

I – Le pendule simple

Vous connaissez tous le modèle du pendule simple mais est-ce que Spiderman peut s'en inspirer.

1°) Faire un schéma d'un pendule simple à l'aide des coordonnées polaires. Retrouvez l'équation différentielle du système. Donnez son expression dans le cas de petits angles.

2°) Si $\theta(0) = \theta_0$ et $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0$. Donnez la solution $\theta(t)$.

3°) Spiderman saute d'immeuble en immeuble sous la forme d'un pendule simple : l'angle passe de -90° à 90° . Cependant les fils de soies de Spiderman ne peuvent supporter que deux fois son poids.

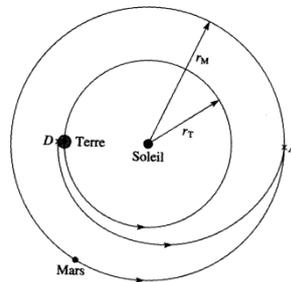
a) Démontrer que la force de tension au niveau du pendule (monofil de spiderman) peut s'écrire :

$$T = mg(3 \cos\theta - 2\cos\theta_0)$$

b) Spiderman héros ou arnaque ?

☛ : pour la 3a, il faudra appliquer le PFD puis un théorème énergétique par exemple.

II - Voyage interplanétaire de la terre a mars



Pour envoyer un vaisseau spatial vers une autre planète, Mars dans cet exercice, on le place au préalable sur une orbite (dite de parking) autour de la Terre. Un moteur auxiliaire lui fournit alors l'énergie nécessaire pour le placer sur l'orbite interplanétaire ; le moment adéquat du transfert dépendant des positions relatives de la Terre et de la planète de destination. On suppose que la Terre et Mars décrivent des orbites circulaires autour du soleil, de rayons respectifs $R_T=1\text{UA}$ et $R_M=1,52\text{UA}$ (on rappelle que $1\text{UA} = 150.10^6\text{km}$), situées dans le même plan (plan de l'écliptique), leurs vitesses respectives étant $v_T=29,8\text{km.s}^{-1}$ et $v_M=24,2\text{km.s}^{-1}$. L'orbite de transfert (dite « orbite de Hohman » du nom de l'astronome qui l'a étudié le premier) est une ellipse tangente à l'orbite de la Terre au départ et à l'orbite de Mars à l'arrivée. Le départ du vaisseau a lieu quand il se trouve sur la face sombre de la Terre (point D), la vitesse du vaisseau sur son orbite de parking et celle de la Terre sur son orbite autour du Soleil étant de même sens. La position de Mars coïncide avec celle du vaisseau à l'arrivée de celui-ci (point A).

On suppose que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction gravitationnelle du Soleil (on néglige celle de la Terre), que le rayon de l'orbite de parking est négligeable devant la distance Terre-Soleil et que la vitesse du vaisseau dans le référentiel héliocentrique au départ est la même que celle de la Terre sur son orbite autour du Soleil.

1°) Calculer la vitesse v_D du vaisseau en D sur l'ellipse de Hohman. En déduire la variation de vitesse du vaisseau et l'énergie que doivent fournir les moteurs.

2°) Calculer la vitesse v_A du vaisseau en A sur l'ellipse de Hohman. En déduire la variation de vitesse du vaisseau et l'énergie que doivent fournir les moteurs. Commenter.

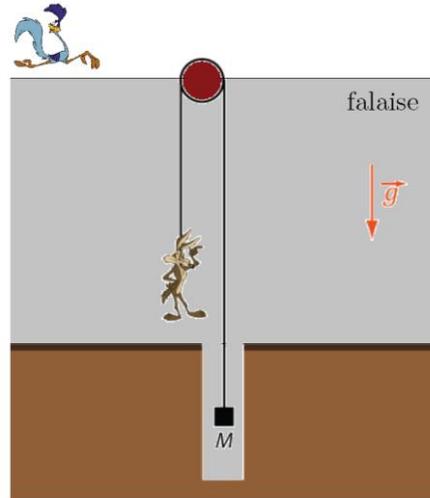
3°) Calculer la durée du transfert.

4°) Quelle était la position de Mars sur son orbite au départ du vaisseau pour que la rencontre soit possible ? On donnera la valeur de l'angle (SM_1, SA) , où A et M_1 désignent les positions de Mars à l'instant initial et final.

☛ : Ce type d'exercices est sorti deux fois à centrale en moins de 3ans...Je vous laisse imaginer l'avantage des étudiants qui avaient potassé leur sujet.

III – Histoire de coyote

Dans un dessin animé, le coyote Vil Coyote est à la poursuite de l'oiseau Bip-Bip. Afin d'atteindre ce dernier qui doit passer au sommet d'une falaise de hauteur h , Vil Coyote place une poulie fixe en haut de la falaise et y enchâsse une corde inextensible et homogène de longueur L . Il se place ensuite en bas de la falaise, passe la corde autour de sa taille et accroche à l'autre extrémité de la corde un gros rocher de masse M . Il place initialement le rocher à la même hauteur que lui et, lorsqu'il entend l'arrivée de Bip-Bip, le laisse tomber sans vitesse initiale dans un puits de grande profondeur qu'il a creusé toute la nuit.



Compte tenu de la vitesse de déplacement très élevée de Bip-Bip, Vil Coyote doit lâcher le rocher au bon moment afin d'atteindre le sommet de la falaise à l'instant du passage de l'appétissant volatile.

Afin de réaliser ses calculs, Vil Coyote a considéré que :

- tous les phénomènes dissipatifs sont négligeables ;
- les deux brins de la corde restent verticaux à tout instant ;
- la liaison pivot de la poulie est parfaite ;
- la corde ne glisse pas sur la poulie.

1°) En combien de temps Vil Coyote pense-t-il atteindre le sommet de la falaise, sachant qu'il a négligé la masse de la corde dans ses calculs ?

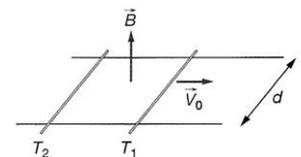
2°) Citer les deux phénomènes antagonistes si on tient compte de la masse de la corde.

Données : masse de la poulie $m_p = 10\text{ kg}$, masse du coyote $m_c = 35\text{ kg}$, masse du rocher $M = 40\text{ kg}$, rayon de la poulie $R = 0,75\text{ m}$, hauteur de la falaise $h=15\text{ m}$, longueur de la corde $L=32\text{ m}$, moment d'inertie de la poulie $J = \frac{1}{2}m_p R_p^2$.

☛ : On doit trouver 7s, le mieux est de loin un théorème énergétique sans oublier l'énergie cinétique de la poulie.

IV – Course poursuite

Deux tiges T_1 et T_2 identiques (masse) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles (distance d) situés dans un plan horizontal. Un champ magnétique permanent uniforme et vertical règne en tout point. À l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse v_0 , tandis que T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige est égale à $R/2$ et on néglige la résistance des rails. Les frottements mécaniques sont négligés.



- a) Par une analyse qualitative, montrer que simultanément la tige T_2 va se mettre en mouvement tandis que T_1 va ralentir.
- b) Établir l'expression de la loi de variation de chacune des vitesses au cours du temps.
- c) Quel est l'état de mouvement après une durée suffisamment longue ?
- d) Parmi les grandeurs quantité de mouvement et énergie mécanique, quelle est celle qui se conserve, celle qui décroît ?