

Physique : DS6

Circulation sanguine (CCP - PC - 2017)

Q1) Soit $D_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{80 \cdot 10^{-6}}{1} = 80 \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1}$
 $\Rightarrow \underline{\underline{\Delta V(1 \text{ min}) = 4,8 \text{ L} \approx 5 \text{ L}}}$

Q2) La puissance mécanique moyenne du cœur est telle que :

$$P_{cm} = \frac{P_g + P_d}{m_c} \quad \text{où} \quad \begin{cases} P_d = 0,2 \text{ W} \\ P_g = \frac{P \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{16 \cdot 10^3 \times 80 \cdot 10^{-6}}{1} = 1,3 \text{ W} \\ m_c = 0,3 \text{ kg} \end{cases}$$

Donc $\underline{\underline{P_{cm} = 5 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}}}$

Q3) Les 90% d'énergie restants servent à alimenter le muscle, c'est à maintenir/développer les tissus qui le constituent et à permettre leur fonctionnement. Une partie est également dissipée sous forme thermique, pour maintenir le corps à 37°C.

Q4) D'après la figure 2: $\log N = 10 + p \log a$ où $p = -2,7$

$$\Leftrightarrow \log \left(\frac{N}{a^p} \right) = 10$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{N = 10^{10} a^p}} \quad \text{où } p = -2,7: \text{ Murray}$$

Q5) On retrouve la notion de vitesse d'écoulement t.q: $D_v = N a S a = N a \cdot \pi a^2$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{N a = \frac{D_v}{\pi a^2} = 1,0 \text{ ms}^{-1}}}$$

Q6) Pour mettre en mouvement le fluide, il faut une différence de pression. La viscosité du fluide entraîne une perte de charge ce qui explique que la pression décroît avec l'écoulement.

Q7)

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \vec{f}_v - \text{grad } p + \eta \Delta \vec{v} \leftarrow \text{force volumique de viscosité}$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 accélération locale accélération convective forces volumiques force volumique (équivalent) de pression

Q8)

$$\text{Soit } Re = \left(\frac{\rho L v}{\eta} \right) = \frac{1000 \times 10 \cdot 10^{-3} \times 1}{10^{-3}} = 10000 \gg 1.$$

d'écoulement n'est pas laminaire dans l'aorte car $Re > 2000$. En revanche dans les plus petits vaisseaux il est laminaire car $Re < 2000$. Ce qui correspond à un grand nombre de vaisseaux

Q9). Ecoulement permanent : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$

Soit $\vec{v} = v(r) \vec{u}_x$ d'où $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = v \frac{\partial}{\partial x} v(r) \cdot \vec{u}_x = \vec{0}$

Effet de pression négligé : $\vec{f}_v = \vec{0}$
 $\Rightarrow \text{grad } p = \eta \Delta \vec{v}$

Q10)

$$\text{On a } \begin{cases} d\vec{F}_+ = \eta \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r+dr} \Sigma_{r+dr} \vec{e}_x \\ d\vec{F}_- = -\eta \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_r \Sigma_r \vec{u}_x \end{cases}$$

D'où $d\vec{F}_+ + d\vec{F}_- = \eta \vec{u}_x [f(r+dr) - f(r)]$ où $f(r) = \frac{\partial v}{\partial r} \cdot r d\theta dx$.

or $f(r+dr) = f(r) + \frac{\partial f}{\partial r} dr + o(dr) \Rightarrow f(r+dr) - f(r) = \frac{\partial f}{\partial r} dr = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) r dr d\theta dx$

Donc $d\vec{F}_{\text{visc}} = \eta \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \underbrace{r dr d\theta dx}_{dV} \vec{u}_x \Rightarrow \vec{f}_{\text{visc}} = \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \vec{u}_x$

Q11). Il y a invariance par rotation autour de Ox donc $p = p(r, x)$

De plus $\vec{grad} p = \eta \vec{\Delta} \vec{v}$ \Leftrightarrow
$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\eta}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \text{ (1)} \\ \frac{\partial p}{r \partial \theta} = 0 \text{ (2)} \\ \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \text{ (3)} \end{cases} \Rightarrow \underline{p = p(x)}$$

Dans (1) les 2 termes de chaque côté ne dépendent pas de la même variable indépendante

donc : $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\eta}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = k \Rightarrow p = kx + B.$

or $p(0) = P_A$ et $p(L) = P_B \Rightarrow \begin{cases} B = P_A \\ k = \frac{P_B - P_A}{L} \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{p(x) = P_A - \frac{P_A - P_B}{L} x}$

Et par conséquent : $\frac{\eta}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = \frac{P_B - P_A}{L}$

$\Leftrightarrow r \frac{dv}{dr} = \frac{P_B - P_A}{L} \cdot \frac{r^2}{2\eta} + C$

$\Leftrightarrow v = \frac{P_B - P_A}{L} \cdot \frac{r^2}{4\eta} + C \ln r + D. \text{ (4)}$

Or, v ne peut diverger d'où $C = 0$

et $v(a) = 0 \Rightarrow D = - \frac{P_B - P_A}{L} \frac{a^2}{4\eta} \text{ (5)}$

(4) et (5) $\Rightarrow \underline{v = \frac{P_A - P_B}{4\eta L} (a^2 - r^2)}$

Q12) Soit $D_v = \iint v \, ds = \int \alpha (a^2 - r^2) r \, dr \, d\theta = \alpha \int_0^a (a^2 - r^2) r \, dr \times 2\pi$
 $= \alpha \left[a^2 \cdot \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{4} \right] \times 2\pi = \frac{\alpha \cdot a^4}{2} \cdot \pi$

$$\text{⑧ et ⑨ donnent: } -\frac{\kappa_a N_c r_c^5}{\kappa_c N_a r_a^5} = -\frac{N_a \kappa_a r_a}{N_c \kappa_c r_c}$$

$$\Leftrightarrow N_c r_c^6 = N_a r_a^6$$

$$\Leftrightarrow \underline{N_c r_c^3 = N_a r_a^3}$$

Q16) A la question 4°) on a trouvé $NR^{2,7} = \text{cte}$. L'exposant est légèrement plus élevé dans notre modèle. On peut mentionner les raisons suivantes.

- Modèle à deux types de vaisseaux alors qu'il y a une infinité de rayons possibles
- Modèle à régime stationnaire alors qu'avec les battements de cœur celui-ci n'est pas stationnaire.
- Le caractère newtonien supposé du sang alors qu'il est rhéo fluidifiant.
- L'écoulement supposé laminaire alors que $Re(\text{aorte}) = 10000$.
- L'absence de pesanteur.
- Des vaisseaux parfaitement cylindriques

Q17) L'élasticité de l'aorte et des artères leur permet de modifier leurs sections et ainsi le débit du sang (le flux sanguin) en fonction des besoins du corps. Par exemple pour une pression artérielle donnée, l'augmentation de la section augmente le débit sanguin pendant un effort ainsi que le volume d' O_2 nécessaire. ($D_v = \text{cte} \times a^4$).

Q18) L'équation d'Euler s'écrit: $\rho \left(\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = \vec{f} - \text{grad} p$

On néglige la pesanteur d'où: _____ " = - grad p.

$$\text{Or } \vec{v} = v(x,t) \vec{e}_x \Rightarrow \rho \frac{dv_x}{dt} + v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

De plus : $\rho(x,t) = \underbrace{\rho_0}_{\text{cste.}} + \tilde{p}(x,t) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}$

d'où : $\underbrace{(\rho_0 + \tilde{p})}_{\text{ordre 0 ordre 1}} \left(\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{v \frac{\partial v}{\partial x}}_{\text{ordre 2}} \right) = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}$

En se limitant aux termes majeurs : $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \quad (18)$

Q19) Bilan de masse : $m(t+dt) - m(t) = \delta m_e - \delta m_s \Leftrightarrow \frac{\delta m}{\delta t} dt = \delta m_e - \delta m_s$

or $\begin{cases} m(t) = \rho(x,t) A(x,t) dx \\ \delta m_e = \Phi_m(x,t) \delta t \\ \delta m_s = \Phi_m(x+dx, t) \delta t \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{\delta m}{\delta t} = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial x} \cdot dx = - \frac{\partial (\rho v A)}{\partial x} dx$

$\Rightarrow \frac{\partial (\rho A)}{\partial t} \cdot dx = - \frac{\partial (\rho v A)}{\partial x} dx$

$\Rightarrow \frac{\partial (\rho A)}{\partial t} = - \frac{\partial (\rho v A)}{\partial x} \quad (19)$

Q20) Donc : $\rho_0 A_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial A}{\partial t} + A_0 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = 0$

or $\begin{cases} A = A_0 \tilde{p} \\ \tilde{p} = \rho_0 \chi_s \tilde{p} \end{cases} \Rightarrow \rho_0 A_0 \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 A_0 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + A_0 \rho_0 \chi_s \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = 0$

$\Rightarrow (D + \chi_s) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (19)$

Q21) (18) $\Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} = - \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = - \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \stackrel{(19)}{=} \rho_0 (D + \chi_s) \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial t^2}$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial t^2}$ où $c^2 = \frac{1}{\rho_0 (D + \chi_s)}$

C'est une équation d'Alembert dont la solution générale est :
 $\tilde{p} = f(x-ct) + g(x+ct)$
 Si le fluide est incompressible $\chi_s = 0 \Rightarrow c = 1/\sqrt{\rho_0 D}$ en m.s^{-1}
 On retrouve les valeurs de la Q5

Q22) de gel permet de minimiser les pertes par réflexion sur la peau. Il effectue une adaptation d'impédances.

Q23) $\frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|}$ représente la direction de propagation de l'onde.

• On a affaire à l'équation de D'Alembert d'où : $k = \frac{\omega}{c}$

$$A.N = k = \frac{2\pi f}{c} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

Q24) D'après l'énoncé : $f_R = f_0 \cdot \frac{1 - \vec{u}_{\text{er}} \cdot \vec{v}_R / c}{1 - \vec{u}_{\text{er}} \cdot \vec{v}_E / c}$

$$= f_0 \cdot \frac{1 - \frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{v} / c}{1 - 0} \quad \text{car } \vec{v}_E = \vec{0}$$

$$\Rightarrow f' = f \cdot \left| 1 - \left(\frac{v}{c}\right) \cos \theta \right| \quad \text{ou } f' = f_R, f = f_0$$

• de m^ê : $f'' = f' \cdot \frac{1 - 0}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}$ car $\vec{v}_R = \vec{0}$ cette fois-ci

$$\text{D'où } f'' = f \cdot \left| \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta} \right|$$

Q25) Si $\frac{v}{c} \ll 1$ alors $\frac{1}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta} \approx 1 - \frac{v}{c} \cos \theta$

$$\text{d'où : } f'' = f \cdot \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta} \stackrel{\text{S.L.}}{=} f \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta \right)^2$$

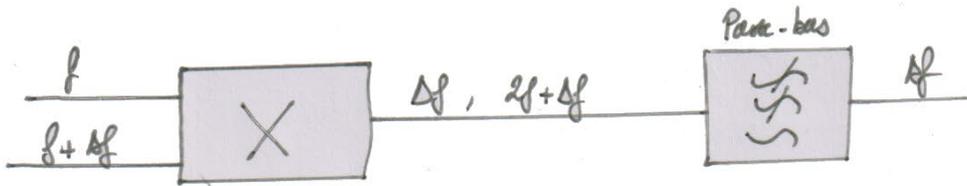
$$\Rightarrow f'' \stackrel{\text{D.L.}}{=} f \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos \theta \right)$$

$$Q26) \text{ Soit } \Delta f = f' - f = -2f \frac{v}{c} \cos \theta$$

$$\text{Pour l'aorte : } \Delta f = -4 \text{ KHz}$$

$$\text{Pour le capillaire : } \Delta f = -4 \text{ Hz}$$

• la méthode par détection synchrone est adaptée :



Q27) Si l'objet s'éloigne, la fréquence détectée baisse donc λ augmente
 \Rightarrow décalage vers le rouge en physique

Alors qu'ici la couleur choisie est le bleu

Q28) Le cœur peut continuer à assurer un bon débit en élevant son rythme cardiaque.

Q29) Conservation de la masse totale d'uranium par unité de temps : $F = P + W$
 " " de ^{235}U " : $N_F F = N_P P + N_W W$

$$\text{d'où : } F N_F = N_P P + N_W (F - P) \Leftrightarrow F (N_F - N_W) = P (N_P - N_W)$$

$$\Rightarrow F = P \cdot \frac{N_P - N_W}{N_F - N_W}$$

Q30) par définition : $\begin{cases} \eta = \frac{P_e}{P_{th}} \\ \text{et} \\ \eta_v = \frac{P_{th}}{V_{vo_2}} \end{cases}$

$$\text{d'où } \eta_v \cdot V_{vo_2} = \frac{P_e}{\eta} \Leftrightarrow \eta_v \cdot \frac{m_{vo_2}}{\rho_{vo_2}} = \frac{P_e}{\eta}$$

$$\Leftrightarrow \eta_v \cdot \frac{m_{vo_2}}{\rho_{vo_2}} = \frac{P_e}{\eta}$$

Or on ne change qu'un quart du combustible UO_2 chaque année

$$\Rightarrow M_{cu} = \frac{1}{4} \cdot \alpha \frac{\rho_{UO_2} \cdot P_e}{\phi_v \cdot \eta}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\alpha \rho_{UO_2} \cdot P_e}{4 \phi_v \cdot \eta} \cdot \frac{1}{\Delta t}$$

$$\text{D'où } F = \frac{N_p - N_w}{N_F - N_w} \cdot \frac{\alpha \rho_{UO_2} \cdot P_e}{4 \phi_v \cdot \eta} = \underline{\underline{170 \cdot 10^3 \text{ kg}}}$$

Si N_w diminue, on produit moins de déchets, donc il faut fournir moins de minerais. \Rightarrow P diminue.

Q31) On applique le PFD à l'électron dans un Pg sur une trajectoire circulaire :

$$m_e \vec{a} = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$m_e (r\ddot{\theta} \vec{u}_\theta - r\dot{\theta}^2 \vec{u}_r) = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$\text{d'où } \ddot{\theta} = 0 \text{ et } \dot{\theta}^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^3 m_e}$$

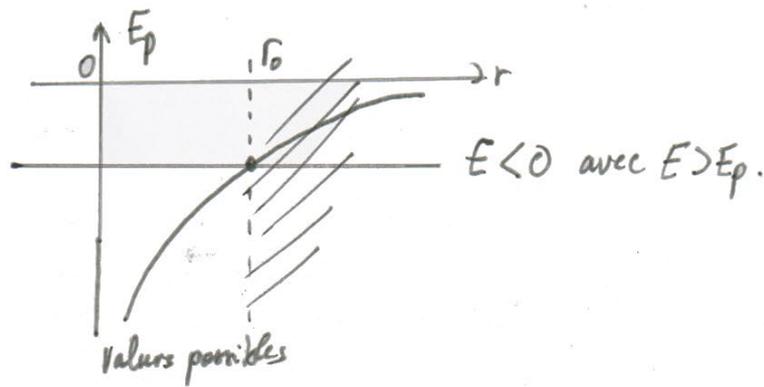
uniforme.

$$\text{or } v = r\dot{\theta} \text{ d'où : } \underline{\underline{v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e r}} \vec{u}_\theta}} \quad (1)$$

Q32) Soit $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ d'où $E_c = \frac{p^2}{2m_e}$
 et $p = m v$

$$\text{Et } E_p = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = - m_e v^2 \text{ d'après (1) d'où } E_p = - 2E_c$$

$$\text{donc } E = E_p + E_c = - \frac{p^2}{2m_e} < 0. \quad E < 0 \text{ car on a un état lié}$$



Q33) Soit $r = n^2 r_0$ d'après l'énoncé et $E = -\frac{p^2}{2m_e} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

$$\Rightarrow E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 \cdot n^2 r_0}$$

D'où $E = -\frac{E_0}{n^2}$ où $E_0 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0} \approx 14 \text{ eV}$

• On veut $E_0 = f(\epsilon_0, h, m_e, e)$:

Soit $m_e v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \Leftrightarrow \underbrace{m_e^2 v^2 r^2}_{n^2 \hbar^2} = \frac{m_e \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} r$

$$\Leftrightarrow n^2 \hbar^2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0} \overbrace{r}^{n^2 r_0}$$

D'où $r_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{m_e \cdot e^2 \cdot \pi}$

d'où $E_0 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 \cdot \hbar^2 \epsilon_0} \times m_e \cdot e^2 \cdot \pi$

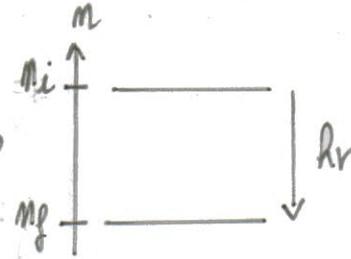
$\Rightarrow E_0 = \frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} = 13,5 \text{ eV}$

Q34) $|E|$ correspond à l'énergie d'ionisation, c'est l'énergie qu'il faut fournir pour arracher un électron.

• Plus n est élevé, plus l'électron est éloigné du centre et celui-ci subit un écrantage important. Par conséquent il est moins retenu et son E_i est plus faible.

Donc $|E| \searrow$ si $n \nearrow$.

Q35) Par définition: $\Delta E = h\nu$
 $= \frac{E_0}{m_f^2} - \frac{E_0}{m_i^2} > 0$



$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_0 \left(\frac{1}{m_f^2} - \frac{1}{m_i^2} \right) \quad \text{où } m_f < m_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m_f^2} - \frac{1}{m_i^2} \right) \quad \text{où } R = \frac{E_0}{hc} \leftarrow \text{en } m^{-1}$$

Q36) Pour $m_f = 2$ et $m_i = 3 \Rightarrow \lambda_0 = 650 \text{ nm}$: raie dans le visible d'où le terme optique

Q37) Soit $E_H = -\frac{E_0}{m^2} = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 m^2} = k m e$ où $k = -\frac{e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 m^2}$
 et
 $E_D = k \mu = k \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{m_D}} = \frac{k m e}{1 + \frac{m_e}{m_D}}$ noyau = deutérium

$$\text{Donc } E_D - E_H = k m e \left(\frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_D}} - \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_p}} \right) \stackrel{\text{d.l.}}{=} k m e \left(1 - \frac{m_e}{m_D} - 1 + \frac{m_e}{m_p} \right)$$

$$= k m e^2 \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_D} \right)$$

$$\text{or } E = \frac{E_0}{m^2} = k m e \quad \text{donc } E_D - E_H = m e E \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_D} \right)$$

Pour $m=1$: $|E_D - E_H| = \underline{4 \text{ meV}}$

Q38) Calculons: $\frac{\lambda_{\alpha, H} - \lambda_{\alpha, D}}{\lambda_{\alpha, H}} = \frac{1/R_H - 1/R_D}{1/R_H} = 1 - \frac{R_H}{R_D}$

$$\text{or } R = \frac{E_0}{hc} \quad \text{d'où } \frac{\lambda_{\alpha, H} - \lambda_{\alpha, D}}{\lambda_{\alpha, H}} = 1 - \frac{E_H}{E_D} = \frac{E_D - E_H}{E_D}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } \frac{E_0 - E_H}{E_0} &= \frac{K m_e^2 \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_d} \right)}{K m_e \left(1 + \frac{m_e}{m_d} \right)} \\ &= m_e \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_d} \right) \cdot \left(1 - \frac{m_e}{m_d} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\alpha, H} - \lambda_{\alpha, D}}{\lambda_{\alpha, H}} = m_e \left(\frac{1}{m_p} - \frac{1}{m_d} \right) = 3 \cdot 10^{-4}$$

Q39) PFD appliqué à l'élection pour une trajectoire circulaire uniforme :

$$-m_e \frac{v_H^2}{R} = -e v_H B$$

$$\Rightarrow R = \frac{m_e v_H}{e B}$$

Q40) Le canon doit vaporiser 10 kg/h d'uranium donc si on néglige les pertes :

$$P_e = \frac{5m}{\Delta t} \frac{L_v}{\rho} \quad \text{chaleur latente de vaporisation}$$

$$\Rightarrow P_e = 5,5 \text{ kW}$$

Q41) Pour le laser : $\lambda_{235} = \frac{hc}{E_{i,235}} = 200,1 \text{ nm}$ c'est le UV

Q42) Pour ^{238}U : $\lambda_{238} = 199,8 \text{ nm} \Rightarrow \Delta \lambda = 0,14 \text{ nm}$. Afin de ioniser que ^{235}U il faudra donc un laser de largeur spectrale $< 0,14 \text{ nm}$.

\Rightarrow On peut choisir $\Delta \lambda_{\text{laser}} < 0,1 \text{ nm}$ pour assurer le fonctionnement. ce qui demandera une très grande finesse spectrale.

Q43) Grâce au laser à grande finesse on va ioniser ^{235}U en $^{235}\text{U}^+$ alors que ^{238}U restera neutre. La plaque de recueil négative captura bien $^{235}\text{U}^+$.