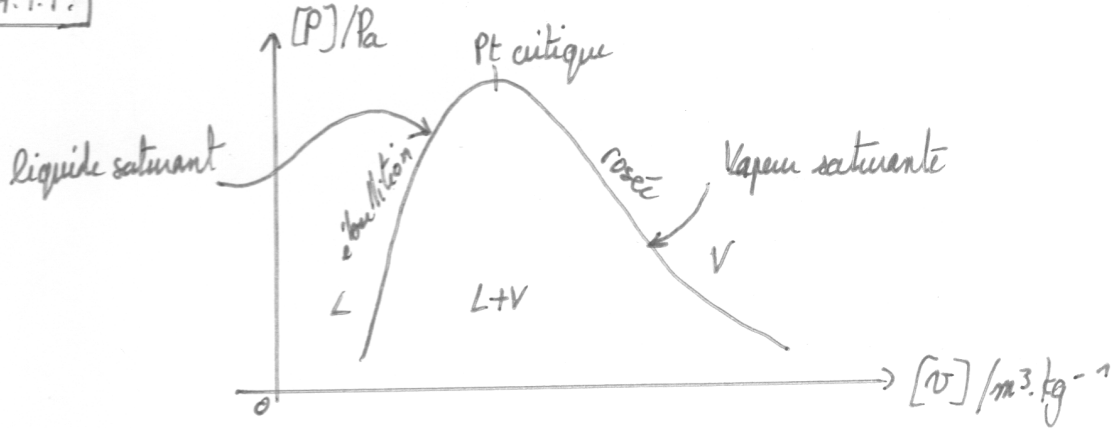
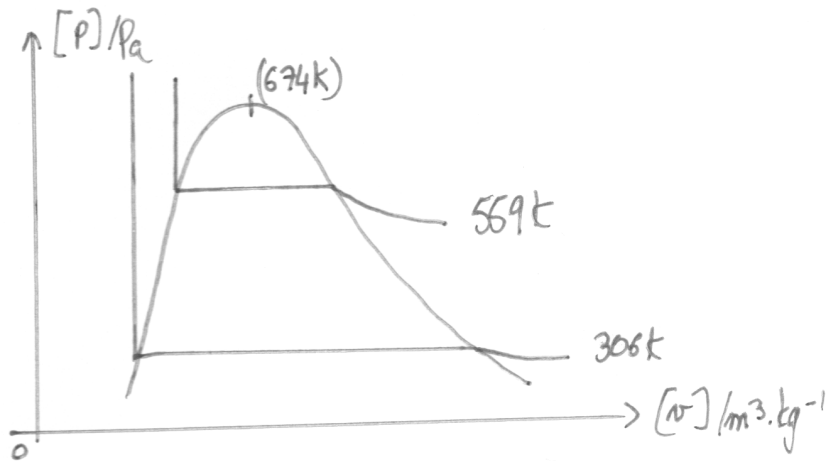


Physique : DM4

A – Réacteur à eau pressurisée (CCP – PC – 2014)

A.1.1.]A.1.1.2]

- Dans le domaine diphasé, la variance vaut zéro (p fixée) $\Rightarrow$ palier.
- Dans le domaine liquide, si l'eau est incompressible v ne dépend pas de $p \Rightarrow$ droite verticale.
- Dans le domaine vapeur : $pV = nRT \Leftrightarrow p = \frac{RT}{M} \cdot \frac{1}{v}$
 $\Rightarrow$ branche d'hyperbole.

A.1.1.3

$$\text{Soit } dS = \delta S_c + \delta S_e$$

$$\Leftrightarrow dS = \delta S_e \text{ si réversible}$$

$$= \frac{\delta Q}{T} = 0 \text{ si adiabatique}$$

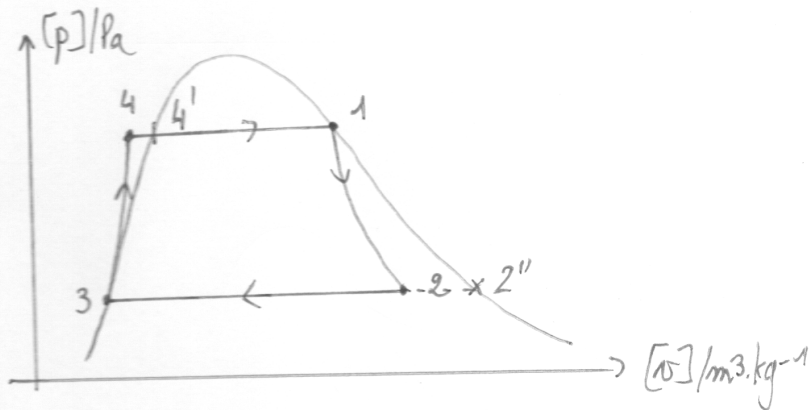
$$\Rightarrow \underline{\text{isentropique} = \text{adiabatique réversible}}$$

A.1.1.4

Pour la pompe :

$$\begin{cases} \Delta h = w_i + q_e \\ \quad \quad \quad = w_i \\ \text{et} \\ dh = Tds + vdp = vdp \end{cases}$$

$$\text{D'où } \underline{w_{ip} = v \Delta p} = \underline{7 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

A.1.2.1A.1.2.2 . D'après le théorème des moments chimiques :

$$x_2 = \frac{s_2 - s_3}{s_2'' - s_3}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{s_1 - s_3}{s_2'' - s_3} = \frac{5,8162 - 0,4763}{8,13960 - 0,4763} = \underline{\underline{0,6743}}$$

$$\cdot \text{ Et } h_2 = h_3 + x_2 h_{vap}$$

$$\Leftrightarrow \underline{h_2 = h_3 + x_2 (h_2'' - h_3)} = 137,8 + 0,6743 (2581,6 - 137,8) = \underline{\underline{1772 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{On } \underline{w_{iT}} &= \underline{h_2 - h_1} \\
 &= 1772 - 2773 \\
 &= \underline{\underline{-1001 \text{ kJ.kg}^{-1}}}
 \end{aligned}$$

A.1.2.3 | On sait que $x_3 = 0$ et $T_3 = T_2 = 305 \text{ K}$

• On a $\Delta h = w_i + q_e = q_e$ ici

$$\begin{aligned}
 (\Rightarrow) \underline{q_{ec}} &= \underline{h_3 - h_2} = 137,8 - 1772 \\
 &= \underline{\underline{-1634 \text{ kJ.kg}^{-1}}}
 \end{aligned}$$

A.1.2.4 | De m : $\underline{q_{e,gv}} = \underline{h_1 - h_4} = (h_1 - h_{4'}) + (h_{4'} - h_4)$

$$\begin{aligned}
 &= (h_1 - h_{4'}) + (h_{4'} - h_3 - \underbrace{w_{ip}}_{=0 \text{ d'après l'énoncé}}) \text{ d'après A.1.1.4} \\
 &= h_1 - h_3 \\
 &= 2773 - 137,8 \\
 &\Rightarrow \underline{\underline{q_{e,gv} = 2636 \text{ kJ.kg}^{-1}}}
 \end{aligned}$$

A.1.2.5 | Soit

$$\begin{cases}
 \eta_{\text{cycle}} = \left| \frac{w_{iT}}{q_{e,gv}} \right| = \underline{\underline{0,380}} \\
 \text{et} \\
 \eta_{\text{canot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \underline{\underline{0,453}}
 \end{cases}$$

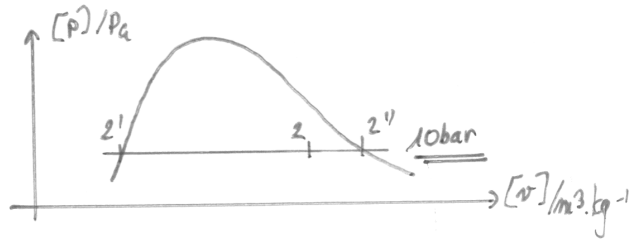
• On étudie un cycle réel qui présente des phénomènes d'irréversibilités d'où :

$$\underline{\eta_{\text{cycle}} < \eta_{\text{canot}}}$$

A.2.1]

On a $s_2 = s_1 = 5,8162 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Or $x_2 = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'}$
 $= \frac{5,8162 - 2,1382}{6,5828 - 2,1382}$
 $= 0,8275$



D'où $h_2 = h_2' + x_2 (h_2'' - h_2') = 2429 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Et $w_{ir,HP} = h_2 - h_1$
 $= 2429 - 2773 = -344,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Or le débit dans THP est $\dot{m}_{m1} - \dot{m}_{m11} = 1400 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

$\Rightarrow P_{HP} = (\dot{m}_{m1} - \dot{m}_{m11}) |w_{ir,HP}| = 482 \text{ MW}$

A.2.2]

Avec un bilan d'énergie : $\dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 + \dot{m}_4 h_4$ (1)

de masse : $\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_4$ (2)

Donc $\dot{m}_3 = \dot{m}_2 - \dot{m}_4$
 $= \dot{m}_2 - \frac{\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3}{h_4}$

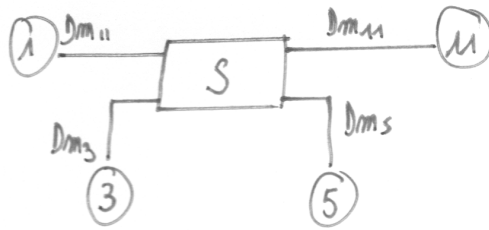
$\Leftrightarrow \dot{m}_3 h_4 - \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_2 h_4 - \dot{m}_2 h_2$

$\Leftrightarrow \dot{m}_3 = \dot{m}_2 \frac{h_4 - h_2}{h_4 - h_3} = 1159 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

De m : $\dot{m}_4 = \dot{m}_2 \frac{h_3 - h_2}{h_3 - h_4} = 241 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

ou $\begin{cases} h_3 = 2776 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ h_4 = 762,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \dot{m}_2 = 1400 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases}$

A.2.3)



$$\text{Soit } Dm_{11} h_1 + Dm_3 h_3 = Dm_5 h_5 + Dm_{11} h_{11} \\ = Dm_3 h_5 + Dm_{11} h_{11} \quad \text{car } Dm_3 = Dm_5$$

$$\Leftrightarrow h_{11} = h_1 + \frac{Dm_3}{Dm_{11}} (h_3 - h_5) \quad \Bigg| = 2773 + \frac{1158}{100} (2776 - 2943) \\ = \underline{\underline{840 \text{ kJ.kg}^{-1}}}$$

A.2.4)

$$\cdot \text{ Soit } w_{itBP} = - \frac{P_{BP}}{Dm_3} \quad \Bigg| = - \underline{\underline{831 \text{ kJ.kg}^{-1}}}$$

$$\cdot \text{ Or } \begin{cases} w_{itBP} = h_6 - h_5 \\ h_5 = h'_6 + \alpha_6 (h''_6 - h'_6) \end{cases} \quad \Rightarrow w_{itBP} = h'_6 + \alpha_6 (h''_6 - h'_6) - h_5$$

$$\text{Donc } \alpha_6 = \frac{w_{itBP} + h_5 - h'_6}{h''_6 - h'_6} \quad \Bigg| = \frac{-831 + 2943 - 137,8}{2561,6 - 137,8} \\ \approx \underline{\underline{0,814}}$$

A.2.5)

$$\text{Soit } q_{ec} = h_7 - h_6 \\ \Leftrightarrow q_{ec} = h_7 - (w_{itBP} + h_5) \\ = 137,8 - (-831 + 2943) \\ = \underline{\underline{-1975 \text{ kJ.kg}^{-1}}}$$

A.2.6)

$$\text{Vu la définition } \therefore dh = q_e + w_i = 0 \Rightarrow \underline{h = \text{cste}}$$

• c'est une détente de Joule Thomson qui est irréversible par définition

A.2.7 | . Sur le réchauffeur :

$$\dot{m}_4 h_4 + \dot{m}_8 h_8 + \dot{m}_{12} h_{12} = \dot{m}_9 h_9$$

$$\cdot a \left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_8 = \dot{m}_3, \quad \dot{m}_{12} = \dot{m}_4 : \dot{m}_9 = \dot{m}_1 \\ h_8 = h_7 \text{ car } W_{\text{pompe}} \text{ négligeable.} \\ h_4 = h_{12} \text{ D.T.} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow h_9 = \frac{\dot{m}_4 h_4 + \dot{m}_3 h_7 + \dot{m}_{12} h_{12}}{\dot{m}_1} = \underline{\underline{285 \text{ kJ.kg}^{-1}}}$$

• le but du détenteur est d'équilibrer les pressions afin d'éviter les risques de reflux dans la pompe "alimentaire".

A.2.8 | Pour le GV: $q_{\text{GV}} = h_1 - h_{10}$
 $\Leftrightarrow q_{\text{GV}} = h_1 - h_9$
 $= \underline{\underline{2149 \text{ MJ.kg}^{-1}}}$

Et donc $P_{\text{GV}} = \dot{m}_1 q_{\text{GV}} = \underline{\underline{3735 \text{ MW}}}$

A.2.9 | . Donc $\eta_{\text{cycle}} = \frac{|P_{\text{BP}} + P_{\text{HP}}|}{P_{\text{GV}}} = \frac{963 + 482}{3735} = \underline{\underline{0,387}}$

• $\eta_{\text{cycle réel}} \approx \eta_{\text{cycle simplifié}}$, par contre le titre en vapeur à la sortie des turbines a fortement augmenté ce qui réduit la corrosion et détérioration des turbines

Partie II : Tunnel du Fréjus (Mines PC - 2016)

1°) Par définition

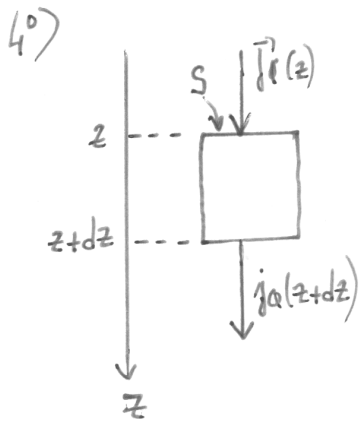
$$\begin{cases} T_{\max} = \theta_0 \\ T_{\max} = \theta_0 + T_0 \\ T_{\min} = \theta_0 - T_0 \end{cases}$$

On peut choisir $T_0 = 15^\circ\text{C}$

2°) On a : $d\Phi_Q = \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}$ où $[j_Q] = \text{Wm}^{-2}$
 où $\vec{j}_Q$ est la densité du flux thermique homogène à une puissance surfacique.

3°) loi de Fourier : $\vec{j}_Q = -K \text{ grad } T$ valable dans un milieu isotrope avec des variations de température peu rapides.

D'où $[K] = \frac{\text{Wm}^{-2}}{\text{Km}^{-1}} = \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$



Soit $\delta Q = [j_Q(z) - j_Q(z+dz)] S dt$

$\Leftrightarrow \delta Q = - \frac{\partial j_Q}{\partial z} \underbrace{dz S dt}_{dG}$

- 5°) . de système doit contenir un assez grand nombre de particules pour introduire la notion de température.
 . de système doit être assez petit pour tenir compte de l'inhomogénéité de la température à grand volume.

6°) En appliquant le premier principe : $dU = \delta Q \Rightarrow dU = - \frac{\partial \rho}{\partial z} S dz dt$

ou $dU = [u(t+dt) - u(t)] \rho_s dG$
 $= \frac{\partial u}{\partial t} \rho_s dG dt$

$\Rightarrow dU = c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} dG dt$ où $dG = S dz$

7°) Donc $\frac{\partial T}{\partial t} c_s \rho_s = - \frac{\partial \rho}{\partial z}$

ou $\rho = -k \frac{\partial T}{\partial z} \Rightarrow \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \underbrace{\frac{k}{\rho_s c_s}}_D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ ①

t.q $[D] = m^2 s^{-1}$

8°) la forme de solution : $T = \theta_0 + T_0 e^{i(\omega t - k z)}$ est ondulatoire, la variation de température au sonnet se propage dans la roche.

① s'écrit $(-ik)^2 D = i\omega$

$\Rightarrow k^2 = -\frac{i\omega}{D} = e^{-i\pi/2} \omega/D$

$\Leftrightarrow k = \pm \sqrt{\frac{\omega}{D}} e^{-i\pi/4} \Leftrightarrow k = \pm \sqrt{\frac{\omega}{D}} \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} = k' + ik''$

Pour tenir compte d'une absorption $k'' < 0$

$\Rightarrow k = k' + ik''$ où $\begin{cases} k' = \sqrt{\frac{\omega}{2D}} & \text{propagation} \\ k'' = -i \sqrt{\frac{\omega}{2D}} & \text{atténuation} \end{cases}$

Donc $T(z,t) = T_0 + T_1 \cos(\omega t - k'z) e^{-k'z}$ où $k' = \sqrt{\frac{\omega}{2D}}$

9°) Soit z_e t.q : $T_0 e^{-k'z_e} = \frac{T_0}{100}$

$$\Leftrightarrow -k'z_e = \ln\left(\frac{1}{100}\right)$$

$$\Leftrightarrow z_e = \frac{\ln 100}{k'} = \ln 100 \sqrt{\frac{2k}{\rho g s \omega}} \approx 5,3 \text{ m}$$

D'où $z_e \ll$ altitude du Trijcs $\Rightarrow$ les variations annuelles de température n'affectent pas la température des roches environnantes.

10°) Pour $\omega = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ on a z_e encore plus petit, $z_e = 0,3 \text{ m}$, les variations journalières sont encore moins ressenties en profondeur.

• les variations de basse fréquence se propagent plus facilement : c'est un passer bas

11°) En régime stationnaire : $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ d'où $dU = 0$

$$\Leftrightarrow \delta Q_e + \delta Q_c = 0$$

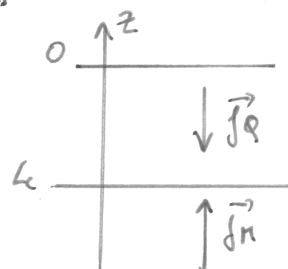
$$\Leftrightarrow \left[-\frac{\partial j_Q}{\partial z} dz \right] S dt + P dG dt = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\partial j_Q}{\partial z} + P = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial j_Q}{\partial z} = P_0 e^{-z/H}$$

12°) Donc $j_Q = -P_0 H e^{-z/H} + \text{cte.}$

Or en $z = L_c$, $j_Q = -j_m$



$$\text{Donc } -P_0 H e^{-L_c/H} + \text{cte} = -j_m$$

$$\Rightarrow \text{cte} = -j_m + P_0 H e^{-L_c/H}$$

$$\text{Donc } j_q = P_0 H [e^{-L_c/H} - e^{-z/H}] - j_m \quad (1)$$

$$\text{de plus : } j_q = -K \frac{dT}{dz} \Leftrightarrow dT = \left\{ \frac{P_0 H}{K} [e^{-z/H} - e^{-L_c/H}] + \frac{j_m}{K} \right\} dz.$$

$$\Rightarrow T(z) = \frac{P_0 H}{K} \left[-H e^{-z/H} - z e^{-L_c/H} \right] + \frac{j_m z}{K} + \text{cte}.$$

$$\text{à } T(b) = \theta_0 \Rightarrow \frac{P_0 H}{K} [-H] + \text{cte} = \theta_0 \text{ d'où } \text{cte} = \theta_0 + \frac{P_0 H^2}{K}$$

$$\text{Donc } T(z) = \theta_0 + \frac{P_0 H}{K} \left[H(1 - e^{-z/H}) - z e^{-L_c/H} \right] + j_m z / K \quad (2)$$

13) • On a $j_s = j_q(z=0)$

$$\text{d'où } j_s = P_0 H [e^{-L_c/H} - 1] - j_m$$

14) • Comparons : j_m/K et $\frac{P_0 H}{K} e^{-L_c/H}$

$$\text{càd : } \begin{cases} j_m = 0,035 \text{ Wm}^{-2} \\ P_0 H e^{-L_c/H} = 1,11 \cdot 10^{-5} \text{ Wm}^{-2} \end{cases}$$

$$\text{Donc } T(z) \simeq \theta_0 + \frac{P_0 H^2}{K} (1 - e^{-z/H}) + \frac{j_m z}{K}$$

$$\Rightarrow \underline{T(z=1,7\text{km}) \simeq 33^\circ\text{C}} \quad (\text{qui est proche des } 30^\circ\text{C de l'énoncé})$$

$$\text{Et } \underline{j_s = -60 \text{ mWm}^{-2}}$$

15) d'équation de diffusion en régime stationnaire devient: $\Delta T = 0$

$$\cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$\cdot \text{En posant } T(x, z) = C_1 + f(x)g(z)$$

$$\Rightarrow f''g + g''f = 0$$

$$\Rightarrow \frac{f''(x)}{f(x)} = -\frac{g''(z)}{g(z)} = \text{cte.}$$

Or on veut une solution oscillante en x d'où: $f'' + k^2 f = 0$

$$\Rightarrow f = A \cos(kx) + B \sin(kx)$$

$$\text{et } g = C e^{-kz} + D e^{kz} = C e^{-kz} \text{ afin que la solution reste bornée}$$

$$\text{Or } T(x, z) = T_s + T_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = C_1 + (A' \cos kx + B' \sin kx)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = T_s \\ B' = 0 \\ A' = T_1 \end{cases} \text{ et } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow T(x, z) = T_s + T_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) e^{-2\pi z/\lambda} \quad \text{avec } \frac{2\pi}{\lambda} = k.$$

• On remarque que le relief a une part importante dans les variations de la température en fonction de x et aussi de z .

• Vu que $\lambda = 10 \text{ km}$ cet effet est plus important que les précédents m³ pour une profondeur de l'ordre du km.

16) d'équation de chaleur étant linéaire on peut sommer les deux termes d'où :

$$T(x,z) = T_s + \frac{j_H z}{K} + \frac{P_0 H^2}{K} (1 - e^{-z/H}) + T_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) e^{-2\pi z/\lambda} \quad (3)$$

17) A l'ordre 1 on peut écrire :

$$T(x, z=h) = T(x, z=0) + h \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}$$

$$\Rightarrow T(x, z=0) = T(x, z=h) - h \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}$$

Or en surface : $j_s = -K \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}$

$$\text{d'où } T(x, z=0) = T(x, z=h) + \frac{j_s}{K} h.$$

$$= T_s + \frac{j_s}{K} h_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$= \theta_0 + \beta z + \frac{j_s h_0}{K} \cos(2\pi x/\lambda)$$

$$\text{or d'après (3) } T(x, 0) = T_s + T_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow \begin{cases} T_s = \theta_0 + \beta z \\ T_1 = \frac{j_s h_0}{K} \end{cases}$$

$$\text{Donc : } T(x, z) = \underbrace{\theta_0 + z \left(\frac{j_H}{K} + \beta \right)}_{C_1} + \underbrace{\frac{P_0 H^2}{K} (1 - e^{-z/H})}_{C_2} + \frac{h_0 j_s}{K} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) e^{-2\pi z/\lambda}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = j_H/K + \beta \\ C_2 = P_0 H^2/K & \text{et } \delta = \frac{\lambda}{2\pi} \\ C_3 = j_s/K \end{cases}$$