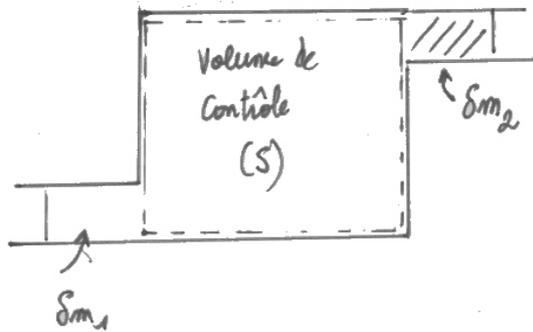


Physique : DS2

Partie I : Renouvellement de l'air dans l'habitat (CCP/PC - 2023)

Q1)



Soit (S^*) le système fermé alors :

$$\begin{cases} m(S^*, t) = m(S, t) + \delta m_1 \\ m(S^*, t+dt) = m(S, t+dt) + \delta m_2 \end{cases}$$

Or dans (S^*) le système fermé : $dm(S^*) = 0$

$$\Rightarrow m(S, t+dt) + \delta m_2 = m(S, t) + \delta m_1$$

Or en régime stationnaire : $m(S, t+dt) = m(S, t) \Rightarrow \delta m_1 = \delta m_2$

$$\text{et } \frac{\delta m_1}{dt} = \frac{\delta m_2}{dt} = \dot{m} \quad (1)$$

Q2) Soit $\delta W_p = \delta W_1 + \delta W_2$, or le système fermé gagne δV_2 et perd δV_1 d'où :

$$\delta W_p = -p_1(-\delta V_1) - p_2(\delta V_2)$$

$$\Rightarrow W_p = +p_1 \frac{\delta V_1}{\delta m_1} - p_2 \frac{\delta V_2}{\delta m_2} \quad \text{Volume massique.}$$

$$\Rightarrow W_p = p_1 v_1 - p_2 v_2 \quad \text{or } v = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \underline{W_p = p_1/\rho_1 - p_2/\rho_2} \quad (2)$$

Q3) On effectue un bilan d'énergie interne :

$$\begin{cases} U(S^*, t+dt) = U(S, t+dt) + \delta U_2 \\ U(S^*, t) = U(S, t) + \delta U_1 \end{cases}$$

Donc $\underbrace{dU(S^*)}_{=dU} = \underbrace{dU(S)}_{=0 \text{ en régime stationnaire}} + \delta U_2 - \delta U_1$ avec $\delta U = \mu \delta m$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow dU &= \mu_2 \delta m_2 - \mu_1 \delta m_1 \quad \text{d'où} \quad dU = \delta m (\mu_2 - \mu_1) \\ \Rightarrow \underline{dU} &= \underline{\delta m (\mu_2 - \mu_1) dt} \quad (3) \end{aligned}$$

Q4) D'après le premier principe appliqué à S^* :

$$dU + dE_p + dE_c = \delta W_p + \delta W_u + \delta Q$$

$$\Leftrightarrow \delta m dt \left[(u_2 + e_{p2} + e_{c2}) - (u_1 + e_{p1} + e_{c1}) \right] = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) \delta m + \delta W_u + \delta Q$$

On divise par dt : $\delta m \left[u + e_p + e_c \right]_1^2 = \left[\frac{P}{\rho} \right]_1^2 \delta m + P_u + P_{th}$ où $\begin{cases} P_u = \delta W_u / dt \\ P_{th} = \delta Q / dt \end{cases}$

or $u + P/\rho = h$

$$\text{donc } \underline{\delta m \left[(h_2 + e_{c2} + e_{p2}) - (h_1 + e_{c1} + e_{p1}) \right]} = \underline{P_u + P_{th}} \quad (4)$$

Q5) Par définition : $T_1 - T_2 = R_{th} \cdot P_{th,p} \Rightarrow R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{P_{th,p}} = \frac{20}{5000}$

$$\Rightarrow \underline{P_{th} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ kW}^{-1}}$$

Q6) Soit $C_p - C_v = mR$
 $= \frac{m}{M} R \Rightarrow \overset{\text{massique}}{C_p - C_v} = R/M$

or $C_p/C_v = \gamma \Rightarrow \gamma C_v - C_v = R/M$ d'où $C_v = \frac{R}{M} \frac{1}{\gamma - 1}$

$$\Rightarrow \underline{C_p = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}}$$

et $C_p = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{8,31 \cdot 1,4}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4}$

Q7) Pour l'air neuf: $P_1 = \dot{m} (h'_{ext} - h_{ext})$
 car il y n'y a pas de parties motrices: $P_u = 0$
 Δe_c et $\Delta e_p = 0$ d'après l'énoncé.

De même pour l'air vicié: $P_2 = \dot{m} (h'_{int} - h_{int})$

• d'échangeur étant parfaitement isolé du reste du système: $P_1 = -P_2$

d'où $h'_{int} - h_{int} = h_{ext} - h'_{ext}$

or $\Delta h = c_p \Delta T$ pour les gaz parfaits d'où: $\underline{T_{int} - T'_{int} = T'_{ext} - T_{ext}}$ (5)
 $\Rightarrow \underline{T'_{int} = 5^\circ C}$

Q8) Pour l'air de la pièce, l'application du PPF donne:

$$\begin{aligned} \text{reçu par l'air} &\rightarrow P_{th,a} = \dot{m} [h_{int} - h'_{ext}] \\ \text{insufflé} & \\ \Rightarrow P_{th,a} &= \dot{m} c_p (T_{int} - T'_{ext}) \quad (6) \\ &= 150/3600 \times 1000 \times 5 \\ &= \underline{\underline{208 W}} \end{aligned}$$

Q9) Il faut tenir compte des pertes par les parois et de la puissance de chauffage fournie à l'air insufflé: $\Rightarrow P_c = P_{th,a} + P_{th,p} = \underline{\underline{5,2 kW}}$

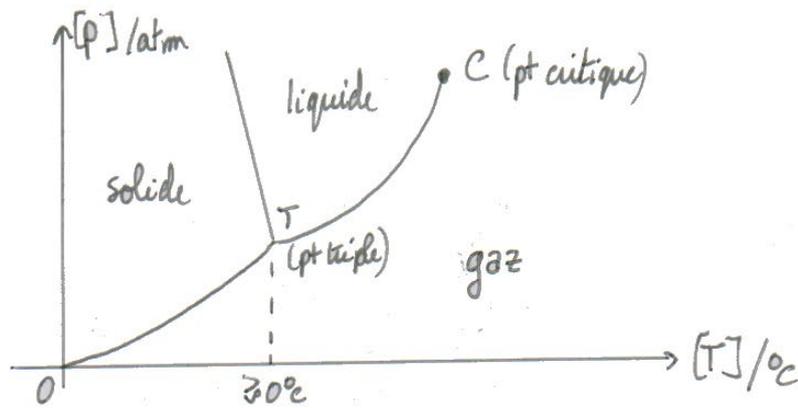
Q10) Avec une VMC simple flux: $P'_{th,a} = \dot{m} c_p (T_{int} - T_{ext}) = \frac{26}{5} P_{th,a}$
 $= 833 W$

$$\text{D'où } P'_c = P'_{th,a} + P_{th,p} = \underline{\underline{5,8 kW}}$$

$$\text{D'où } \frac{P'_c - P_c}{P'_c} = \underline{\underline{11\%}}$$

• Si l'échangeur thermique était parfait: $P_c = 5 kW \Rightarrow \frac{P'_c - P_c}{P'_c} = 14\%$

Q11)



Pt triple: point où coexistent les 3 phases

pt critique: point au delà duquel il y a continuité de l'état fluide.

Q12). loi de Dalton: $p_0 = p_{as} + p_e$ (2)

de degré hygrométrique: $\varphi = \frac{p_e}{p_{e,sat}} \Rightarrow p_e = \varphi p_{e,sat} = 0,55 \times 2300 = 1,3 \text{ kPa}$
 $\Rightarrow p_{as} = p_0 - p_e = 101325 - 1265 = 100060 \text{ Pa}$

Loi des GP:
$$\begin{cases} m_e = \frac{p_e V}{RT} \cdot M_e = \frac{1265 \times 50}{8,314 \times 293} \times 18 \cdot 10^{-3} = 0,47 \text{ kg} \\ m_{as} = \frac{p_{as} V}{RT} \cdot M_a = \frac{10^5 \times 50}{8,314 \times 293} \times 29 \cdot 10^{-3} = 60 \text{ kg} \end{cases}$$

D'où $\varphi = \frac{m_e}{m_{as}} = 7,9 \cdot 10^{-3}$

Q13) Si $\varphi = 100\% \Rightarrow p_e = p_{e,sat} = 2,3 \text{ kPa} \Rightarrow p_{as} = 99,0 \text{ kPa}$

d'où $\begin{cases} m_e = 0,85 \text{ kg} \\ m_{as} = 59 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \text{Il faut évaporer } 0,85 - 0,47 = 0,38 \text{ kg}$

or $\rho_{eau} = 1 \text{ kg/L} \Rightarrow \underline{V_e = 0,38 \text{ L}}$

Q14) Bilan de masse : $dM = \delta M_{\text{ich}} + \delta M_c$

$$\text{or } M = CV$$

$$\begin{cases} \delta M_{\text{ich}} = \delta M_c - \delta M_s = C_{\text{ext}} \cdot Dv dt - C(t) Dv dt \\ \delta M_c = S dt \end{cases}$$

$$\text{d'où } \frac{\partial C}{\partial t} dt V = C_{\text{ext}} \cdot Dv dt - C(t) Dv dt + S dt$$

$$\Rightarrow \frac{dC}{dt} + \frac{Dv C}{V} = \frac{Dv}{V} C_{\text{ext}} + \frac{S}{V}$$

Pour avoir $C = C_{\text{lim}}$, on se place en régime permanent d'où :

$$C_{\text{lim}} = C_{\text{ext}} + S / Dv, m$$

$$\Rightarrow Dv, m = \frac{S}{C_{\text{lim}} - C_{\text{ext}}}$$

$$\text{Q15) Soit } \rho_{\text{air}} = \frac{M_a P_a}{RT} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \Rightarrow Dv = \frac{Dm}{\rho} = 125 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\text{On calcule } Dv_m = \frac{0,30 / 3600}{0,01 - 0,007} = 2,77 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \text{ ou } \underline{\underline{100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}}}$$

Donc le débit choisit est supérieur à celui nécessaire. On pourra donc bien maintenir un taux d'humidité satisfaisant

Partie II - Diffusion thermique (Mines - 2023 - PSI)

Q15) • Posons $D = \mu^\alpha \lambda^\beta c^\gamma$

or $\begin{cases} [D] = T^{-1} L^2 \\ [\mu] = M L^{-3} \\ [\lambda] = [W] L^{-1} K^{-1} = \overbrace{M L^2 T^{-2}}^{\text{Joule}} \cdot T^{-1} L^{-1} K^{-1} = M L^1 K^{-1} T^{-3} \\ [c] = [J] \cdot M^{-1} K^{-1} = M L^2 T^{-2} M^{-1} K^{-1} = L^2 T^{-2} K^{-1} \end{cases}$

Donc $L^2 T^{-1} = L^{-3\alpha + \beta + 2\gamma} \cdot M^{\alpha + \beta} T^{-3\beta - 2\gamma} K^{-\beta - \gamma}$

$\Rightarrow \begin{cases} \beta = -\gamma \\ \alpha = -\beta \end{cases}$ d'où $\alpha = -\beta = +\gamma$

et $-3\alpha + \beta + 2\gamma = 2 \Leftrightarrow -3\alpha - \alpha + 2\alpha = 2 \Leftrightarrow \underline{\alpha = -1}$

Donc $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \\ \gamma = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{D = \frac{\lambda}{\mu c}}$ (on se souvient qu'il n'y a pas de constante multiplicative)

• En ODE d'équation de diffusion s'écrit : $\frac{T''}{C} = D \frac{T''}{L^2}$

$\Rightarrow C = \frac{L^2}{D} = \frac{L^2}{\lambda} \mu c = \frac{(0,15)^2 \cdot 7900 \cdot 400}{80}$

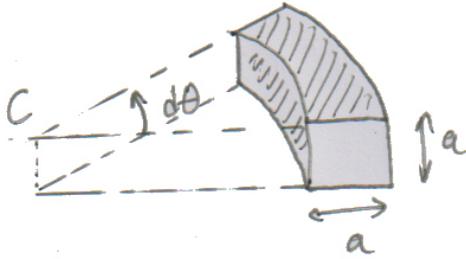
$\Rightarrow \underline{C = 10^4 \text{ s}}$

Q16) Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda \text{grad } T$

Ici $T = T(\theta, t) \Rightarrow \underline{\vec{j}_{th} = -\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{u}_\theta}$

Ku l'orthoradialité de \vec{j}_{th} , les lignes de champ sont des cercles concentriques.

Q17)



• Volume élémentaire : $dV = a^2 \cdot R d\theta$.

dS_{LAT} est défini par la surface latérale du Torc (partie visible hachurée) d'où :

$$dS_{LAT} = R d\theta \times a + (R+a) d\theta a + 2R d\theta \cdot a$$

Si $a \ll R \Rightarrow \underline{dS_{LAT} = 4R d\theta \cdot a}$

• Bilan thermique sur dV :

$$dU = \delta Q_e + \delta Q_c \text{ où } \delta Q_c = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dU}{dt} \cdot dV = \delta Q_e$$

$$\Rightarrow \mu c \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \left[\phi_{th}(\theta, t) - \phi_{th}(\theta + d\theta, t) \right] dt - \underbrace{h(T(\theta, t) - T_e)}_{\text{perdue d'où } \ominus} dS_{LAT}$$

$$\Rightarrow \mu c \frac{\partial T}{\partial t} a^2 R d\theta = - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[- \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \cdot a^2 \right] d\theta - h(T(\theta, t) - T_e) \cdot 4R d\theta \cdot a$$

$$\Rightarrow \underline{\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{4h}{a} (T - T_e)}$$

\uparrow car $a \ll R$.

Q18) En R.S : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{4h}{\lambda a} R^2 T = - \frac{4h}{\lambda a} R^2 T_e$

on pose $S^2 = \frac{\lambda a}{4h}$ $\Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \left(\frac{R}{S}\right)^2 T = - \left(\frac{R}{S}\right)^2 T_e$

qui admet pour solution : $\underline{T = A e^{-R/S \theta} + B e^{R/S \theta} + T_e}$

$[S] = L$ car R/S doit être adimensionnée

Q19) D'après les graphes:

$$\begin{cases} T(0) = T_1 \\ T(\pi) = 0 \text{ ou } T(-\pi) = 0 \end{cases}$$

Donc $A + B + T_e = T_1$

$$\frac{R}{\delta} \left(-\frac{1}{R}\right) \left[-Ae^{-R/\delta\pi} + Be^{R/\delta\pi}\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = T_1 - T_e \\ Ae^{-R/\delta\pi} = Be^{R/\delta\pi} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = Be^{2R/\delta\pi} \\ B(1 + e^{2R/\delta\pi}) = T_1 - T_e \end{cases}$$

$$\text{D'où } B = \frac{T_1 - T_e}{1 + e^{2R/\delta\pi}} \text{ et } A = \frac{e^{2R/\delta\pi}}{1 + e^{2R/\delta\pi}} (T_1 - T_e)$$

$$\text{D'où } T(\theta) = T_e + \frac{T_1 - T_e}{1 + e^{2R/\delta\pi}} \left[e^{\frac{R}{\delta}\theta} + e^{\frac{R}{\delta}(2\pi - \theta)} \right]$$

Q20) Si la diffusion prépondérante en régime transitoire $\tau \ll \tau_{\text{car}}$ alors:

$$\tau = \frac{\mu c L^2}{\lambda} \text{ ou } L = \pi R \text{ (de } 0 \text{ à } \pi \text{ ou de } 0 \text{ à } -\pi)$$

$$= \frac{7400 \times 400 \times \pi^2 \times (1,6 \cdot 10^{-2})^2}{80}$$

$$\Rightarrow \tau = 3000 \text{ s} \approx 1 \text{ h} \quad \text{On retrouve bien le même ordre de grandeur.}$$

Q21) Vu l'isolation thermique $\delta Q_{cc} = 0$

$$\Rightarrow \mu c \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\lambda}{R^2} \frac{\delta^2 T}{\delta \theta^2} \quad (1)$$

$$\text{Or } T(\theta, t) = f_m(\theta) \cdot g_m(t) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\delta T}{\delta t} = f_m(\theta) \cdot \dot{g}_m \\ \frac{\delta^2 T}{\delta \theta^2} = f_m'' \cdot g_m(t) \end{cases}$$

$$\text{d'où (1) s'écrit : } \mu c \cdot f_m \dot{g}_m = \frac{\lambda}{R^2} f_m'' g_m$$

$$\text{d'où } \frac{\mu c R^2}{\lambda} \frac{f_m}{f_m''} = \frac{g_m}{\dot{g}_m}$$

d'où $F(\theta) = G(t)$ par conséquent les deux termes sont égaux à une constante.

$$\text{Donc : } g_m = \alpha \frac{dg_m}{dt} \Rightarrow \frac{dg_m}{dt} - \frac{g_m}{\alpha} = 0 \Rightarrow g_m = A_m e^{+t/\alpha}$$

Donc α négatif car sinon g_m diverge et donc T diverge aussi

$$\cdot \underbrace{f_m'' - \frac{\mu c R^2}{\lambda} f_m}_{\lambda m^2} = 0 \Rightarrow f_m = A_m \cos(\lambda m \theta) + B_m \sin(\lambda m \theta)$$

$$\text{or } T(\theta, t) = T(-\theta, t) \Rightarrow f_m = A_m \cos(\lambda m \theta)$$

$$\text{On pose } \begin{cases} A_m = B_m \\ B_m = -\alpha \end{cases} \text{ d'où } T_m(\theta, t) = B_m \cos\left(\underbrace{\frac{\mu c R^2}{\lambda B_m}}_{= \frac{R\theta}{dm}} \theta\right) e^{-t/B_m}$$

$$\text{d'où } T_m(\theta, t) = B_m \cos\left(\frac{R\theta}{dm}\right) e^{-t/B_m} \text{ où } dm = \sqrt{\frac{\lambda B_m}{\mu c}}$$

Q22) T_m représente la valeur moyenne de $\theta = -\pi$ à π . Or $T_m(\theta, t)$ a pour période $T = 2\pi \frac{dm}{R}$ et la fonction proposée a pour période $\frac{2\pi}{n}$.

$$\Rightarrow 2\pi \frac{dm}{R} = \frac{2\pi}{n} \Rightarrow \underline{m = \frac{R}{dm}}$$

Une combinaison linéaire des solutions à variables séparées est la solution générale du problème :

$$\begin{aligned} T(\theta, t) &= T_m + \sum_n T_m(\theta, t) \\ &= T_m + \sum_n \underbrace{B_m \cos\left(\frac{R\theta}{dm}\right)}_{= \sum_n b_m \cos(m\theta)} e^{-t\epsilon_m} \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \left\{ \begin{array}{l} B_m = b_m \\ dm = R/m \\ \epsilon_m = \frac{\mu c dm^2}{\lambda} = \frac{1}{m^2} \frac{\mu c R^2}{\lambda} \end{array} \right.$$

Q23) Dans l'expression de la somme on retrouve une exponentielle décroissante ainsi

$$\text{Pour l'ordre 1: } e^{-t \cdot \frac{\lambda}{\mu c R^2}}$$

$$\text{— 2: } e^{-t \cdot \frac{\lambda}{\mu c R^2} \times 4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\text{ordre 1}}{\text{ordre 2}} \right)_{\max} = \frac{b_1}{b_2 e^{-4}} \approx \frac{b_1}{b_2} \times 55$$

Effectivement, en première approche on peut négliger les termes d'ordre $n > 1$ d'où :

$$T(\theta, t) = T_m + b_1 \cos \theta e^{-t/\mu c R^2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{T(\theta, t) - T_m = B_1(t) \cos \theta} \quad (\text{proportionnel à } \cos \theta)$$

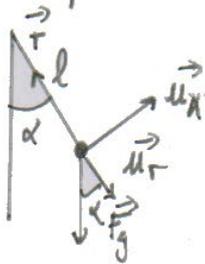
Partie III - Le pendule de Foucault (ENS - 2022 - PC)

Partie III : Pendule de FoucaultQ1) Comparons \vec{F}_{ic} et \vec{F}_g :

$$\begin{cases} \vec{F}_g = -GmM_T/R_T^2 \vec{e}_z \\ \vec{F}_{ic} = m\Omega^2 \vec{HM} = m\Omega^2 R_T \cos \lambda \vec{u} = m\Omega^2 R_T \cos \lambda (\cos \lambda \vec{u}_z - \sin \lambda \vec{u}_y) \end{cases}$$

$$\text{D'où } \left(\frac{F_{ic}}{F_g} \right)_{\max} = \frac{\Omega^2 R_T^3}{GM_T} = 3,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \underline{F_{ic} \ll F_g} \text{ et donc } \vec{F}_g = -mg \vec{u}_z$$

Q2) Dans cette partie on néglige \vec{F}_{ic} d'où : $m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{T}$ 

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -ml\dot{\alpha}^2 = mg \cos \alpha - T \\ ml\ddot{\alpha} = -mg \sin \alpha \end{cases}$$

Q3) Si $\alpha \ll 1$ alors $\sin \alpha \ll 1$ d'où $\ddot{\alpha} + g/l \alpha = 0$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{g/l} \text{ et } T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{l/g} = \underline{15 \text{ s}}$$

$$= \underline{0,38 \text{ rad/s}}$$

Q4) Sur l'axe Oz: $\Delta z = l - l \cos \alpha$

$$\text{--- } \text{Ox: } \Delta x = l \sin \alpha$$



$$\text{Si } \alpha \ll 1 : \begin{cases} \Delta z \approx 0 + O(\alpha^2) \\ \Delta x \approx l\alpha + O(\alpha^3) \end{cases}$$

 \Rightarrow le mouvement est horizontalQ5) Soit $\Omega = \frac{2\pi}{T_T} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

$$\omega_0 = \sqrt{g/l} = 0,38 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{\Omega \ll \omega_0}$$

Q6) D'après la figure 1: $\vec{e}_3 = \cos \lambda \vec{e}_y + \sin \lambda \vec{e}_z$

or $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}$

$$= -2m\Omega \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \cos \lambda & \sin \lambda \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} = 0 \end{vmatrix} \quad (\text{plan } xoy \text{ le mv})$$

$$= -2m\Omega \begin{vmatrix} -\dot{y} \sin \lambda \\ \dot{x} \sin \lambda \\ -\dot{x} \cos \lambda \end{vmatrix}$$

Or $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{ic} + \vec{F}$

$$\Leftrightarrow m \begin{vmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +\dot{y} \sin \lambda \cdot 2m\Omega \\ -\dot{x} \sin \lambda \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -m\omega_0^2 x \\ -m\omega_0^2 y \end{vmatrix}$$

D'où $\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 x = 2\Omega \sin \lambda \dot{y} & (1) \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y = -2\Omega \sin \lambda \dot{x} & (2) \end{cases} \Rightarrow \underline{\Omega \sin \lambda = \tilde{\Omega}}$

Q7) On pose $\underline{u} = x + iy$ donc (1) + i(2) donne:

$$\begin{aligned} \ddot{\underline{u}} + \omega_0^2 \underline{u} &= 2\tilde{\Omega} (\dot{y} - i\dot{x}) \\ &= 2i\tilde{\Omega} (-i\dot{\underline{u}}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\ddot{\underline{u}} + 2i\tilde{\Omega}\dot{\underline{u}} + \omega_0^2 \underline{u} = 0}$$

Polynôme caractéristique: $r^2 + 2i\tilde{\Omega}r + \omega_0^2 = 0$

$$\Rightarrow r_{\pm} = \frac{-2i\tilde{\Omega} \pm i\sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad \text{car } \Delta < 0$$

$$\Rightarrow r_{\pm} = i \left[\pm \sqrt{\tilde{\Omega}^2 + \omega_0^2} - \tilde{\Omega} \right]$$

$$\underline{\text{D'où } \underline{u}(t) = \underline{A}e^{r_+t} + \underline{B}e^{r_-t}}$$

$$Q8) \text{ Soit } \underline{u} = x + iy \text{ d'où } \begin{cases} \underline{u}(0) = x_0 \\ \dot{\underline{u}}(0) = 0. \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} A+B = x_0 \\ r_+ A + r_- B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = -r_+ A / r_- \\ A(1 - \frac{r_+}{r_-}) = x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{x_0 r_-}{r_- - r_+} \\ B = -\frac{x_0 r_+}{r_- - r_+} \end{cases}$$

$$\text{Donc } \underline{u} = x_0 \frac{r_- e^{r_+ t} - r_+ e^{r_- t}}{r_- - r_+} \text{ où } \begin{cases} r_- = i(-\tilde{\omega} - \sqrt{\tilde{\omega}^2 + \omega_0^2}) \\ r_+ = i(-\tilde{\omega} + \sqrt{\tilde{\omega}^2 + \omega_0^2}) \\ r_- - r_+ = -i2\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \omega_0^2} \end{cases}$$

$$Q9) \text{ Or } \tilde{\omega} \ll \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} r_{\pm} = i(-\tilde{\omega} \pm \omega_0) \\ r_- - r_+ = -2i\omega_0 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \underline{u} = x_0 \cdot \frac{i(-\tilde{\omega} - \omega_0)e^{i(-\tilde{\omega} + \omega_0)t} - (-\tilde{\omega} + \omega_0)e^{i(-\tilde{\omega} - \omega_0)t}}{-2i\omega_0}$$

$$\Rightarrow \underline{u} \approx x_0 e^{-i\tilde{\omega}t} \frac{(-\omega_0)}{-2\omega_0} [e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}]$$

$$\Rightarrow \underline{u} \approx \frac{x_0}{2} e^{-i\tilde{\omega}t} [i \times 2 \cos(\omega_0 t)]$$

$$\Rightarrow \underline{u} = x_0 \cos(\omega_0 t) e^{-i\tilde{\omega}t}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} x = x_0 \cos(\omega_0 t) \cos(\tilde{\omega}t) \\ y = -x_0 \cos(\omega_0 t) \sin(\tilde{\omega}t) \end{cases} \Rightarrow \underline{OH} = x_0 \cos(\omega_0 t) \underbrace{[\cos(\tilde{\omega}t)\vec{e}_x - \sin(\tilde{\omega}t)\vec{e}_y]}_{\vec{E}}$$

le vecteur \vec{E} tourne à la vitesse angulaire $\tilde{\omega}$ par rapport à \vec{u}_z . le pendule oscille donc à la pulsation $\omega_0 \Rightarrow \tilde{\omega}$ dans le sens indirect autour de \vec{u}_z à la vitesse angulaire $\tilde{\omega}$.

(Remarque Q10, aide à répondre à Q9)

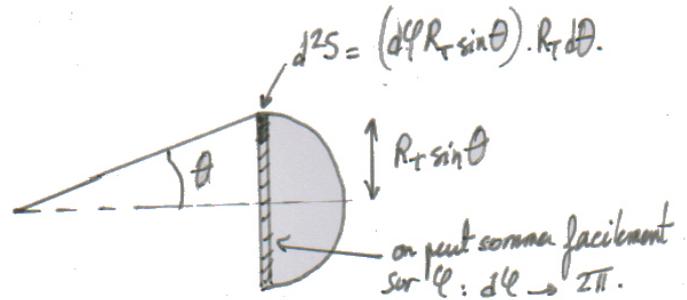
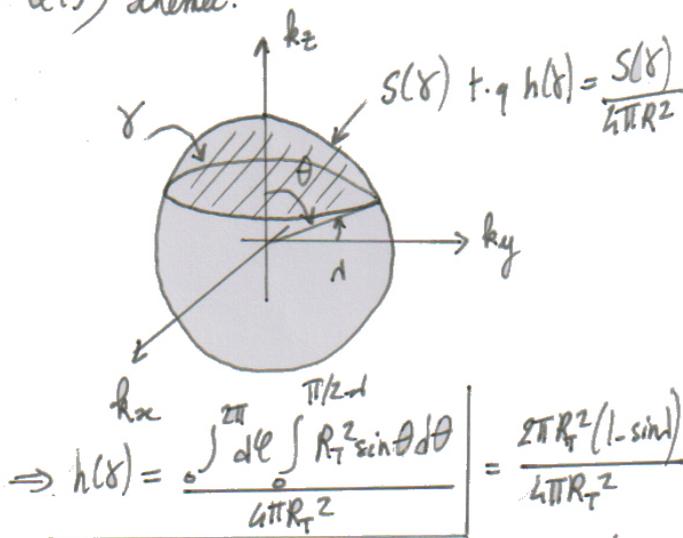
$$\begin{aligned}
 Q10) \Rightarrow \psi &= -\Omega T \\
 &= -\Omega \sin \lambda \cdot T \\
 &= -2\pi \sin \lambda \\
 &= -2\pi \sin(49^\circ) \\
 &= \underline{\underline{-272^\circ}}
 \end{aligned}$$

Pour qu'il revienne à sa position initiale il faut $\psi = 360^\circ$
 $\Rightarrow \lambda = \underline{\underline{0^\circ}}$ (équateur)

Q11) Le but d'avoir une grande longueur l et une forte masse m est de pouvoir minimiser (négliger) les frottements sur l'axe et dans l'air afin que le pendule n'arrête pas d'osciller trop tôt afin d'observer le phénomène

Q12) Avec un pendule si petit, les frottements vont devenir trop importants (inertie trop faible)
 \Rightarrow le pendule va trop vite s'arrêter et M. Tournesol n'y pourra pas se diriger son tour avec son pendule.

Q13) Schéma:



On somme de $\theta = 0$ à $\pi/2 - \lambda$
 $\phi = 0$ à 2π

$$\Rightarrow S(x) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2-\lambda} R^2 \sin\theta d\theta = 2\pi R^2 [\cos\theta - \cos(\pi/2-\lambda)]$$

$$\Rightarrow X = \frac{2\pi R^2 (1 - \sin\lambda)}{4\pi R^2} = \frac{1 - \sin\lambda}{2} = \frac{X}{4\pi} \Rightarrow X = 2\pi(1 - \sin\lambda)$$

Or $X = \phi + 2\pi \Rightarrow \phi = -2\pi \sin\lambda = \psi$ (on retrouve le même résultat)