, un fluide en écoulement lent, passant dans un élément actif à l'intérieur duquel il peut échanger du travail et/ou du transfert thermique. Entre l'entrée et la sortie de cet élément, les grandeurs thermodynamiques massiques du fluide, enthalpie massique  $h$ , énergie interne massique  $u$ , volume massique  $v$  changent. On note ces grandeurs à l'entrée avec un e en indice, et à la sortie avec un s en indice. On note aussi  $P_e$  et  $P_s$ , les pressions à l'entrée et à la sortie.

Soit  $w$  et  $q$  le travail et le transfert thermique reçus par l'unité de masse de fluide qui traverse l'élément actif. Le travail  $w$  est

échangé par le fluide avec des pièces mobiles, à l'intérieur de l'élément actif.

On considère un système  $\Sigma$  fermé représenté sur la figure. Dans l'état initial,  $\Sigma$  contient une masse  $m$  de fluide située devant l'entrée de l'élément actif ainsi que le fluide qui remplit l'élément actif. Dans l'état final,  $\Sigma$  contient la même masse  $m$  de fluide à la sortie de l'élément actif et le fluide qui remplit l'élément actif.

On suppose l'écoulement permanent : l'état du fluide en un point donné de la canalisation est le même à chaque instant (même si, à deux instant différents, ce n'est pas le même fluide puisqu'il s'écoule). Ainsi, dans  $\Sigma$  à l'état final, le fluide qui est à l'intérieur de l'élément actif a exactement les mêmes propriétés que celui qui se trouve au même endroit, dans  $\Sigma$  à l'état initial.



Quelle est la variation d'énergie interne de  $\Sigma$  entre l'état initial et l'état final ? La différence provient de la masse  $m$  de fluide qui, dans l'état initial, a une énergie interne massique  $u_e$  et, dans l'état final, a une énergie interne massique  $u_s$ , donc :

$$\Delta U = m_s u_s + U_\Sigma - (m_e u_e + U_\Sigma) = m_s u_s - m_e u_e$$

Au cours de sa transformation le système  $\Sigma$  reçoit un travail de la part des forces de pression, qui le poussent à l'entrée et le repoussent à la sortie. Ce travail a déjà été calculé :

$$W_p = p_e dV_e - p_s dV_s = p_e m_e v_e - p_s m_s v_s$$

Ce travail n'est pas le seul reçu par  $\Sigma$  et ce n'est pas non plus le plus intéressant, car il s'agit d'un travail de forces internes au fluide.  $\Sigma$  reçoit dans l'élément actif un travail appelé travail utile donné par :

$$W_u = W^*$$

Il reçoit aussi un transfert thermique :  $Q$

Ainsi, le premier principe pour  $\Sigma$ , entre l'état initial et l'état final considérés, s'écrit :

$$\begin{aligned} m_s u_s - m_e u_e + \Delta(E_c + E_{p,ext}) \\ &= p_e m_e v_e - p_s m_s v_s + W^* + Q \\ \Leftrightarrow m_s u_s - m_e u_e - p_e m_e v_e + p_s m_s v_s + \Delta(E_c + E_{p,ext}) \\ &= W^* + Q \\ \Leftrightarrow m_s (u_s + p_s v_s) - m_e (u_e + p_e v_e) + \Delta(+E_c + E_{p,ext}) \\ &= W^* + Q \end{aligned}$$

Il apparaît dans cette formule la variation d'enthalpie massique du fluide entre l'entrée et la sortie :

$$\Leftrightarrow m_s h_s - m_e h_e + \Delta(E_c + E_{p,ext}) = W^* + Q$$

Si on note :  $\underline{h} = h + e_c + e_{p,ext}$  alors :

$$\Leftrightarrow m_s \underline{h}_s - m_e \underline{h}_e = W^* + Q$$

Si on suppose l'écoulement stationnaire :

$$m_s = m_e = m \text{ et } W^* = m w^* \text{ et } Q = m q$$

Donc :

$$\Leftrightarrow \underline{\Delta h} = w^* + q$$

**Pour un fluide en écoulement stationnaire, traversant un élément actif à l'intérieur duquel il reçoit, de parties mobiles, un travail massique  $w_u$ , et dans lequel il reçoit le transfert thermique massique  $q$ , le premier principe s'écrit, en négligeant la variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle extérieure :**

$$\Delta h = w^* + q$$

où  $\Delta h$  est la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie de l'élément actif.

L'intérêt de cette formulation du premier principe est qu'elle ne fait pas intervenir le travail des forces de pression, travail interne au fluide, mais uniquement le travail utile, travail échangé par le fluide avec les parties mobiles de l'élément actif.

Ce résultat général s'applique à chacun des quatre éléments de la machine :

c) Efficacité frigorifique

- Pour le compresseur, dans lequel le fluide reçoit des pièces mobiles le travail massique  $w_{comp}$  et ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{AB} = w_{comp}$$

- Pour le condenseur, dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique  $q_{ch} < 0$  de la source chaude.

$$\Delta h_{BC} = q_{ch}$$

- Pour le détenteur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{CD} = w_{détendeur} \sim 0$$

- Pour l'évaporateur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique  $q_{fr}$  de la source froide ;

$$\Delta h_{DA} = q_{fr}$$

L'efficacité de la machine est, pour un réfrigérateur :

$$e_{frigo} = \frac{q_{fr}}{w_{comp}} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_C}$$

#### d) Diagramme des frigoristes

Pour étudier ces machines on utilise habituellement un diagramme appelé diagramme des frigoristes. Dans ce diagramme, on porte la pression  $P$  en ordonnée et l'enthalpie massique  $h$  en abscisse pour le fluide utilisé. C'est, dans le principe, un diagramme  $(P, h)$ . Cependant, pour couvrir une plus large gamme de pressions, l'échelle des pressions est logarithmique : c'est, dans la pratique, un diagramme  $(\log P, h)$ .

Ce diagramme, comme le diagramme Clapeyron, comporte une zone d'équilibre liquide-vapeur qui est délimitée par la courbe de saturation, à droite il y a la zone du gaz et à gauche la zone du liquide. Le sommet de la courbe de saturation est le point critique.

Sur le diagramme  $(\log P, h)$  on trace des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs thermodynamiques intensives du fluide sont constantes :

- Isothermes,
- Isobares,
- Isochores (volume massique  $v$  constant),
- Isenthalpes (enthalpie massique  $h$  constante),
- Isentropes (entropie massique  $s$  constante),
- Isotitres (titre en vapeur  $x_v$  constant).

Les isobares sont des droites horizontales, les isenthalpes sont des droites verticales. Noter que les isobares ne sont pas équidistantes à cause de l'échelle logarithmique.

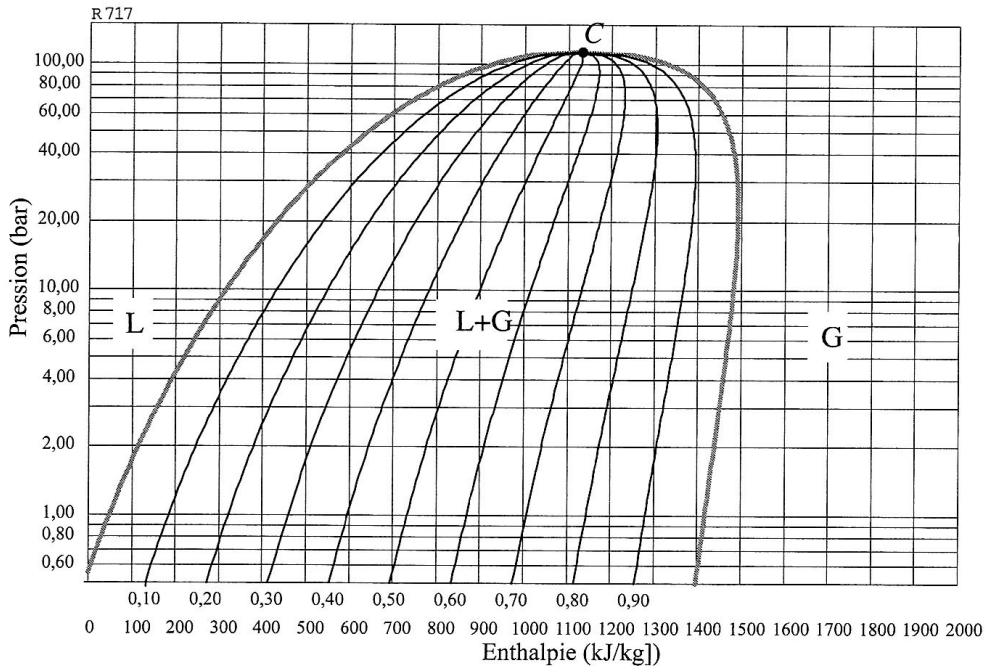


Diagramme des frigorigères pour l'ammoniac (fluide frigorigère R717) : isobares (horizontales), isenthalpes (verticales), courbe de saturation (en gris) et réseau d'isotitres (en noir).

Les isothermes ont une forme plus compliquée :

- Dans la zone d'équilibre liquide-vapeur, si la température  $T$  est constante la pression l'est aussi, donc chaque isotherme a un palier horizontal. La largeur de ce palier est égale à l'enthalpie massique de vaporisation  $\Delta_{\text{vap}}h(T)$  du fluide. Pour ne pas surcharger le diagramme, il est d'usage de ne dessiner que les extrémités des paliers sur la courbe de saturation.

- Dans la zone du liquide les isothermes sont quasiment des droites verticales : pour une phase condensée l'enthalpie ne dépend pratiquement que de  $T$ , donc si  $T$  est constante,  $h$  est constante aussi. Pour la même raison de clarté on ne représente que le départ de cette droite verticale sur la courbe d'ébullition.
- Dans la zone de la vapeur, les isothermes sont courbées. Toutefois, aux basses pressions, elles ressemblent à des droites verticales car, pour les basses pressions, la vapeur est assimilable à un gaz parfait dont l'enthalpie ne dépend que de la température.

Les courbes Isotitres n'existent que dans la zone d'équilibre liquide-vapeur. Elles partent du point critique, au sommet de la courbe de saturation, et vont jusqu'à l'axe des abscisses.

Les isentropes n'ont pas de rupture de pente à la frontière du domaine d'équilibre liquide-vapeur. Dans la zone du liquide, ce sont pratiquement des droites verticales parce que, dans le modèle du liquide incompressible et indilatable, l'entropie ne dépend que de la température, donc si  $s$  est constante,  $T$  l'est aussi et donc  $h$  l'est aussi. Cette portion verticale n'est pas toujours représentée.

Les isochores sont très peu utilisées en pratique.

Sur chaque courbe on peut lire la valeur de la grandeur thermodynamique qui lui est associée. Si l'on connaît deux des grandeurs thermodynamiques intensives ci-dessus on place facilement le point représentant l'état du fluide sur le diagramme (il faut le plus souvent interpoler entre deux courbes) et on peut lire les



valeurs des autres grandeurs. Le diagramme est donc une véritable table de données thermodynamiques concernant le fluide.

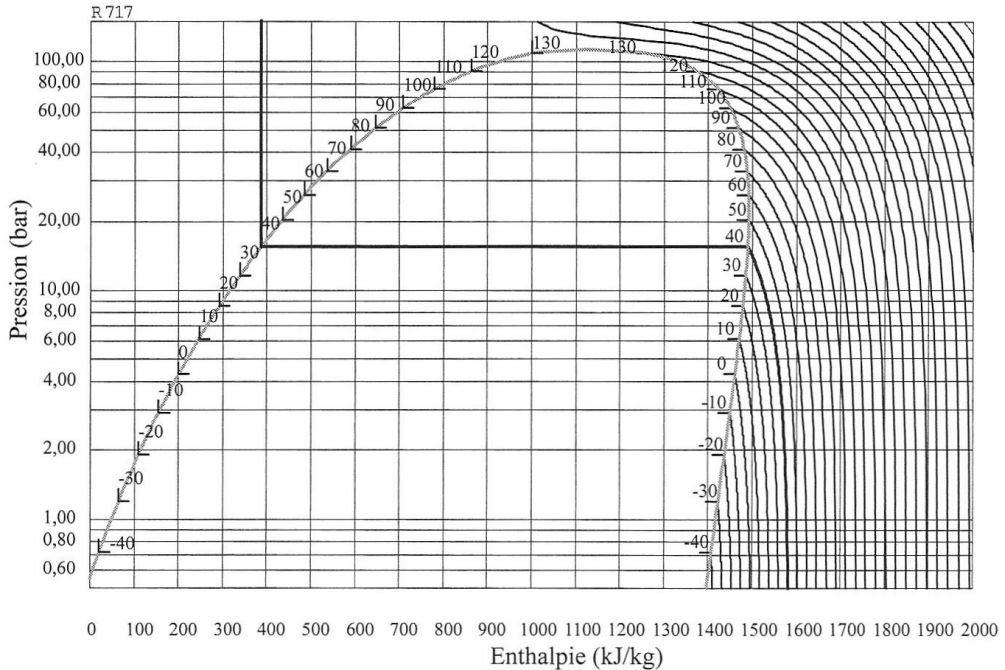


Diagramme des frigorisites pour l'ammoniac : réseau d'isothermes.  
Les parties horizontales ou verticales des isothermes ne sont pas représentées par le logiciel. On a complété l'isotherme  $T = 40^{\circ}\text{C}$ .

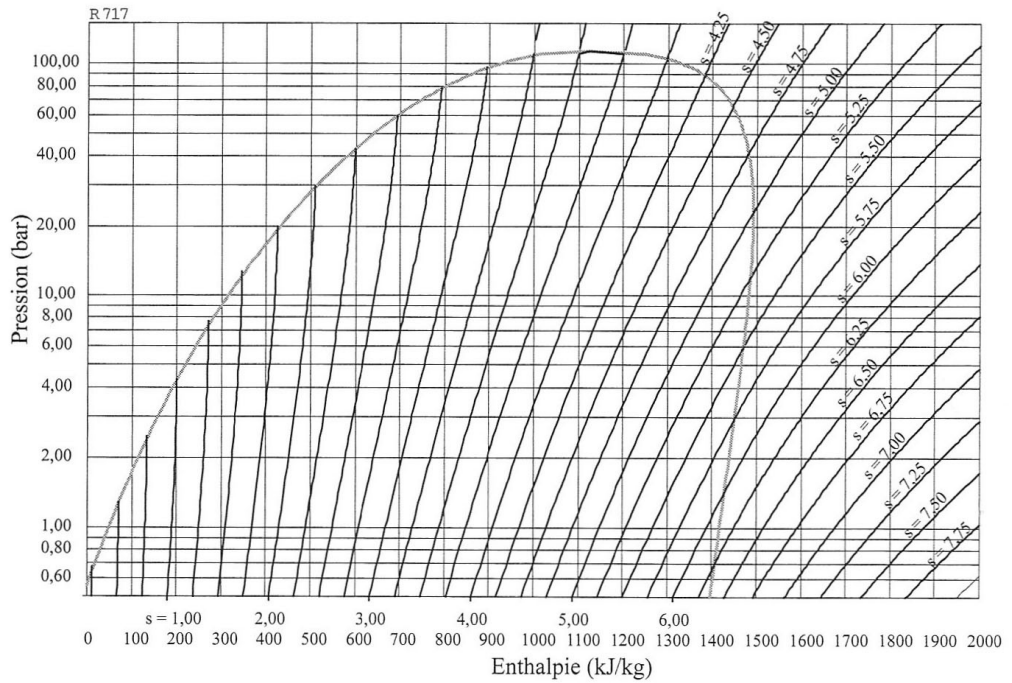
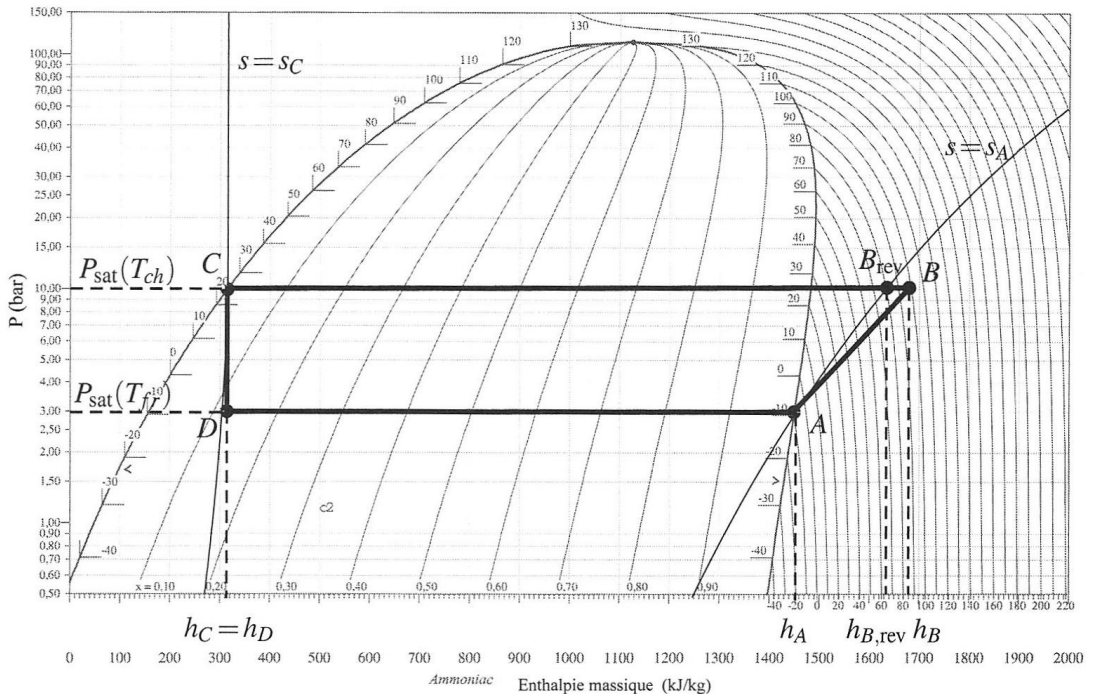


Diagramme des frigorigères pour l'ammoniac : réseau d'isotropes. La valeur indiquée sur chaque isentrope est en  $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ . Les parties verticales des isotropes ne sont pas représentées.

## e) Étude du cycle dans le diagramme (P, h)

Le diagramme est un outil puissant pour calculer les performances du cycle. On place sur le diagramme les points A, B, C et D représentant les états successifs du fluide, puis on lit leurs abscisses  $h_A$ ,  $h_B$ ,  $h_C$  et  $h_D$  pour calculer le rendement.



Le cycle représenté sur la figure est le cycle d'une machine réelle destinée à produire du froid. En A on a de la vapeur sèche et en C du liquide juste saturant.

On lit sur le diagramme :

- $h_A = 1452 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$
- $h_B = 1680 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$
- $h_C = h_D = 313 \pm 2 \text{ J.kg}^{-1}$

On en déduit l'efficacité :

$$e_{frigo} = \frac{q_{fr}}{w_{comp}} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_C} = 5,00 \pm 0,05$$

L'efficacité d'une machine frigorifique réversible travaillant entre les mêmes températures serait :

$$e_{frigo} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}} = \frac{263}{38} = 7,51$$

L'efficacité réelle est plus petite, signe que le cycle n'est pas réversible. Ceci se voit d'ailleurs sur le diagramme : la compression AB est adiabatique, si elle était réversible B serait sur l'isentrope passant par A, ce qui n'est pas le cas. Sur la figure, B est à droite de l'isentrope  $s = s_A$  ce qui montre que  $s_B > s_A$ . Si cette transformation était réversible elle aboutirait au point  $B_{rev}$ , avec  $h_{B,rev} = 1635 \pm 2 \text{ Jkg}^{-1}$  et l'efficacité de la machine serait :

$$e_{frigo} = \frac{1452 - 313}{1635 - 1452} = 6.55 \pm 0,15$$

Valeur supérieure à l'efficacité réelle parce les irréversibilités font baisser l'efficacité. Cependant elle est encore inférieure à l'efficacité de Carnot, ce qui provient du fait que la détente isenthalpique CD est, elle aussi, irréversible. En effet c'est une détente adiabatique et  $s_p > s_c$ , puisque D est à droite de l'isentrope  $s = s_c$ .

L'irréversibilité de la compression AB est une irréversibilité mécanique. L'irréversibilité de la détente CD est due aux frottements internes au fluide.