Physique : DS1

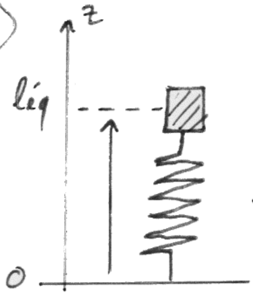
A – Suspension de voiture (CCP – 2023 – TPC)

Q33). Référentiel Galiléen : - référentiel de Copernic.
- ―― " héliocentrique. (si on suppose le soleil immobile)
- ―― " géocentrique (―― la terre immobile
- ―― " terrestre ou que l'expérience est de courte durée...)

. Deux référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme entre eux.

Q34) Quatre amortisseurs $\Rightarrow$ $\boxed{m = \dfrac{M}{4}}$

Q35)



Soit la masse m le système, alors dans le référentiel terrestre :

$m\vec{a} = \sum \vec{F}$

$\Leftrightarrow m\vec{a} = m\vec{g} - k(l-l_0)\vec{e_z}$ (1) où $\vec{g} = -g\vec{e_z}$

À l'équilibre : $\boxed{l_{eq} = l_0 - mg/k}$

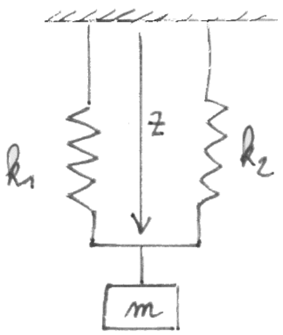
Q36). De (1) : $m\ddot{z} + k(z-l_0) = -mg$

On pose $Z = l - l_{eq} = z - z_{eq}$ $\rightarrow$ $\ddot{Z} + \omega_0^2 Z = 0$ où $\boxed{\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}}$

. Analyse dimensionnelle : $\begin{cases} [\omega_0^2] = T^{-2} \\ [m] = M \\ [k] = N.m^{-1} = [F]L^{-1} = MLT^{-2}L^{-1} = MT^{-2} \end{cases}$

D'où $\boxed{[\omega_0^2] = [k]/[m] \quad \text{CQFD}}$

Q37)



Calculons $\vec{F}_{TOTAL} = \vec{F}$ t.q

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = -k_1(z-l_0)\vec{u_z} - k_2(z-l_0)\vec{u_z}$$
$$= -(k_1+k_2)(z-l_0)\vec{u_z} = -k_p(z-l_0)\vec{u_z}$$

D'où : $\boxed{k_p = k_1 + k_2}$

Q38) D'après le résultat précédent $\boxed{k_V = 4k}$

Q39) Donc $\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_V}{M}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \boxed{\Omega_0 = \omega_0}$

Q40) • Si on rajoute la force de frottements :

$$m\ddot{z} = -mg - k(l-l_0) - h\dot{z}$$

• Il y a un changement d'origine t.q $z = l - l_0 + mg/k$

$$\Leftrightarrow l = z + l_0 - mg/k$$

$$\Rightarrow m\ddot{z} = -mg - k\left(z + l_0 - l_0 - \frac{mg}{k}\right) - h\dot{z}$$

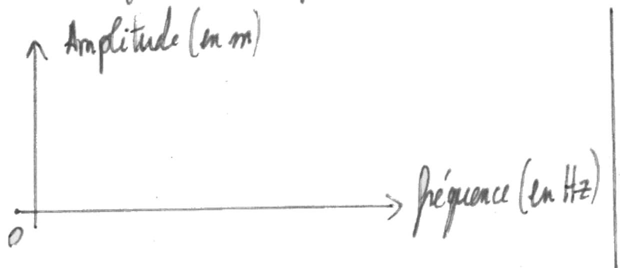
$$\Rightarrow \boxed{\ddot{z} + \frac{h}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = 0}$$

D'où $\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$ où $\begin{cases} \omega_0^2 = k/m \\ Q = \frac{m\omega_0}{h} = \frac{1}{h}\sqrt{km} \end{cases}$

Q41) Régime critique : $Q = 1/2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{h}\sqrt{km} \Leftrightarrow \boxed{k_c = \frac{h^2}{4m}}$

Q42) Si m augmente Q augmente donc le système peut passer en régime pseudo-périodique.

Q43)



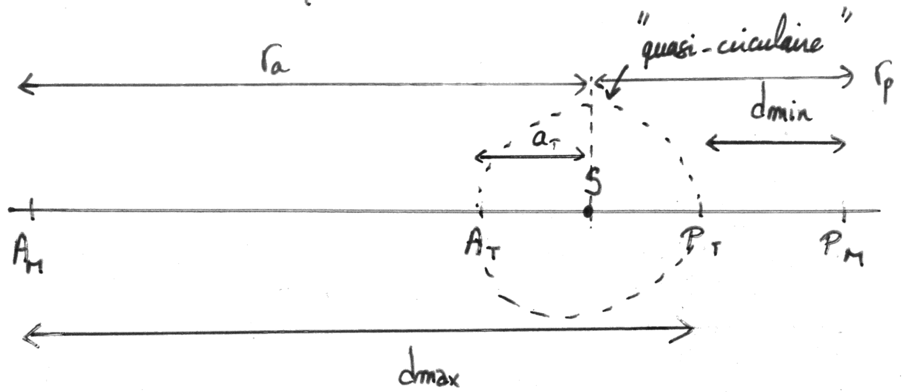
Q44) Si Q élevé il y a résonance donc c'est la courbe 4 qui correspond à la masse la plus élevée.

PARTIE B – Seul sur Mars (Centrale – PSI – 2019)

Partie I : La planète Mars

Q1) D'après l'article les signaux mettent de $t_1 = 5\,min$ à $t_2 = 22\,min$ pour se propager entre les 2 planètes.

On a comme données : $\begin{cases} a_T = 150.10^6\,km \\ R_T = 6380\,km \\ R_M = 3390\,km \end{cases}$



Donc $2a_M = d_{min} + d_{max}$ et $\boxed{\begin{cases} r_a = d_{max} - a_T = 246.10^6\,km \\ r_p = d_{min} + a_T = 240.10^6\,km. \end{cases}}$

$\Leftrightarrow 2a_M = c\,(t_1 + t_2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_M = \frac{c}{2}.(t_1+t_2)} = 2{,}43.10^{11}\,m \Rightarrow \underline{\underline{a_M = 243.10^6\,km}}$

Q2) D'après la troisième loi de Kepler : $\frac{a_M^3}{T_M^2} = \frac{a_T^3}{T_T^2} = cste$ Choix de $T_T = 365{,}25\,jour$

$$\Rightarrow \boxed{a_M = a_T\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{2/3}} = \underline{\underline{228.10^6\,km}}$$

Or $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2} \Rightarrow \boxed{M_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{T^2}} = \underline{2{,}00.10^{30}\,kg}$

Q3) Le champ de pesanteur s'il se limite au champ de gravitation :

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{G.\ 4/3\pi R_M^3 .\ \rho_M}{R_M^2} \quad \text{(astre sphérique homogène)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{g_M = \frac{4}{3}\pi G \rho_M R_M} = \underline{\underline{3{,}69\ ms^{-2}}}$$

(II) Tempête sur Mars

(II.A) L'atmosphère martienne

Q4). D'après les données

$$\begin{cases} 1\,psi = 0{,}0689\,bar \\ p = 4{,}75\,psi \\ x(\text{Oxygène}) = 21{,}01\,\%. \end{cases}$$

Donc $p(O_2) = x(O_2).p = 0{,}0688\,bar$

• Or sur terre on a $p(O_2) \simeq 0{,}2\,bar$. De plus on admet que pour respirer il faut que $p(O_2) \geqslant 0{,}16\,bar$.

$\Rightarrow$ <u>La pression partielle en oxygène est trop faible</u>

Q5) Si on assimile l'atmosphère à un gaz parfait on a : $pV = nRT$

$$\Leftrightarrow p = \frac{mRT}{MV}$$

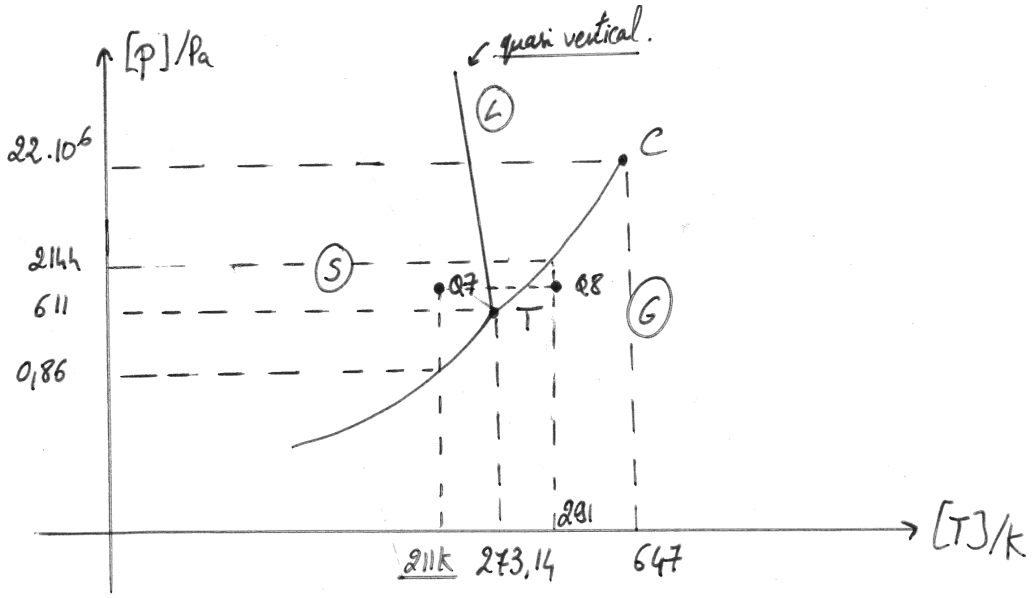
$$\Leftrightarrow p = \rho\frac{RT}{M}$$

Vu la composition <u>incomplète</u> de Mars on prend $M = 43{,}5\,g.mol^{-1}$ (97% CO_2, 3% N_2)

d'où : $\rho = \dfrac{pM}{RT} = 0{,}0187\ kg.m^{-3}$

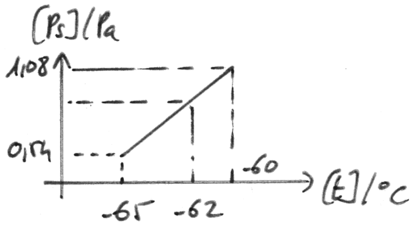
Sur terre : $\rho = 1{,}3\,kg.m^{-3}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{\rho_{mars}}{\rho_{terre}} = 0{,}014}$

Q6)



- Le pt triple est le point où les 3 phases sont en équilibre
- Au delà du point critique, il y a continuité de l'état fluide. Avant on distingue les 2 phases : (L) et (V).

Q7) D'après l'annexe pour $t = -62°C$ on a : $P_s = \frac{1{,}08 - 0{,}54}{5} \times 3 + 0{,}54$



$\Rightarrow$ $\underline{P_s = 0{,}864 \text{ Pa}}$ et $T = 211K$. Or $P_{Mars} = 758$ Pa, donc le point représentatif est obtenu dans la phase solide.

Q8). Pour $t = 18{,}46°C$ on a $p_s = \frac{2338{,}8 - 1705{,}6}{5} \times 3{,}46 + 1705{,}6 = 2144$ Pa

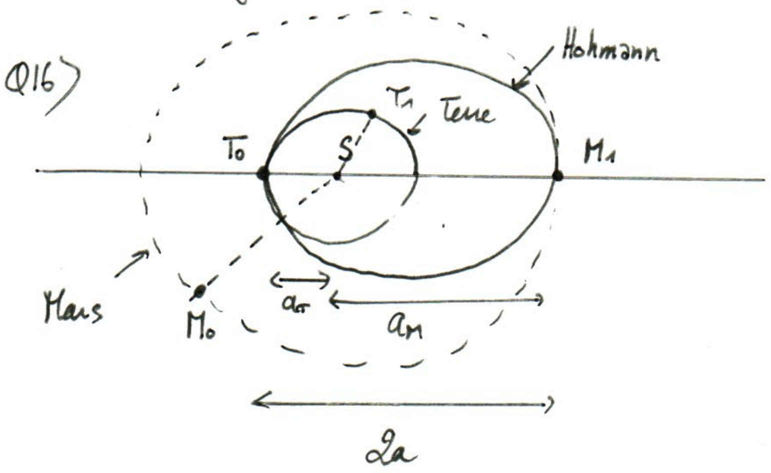
$\Rightarrow$ $P_{Mars} < P_s$: on est dans la phase gazeuse.

- Le corps étant formé principalement d'eau, il va se mettre à bouillir. De plus il n'aura plus assez d'O_2 pour respirer car $p(O_2) = \underline{1{,}06 \text{ Pa}}$

IV Sauvetage de Mark Watney

IV.A Trajectoire du vaisseau Hermès

Q16)



D'après la figure 6 : $2a = a_T + a_M \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{a_T + a_M}{2}} = \underline{\underline{189.10^6\ \text{km}}}$

Q17) • Soit τ la durée du transfert t.q $\tau = \dfrac{T}{2}$

or $\dfrac{a^3}{T^2} = \dfrac{a_T^3}{T_T^2} \Rightarrow \boxed{\tau = \dfrac{1}{2} \cdot T_t \left(\dfrac{a}{a_T}\right)^{3/2}} = \underline{\underline{258{,}3\ \text{jours}}}$

• Positions de Mars au moment du lancement sur terre.

Pendant la durée τ : $\begin{cases} T_0 \rightarrow T_1 \\ M_0 \rightarrow M_1 \quad \text{t.q} \quad (\widehat{SM_0, SM_1}) = \alpha \\ N_0 \rightarrow N_1 \quad \text{(navette)} \end{cases}$

• Donc pendant $\begin{cases} \tau & \text{Mars parcourt } \alpha \\ \dfrac{T_M}{2} & \text{— " — } \pi \end{cases} \Rightarrow \alpha/\pi = \dfrac{\tau}{T_M/2}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 2\pi \dfrac{\tau}{T_M}} = \underline{\underline{2{,}36\ \text{rad} = 135^\circ}}$

• De même pour la terre $\dfrac{\beta}{\pi} = \dfrac{\tau}{T_T/2}$ où $\beta = (\widehat{ST_0, ST_1})$

$\Rightarrow \boxed{\beta = 2\pi\, \tau/T_T} = 4{,}44\ \text{rad} = \underline{\underline{254{,}5^\circ}}$

Q18) . Un nouveau tir peut avoir lieu lorsque α reprend la valeur de 135°.

Or $\begin{cases} \theta_T = \omega_T . t . \\ \theta_M = \omega_M t + \theta_0 \quad \text{où } \theta_0 = \pi - \alpha = 44,6° \end{cases}$

$\Rightarrow$ On pourra à nouveau lancer ssi $\theta_M - \theta_T = (\omega_M - \omega_T)t + \theta_0 = \theta_0 + 2\pi n$.

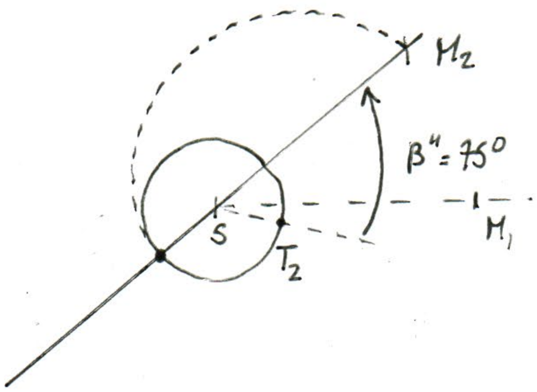
$$\Leftrightarrow (\omega_M - \omega_T)t = 2\pi n$$

$$\Leftrightarrow t = n . \frac{2\pi}{\omega_M - \omega_T} = n . \frac{1}{\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_T}}$$

$$\Leftrightarrow t = n . \frac{T_M T_T}{\underbrace{T_T - T_M}_{<0}}$$

Si $n = -1$ on obtient : $\underline{\underline{t = 779,9 \text{ jour}}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{T_{sym} = 780 \text{ jour}}$

Q19) Pour envisager une hohmann de sortie il faut que la terre soit positionner $\beta' = 255°$ avant le périgée c'est-à-dire que $\widehat{ST_2, SM_2} = \beta'' = 75°$



Soit $\begin{cases} \theta_t = \omega_T t + \beta'' \\ \theta_m = \omega_M t \end{cases}$

Or $\theta_m - \theta_t = \beta'' + 2n'\pi$ $\Rightarrow$ $(\omega_M - \omega_t)t - \beta'' = \beta'' + 2n'\pi$

D'où $(\omega_M - \omega_T)t = 2\beta'' + 2n'\pi$

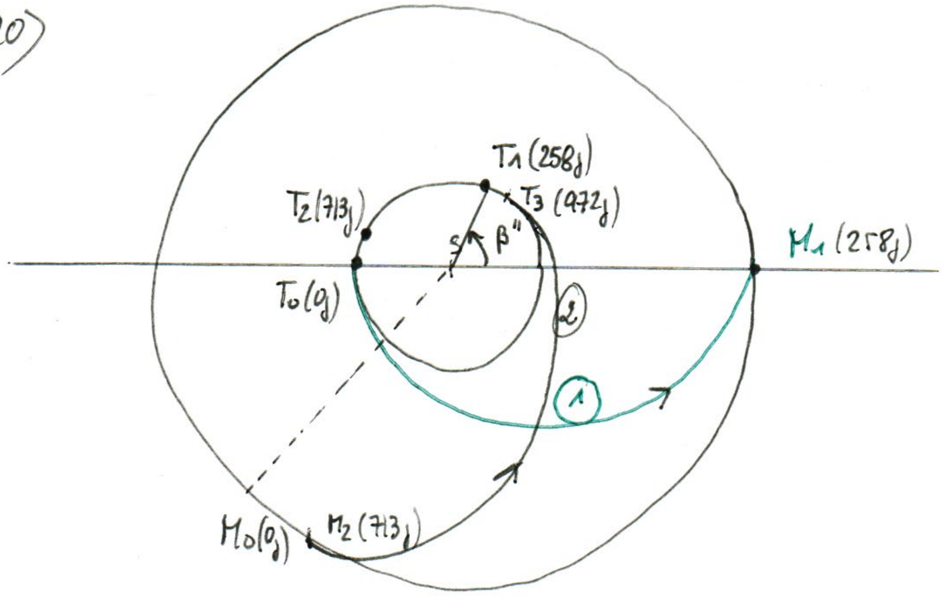
$$\Rightarrow 2\pi\left(\frac{1}{T_M}-\frac{1}{T_T}\right)t = 2\beta''+2n'\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi\left(\underbrace{\frac{T_M-T_T}{T_M . T_T}}_{<0}\right)t = 2\pi\left(n'+\frac{\beta''}{\pi}\right) \Leftrightarrow -2\pi\frac{t}{T_{syn}} = 2\pi\left(n'+\frac{\beta''}{\pi}\right)$$

Prenons $n' = -1$, première valeur acceptable d'où :

$$\Rightarrow \boxed{\tau' = T_{syn}\left[1-\frac{\beta''}{\pi}\right]} = 455 \text{ jours}$$

Q20)



Q21) Dans le cas "parfait" : $\underline{\text{Durée du transfert} = 2\tau + \tau'} = \underline{\underline{972 \text{ jours}}}$ CQFD

Le vaisseau Hermès dispose d'une propulsion nucléaire d'où le temps de trajet moins important.

Partie C : Océans, atmosphère et communications (Centrale PC – 2018)

I) Particules chargées dans l'atmosphère

Q1) Soit $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}\wedge\vec{B}_0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \partial v_x/\partial t \\ \partial v_y/\partial t \\ \partial v_z/\partial t \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m}\begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m}\begin{vmatrix} V_y B_0 \\ -V_x B_0 \\ 0 \end{vmatrix}$

. D'où $\boxed{dv_x/dt = \dfrac{qB_0}{m}V_y \ , \quad \dfrac{dV_y}{dt} = -\dfrac{qB_0}{m}V_x \quad \text{et} \quad \dfrac{dV_z}{dt} = 0}$

. D'où $\boxed{v_z = cste}$

. De plus $P = \vec{F_L}\cdot\vec{v} = 0 = \dfrac{dE_c}{dt} \Rightarrow \boxed{v^2 = cste}$

Q2) Soit $\vec{v} = \vec{w} + \vec{v}_{//}$ où $\vec{v}_{//} = v_z\vec{e_z}$

Comme $\begin{cases} \dfrac{dv_z}{dt} = 0 \\ \vec{V_z}\wedge\vec{B_0} = \vec{0} \end{cases}$, on a : $\boxed{m\dfrac{d\vec{w}}{dt} = q\vec{w}\wedge\vec{B_0}}$

Q3) Posons $\vec{\Omega_c} = \dfrac{(-q)}{m}\vec{B_0} \Rightarrow \dfrac{d\vec{w}}{dt} = \vec{w}\wedge\vec{\Omega_c} \Rightarrow \begin{vmatrix} dw_x/dt \\ dw_y/dt \\ dw_z/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_c \end{vmatrix}$

$\Leftrightarrow w_z = cste$ et $\begin{cases} dw_x/dt = w_y\Omega_c & (1) \\ dw_y/dt = -w_x\Omega_c & (2) \end{cases}$

On intègre d'où : $\begin{cases} w_x = \Omega_c y + C_1 \\ w_y = -\Omega_c x + C_2 \end{cases}$

Prenons comme CI : $\underbrace{\begin{cases} w_x(0) = v_I \\ w_y(0) = 0 \end{cases}}_{\text{Choix d'un bon système d'axes}}$ et $\overbrace{\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}}^{\text{Choix le plus simple}} \Rightarrow \begin{cases} w_x = \Omega_c y + v_I \quad (1') \\ w_y = -\Omega_c x \quad (2') \end{cases}$

(1) s'écrit alors : $\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\Omega_c^2 x \\ (2)\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\Omega_c^2 y - \Omega_c v_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = A\cos(\Omega_c t) + B\sin(\Omega_c t) \\ y = A'\cos(\Omega_c t) + B'\sin(\Omega_c t) + v_I/\Omega_c \end{cases}$

les CI donnent : $\begin{cases} A = 0 \text{ et } B = v_I/\Omega_c \\ A' = -\dfrac{v_I}{\Omega_c} \text{ et } B' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{v_I}{\Omega_c}\sin(\Omega_c t) \\ y - \dfrac{v_I}{\Omega_c} = -\dfrac{v_I}{\Omega_c}\cos(\Omega_c t) \end{cases}$

Donc $x^2 + \left(y - \dfrac{v_I}{\Omega_c}\right)^2 = \left(\dfrac{v_I}{\Omega_c}\right)^2$

Equation d'un cercle de rayon $\boxed{\rho_c = \left|\dfrac{v_I}{\Omega_c}\right| \text{ où } \Omega_c = -\dfrac{q}{m}B_0}$

Q.4) L'ordre de grandeur B_0 est $10^{-5} \to 10^{-4}$ T $\Rightarrow \boxed{\begin{cases} \Omega_c \simeq 10^{7} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour } e^- \\ \Omega_c \simeq 10^{4} \text{ rad.s}^{-1} \text{ pour } p^+ \end{cases}}$

Q5) Soit $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E_1} + \vec{v} \wedge \vec{B_0}) \Leftrightarrow \boxed{\begin{vmatrix} \dfrac{dv_x}{dt} \\ \dfrac{dv_y}{dt} \\ \dfrac{dv_z}{dt} \end{vmatrix} = \dfrac{q}{m} \begin{vmatrix} V_y B_0 + E_1 \\ -V_x B_0 \\ 0 \end{vmatrix}}$

Q6) On cherche une solution de la forme $\vec{v} = \vec{V_d} = V_{dx}\vec{e_x} + V_{dy}\vec{e_y}$

$\Rightarrow \begin{cases} 0 = q/m\,(V_{dy}B_0 + E_1) \\ 0 = \dfrac{q}{m}(-V_{dx}B_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{V_d} = -\dfrac{E_1}{B_0}\vec{e_y}}$ Solution unique

Q.7) Soit $\vec{u} = \vec{v} - \vec{V_d}$

d'où $\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{q}{m}\left(\vec{E_1} + (\vec{u} + \vec{V_d}) \wedge \vec{B_0}\right)$

or d'après Q6 : $\dfrac{q}{m}\left[\vec{E_1} + \vec{V_d} \wedge \vec{B_0}\right] = \vec{0} \Rightarrow \dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{q}{m}(\vec{u} \wedge \vec{B_0})$

Donc $\vec{v} = \vec{u} + \vec{V_d}$ se décompose par deux termes :

$\begin{cases} \vec{u} \text{ responsable d'un mvt circulaire dans le plan } (xOy) \\ \vec{V_d} \text{ ——— d'un mvt rectiligne suivant } \vec{u_y} \end{cases}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{L'ensemble forme une trajectoire cycloïdale}}$