

## Physique : DS6

## Partie I – Le microscope (Banque PT-2017)

A. Microscope optique

A.1.1) des rayons doivent être paraxiaux :

- peu inclinés par rapport à l'axe optique
- proches de l'axe optique.

A.1.2) Soit  $\Delta = \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2}$   
 $\Rightarrow \Delta = \Delta_0 - f'_1 - f'_2 = \underline{\underline{100 \text{ mm}}}$

A.1.3.1) Soit  $A \xrightarrow{L_1} F_2$  d'où  $\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{O_1 F_1} + \overline{F_1 F_2}} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f'_1 + \Delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1}$$

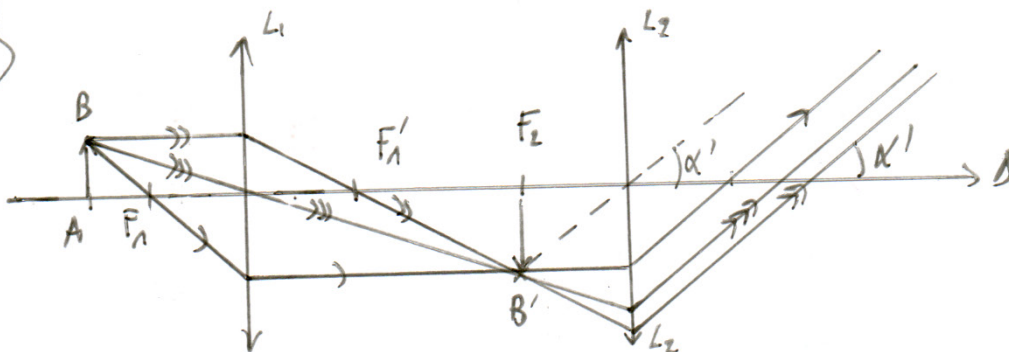
$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1 + \Delta} \Leftrightarrow \frac{1}{d} = \frac{\Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)}$$

d'où  $d = \frac{f'_1(f'_1 + \Delta)}{\Delta} = \underline{\underline{5,25 \text{ mm}}}$  ①

A.1.3.2) Or  $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1 F_2}}{\overline{O_1 A}} = \frac{f'_1 + \Delta}{-d} \stackrel{\text{①}}{\Rightarrow} \gamma_1 = - \frac{\Delta}{f'_1} = \underline{\underline{-20}}$

A.1.3.3) d'objet intermédiaire étant dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale sera à l'infini d'où une observation sans accommodation.

A.1.3.4)



A.1.4) Soit  $\begin{cases} \alpha' \sim \frac{A'B'}{f_z} \\ \alpha \sim \frac{AB}{D} \end{cases} \Rightarrow G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \left| \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{D}{f_z} \right| \Rightarrow G = \left| \lambda_1 \right| \frac{D}{f_z} = \underline{333}$

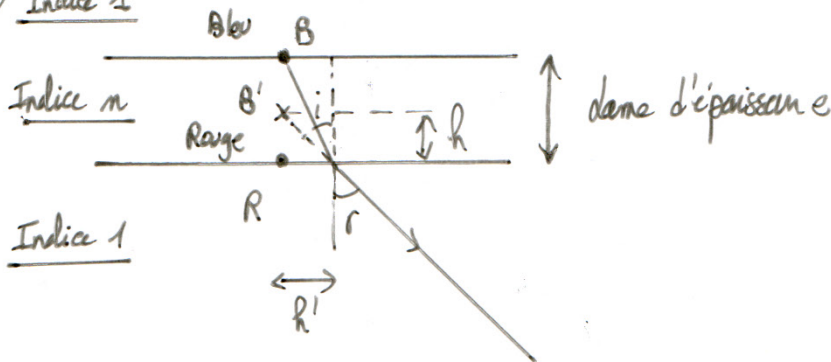
A.1.5.1) Sur le vernier on lit 12,98 mm.  
 la position "40" représente 12,90 mm

$$\Rightarrow \underline{\underline{\mathcal{E} = 0,08 \text{ mm} = 80 \mu\text{m}}}$$

Sur le vernier une graduation représente 0,01 mm comme on écrit  $\mathcal{E} = X_1 - X_2$

alors  $U(\mathcal{E}) = \sqrt{2} U(X) = \frac{9}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 10^{-2} \text{ mm} = 0,004 \text{ mm} \Rightarrow \underline{\underline{\mathcal{E} = 80 \pm 5 \mu\text{m}}}$

A.1.5.2) Indice 1



Soit  $\begin{cases} n \sin i = \sin r \\ \tan i = h'/e \\ \tan r = h'/h \end{cases}$  or les angles sont petits d'où :  $\begin{cases} ni = r \\ i = h'/e \\ r = h'/h \end{cases}$

Donc  $n \frac{h'}{e} = \frac{h'}{h} \Leftrightarrow h = \frac{e}{n}$

Or  $h = \mathcal{E}$  d'où :  $\underline{\underline{e = n \mathcal{E} = 120 \mu\text{m} (\pm 8 \mu\text{m})}}$

A.2.1.1) D'après la figure 5, la lampe émet de 250 à 700 nm c-à-d UV + visible.

A.2.1.2) Le détecteur ne doit récupérer que l'émission du fluorophore correspondant à  $\lambda > 500 \text{ nm}$ . Le filtre 1 ne coupe pas ces basses fréquences

$\Rightarrow$  On choisit le filtre 2 : filtre bannière

A.2.1.3) Ce filtre doit laisser passer la bande d'absorption des FITC

⇒ Filtre d'excitation = Passe bande de 400 à 500 nm

A.2.1.4) Le laser est une source quasi monochromatique qui repose sur l'émission stimulée à l'inverse de la lampe Hg qui repose sur l'émission spontanée

A.2.2.1)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Direction} \\ \text{et sens de propagation} \end{array} \right. : \underline{+\vec{u}_z}$   
Polarisation :  $\underline{\vec{u}_x}$

A.2.2.2) Soit  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx \underline{\underline{3.10^8 \text{ ms}^{-1}}} \quad (299792458 \text{ ms}^{-1})$

A.2.2.3) Soit  $\lambda = 628 \text{ nm}$  avec  $\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} = \underline{1.0.10^7 \text{ m}^{-1}} \\ \omega = kc = \frac{2\pi c}{\lambda} = \underline{3.0.10^{15} \text{ rad.s}^{-1}} \end{array} \right.$

A.2.2.4) C'est une OPPH dans le vide d'où :  $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u}_z \wedge \vec{E}$   
 $\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y}}}$

A.2.2.5) Soit  $p = \langle \Pi \rangle \cdot S$  où  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \\ \text{et} \\ \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re}(\underline{E B^*}) = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \end{array} \right.$

Donc  $p = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \cdot S \Leftrightarrow \underline{\underline{E_0 = \sqrt{\frac{2p\mu_0 c}{S}} = 1200 \text{ V.m}^{-1}}}$

A.2.3) C'est la diffraction qui limite la résolution au niveau de l'oculaire et de l'objectif.

## Partie II – Dualité onde-corpuscule (CCP TPC-2017)

**Q17.** En d'appuyant sur le document 5 :

Aspect corpusculaire → impact corpusculaire quasi ponctuel

Aspect ondulatoire → franges d'interférences

**Q18.**

a)  $m^* = \frac{M}{N_a} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 3,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

b) Système {e-}, référentiel galiléen, le poids est une force conservative donc d'après le TEM :

$$\begin{aligned} E_m(\text{piège}) &= E_m(\text{fentes}) \\ \Rightarrow 0 + mgz_{\text{piège}} &= \frac{1}{2}mv^2 + mgz_{\text{fentes}} \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2g(z_{\text{piège}} - z_{\text{fentes}})} = \sqrt{2gl} \end{aligned}$$

AN :  $v = \sqrt{2 \cdot 9,876 \cdot 10^{-3}} = 1,22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

c)  $\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m^*v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3,32 \cdot 10^{-26} \cdot 1,22} = 1,64 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

$\lambda_{DB}$  est de l'ODG de la taille des fentes d'Young, le caractère quantique est non négligeable

d)  $\lambda_{DB}$  dépend de  $m^*$  donc plus  $m^*$  est grand, plus  $\lambda_{DB}$  est petit donc le caractère quantique est moins visible avec les atomes qu'avec les électrons ( $m_{\text{électron}}^* < m_{\text{atome}}^*$ ).

On utilise des atomes froids pour limiter l'agitation thermique ( $v$  plus faible donc  $\lambda_{DB}$  plus grand et moins de dispersion donc le faisceau est monochromatique).

**Q19.**  $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{b} \approx \theta = \frac{d}{D} \Rightarrow d = \frac{D\lambda}{b} = \frac{113 \cdot 10^{-3} \cdot 1,68 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-6}} = 9,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

La tâche de diffraction (de largeur  $2d$ ) est plus grande que la résolution du MPC d'un facteur 100 environ, donc la mesure donne une description précise.

**Q20.**

a)  $S_1M = \sqrt{(x_M - x_{S_1})^2 + (z_M - z_{S_1})^2} = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} = D \sqrt{1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}}$

On effectue un DL car  $D \gg a$  et  $|x|$ ,  $S_1M = D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right) = D + \frac{(2x-a)^2}{8D}$

On fait de même avec  $S_2M$  en prenant  $x_M - x_{S_1} = x + \frac{a}{2}$

b)  $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M = \frac{(2x+a)^2}{8D} - \frac{(2x-a)^2}{8D} = 2 \cdot \frac{4ax}{8D} = \frac{ax}{D}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M) = \frac{2\pi ax}{\lambda D}$$

c) Soit  $p$  l'ordre d'interférence :  $p = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}$

Entre deux franges d'interférences  $|\Delta p| = 1 \Rightarrow \frac{a i_{th}}{\lambda D} = 1 \Rightarrow i_{th} = \frac{\lambda D}{a}$

AN :  $i_{th} = \frac{1,64 \cdot 10^{-8} \cdot 113 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}} = 3,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

d) A l'aide du document 5, on peut lire  $2i_{exp} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow i_{exp} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

On a un écart relatif de 20 %

**Q21.**

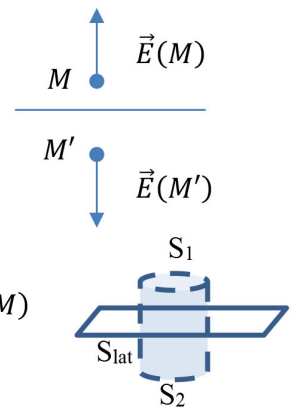
a)  $[\alpha] = \frac{LT^{-2} \cdot L}{L^2 T^{-2}} = 1$ ,  $\alpha$  est sans dimension

$\alpha$  compare l'énergie potentielle de pesanteur (mgD) par rapport à l'énergie cinétique ( $\frac{1}{2}mv^2$ ).

- b)  $\alpha = \frac{2,9,8,113 \cdot 10^{-3}}{1,22^2} = 1,488$  donc  $i'_{th} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3,32 \cdot 10^{-26} \cdot 1,22} \frac{113 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}} 2 \frac{\sqrt{1+1,488}-1}{1,488} = 2,40 \cdot 10^{-4} m$ , on retrouve une valeur beaucoup plus proche que la valeur expérimentale (écart relatif de 4 %) le modèle est meilleur.
- c) On effectue un DL de  $\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2}$  et  $\frac{h}{m^*v} = \lambda$ , on retrouve  $i'_{th} = \frac{\lambda D}{a}$  comme si  $\lambda$  ne variait pas alors que pendant la chute (de hauteur D)  $v$  et  $\lambda$  varient (d'où la correction proposée).

**Q22.** Les plans  $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$  et  $(M, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  sont des plans de symétrie pour la distribution de charge donc  $\vec{E}(M)$  appartient à ces plans, donc  $\vec{E}(M)$  est selon  $\vec{e}_z$   
 Invariance par translation selon x et y de la distribution de charges donc d'après le principe de Curie  $\|\vec{E}(M)\| = E(z)$  et  $V(M) = V(z)$ .  
 Bilan :  $\vec{E}(M) = E(z)\vec{e}_z$

**Q23.** Le plan  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  est un plan de symétrie pour la distribution de charges. Soit M et M' symétriques par rapport à ce plan alors  $\vec{E}(M)$  et  $\vec{E}(M')$  sont symétriques d'après le schéma  $\vec{E}(M) = -\vec{E}(M')$  en projetant sur  $\vec{e}_z$  on obtient  $E(z) = -E(-z)$



**Q24.** Théorème de Gauss :  $\oint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}(M) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$   
 avec la surface de Gauss =  $S_1 \cup S_2 \cup S_{lat}$   
 Pour  $z > 0$   $\iint_{S_1} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_1(M) + \iint_{S_2} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_2(M) + \iint_{S_{lat}} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{lat}(M)$   

$$= \iint_{S_1} E(z)\vec{e}_z \cdot dS_1\vec{e}_z + \iint_{S_2} E(-z)\vec{e}_z \cdot dS_2(-\vec{e}_z)$$
  

$$= E(z) \cdot S_1 - E(-z) \cdot S_2 = 2E(z)S_1$$

$$Q_{int} = \sigma \cdot S_1$$

Bilan : (avec  $E(z) = -E(-z)$ )

$$\text{Pour } z > 0 \quad \vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$$

$$\text{Pour } z < 0 \quad \vec{E}(M) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$$

**Q25.** En utilisant le théorème de superposition du champ créé par deux plans chargés on obtient :

$$\text{Pour } z > \frac{d}{2} \quad \vec{E}(M) = \vec{0}$$

$$\text{Pour } \frac{d}{2} > z > -\frac{d}{2} \quad \vec{E}(M) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z$$

$$\text{Pour } z < -\frac{d}{2} \quad \vec{E}(M) = \vec{0}$$

**Q26.**  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p) = q\vec{E} = -q\overrightarrow{\text{grad}}(V) \Rightarrow \overrightarrow{\text{grad}}(E_p) = q\overrightarrow{\text{grad}}(V)$   
 Par intégration :  $E_p = qV(z) + cst$

**Q27.** Système {e-}, référentiel galiléen, la force électrostatique est une force conservative donc d'après le TEM  $E_m = cst$

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\Rightarrow 0 - eV_1 + K = \frac{1}{2}mv_0^2 - eV_2 + K$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_2 - V_1)} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

AN :  $v_0 = \sqrt{\frac{2.1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 54}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,35 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $v_0 < \frac{c}{10}$  donc on peut rester en mécanique non relativiste.

**Q28.**  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,36 \cdot 10^6} = 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$\lambda$  est de l'ordre de grandeur de 0,1 nm donc on pourra utiliser le faisceau d'e- créé pour effectuer de la diffraction par un cristal.

**Q29.**  $a = \frac{\lambda}{\sin \theta_{\max}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-10}}{\sin(50)} = 2,18 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 218 \text{ pm}$  on obtient le bon ordre de grandeur pour un mono cristal

**Q30.**  $\delta(M) = (ST_{m+1}M) - (ST_mM) = (ST_{m+1}) + (T_{m+1}K) + (KM) - (SH) - (HT_m) - (T_mM)$   
D'après le théorème de Malus, H et  $T_{m+1}$  sont sur la même surface d'onde de même que K et  $T_m$ . Comme entre deux surfaces d'ondes, le chemin optique est le même, on obtient  $(SH) = (ST_{m+1})$  et  $(T_mM) = (KM)$ .  $\delta(M) = (T_{m+1}K) - (HT_m) = a \cdot \sin(\theta) - a \cdot \sin(\theta_0) = a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0))$   
On aura des interférences constructives quand  $\delta(M) = k\lambda$  avec  $k \in \mathbb{Z}$   
On retrouve la formule des réseaux :  $k\lambda = a(\sin(\theta_k) - \sin(\theta_0))$

**Q31.** Quand N augmente, les pics principaux restent à la même place mais ils sont plus fins, on tend vers un peigne de Dirac quand N augmente (les pics secondaires deviennent invisibles).

**Q32.**  $\sin(\theta) \approx \frac{x}{D}$  et en incidence normale  $\theta_0 = 0$  donc  $k\lambda = \frac{ax_k}{D}$  donc  $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{a}$

**Q33.**  $m = 60 \cdot m_c = 60 \cdot \frac{M_c}{N_a} = 60 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,19 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$

D'après le document 8, la vitesse moyenne (Fig 11)  $v_{\text{moy}} = 225 \text{ m.s}^{-1}$

donc  $\lambda_m = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv_{\text{moy}}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,19 \cdot 10^{-24} \cdot 225} = 2,46 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

**Q34.**  $\Delta x = \frac{\lambda_m D}{a} = \frac{2,46 \cdot 10^{-12} \cdot 1,25}{100 \cdot 10^{-9}} = 3,08 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 30,8 \mu\text{m}$

Expérimentalement, on mesure  $\Delta x = 35 \mu\text{m}$ . On observe un écart raisonnable par rapport à l'expérience (12 %) étant donné qu'on n'a pris en compte que la valeur moyenne de la vitesse.

**Q35.** On détermine les vitesses  $v_1$  et  $v_2$  les vitesses à mi-hauteur :

$$v_1 = 290 \text{ m.s}^{-1} \Rightarrow \lambda_1 = 1,92 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$v_2 = 150 \text{ m.s}^{-1} \Rightarrow \lambda_2 = 3,71 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = 1,79 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

L'élargissement spectral entraînera une perte de contraste pour les angles  $\varphi$  élevés (en valeur absolue) dans la figure 14 et on ne pourra plus discerner les différents pics (intensité uniforme).

**Q36.**  $\ell_c$  s'appelle la longueur de cohérence. Critère semi quantitatif :  $|\Delta p| < \frac{1}{2}$  pour la moitié du spectre

$$\delta = p\lambda \Rightarrow \text{pour un même chemin optique } d\delta = 0 = p d\lambda + \lambda dp = \frac{\delta}{\lambda} d\lambda + \lambda dp$$

La condition  $|\Delta p| < \frac{1}{2}$  pour la moitié du spectre se réécrit :

$$\frac{\delta}{\lambda^2} |d\lambda| < \frac{1}{2} \text{ pour } |d\lambda| = \frac{\Delta\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\delta < \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \ell_c}$$

**Q37.**  $\delta(M) = a \sin(\theta) = \frac{ax}{D} \Rightarrow x < \frac{\ell_c D}{a}$

$$\frac{\ell_c D}{a} = \frac{\lambda_m^2 D}{a \Delta\lambda} = (2,46 \cdot 10^{-12})^2 \frac{1,25}{100 \cdot 10^{-9} \cdot 1,79 \cdot 10^{-12}} = 42,3 \mu m$$

On remarque sur la figure 12 qu'il n'y a plus d'interférences visibles pour  $x > 50 \mu m$ . On a 18 % d'écart mais l'ODG est bon compte-tenu de la précision de la figure.

- Q38.** Si on augmente la température, l'agitation thermique sera plus grande et donc l'indétermination sur la position plus grande également, ce qui augmente la zone de brouillage des interférences ; la largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$  augmente donc la longueur de cohérence  $\ell_c$  diminue.

## Partie III – Couche antireflet (Centrale PSI-2017)

I.A) Soit 
$$\begin{cases} I_{\text{réfléchi}} = I_1 + I_2 + I_3 \approx \underline{7,7\% \text{ de } I_0} \\ I_{\text{transmis}} = I_4 + I_5 \approx \underline{92,15\% \text{ de } I_0} \end{cases}$$

tel que  $I_{\text{réfléchi}} + I_{\text{transmis}} = 99,85\%$  ce qui montre qu'il y a d'autres rayons réfléchis et transmis en réalité.

I.B.1) des ondes peuvent interférer car elles sont cohérentes :

- proviennent de la même source :  $\omega_i = \omega_R$  et  $\phi_{S_i} = \phi_{S_R}$
- Elles ont un  $\delta$  différent t.q.  $L_c \gg \delta$ .

I.B.2) En incidence normale  $\delta_{12} = 2Ne$ .

On deux ondes interfèrent de manière destructive si :  $\frac{2\pi\delta}{\lambda} = (2p+1)\pi$

$$\Leftrightarrow \delta = (2p+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2Ne = (2p+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{e = \frac{\lambda}{2N} \left( p + \frac{1}{2} \right)}$$

d'épaisseur minimale possible est donc  $\underline{e_{\min} = \frac{\lambda}{4N}}$  mais toutes les valeurs  $e_p$  sont

possibles :  $\underline{e_p = \frac{\lambda}{4N} + p \frac{\lambda}{2N}}$

I.B.3) la lumière naturelle présente un maximum d'intensité pour  $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ . d'œil étant fortement sensible à cette longueur d'onde dans le jaune on choisira  $\underline{\lambda = 500 \text{ nm}}$  pour les calculs

I.B.4) Toutes les ondes n'arrivent pas en incidence normale, il faudra tenir compte des différents angles d'incidence pour choisir c

I.C.1) Dans le cas du verre non traité, toutes les longueurs d'onde sont réfléchies avec un pourcentage sensiblement identique autour de 4%

I.C.2) Pour le verre traité la radiation  $\lambda = 625 \text{ nm}$  est quasiment éteinte à l'inverse du verre non traité.

I.C.3) On peut supposer que les rayons 1 et 2 interfèrent mais aussi 1 et 3 t.q:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{4Ne}{2p_1+1} \\ d_2 = \frac{4Ne \times 2}{2p_2+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{2p_2+1}{2(2p_1+1)} \neq 1,5 \text{ d'après le graphe.}$$

$$\text{donc } (4p_1+2) \frac{3}{2} = 2p_2+1 \Leftrightarrow 6p_1 = 2p_2-2.$$

• Un couple possible de solution est  $\begin{cases} p_1=1 \\ p_2=4 \end{cases}$ . Cette proposition est envisageable

$$\text{II.A.1) Maxwell: } \left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{E} = 0, \text{ div } \vec{B} = 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{ rot } \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$\text{II.A.2) Soit } \vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\text{rot}} \vec{B}) \text{ d'où : } -\vec{\Delta} \vec{E} + \vec{\text{grad}}(\underbrace{\text{div} \vec{E}}_{=0}) = -\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \vec{\Delta} \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\text{II.A.3) Posons } \frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \text{ or } \frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0 \text{ avec } n = \frac{c}{v} = \left( \epsilon_r \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\epsilon_r}$$

II.A.4) (a) Elle est polarisée rectilignement suivant  $\vec{u}_y$ .

(b) En remplaçant  $\vec{E}$  dans l'équation de D'Alembert on obtient :

$$\begin{aligned} -k^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} (-\omega^2) \vec{E} &= \vec{0} \\ (\Rightarrow) k^2 &= \frac{\omega^2}{v^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \cdot n^2 \\ (\Rightarrow) k &= \frac{n\omega}{c} \end{aligned}$$

(c) Soit  $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{n}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E} \Leftrightarrow \vec{B} = \frac{n}{c} E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_x$

II.B.1) • Ondes se propageant suivant les  $x$  positifs en  $\omega t - k_1 x$  comme  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_3$ .  
 négatifs en  $\omega t + k_2 x$  comme  $\vec{E}_2$ .

• On tient compte dans l'amplitude des coefficients de réflexion et transmission tel que :  $E_r = \rho E_0$  et  $E_t = \mathcal{G} E_0$

•  $\omega$  est le même pour les 3 ondes (loi de Descartes).

II.B.2) On a  $k_1 = k_2 = \frac{n_1 \omega}{c}$  et  $k_3 = \frac{n_2 \omega}{c} \Rightarrow \frac{k_3}{k_1} = \frac{n_2}{n_1}$

II.B.3) Soit  $\begin{cases} \vec{B}_1 = \frac{n_1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_1 \Leftrightarrow \vec{B}_1 = \frac{n_1 E_0}{c} \cos(\omega t - k_1 x) \vec{u}_z \\ \vec{B}_2 = -\frac{n_1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_2 \Leftrightarrow \vec{B}_2 = -\frac{n_1 \rho E_0}{c} \cos(\omega t + k_1 x) \vec{u}_z \\ \vec{B}_3 = \frac{n_2}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_3 \Leftrightarrow \vec{B}_3 = \frac{n_2 \mathcal{G} E_0}{c} \cos(\omega t - k_3 x) \vec{u}_z \end{cases}$

II.B.4) Soit  $\begin{cases} \vec{E}_1(0,t) + \vec{E}_2(0,t) = \vec{E}_3(0,t) \\ \text{et} \\ \vec{B}_1(0,t) + \vec{B}_2(0,t) = \vec{B}_3(0,t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \rho = \mathcal{G} \quad (1) \\ n_1 - n_1 \rho = n_2 \mathcal{G} \quad (2) \end{cases}$

$n_1 (1) + (2) \text{ donne : } 2n_1 = (n_1 + n_2) \mathcal{G} \Rightarrow \mathcal{G} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \text{ et } \rho = \mathcal{G} - 1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \rho$

$$\text{II.B.5)} \text{ Soit } \begin{cases} \vec{\Pi}_1 = \frac{\vec{E}_1 \wedge \vec{B}_1}{\mu_0} \\ \vec{\Pi}_2 = \frac{\vec{E}_2 \wedge \vec{B}_2}{\mu_0} \\ \vec{\Pi}_3 = \frac{\vec{E}_3 \wedge \vec{B}_3}{\mu_0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\Pi}_1 = \frac{m_1 E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - k_1 x) \vec{u}_x \\ \vec{\Pi}_2 = -\frac{m_1 \rho^2 E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t + k_1 x) \vec{u}_x \\ \vec{\Pi}_3 = \frac{m_2 E_0^2 \zeta^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - k_3 x) \vec{u}_x \end{cases}$$

II.B.6) A l'aide du vecteur de Poynting t.q.  $\langle u_{\text{em}} \rangle V = \langle \Pi \rangle$  on définit :

$$\begin{cases} R = \left| \frac{\langle \Pi_r \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| = \rho^2 \\ T = \left| \frac{\langle \Pi_t \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \right| = \frac{m_2}{m_1} \zeta^2 \end{cases}$$

II.C.1) Par analogie avec la question II.B.4 :

$$\begin{cases} \rho_{1 \rightarrow N} = \frac{1-N}{1+N} & \text{et } \zeta_{1 \rightarrow N} = \frac{2}{1+N} & \text{et } \zeta_{N \rightarrow 1} = \frac{2N}{1+N} \\ \rho_{N \rightarrow m} = \frac{N-m}{N+m} & \text{et } \zeta_{N \rightarrow m} = \frac{2N}{N+m} \end{cases}$$

II.C.2) a) la seconde onde réfléchie effectue les traversées d'interface :

- transmission :  $1 \rightarrow N$  :  $\zeta_{1 \rightarrow N}$
- Réflexion :  $N \rightarrow m$  :  $\rho_{N \rightarrow m}$
- transmission :  $N \rightarrow 1$  :  $\zeta_{N \rightarrow 1}$
- traversée de la lame t.q. :  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{4\pi N \delta}{\lambda}$

$$\Rightarrow \underline{a} = \underline{E}_0 \cdot \zeta_{1 \rightarrow N} \rho_{N \rightarrow m} \cdot \zeta_{N \rightarrow 1} \cdot e^{i\varphi}$$

b) Pour l'onde réfléchie n°3, il y a deux réflexions supplémentaires d'où :

$$\propto \underline{a}_2 = \rho_{N \rightarrow 1} \cdot \rho_{N \rightarrow m} e^{i\varphi} \underline{a}$$

$$\propto \underline{a}_3 = (\rho_{N \rightarrow 1} \rho_{N \rightarrow m} e^{i\varphi})^2 \underline{a}$$

D'où si on note  $\underline{a}_1 = \underline{a}$  on a :  $\underline{a}_p = \underline{a} (r_{N \rightarrow 1} \cdot r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi})^{p-1}$  où  $p \in \mathbb{N}^*$

$$\begin{aligned} \text{c) Donc } \underline{A} &= \underline{E}_0 r_{1 \rightarrow N} + \sum_{p=1}^{\infty} \underline{a} (r_{N \rightarrow 1} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi})^{p-1} \text{ où } p \in \mathbb{N}^* \\ &= \underline{E}_0 r_{1 \rightarrow N} + \frac{\underline{a}}{1 - r_{N \rightarrow 1} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}} \\ &= \underline{E}_0 \frac{r_{1 \rightarrow N} (1 - r_{N \rightarrow 1} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}) + r_{1 \rightarrow N} \cdot r_{N \rightarrow m} r_{N \rightarrow 1} e^{i\varphi}}{1 - r_{N \rightarrow 1} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}} \end{aligned}$$

$$\text{or } \begin{cases} r_{1 \rightarrow N} = -r_{N \rightarrow 1} \\ r_{1 \rightarrow N} \cdot r_{N \rightarrow 1} = 1 - r_{1 \rightarrow N}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{A} = \underline{E}_0 \frac{r_{1 \rightarrow N} + r_{1 \rightarrow N}^2 r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi} + (1 - r_{1 \rightarrow N}^2) r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}}{1 - r_{N \rightarrow 1} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}}$$

$$\Rightarrow \underline{A} = \underline{E}_0 \cdot \frac{r_{1 \rightarrow N} + r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}}{1 + r_{1 \rightarrow N} r_{N \rightarrow m} e^{i\varphi}}$$

d) Pour avoir des interférences destructives  $\varphi = (2p+1)\pi \Rightarrow e^{i\varphi} = -1$

$$\text{e) D'où } \underline{A} = \underline{E}_0 \cdot \frac{r_{1 \rightarrow N} - r_{N \rightarrow m}}{1 + r_{1 \rightarrow N} r_{N \rightarrow m}} = \underline{E}_0 \cdot \frac{(1-N)/(1+N) - (N-m)/(N+m)}{1 + \frac{1-N}{1+N} \cdot \frac{N-m}{N+m}}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \underline{A} &= \underline{E}_0 \cdot \frac{(1-N)(N+m) - (N-m)(1+N)}{(1+N)(N+m) - (1-N)(N-m)} = \underline{E}_0 \cdot \frac{N+m - N^2 - Nm - N - N^2 + m + mN}{N+m + N^2 + mN - N - m + N^2 - Nm} \\ &= \underline{E}_0 \cdot \frac{2m - 2N^2}{2m + 2N^2} \Leftrightarrow \underline{A} = \underline{E}_0 \frac{m - N^2}{m + N^2} \end{aligned}$$

D'où  $\underline{A} = 0 \Leftrightarrow m = N^2$ . Il faut donc une valeur précise de  $N$  pour que la couche antireflet joue son rôle.