

# Physique : DS6

IMPORTANT : La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats littéraux, et à souligner les applications numériques.

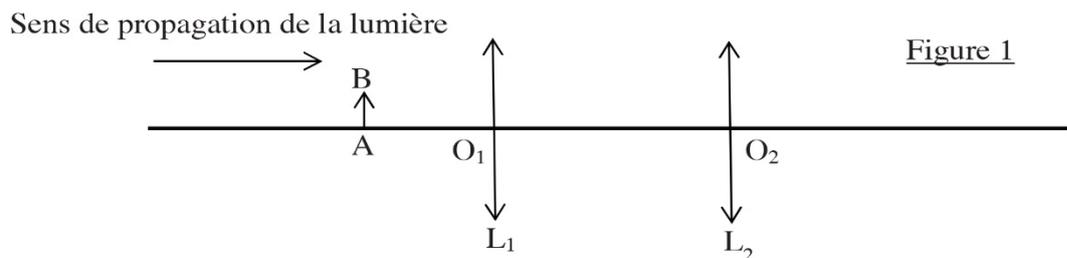
## Partie I – Le microscope

### A – Le microscope optique

#### A.1. Le microscope classique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille  $L_1$  de centre  $O_1$  et de distance focale image  $f'_1=5$  mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille  $L_2$  de centre  $O_2$  et de distance focale image  $f'_2= 15$  mm).

On fixe  $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$  mm . On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement  $\gamma$  :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

**A.1.1** Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces 2 conditions.

**A.1.2** Si  $F'_1$  est le foyer image de  $L_1$  et  $F_2$  le foyer objet de  $L_2$ , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique  $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ . Exprimer  $\Delta$  en fonction de  $f'_1$ ,  $f'_2$ ,  $D_0$ , puis calculer sa valeur.

**A.1.3** Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance  $d$  de  $L_1$ , à sa gauche, de façon à ce que l'image A'B' donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

**A.1.3.1** Exprimer  $d$  en fonction de  $f'_1$  et  $\Delta$ , puis calculer sa valeur.

**A.1.3.2** Exprimer le grandissement  $\gamma_1$  induit par l'objectif en fonction de  $f'_1$  et  $\Delta$ , puis calculer sa valeur.

**A.1.3.3** Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

**A.1.3.4** Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle  $\alpha'$  sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

**A.1.4** Le grossissement commercial du microscope est défini par  $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$  où  $\alpha$  est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance  $D = 250$  mm.

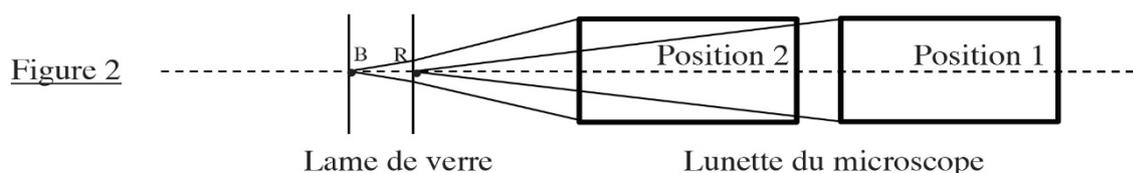
L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

Exprimer  $G$  en fonction de  $\Delta$ ,  $D$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ , puis calculer sa valeur.

**A.1.5** On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur  $e$  d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice  $n=1.5$ .

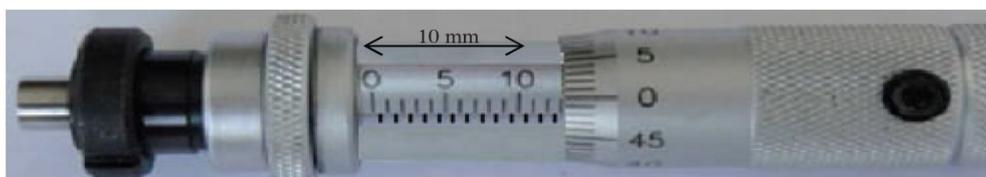
On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif+oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance  $\varepsilon$ , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 2, Position 2) :



La figure 3 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile.

Figure 3



**A.1.5.1** Déterminer la valeur mesurée de  $\varepsilon$  en mm, avec une estimation de l'incertitude de mesure.

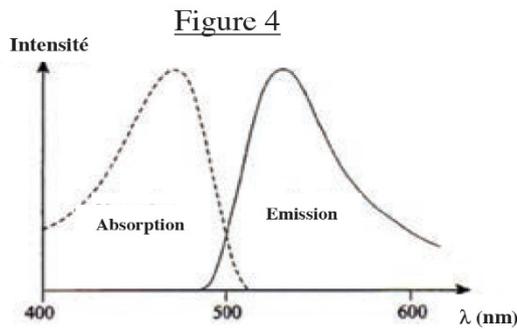
**A.1.5.2** En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer  $e$  en fonction de  $n$  et  $\varepsilon$ , puis calculer sa valeur.

## **A.2 Le microscope confocal**

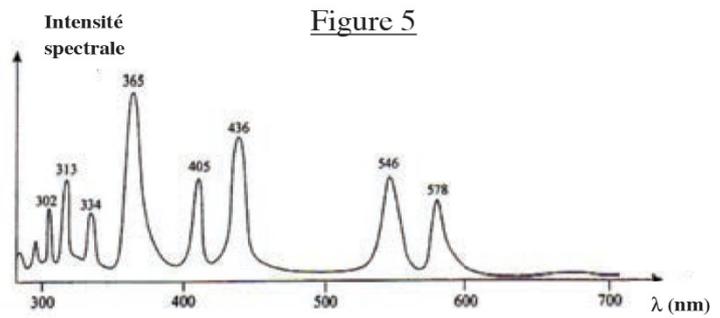
On envisage ici une amélioration du microscope classique. La microscopie confocale a été initiée par Marvin Minsky en 1957 et mise en application 30 ans plus tard.

**A.2.1** Le microscope confocal peut être utilisé pour réaliser une image d'un échantillon marqué par des fluorophores ; ces molécules ont la propriété d'absorber la lumière dans un certain domaine spectral et de la réémettre dans un domaine différent.

Par exemple, l'isothiocyanate de fluorescéine (FITC) possède les profils spectraux de la figure 4. L'échantillon est éclairé par une lampe à vapeur de mercure dont le profil spectral est donné sur la figure 5 :



Profils spectraux du FITC

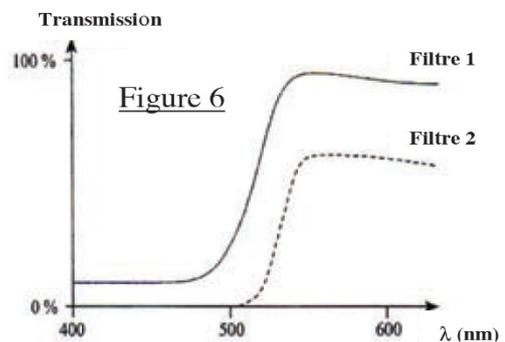


Profil d'intensité spectrale d'une lampe à vapeur de mercure

**A.2.1.1** Préciser les deux domaines d'émission électromagnétique de la lampe.

**A.2.1.2** On place un filtre devant le détecteur. On propose ci-contre (Figure 6) deux profils spectraux de transmission pour ce filtre, appelé filtre barrière. Lequel semble le plus adapté ?

**A.2.1.3** On place également un filtre devant la lampe spectrale. Proposer un profil pour ce filtre, appelé filtre d'excitation.



**A.2.1.4** En microscopie confocale, on peut utiliser également un laser comme source d'excitation. Citer une différence entre ce rayonnement et celui d'une lampe spectrale.

**A.2.2** Un faisceau laser émet, dans le vide, une onde électromagnétique dont le champ électrique associé s'écrit, dans un repère cartésien orthonormé direct :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x \quad \text{où } E_0, \omega \text{ et } k \text{ sont des constantes positives.}$$

**A.2.2.1** Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde progressive, ainsi que la nature de sa polarisation.

**A.2.2.2** On donne en unités du système international (S.I.) la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ S.I.} \quad \text{et} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.} \approx 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ S.I.}$$

Exprimer la célérité  $c$  de l'onde dans le vide en fonction de  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$ , puis donner sa valeur.

**A.2.2.3** La longueur d'onde dans le vide étant  $\lambda = 628 \text{ nm}$ , déterminer les valeurs de  $\omega$  et  $k$ .

**A.2.2.4** Exprimer le champ magnétique associé à l'onde.

**A.2.2.5** Le faisceau laser est cylindrique de section  $s=0,75 \text{ mm}^2$ , et sa puissance moyenne temporelle est  $P=0,1 \text{ W}$ .

Exprimer  $E_0$  en fonction de  $P$ ,  $s$ ,  $c$  et  $\mu_0$ , puis calculer sa valeur.

**A.2.3** Quel phénomène limite généralement la résolution d'un instrument d'optique, et en particulier celle du microscope ?

## Partie II – Dualité onde-corpuscule

En octobre 1874, le jeune Max Planck s'inscrit à l'université de Munich pour y étudier les sciences exactes, il a alors 16 ans. Quelques années plus tard, Max Planck reçoit le prix Nobel de physique en 1918 « pour avoir fondé la mécanique quantique ».

Dans sa thèse de doctorat soutenue en 1924, Louis de Broglie postulait que toute particule de quantité de mouvement  $p$  avait des propriétés ondulatoires et que l'on pouvait lui associer une longueur d'onde donnée par la relation qui porte son nom

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

avec  $h$  la constante de Planck.

Depuis, plus de 120 prix Nobel ont été attribués pour des découvertes relatives au monde de la physique quantique ; ceci souligne la vitalité et l'importance de ce domaine de la physique.

Les phénomènes quantiques qui apparaissent à l'échelle microscopique sont parfois difficiles à appréhender car ils ne correspondent pas à notre intuition naturelle fondée sur notre expérience du monde macroscopique. À la base de leur compréhension se trouve l'idée de dualité onde-particule et la notion d'onde de matière.

L'objet de ce problème est d'étudier quelques expériences qui ont mis en évidence ces deux notions :

- interférences d'atomes de néon froid en 1992 ;
- expérience de Davisson et Germer, en 1927 ;
- interférences de molécules de fullerènes (molécules composées de 60 atomes de carbone) en 2003.

### Partie I - Interférences d'atomes de néon froid

En 1992, une équipe japonaise a réalisé une expérience d'interférences atomiques. Le dispositif expérimental est indiqué sur le **document 4**, annexe documentaire, page 4.

**Q17.** Comment se manifestent sur l'écran d'observation les caractères corpusculaire d'une part et ondulatoire d'autre part des atomes de néon ?

**Q18.**

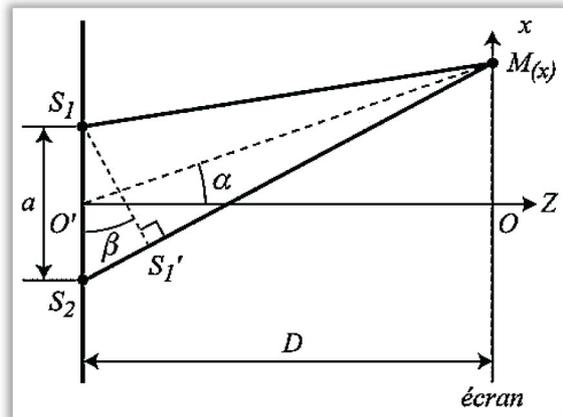
- a) Calculer à partir des données de l'**annexe**, page 11, la masse  $m^*$  d'un atome de néon.
- b) Déterminer l'expression de la vitesse  $v_f$  avec laquelle les atomes de néon atteignent les fentes de Young (on supposera leur vitesse initiale négligeable).  
Application numérique.
- c) En déduire la valeur de la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda$  associée aux atomes de néon au niveau des fentes de Young. Pourquoi les atomes de néon doivent-ils être traités comme un objet quantique ?
- d) Pourquoi est-il plus difficile de réaliser une telle expérience avec des atomes plutôt qu'avec des électrons ? Pourquoi utilise-t-on des atomes « froids » ?

- Q19.** Estimer la largeur de la tache de diffraction pour un atome diffracté par une des fentes et comparer à la résolution du MPC (**document 4**).

Sur la **figure 6**,  $S_1$  et  $S_2$  représentent les positions des deux fentes dans le plan d'étude perpendiculaire aux fentes supposées infiniment fines. Soit un point  $M$  du plan d'observation repéré par son abscisse  $x$ .

L'écran est placé loin des fentes à une distance  $D$  grande devant  $a$  et  $|x|$ .

On s'intéresse à l'interférence en  $M$  des ondes de matière ayant traversé chacune des deux fentes.



**Figure 6** – Schéma simplifié des chemins issus des fentes

- Q20.**

- a) Montrer que  $S_1M \simeq D + \frac{(a - 2x)^2}{8D}$  et  $S_2M \simeq D + \frac{(a + 2x)^2}{8D}$  à l'ordre le plus bas

non nul en  $\frac{2x \pm a}{2D}$ .

- b) On suppose que la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda$  des atomes de néon reste constante après la traversée des fentes de Young.

Déterminer en fonction de  $\lambda$ ,  $D$ ,  $a$  et  $x$  le déphasage  $\Delta\varphi$  entre les ondes interférant au point  $M$ .

- c) Déterminer l'expression de l'interfrange théorique  $i_{th}$ .

Application numérique.

- d) Estimer la valeur  $i_{exp}$  de l'interfrange obtenu expérimentalement à l'aide du **document 5**, annexe documentaire, page 5. Commenter.

- Q21.** En réalité, le calcul de l'interfrange est beaucoup plus complexe dans les conditions expérimentales citées et une étude plus approfondie donne l'expression suivante pour la même interfrange, notée  $i'_{th}$  :

$$i'_{th} = \frac{h}{m^* v_f} \frac{D}{a} 2 \frac{\sqrt{1 + \alpha} - 1}{\alpha} \text{ avec } \alpha = \frac{2gD}{v_f^2}.$$

- a) Quelle est la dimension du coefficient  $\alpha$  ? Quelles grandeurs compare ce coefficient ?

- b) Calculer  $i'_{th}$  et comparer au résultat expérimental.

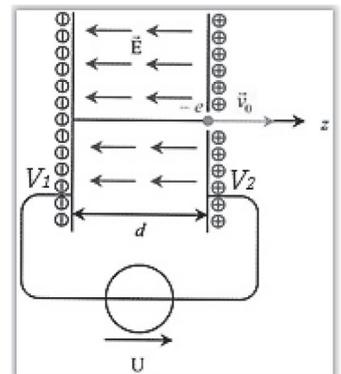
- c) Montrer que si  $\alpha \ll 1$ , on retrouve l'expression de la **question Q20.c)**. Commenter une telle approximation et indiquer la raison de la correction de l'interfrange.

**Partie II - Expérience de Davisson et Germer : diffraction des électrons**

Cette expérience (**document 6**, annexe documentaire, page 6) est historiquement la première de la série qui prouve que les électrons ont un comportement ondulatoire, comme la lumière ou les rayons X. Elle permet aussi de vérifier quantitativement la validité de la relation de de Broglie.

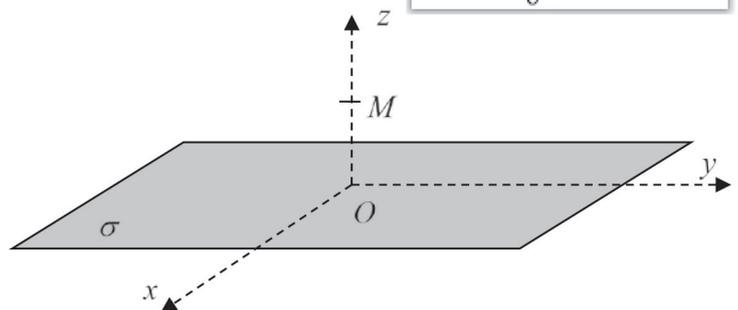
On modélise le canon à électron utilisé dans l'expérience de Davisson et Germer par deux armatures de potentiel  $V_1$  et  $V_2$  soumises à une différence de potentiel  $U = V_2 - V_1$  et séparées par une distance  $d$ .

On s'intéresse tout d'abord au champ créé par une seule armature assimilée à un plan infini chargé uniformément. Soit  $\sigma$  sa densité surfacique de charge supposée positive et indépendante du temps.



**Q22.** Déterminer la direction du champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  au point  $M$ .  
De quelle(s) variable(s) dépend(ent) ce champ ?

**Q23.** Quelle relation existe-t-il entre  $E_z(z)$  et  $E_z(-z)$  ? Justifier.

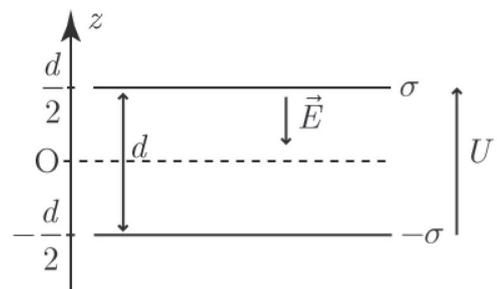


**Q24.** Montrer que le champ électrostatique créé par cette distribution s'écrit :

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z & \text{si } z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z & \text{si } z < 0 \end{cases}$$

Le canon à électron peut ainsi être modélisé par l'association de deux plans infinis de charges opposées  $+\sigma$  et  $-\sigma$

placés respectivement à la cote  $\frac{d}{2}$  et  $-\frac{d}{2}$ .



**Q25.** Dédire du résultat de la question précédente l'expression du champ électrostatique en tout point de l'espace.

**Q26.** Montrer que l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée de charge  $q$  placée entre les armatures s'écrit :  $\mathcal{E}_p = qV(z) + K$ , où  $V(z)$  est le potentiel électrostatique et  $K$  est une constante arbitraire que l'on ne cherchera pas à déterminer.

Un électron de masse  $m_e$  de charge  $-e$  est placé à l'armature négative de potentiel  $V_1$ . On supposera que cet électron est initialement immobile. L'application de la différence de potentiel  $U = V_2 - V_1 = 54 \text{ V}$  permet d'accélérer cet électron qui atteint une vitesse  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$  au niveau de l'armature positive de potentiel  $V_2$ . Il est ensuite éjecté à travers un trou percé dans cette dernière.

**Q27.** Déterminer l'expression de la norme  $v_0$  en fonction de  $U$ ,  $m$  et  $e$ .

Application numérique.

Doit-on se placer dans le cadre de la mécanique relativiste ?

**Q28.** Déterminer la valeur numérique de la longueur d'onde de de Broglie associée aux électrons de vitesse  $v_0$ . Commenter cette valeur par analogie aux conclusions émises par Max Von Laue décrite dans le **document 7**, annexe documentaire, page 7.

Le faisceau d'électron ainsi éjecté est modélisé par des rayons atteignant la surface du cristal qui les diffracte comme indiqué dans le **document 7**.

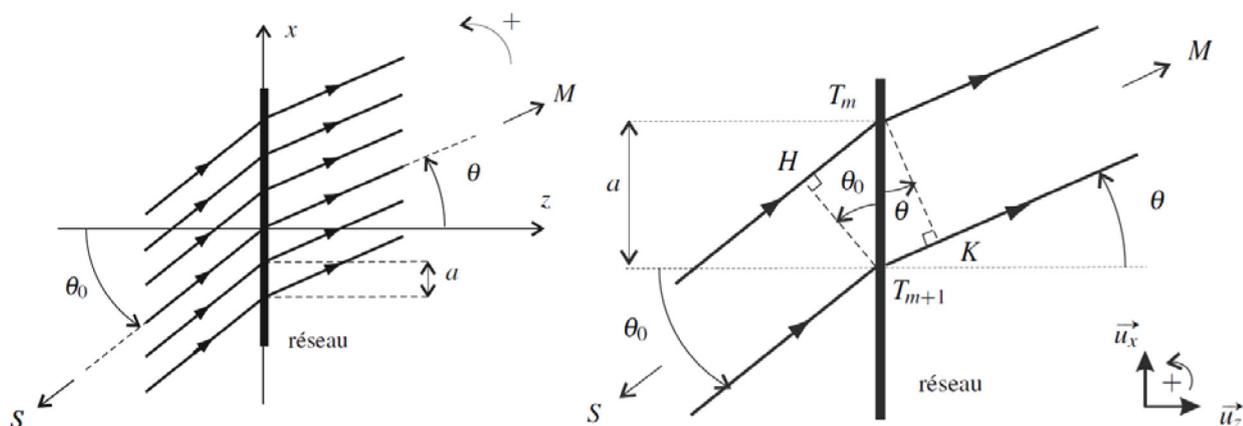
**Q29.** À partir du graphique de la **figure 8, document 6**, calculer la distance interatomique  $a$  dans le cristal de nickel, sachant que le pic représenté est le seul pic observé d'ordre non nul. Commenter la valeur obtenue.

### Partie III - Interférences de molécules de fullerène

En 1999, des chercheurs de l'Université de Vienne montrent que la dualité onde-particule s'applique également à des macromolécules telles que le fullerène  $C_{60}$ . La description est donnée dans le **document 8**, annexe documentaire, page 8.

Le réseau utilisé est un réseau de fentes fines dont les caractéristiques sont données par la **figure 10, document 8**. On désire retrouver tout d'abord la condition d'interférences constructives, aussi appelée formule des réseaux.

Soit le cas général de rayons lumineux arrivant depuis la source  $S$  avec une incidence  $\theta_0$  sur le réseau et émergeant avec un angle  $\theta$  vers un point  $M$  de l'écran repéré par son abscisse  $x$ . On suppose que le point  $M$  est infiniment éloigné et on se place dans un milieu d'indice  $n = 1$ .



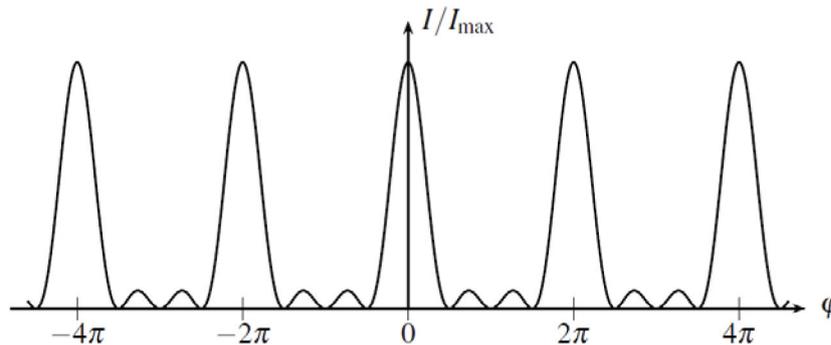
**Figure 13** - Diffraction par un réseau (gauche) et calcul de la différence de marche (droite)

- Q30.** À l'aide de la **figure 13**, déterminer la différence de marche  $\delta = (ST_{m+1}M) - (ST_mM)$  entre deux ondes passant par deux fentes consécutives  $T_m$  et  $T_{m+1}$ . En déduire la formule fondamentale des réseaux

$$\sin \theta_k - \sin \theta_0 = k \frac{\lambda}{a}$$

avec  $k$  un entier relatif appelé ordre de diffraction.

Pour une onde monochromatique, la représentation de l'intensité relative en fonction de la différence de phase  $\varphi$  entre deux rayons d'un réseau de  $N$  fentes est la suivante :



**Figure 14** - Représentation de l'intensité relative pour  $N = 4$

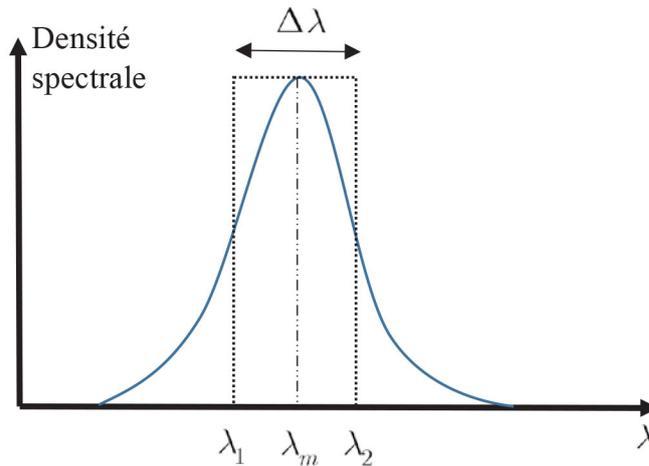
- Q31.** Comment évolue cette figure lorsque le nombre de fentes  $N$  augmente ?
- Q32.** Montrer qu'en incidence normale, la distance entre deux pics adjacents d'intensité maximale est donnée par

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{a}$$

avec  $x$  l'abscisse du détecteur (on supposera  $x \ll D$ ).

- Q33.** Déterminer la masse des molécules de fullerène puis la longueur d'onde moyenne de de Broglie  $\lambda_m$  d'une molécule à l'aide de la **figure 11**, **document 8**.
- Q34.** En déduire la valeur de  $\Delta x$  et comparer aux résultats de l'expérience.

La distribution de vitesses donnée en **figure 11** nous incite à modéliser la source  $S$  de molécules  $C_{60}$  comme une source d'ondes de de Broglie à spectre étendue :



**Figure 15** - Modélisation du spectre de la source de molécules de fullerène

On pose  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  la largeur à mi-hauteur et  $\lambda_m$  la longueur d'onde moyenne du spectre de la source.

**Q35.** Estimer  $\Delta\lambda$  à partir de la **figure 11**. Quelle est la conséquence d'un élargissement spectral de la source sur la représentation de l'intensité relative donnée dans la **figure 14**.

**Q36.** À l'aide d'un critère semi-quantitatif sur l'ordre d'interférences  $p(M)$ , montrer que le contraste de la figure reste bon si la différence de marche  $\delta(M)$  obéit à l'inégalité suivante

$$\delta(M) \leq l_C$$

où l'on exprimera  $l_C$  en fonction de  $\lambda_m$  et  $\Delta\lambda$ . Comment appelle-t-on cette grandeur ?

**Q37.** En déduire une condition sur la position du détecteur  $x$  pour que le contraste reste bon. Evaluer numériquement cette condition et comparer avec la **figure 12, document 8**.

**Q38.** Interpréter la dernière phrase du **document 8** :

« La température du faisceau incident joue un rôle important dans la diffraction. Si elle est trop élevée, les molécules de fullerène perdent leur cohérence : les interférences sont alors détruites ».

## Annexe

### Données

Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Constante de Planck réduite :  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,1 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Accélération de la pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

Masse d'un électron :  $m_e = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$

Charge élémentaire :  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$

Masse molaire du néon :  $M(\text{Ne}) = 20 \text{ g.mol}^{-1}$

Masse molaire du carbone :  $M(\text{C}) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$

### Formulaire mathématique

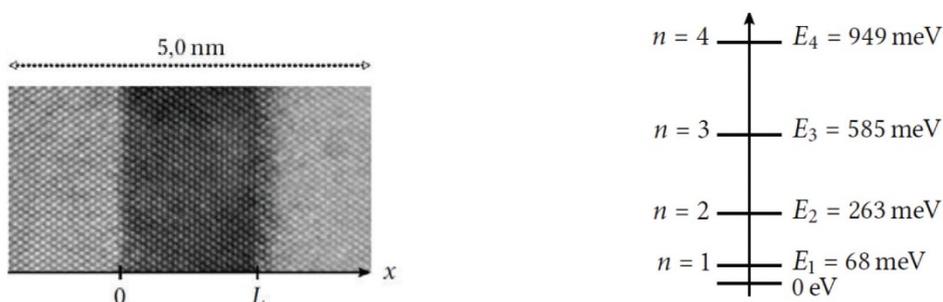
$$(1 + \varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon \text{ si } |\varepsilon| \ll 1$$

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos(2x)$$

### Document 3 - La diode laser

Une diode laser est un dispositif optoélectronique qui produit un faisceau de lumière cohérent créé par les phénomènes d'émission stimulée et de recombinaison radiative des porteurs de charge dans la zone active : la lumière confinée au sein de cette zone est amplifiée.

Une diode laser est constituée typiquement de trois couches, qui forment un guide d'onde. Les deux couches externes, appelées couches barrières, assurent un confinement électronique et optique de la couche active où l'effet laser se produit. Une image de ces 3 couches est donnée sur la **figure 3(a)**. Les porteurs de charges de cette zone active possèdent alors une énergie qui ne peut être que quantifiée comme le montre la **figure 3(b)** :



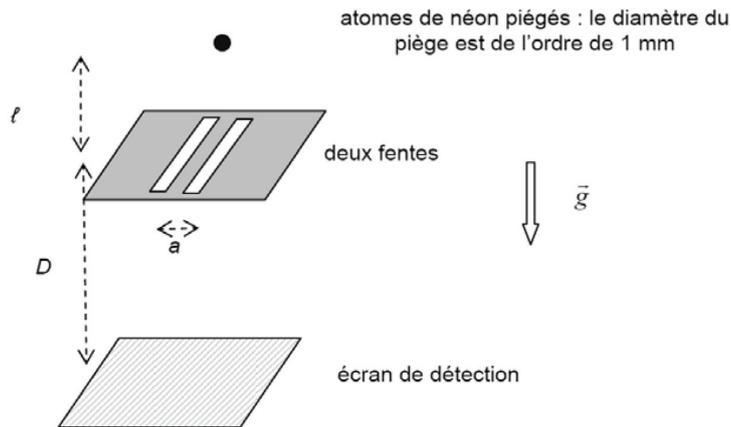
(a) Image réelle à l'échelle atomique des couches

(b) Quantification de l'énergie des porteurs de charge de la couche active (premiers niveaux)

Figure 3 - Données techniques d'une diode laser

Source : Techniques de l'ingénieur

### Document 4 - Fentes de Young atomiques



**Figure 5** - Schéma du dispositif d'interférences avec des atomes de néon

Ce dispositif utilise des atomes de néon piégés et refroidis par laser à une température de 2,5 mK de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne (à température ambiante, des atomes de néon dans l'air possèdent une vitesse typique de l'ordre de  $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  due à l'agitation thermique). L'utilisation d'atomes légers et refroidis permet de disposer de valeurs de longueur d'onde de de Broglie plus élevées.

Lorsque ces atomes quittent le piège, ils tombent dans le champ de pesanteur et sont alors en chute libre. Le piège est situé à une hauteur  $\ell = 76 \text{ mm}$  au-dessus de deux fentes d'Young de largeur  $b = 2,0 \text{ }\mu\text{m}$  séparées de la distance  $a = 6,0 \text{ }\mu\text{m}$ .

Un écran MPC (Microchannel Plate Detector) situé à la distance  $D = 113 \text{ mm}$  de la double fente détecte les atomes de néon avec une résolution de l'ordre de  $20 \text{ }\mu\text{m}$ .

*Source* : Ministère de l'Éducation Nationale (DGESCO - IGEN)  
Dualité onde-particule (Juillet 2012)

### Document 5 - Résultats expérimentaux

La figure d'interférences obtenue en libérant les atomes du piège est constituée d'environ 6 000 impacts atomiques. L'allure de la figure obtenue est très similaire à celle obtenue lors des expériences d'interférences photon par photon.

Chaque impact est clairement identifié, attestant du caractère corpusculaire des entités détectées : les atomes ne se « scindent » pas.

L'ensemble des impacts dessine des franges d'interférences, caractéristiques d'un comportement ondulatoire. La prédiction de l'impact est de nature probabiliste, la particule est décrite par une fonction d'onde.



**Figure 7** - Figure d'interférences

*Source* : Fujio Shimizu et al., double-slit interference with ultracold metastable neon atoms, *Physical Review* (1992)

### Document 6 - Expérience de Davisson et Germer

En 1927, Clinton Davisson et Lester Germer bombardent une cible de nickel monocristallin par des électrons dont ils maîtrisent la vitesse grâce à un canon à électrons utilisant une tension électrique ajustable. Un détecteur mobile permet ensuite d'étudier la dépendance angulaire du faisceau diffracté. Le dispositif expérimental est présenté ci-dessous, ainsi que l'intensité diffractée en coordonnées polaires. On observe que les électrons sont diffractés par la cible principalement dans une direction privilégiée :

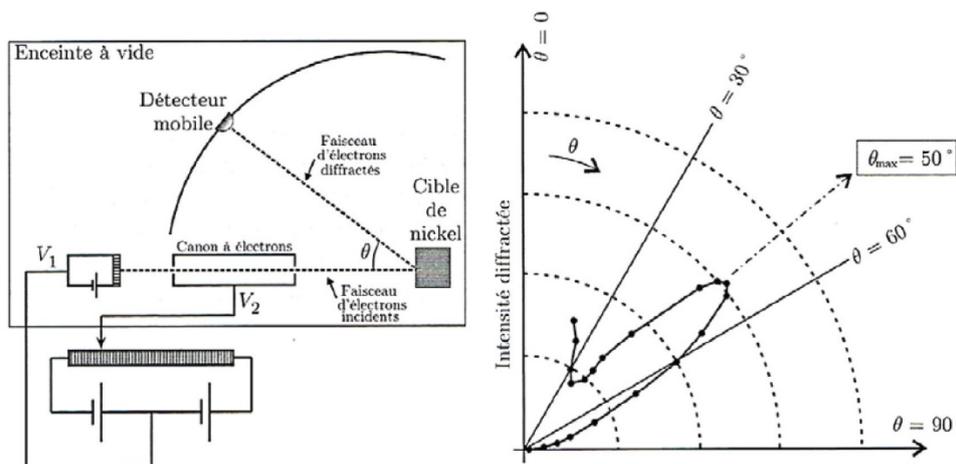


Figure 8 - Expérience de Davisson et Germer

Source : « Physique moderne » Thornton et Rex de Boeck 2009

### Document 7 - Diffraction des rayons X par un cristal

En 1912, Max Von Laue avait découvert que les rayons X étaient diffractés par un cristal, de même que la lumière visible est diffractée par un réseau. Cette découverte prouvait à la fois :

- la nature ondulatoire des rayons X : ce sont des ondes comme la lumière visible, ce que l'on ignorait à l'époque
- la structure périodique des cristaux : un cristal se comporte comme un réseau. Les atomes sont alignés régulièrement dans une structure cristalline, chaque atome diffracte les rayons X incidents et l'on observe un pic d'intensité dans les directions où les différentes ondes diffractées interfèrent constructivement.

Sous incidence normale, la condition d'interférences constructives donne la direction des pics d'intensité

$$a \sin \theta_k = k\lambda \quad \text{où } k \text{ est un nombre entier relatif.}$$

La mesure des angles de diffraction  $\theta_k$  permet donc de connaître la distance entre les atomes du réseau, ou bien la longueur d'onde des rayons X. Von Laue démontra ainsi que les rayons X avaient une longueur d'onde de l'ordre de 0,1 nm comme les distances interatomiques dans un cristal. La diffraction des rayons X est encore de nos jours une technique importante d'exploration des structures cristallines.

Source : Encyclopédie Universalis

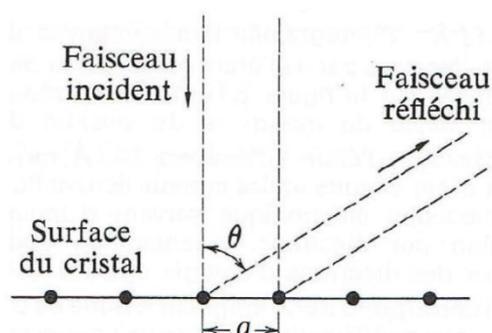
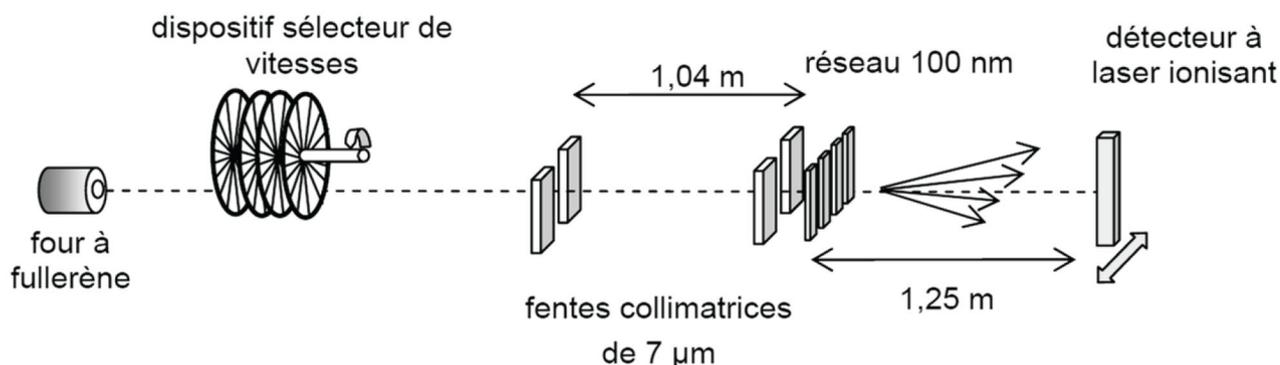


Figure 9 - Diffraction des rayons X par un plan cristallin

### Document 8 - Diffraction des molécules de fullerène

La production d'un faisceau incident de  $C_{60}$  s'effectue par sublimation à des températures entre  $626,85\text{ °C}$  et  $726,85\text{ °C}$ .



**Figure 10** - Dispositif expérimental de la diffraction du fullerène

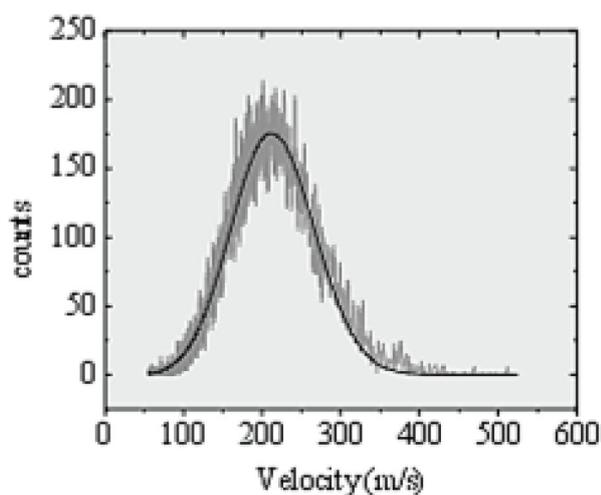
La distribution de vitesse des molécules de  $C_{60}$  en sortie du four est donnée par le graphique ci-contre :

Après diffraction sur le réseau de pas  $a = 100\text{ nm}$  (grille de  $\text{SiN}_x$  contenant des fentes de  $50\text{ nm}$  de large espacés de  $100\text{ nm}$ ), les molécules de  $C_{60}$  se déposent sur un écran bidimensionnel placé à une distance  $D = 1,25\text{ m}$ .

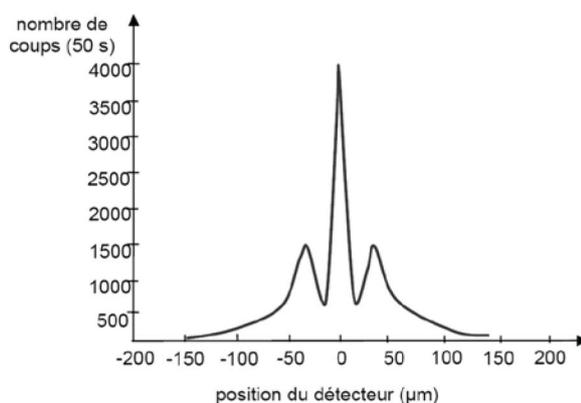
Leurs distributions spatiale et quantitative s'obtiennent en balayant l'écran avec un faisceau laser visible. L'absorption de la lumière ionise les molécules de  $C_{60}$  qui sont alors accélérées par l'application d'une tension électrique vers une électrode, où elles provoquent l'émission d'électrons qui constituent le signal détecté.

La figure ci-contre montre l'allure de la figure d'interférence observée :

La température du faisceau incident joue un rôle important dans la diffraction. Si elle est trop élevée, les molécules de fullerène perdent leur cohérence : les interférences sont alors détruites.



**Figure 11** - Distribution des vitesses des molécules de fullerène à la sortie du four



**Figure 12** - Figure d'interférences obtenue sur un temps d'acquisition de 50 s

*Source* : Am. J. Phys. , Quantum interference experiments with large molecules, avril 2003

## Partie III – Couche antireflet

Le traitement antireflet d'un verre de lunette permet d'améliorer la netteté, le contraste, la vision des couleurs et présente également de nombreux autres avantages, y compris esthétiques. La partie I consiste en une étude descriptive du phénomène ; la partie II proposant quant à elle une étude plus théorique.

La modulation d'amplitude permet la transmission de signaux de faibles fréquences par ondes électromagnétiques. Pour ce faire un signal modulé est transformé en onde électromagnétique au moyen d'une antenne émettrice. L'onde électromagnétique est ensuite captée par une antenne réceptrice, laquelle restitue le signal électrique modulé. La démodulation consiste ensuite à extraire le signal d'origine du signal modulé par un dispositif *ad hoc*. La partie III traite du principe de fonctionnement d'une diode à l'échelle microscopique (sous-partie III.A), puis de l'emploi de celle-ci dans un montage de démodulation d'amplitude (sous-partie III.B).

Le silicium est un élément utilisé comme semi-conducteur dans de nombreux composants électroniques (diodes, transistor, ALI, etc.) mais il est également employé comme réducteur en chimie, intervenant notamment dans l'obtention du magnésium. Dans la partie IV nous nous intéressons à un procédé d'obtention de magnésium à partir du carbonate de magnésium avant d'en étudier quelques propriétés.

Dans tout le problème,  $c$  désigne la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide et  $j$  le nombre imaginaire pur tel que  $j^2 = -1$ . L'indice de l'air sera pris à un et  $\lambda$  désigne la longueur d'onde, dans l'air, d'une radiation monochromatique.

Un formulaire et différentes données numériques sont fournis en fin d'énoncé.

### I Principe d'un traitement antireflet

#### I.A – Intensités lumineuses transmises et réfléchies pour un verre simple

Considérons un rayon incident arrivant sur une lame de verre d'indice  $n = 1,5$  baignée dans l'air. Le tableau figure 1 indique les pourcentages des intensités des rayons considérés par rapport au rayon incident, noté **0**. D'autres rayons existent mais n'ont pas été représentés.

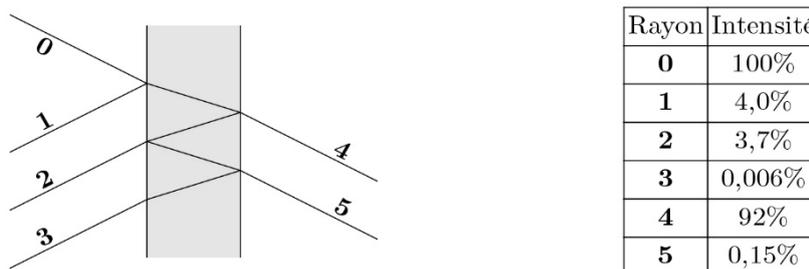


Figure 1

À l'aide de la figure 1, indiquer quelle est l'intensité lumineuse réfléchie sur le verre de lunette et comparer celle-ci à l'intensité transmise.

**I.B** – Un traitement antireflet monocouche consiste à recouvrir la surface du dioptre par une couche d'un matériau sur une épaisseur  $e$  comme indiqué sur le schéma de principe figure 2. La lumière incidente est supposée monochromatique de longueur d'onde dans l'air  $\lambda$ .

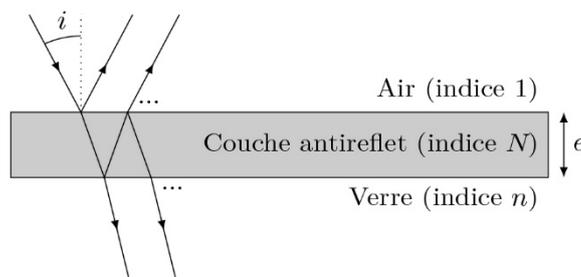


Figure 2

Le principe du traitement est d'utiliser un système interférentiel. L'épaisseur choisie pour la couche est  $e = \frac{\lambda}{4N}$ .

**I.B.1)** Préciser pourquoi les différentes ondes réfléchies peuvent interférer entre elles.

**I.B.2)** En considérant un éclairage sous incidence normale ( $i = 0^\circ$ ) et en traduisant la condition d'interférence destructive entre les ondes 1 et 2, justifier l'expression de  $e$ . Quelles autres valeurs pourraient éventuellement être choisies ?

**I.B.3)** Quelle longueur d'onde va-t-on choisir pour calculer  $e$  ?

**I.B.4)** Citez un autre paramètre ayant une influence sur l'épaisseur choisie à  $N$  et  $\lambda$  fixés ?

### I.C – Courbes de ZEISS

Les courbes de ZEISS fournissent en fonction de la longueur d'onde de la radiation incidente les pourcentages des intensités lumineuses réfléchies.

La figure 3 fournit les courbes de ZEISS pour un verre minéral avec et sans traitement monocouche.

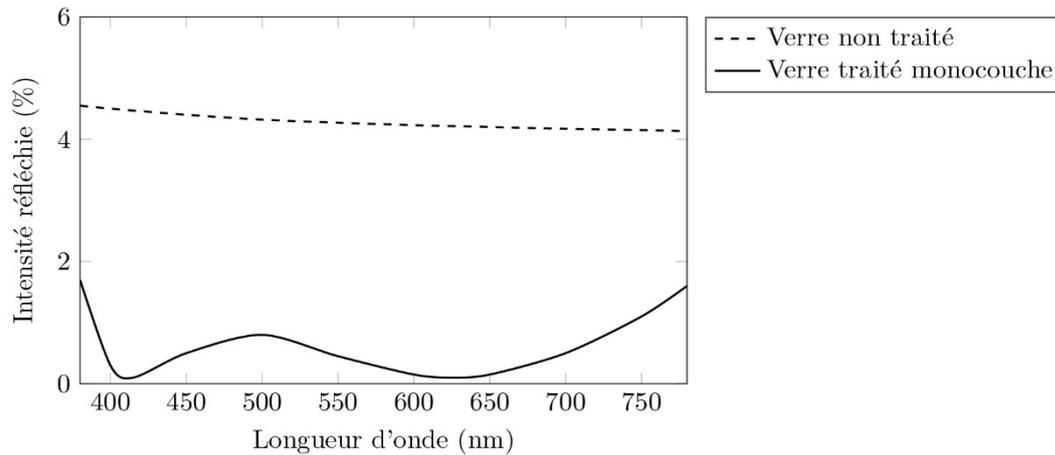


Figure 3

**I.C.1)** Que remarque-t-on dans le cas non traité ?

**I.C.2)** Que peut-on dire de la radiation 625 nm ?

**I.C.3)** Proposer une explication pour le fait qu'il y a deux minima sur la courbe. La tester quantitativement et conclure.

## II Étude de la réflexion d'une onde électromagnétique

Dans cette partie nous allons nous intéresser à des milieux isolants non chargés, transparents et non absorbants. On admet que les propriétés de ces milieux sont semblables à celles du vide en remplaçant la permittivité  $\epsilon_0$  par  $\epsilon_0 \epsilon_r$ ,  $\epsilon_r$  désignant la permittivité relative du milieu.

### II.A – Propagation d'une onde électromagnétique dans un matériau isolant non chargé

**II.A.1)** Écrire les équations de Maxwell dans le milieu considéré en précisant leur nom.

**II.A.2)** Établir l'équation de propagation du vecteur champ électrique dans le milieu.

**II.A.3)** Exprimer la célérité de propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu et montrer que son indice est alors  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ .

**II.A.4)** On considère une onde plane progressive monochromatique se propageant vers les  $x$  croissants de la forme

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$$

a) L'onde plane progressive est-elle polarisée rectilignement ? Si oui, dans quelle direction ?

b) Déterminer l'expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$ . On montrera en particulier que  $k = n \frac{\omega}{c}$ .

c) Déterminer l'expression du vecteur champ magnétique associé.

### II.B – Coefficients de transmission et réflexion en énergie à l'interface entre deux milieux

On s'intéresse à l'interface suivante entre deux milieux d'indices  $n_1$  et  $n_2$ , séparés par le plan  $x = 0$ .

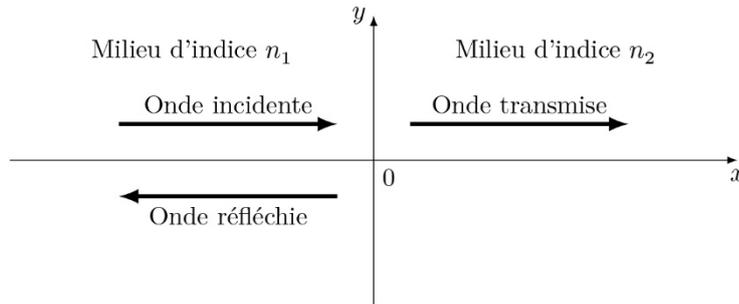


Figure 4

On considère une onde électromagnétique incidente, le vecteur champ électrique étant  $\vec{E}_{\text{incident}} = \vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - k_1 x) \vec{u}_y$ . On note  $\vec{E}_{\text{réfléchi}} = \vec{E}_2 = \rho E_0 \cos(\omega t + k_2 x) \vec{u}_y$  le champ électrique réfléchi et  $\vec{E}_{\text{transmis}} = \vec{E}_3 = \tau E_0 \cos(\omega t - k_3 x) \vec{u}_y$  où  $\rho$  et  $\tau$  désignent respectivement les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude.

**II.B.1)** Justifier les formes des champs réfléchi et transmis fournis.

**II.B.2)** Quelle relation existe entre  $k_1$  et  $k_2$  ainsi qu'entre  $k_2$  et  $k_3$  ? Justifier.

**II.B.3)** Déterminer les expressions des champs magnétiques associés  $\vec{B}_{\text{incident}}$ ,  $\vec{B}_{\text{réfléchi}}$  et  $\vec{B}_{\text{transmis}}$ , notés respectivement  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  et  $\vec{B}_3$ .

**II.B.4)** Les champs électriques et magnétiques doivent vérifier des relations dites de passage à l'interface entre les deux milieux. Compte tenu des propriétés des deux milieux, on admet que les champs électrique et magnétique sont continus à l'interface.

Traduire ces deux relations et en déduire que  $\rho = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$  et  $\tau = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ .

**II.B.5)** Déterminer les expressions des vecteurs de Poynting pour les ondes incidente, réfléchi et transmise.

**II.B.6)** À l'aide d'un bilan énergétique clairement défini, déterminer les expressions des coefficients de réflexion et de transmission en énergie à l'interface, notés respectivement  $R$  et  $T$ . L'énergie est-elle conservée ? Justifier.

### II.C – Condition sur l'indice de la couche antireflet

Un rayon incident arrive sous incidence normale sur une couche antireflet d'épaisseur  $e$  et d'indice  $N$ ; celle-ci recouvrant un matériau d'indice  $n$ .

Compte tenu des différentes interfaces, plusieurs rayons vont être réfléchis et transmis comme indiqué figure 5. On supposera  $1 < N < n$ .

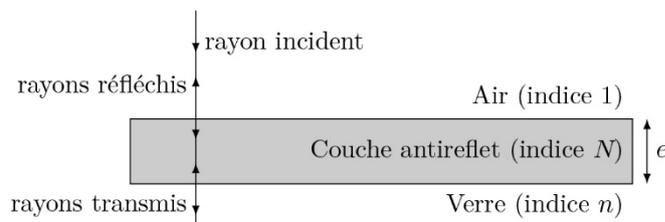


Figure 5

On note respectivement  $\rho_{n_1 \rightarrow n_2}$  et  $\tau_{n_1 \rightarrow n_2}$  les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude pour une interface de type  $n_1 \rightarrow n_2$ ,  $n_1$  étant l'indice du milieu associé à l'onde incidente.

**II.C.1)** Donner les expressions des coefficients  $\rho_{1 \rightarrow N}$ ,  $\rho_{N \rightarrow n}$ ,  $\tau_{1 \rightarrow N}$  et  $\tau_{N \rightarrow 1}$ .

**II.C.2)** Soit  $\underline{E}_0$  l'amplitude complexe du champ électrique associée à l'onde incidente.

L'amplitude complexe de la première onde réfléchi s'écrit alors  $\rho_{1 \rightarrow N} \underline{E}_0$ .

a) Justifier que l'amplitude complexe de la seconde onde réfléchi est  $\underline{E}_0 \tau_{1 \rightarrow N} \rho_{N \rightarrow n} \tau_{N \rightarrow 1} e^{j\varphi} = \underline{a}$  avec  $\varphi = \frac{4\pi N e}{\lambda}$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide.

b) Exprimer alors les amplitudes complexes des ondes réfléchis suivantes en fonction de  $\underline{a}$ ,  $\varphi$  et des différents coefficients de réflexion et de transmission.

c) En remarquant que  $\tau_{1 \rightarrow N} \tau_{N \rightarrow 1} = 1 - \rho_{1 \rightarrow N}^2$ , montrer que l'amplitude complexe résultante pour les ondes réfléchis est :  $\underline{A} = \underline{E}_0 \frac{\rho_{1 \rightarrow N} + \rho_{N \rightarrow n} e^{j\varphi}}{1 + \rho_{1 \rightarrow N} \rho_{N \rightarrow n} e^{j\varphi}}$

d) Quelles sont les valeurs possibles de  $\varphi$  permettant des interférences destructives ?

e) Montrer que l'intensité réfléchi peut s'annuler pour une valeur particulière de  $N$ . Commenter.