

Physique : DM7

L'atome au cours du 19^{ème} siècle (CCP – 2019 – PC)

Q1) Selon le modèle de Thomson, la répartition des charges positives est uniforme, donc toutes les particules α lancées contre une feuille d'or devraient avoir le même comportement

Q2) La force de Coulomb exercée sur " α " par le noyau d'or est :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze \cdot Ze}{d^2} \vec{e}_r \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\vec{F} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \vec{e}_r}$$

$$\text{or } \vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p \text{ d'où : } dE_p = -\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} d"d"$$

$$\Rightarrow E_p = + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 d} + \text{cte}$$

$$\text{or } \lim_{d \rightarrow \infty} E_p = 0 \quad \text{d'où } \boxed{E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 d}}$$

$$\text{Par conséquent : } \left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = k/d^2 \vec{e}_r \\ E_p = k/d \end{array} \right. \quad \text{où } k = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0}$$

. $\vec{F}$ est une force conservative $\Rightarrow E_m = \text{cte}$

. $\vec{F}$ est une force centrale $\Rightarrow \vec{L}_0 = \text{cte}$

Q3) L'énergie mécanique est telle que : $E_m = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 + E_p$

$$\text{On } E_p(t \rightarrow \infty) = \frac{k}{d_\infty} \rightarrow 0 \quad \text{d'où } \boxed{E_m(t=0) = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2}$$

Q4) Par définition: $\vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m_\alpha \vec{V}_0$
 $= (X\vec{e}_x + b\vec{e}_y) \wedge v_0 \vec{e}_x \cdot m_\alpha$
 $\Leftrightarrow \underline{\vec{L}_0 = -b m_\alpha v_0 \vec{e}_z}$

Q5) A t: $\vec{L}_0 = m_\alpha \begin{vmatrix} d \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \dot{d} \\ d\dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = \underline{\underline{m_\alpha d^2 \dot{\theta} \vec{e}_z}}$

Comme $\vec{L}_0 = \text{cste}$: $m_\alpha d^2 \dot{\theta} = -b m_\alpha v_0$
 $\Leftrightarrow \underline{d^2 \dot{\theta} = -b v_0}$

Q6). Soit $E_m(t) = E_m(0) \Leftrightarrow \frac{k}{d} + \frac{1}{2} m_\alpha (\dot{d}^2 + (d\dot{\theta})^2) = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2$

. Au sommet de la trajectoire en S, la vitesse est perpendiculaire à $\vec{OS} \Rightarrow \vec{v} = v \vec{e}_\theta$
 $\Rightarrow \dot{d}_m = 0$

d'où $\frac{1}{2} m_\alpha \frac{d^2}{dm} \dot{\theta}_m^2 + \frac{k}{dm} = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2$ (1)

. Et en S: $\vec{L}_0 = \vec{OS} \wedge m \vec{v}_S = m_\alpha dm (dm \dot{\theta}_m) \vec{e}_z \Bigg\} \Rightarrow \dot{\theta}_m = -\frac{b v_0}{dm^2}$ (2)
 $= -b m_\alpha v_0 \vec{e}_z$

(2) et (1) donnent: $\frac{1}{2} m_\alpha \frac{d^2}{dm} \left(-\frac{b v_0}{dm^2} \right)^2 + \frac{k}{dm} = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2$
 $\times d_m^2 \downarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m_\alpha b^2 v_0^2 + k dm - \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 dm^2 = 0$

$\Leftrightarrow \underline{dm^2 - \frac{2k}{m_\alpha v_0^2} dm - b^2 = 0}$ t.q $\Delta = \sqrt{\frac{4k^2}{m_\alpha^2 v_0^4} + 4b^2}$

$\Rightarrow dm = \frac{k}{m_\alpha v_0^2} \pm \sqrt{\frac{k^2}{m_\alpha^2 v_0^4} + b^2}$ < 0 si on prend le signe $\ominus$.

$$\text{D'où } dm = \frac{k}{m_\alpha v_0^2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{b^2 m_\alpha^2 v_0^4}{k^2}} \right]$$

Q7) PFD : $m_\alpha \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{k}{d^2} \vec{e}_r$

d'où sur $\vec{e}_x$: $m_\alpha \frac{dv_x}{dt} = \frac{k}{d^2} \cos \theta$

or $d^2\theta = -b v_0$ (Q.5)

$$\Rightarrow m_\alpha \frac{dv_x}{dt} = - \frac{k}{b v_0} \cos \theta \cdot \dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad dv_x = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} \cos \theta d\theta$$

On intègre cette relation :
entre $\theta = \pi$ et $\theta = \varphi$
 $t=0$ $t \rightarrow \infty$

$$\int_{v_x(\pi)}^{v_x(\varphi)} dv_x = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} \int_{\pi}^{\varphi} \cos \theta d\theta$$

$$\Leftrightarrow v_x(\varphi) - v_x(\pi) = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} (\sin \varphi - \sin \pi)$$

or $v_x(\pi) = v_0$
 $v_x(\varphi) = v_\infty \cos \varphi$

$$\Rightarrow v_\infty \cos \varphi - v_0 = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} \sin \varphi$$

Or $E_m = \text{cte} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 + \underbrace{\frac{k}{d(t=0)}}_{=0} = \frac{1}{2} m_\alpha v_\infty^2 + \underbrace{\frac{k}{d(t \rightarrow \infty)}}_{=0} \Rightarrow v_0 = v_\infty$

$$\text{d'où } v_0 (\cos \varphi - 1) = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} \sin \varphi$$

$$\Leftrightarrow v_0 \left(-2 \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right) = - \frac{k}{m_\alpha b v_0} \times 2 \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{D'où } \tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) = \frac{k}{m_\alpha b v_0^2}$$

Q8) On peut définir le rebond si $\varphi > \pi/2$ or $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ d'où :

$$\text{Il y aura rebond si } \frac{k}{m_\alpha b v_0^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow b < \frac{k}{m_\alpha v_0^2}$$

Dans le cas du modèle de J.J. Perrin il faudra que les particules soient proches du noyau pour pouvoir rebondir.

Q9) D'après Q6 : $d_m = \frac{k}{m_\alpha v_0^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(\varphi/2)}} \right)$

$$\text{or } 1 + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

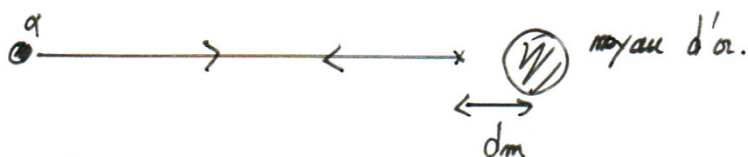
$$\text{d'où } d_m = \frac{k}{m_\alpha v_0^2} \left(1 + \frac{1}{\sin(\varphi/2)} \right)$$

Q10) Or d_m est minimal si $\sin(\varphi/2)$ est maximal
 $\Leftrightarrow \varphi = \pi$

$$\text{d'où } d_{m,\min} = d_m(\pi) = \frac{2k}{m_\alpha v_0^2}$$

Q11) Si $\varphi = \pi$ alors $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{k}{m_\alpha b v_0^2}$ d'après Q.7

d'où $b = 0$ et la trajectoire est rectiligne selon (Ox) .



• On a $E_m = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 + \frac{k}{d^2} = \frac{k}{d_m^2} \Rightarrow$ si $d_m \rightarrow 0$ alors $v_0 \rightarrow \infty$ par conséquent d_m est une borne supérieure du rayon du noyau

$$t.q \quad \frac{dm}{E_0} = \frac{K}{2\pi\epsilon_0 E_m} = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 E_m} = \frac{4,5 \cdot 10^{-14} m}{\frac{m_e v_0^2}{2}}$$

Q12) Plus l'énergie des particules sera élevée, plus on pourra atteindre des valeurs de dm faible et par conséquent affiner la mesure du rayon du noyau.

Q13) PFD appliqué à l'e⁻: $m\vec{a} = \vec{F}$

$$\Leftrightarrow m_e \frac{v^2}{r} \vec{e}_r = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

$$\Leftrightarrow \vec{v} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r \cdot m_e}} \vec{e}_\theta \quad \text{car } \vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

$$\begin{aligned} \text{Q14) Par définition: } E_m &= E_c + E_p = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= \frac{1}{2} m_e \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r m_e} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

$$\text{D'où } E_m = A p(r) \text{ avec } \begin{cases} A = e^2 / 8\pi\epsilon_0 \\ p(r) = 1/r \end{cases}$$

$$\text{Q15) Pour une trajectoire circulaire } \omega = \frac{v}{r} \rightarrow \omega^4 = \frac{1}{r^4} \cdot \frac{e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r^2 m_e^2}$$

$$\text{d'où } P(r) = \frac{e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r^6 m_e^2} = \frac{e^2 r^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$$

$$\text{or } \overbrace{P(r)}^W = P_0 / r^4$$

$$\rightarrow P_0 = \frac{e^6}{192 \cdot \pi^3 \epsilon_0^3 m_e^2 c^3} \quad \text{qui s'exprime en } \underline{\underline{W \cdot m^4}}$$

Si la particule émet de l'énergie électromagnétique alors elle perd de l'Em.

Si $E_m \Rightarrow$, vu que $E_m = -\frac{|A|}{r}$ on a alors r qui diminue.

Q16) D'après le théorème de la puissance mécanique:

$$\frac{dE_m}{dt} = -P(r)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{A}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = -\frac{P_0}{r^4} \quad \text{car } d\left(\frac{1}{r}\right)/dt = \frac{d(1/r)}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{r^2 \frac{dr}{dt} = \frac{P_0}{A}}}$$

Q17) D'où: $r^2 dr = \frac{P_0}{A} dt$

$$\Rightarrow \int_R^0 r^2 dr = \int_0^{t_f} \frac{P_0}{A} dt \Rightarrow -\frac{R^3}{3} = \frac{P_0}{A} t_f$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_f = \frac{|A|R^3}{3P_0} = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ s}}}$$

$$\text{ou } \begin{cases} A = -1,15 \cdot 10^{-28} \text{ Jm} \\ P_0 = 1,82 \cdot 10^{-49} \text{ Wm}^4 \end{cases}$$

le temps est très petit et par conséquent l'atome serait instable.

Q18) D'après Bohr: $L = n\hbar \Leftrightarrow mvr = n \cdot \hbar/2\pi$

$$\Leftrightarrow m r \cdot \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m e}} = \frac{n\hbar}{\sqrt{4\pi^2}} \Leftrightarrow m_e r \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m e} = \frac{n^2 \hbar^2}{4\pi^2}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{n^2 \hbar^2 \epsilon_0}{m_e \pi e^2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{r_n = n^2 r_0 \text{ où } r_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}}}$$

Q19) Si l'onde interfère après un tour sur son orbite alors :

$$P = n\lambda \Leftrightarrow m\lambda = 2\pi r \text{ où } \lambda = \frac{h}{m_e v}$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \frac{h}{m_e v} = 2\pi r$$

$$\Leftrightarrow m_e v r = \frac{n h}{2\pi}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow m_e v r = n \hbar}$$

Q20) On a $\begin{cases} E_m = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \\ \frac{d}{dr} = m^2 r_0 \end{cases}$ d'où $E_m = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m^2 r_0} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m^2 \times \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2}}$

$$\boxed{\Leftrightarrow E_m = -\frac{E_0}{m^2} \text{ où } E_0 = \frac{m_e \cdot e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2} = 13,6 \text{ eV}}$$

où $-E_0$ représente l'énergie du niveau fondamental de H.

Q21) Comme $DE = h\nu \Leftrightarrow \left| -\frac{E_0}{m_f^2} + \frac{E_0}{m_i^2} \right| = \frac{hc}{\lambda}$ où $m_f < m_i$ $\xrightarrow[\text{déexcitation}]{m_i}$

$$\boxed{\Leftrightarrow \frac{1}{\lambda} = \underbrace{\frac{hc}{E_0}}_{R_H} \left(\frac{1}{m_f^2} - \frac{1}{m_i^2} \right) \Rightarrow R_H = \frac{hc}{E_0}}$$

Q22). D'après l'énoncé $\begin{cases} \lambda_1 = 121,5 \text{ nm} \\ \lambda_2 = 102,5 \text{ nm} \\ \lambda_3 = 97,2 \text{ nm} \end{cases}$ ces longueurs d'ondes appartiennent à l'UV.

de plus $R_H = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{m_i^2 - m_f^2}{m_i^2 \cdot m_f^2} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{m_i^2 - 1}{m_i^2} \Leftrightarrow R_H = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{m_i^2} \right)$

Pour $m_i = 2$: $R_H = 1,097 \text{ m}^{-1}$

$m_i = 3$: $R_H = 1,098 \text{ m}^{-1}$

$m_i = 4$: $R_H = 1,097 \text{ m}^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{R_H = 1,097 \text{ m}^{-1}}$$

de bon accord des valeurs numériques obtenues valident le modèle de Bohr

Q23) Par définition $\vec{m} = I \vec{e}_z$

or $I = \frac{dq}{dt}$ que l'on calcule sur une période $\Rightarrow I = -\frac{e}{T}$

$$\Rightarrow \vec{m} = -\frac{e}{T} \pi r^2 \vec{e}_z$$

or $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow \vec{m} = -\frac{e}{2\pi r} \pi r^2 v \vec{e}_z$

$$\Rightarrow \vec{m} = -\frac{e}{2} r v \vec{e}_z$$

Comme $\vec{L} = \vec{CM} \wedge m \vec{v} = m r v \vec{e}_z$ on en déduit $\vec{m} = -\frac{e}{\frac{2me}{\hbar}} \vec{L}$

$$\Rightarrow \gamma_e = -\frac{e}{2me} \hbar$$

Q24) D'après le TMC: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{m} \wedge \vec{B}(c)$

$$\Rightarrow \vec{L} \cdot \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L} \cdot \underbrace{[\vec{m} \wedge \vec{B}(c)]}_{\perp \vec{L}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d(L^2)}{2 dt} = 0 \quad \text{d'où } \underline{L \text{ et } m \text{ sont des constantes}}$$

De plus $\vec{e}_z \cdot \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{e}_z \cdot (\gamma_e \vec{L} \wedge \vec{B}(c)) = 0$

$\perp \vec{e}_z$ car $\vec{B} = B \vec{e}_z$

$$\Rightarrow \frac{dL_z}{dt} = 0 \Rightarrow \underline{L_z \text{ et } m_z \text{ sont des constantes}}$$

Q25) D'après le TMC: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{m} \wedge \vec{B} \Rightarrow \frac{d\vec{m}}{dt} = \gamma_e \vec{m} \wedge \vec{B}$

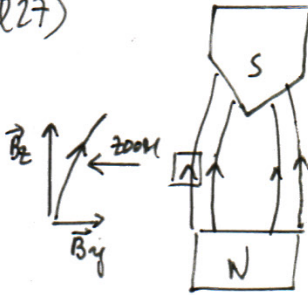
$$= -\gamma_e \vec{B} \wedge \vec{m}$$

D'où $\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{m}$ ssi $\vec{\omega} = \gamma_e \vec{B} = +\frac{eB}{2mc} \vec{e}_z$

Donc l'axe de $\vec{m}$ tourne autour de (Cz) à la pulsation de Larmor $\underline{\omega_L = \frac{eB}{2mc}}$

Q26) Si $\vec{B}$ est uniforme la force subie par le dipôle est nulle, il faut donc un $\vec{B}$ non uniforme pour observer un déplacement de particules.

Q27)



• Vu que les lignes de champ sont verticales $B_z \gg B_y$
 • de plan xz est plan de symétrie pour les lignes de champ d'où

$$\begin{cases} B_z(y, z) = B_z(-y, z) : \text{Fonction paire} \\ B_y(y, z) = -B_y(-y, z) \Rightarrow 2B_y(0, z) = 0 \end{cases}$$

ce qui est confirmé par l'énoncé

Q28) Dans le vide :

$$\begin{cases} \text{MG} : \operatorname{div} \vec{E} = 0 \\ \text{MF} : \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \text{MF} : \operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \\ \text{MA} : \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t \end{cases}$$

or $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ne dépendent pas du temps on a $\operatorname{rot} \vec{B} = \vec{0}$ et $\operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B_y(y, z) \\ B_z(y, z) \end{vmatrix} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} B_z - \frac{\partial}{\partial z} B_y = 0 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

donc $\frac{\partial B_z}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial z}$

D'après l'énoncé $\frac{\partial B_z}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial z} \Big|_{y=0} = 0$

Q29) Soit $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \vec{\operatorname{grad}}) \vec{B} = m_y \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + m_z \frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$

d'où en $y=0$: $\vec{F}(y=0, z) = m_y \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} \Big|_{y=0} \vec{u}_y + m_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \Big|_{y=0} \vec{u}_z$

car $\frac{\partial B_z}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$ et $\frac{\partial B_y}{\partial z} \Big|_{y=0} = 0$

Q30) Par définition :

$$\vec{F}(y=0, z) = \left\langle m_y \cdot \frac{\partial B_y}{\partial y} \right|_{y=0} \vec{u}_y + \left\langle m_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \right|_{y=0} \vec{u}_z$$

or B ne dépend pas du temps d'où :

$$\vec{F}(y=0, z) = \langle m_y \rangle \frac{\partial B_y}{\partial y} \bigg|_{y=0} \vec{u}_y + \langle m_z \rangle \frac{\partial B_z}{\partial z} \bigg|_{y=0} \vec{u}_z$$

or $\langle m_z \rangle = m_z$ car constant (Q24).

De plus $m_y = m \cos(\Omega_z t) \Rightarrow \langle m_y \rangle = 0$

$$\Rightarrow \vec{F}(y=0, z) = m_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \bigg|_{y=0} \vec{u}_z$$

Q31) D'après le schéma de la figure 4 : $B_z > 0$

- des lignes de champ se resserrent lorsque z augmente

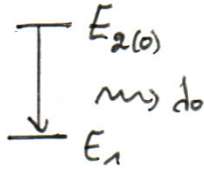
d'où $\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$

Si m_z est positif alors $\vec{F} = |F| \vec{e}_z$

Q32) Dans le modèle classique il n'y a pas de quantification de L_z , donc de m_z et toutes les valeurs sont donc accessibles. Comme la déviation dépend de F on s'attend à observer des déviations continues (non quantifiées)

Q33) Cette expérience confirme la quantification de m_z et les 2 valeurs possibles pour l'électron de valence de l'atome d'Argent : $m_s = \pm 1/2$.

Q34)



Par $E_{2(0)}$:

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_0} = E_{2(0)} - E_1 \\ \frac{hc}{\lambda_+} = E_{2(0)} + \mu_B B - E_1 \\ \frac{hc}{\lambda_-} = E_{2(0)} - \mu_B B - E_1 \end{cases}$$

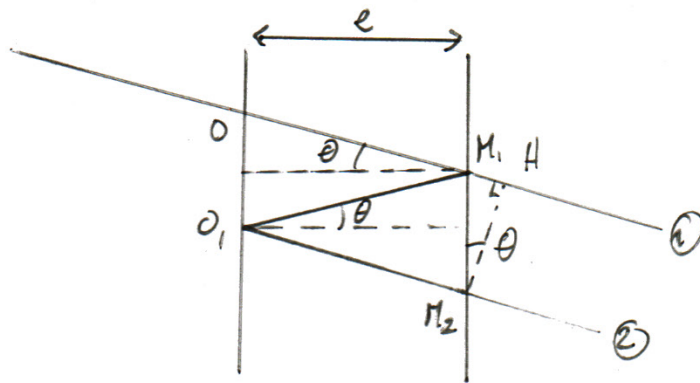
D'où : $hc \left(\frac{1}{\lambda_+} - \frac{1}{\lambda_-} \right) = 2\mu_B B$

$\Leftrightarrow hc \frac{\lambda_- - \lambda_+}{\lambda_+ \lambda_-} = 2\mu_B B$

or $\lambda_+ \approx \lambda_- \approx \lambda_0 \Rightarrow 2\Delta\lambda = \lambda_+ - \lambda_- = \frac{2\mu_B B \cdot (\lambda_+ + \lambda_-)}{hc}$

$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\mu_B B \lambda_0^2}{hc} = \underline{\underline{19,5 \text{ pm}}}$

Q35)



D'après le schéma $\delta = S_2 - S_1 = (M_1 M_2) - (M_1 O) = 2(M_1 O) - (M_1 H)$

$$\begin{aligned} &= 2 \times e / \cos \theta - [M_1 M_2] \sin \theta \\ &= 2e / \cos \theta - 2e \tan \theta \cdot \sin \theta \\ &= \frac{2e}{\cos \theta} [1 - \sin^2 \theta] \Rightarrow \underline{\underline{\delta = 2e \cos \theta}} \end{aligned}$$

D'où $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi e \cos \theta}{\lambda} = \varphi$

Q36) Il s'agit d'observer la différence de marche de deux rayons à l'infini. On doit donc placer l'écran dans le plan focal image de la lentille.

- On a $\delta = f(\theta)$, on va donc trouver des franges d'égale inclinaison, ici des anneaux.
- C'est comparable à l'IM en lame d'air

Q37) L'intensité sera maximale si $\varphi = 2p\pi$

Q38) On pose $R = |r|^2$ et $T = |t|^2 \Rightarrow m = \frac{4R}{T^2}$

$$\text{or } R+T=1 \Rightarrow m = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad \textcircled{a}$$

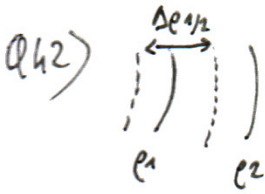
Q39) Soit $\Delta\varphi_{1/2} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad \textcircled{2}$ d'où si R proche de 1 $\Delta\varphi_{1/2}$ est petit
si R proche de 0 $\Delta\varphi_{1/2}$ est grand

$$\rightarrow \begin{cases} R=0,1 \Leftrightarrow \text{courbe a} \\ R=0,5 \Leftrightarrow \text{courbe b} \\ R=0,9 \Leftrightarrow \text{courbe c} \end{cases}$$

Q40) $\textcircled{1}$ et $\textcircled{2} \Rightarrow \Delta\varphi_{1/2} = \frac{4}{\sqrt{m}}$ d'où plus la finesse est importante plus la largeur à $\frac{1}{2}$ hauteur est petite

Q41) Au centre des anneaux $\theta=0 \Rightarrow \delta=2e$
 $\Rightarrow p_0 \lambda = 2e \Rightarrow p_0 = \frac{2e}{\lambda}$

La valeur numérique de p_0 est non entière et l'éclairement au centre des anneaux est quelconque



Pour discerner les 2 rayons il faut que $\Delta e_{1/2} < |\rho_2 - \rho_1|$

Q43) D'après l'énoncé $\Delta r_{\min} = \frac{\lambda^2}{2F \cos \theta}$ où $F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} = 29,8$
 $= \underline{\underline{0,69 \mu\text{m}}}$

D'après Q34), $\Delta \lambda = 20 \text{ pm} \Rightarrow$ il est donc possible d'observer l'effet Zeeman avec l'IPF

Q44) Les particules en physique quantique sont décrites par dualité onde-particule en introduisant la fonction d'onde.

Q45) $|\Psi(\vec{r})|^2$ représente la densité de probabilité de présence en $\vec{r}$

Q46) la normalisation de la fonction d'onde permet d'expliquer le coefficient $\frac{1}{\pi r_0^3}$

Q47) D'après Schrödinger : $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi_{1s} + V \Psi_{1s} = E_{1s} \Psi_{1s}$

$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \left[\frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} r_0^3} e^{-r/r_0} \right) \right] \right] - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} \Psi_{1s} = E_{1s} \Psi_{1s}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi} r_0^3} \cdot \left(-\frac{1}{r_0} \right) e^{-r/r_0} \right) - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} \Psi_{1s} = E_{1s} \Psi_{1s}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r_0^2} - \frac{2}{r r_0} \right] \Psi_{1s} - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} \Psi_{1s} = E_{1s} \Psi_{1s}$$

$$\Leftrightarrow E_{1s} = \frac{1}{r} \left[-\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0} + \frac{\hbar^2}{2m r_0} \right] - \frac{\hbar^2}{2m r_0^2}$$

$$\text{D'après Q18, } r_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{m_e e^2} = \frac{4\pi \hbar^2 \epsilon_0}{m_e e^2}$$

$$\text{d'où } E_{1s} = \frac{1}{r} \left[\frac{-e^2}{4\pi \epsilon_0} + \frac{2\hbar^2}{2m_e \cdot 4\pi \hbar^2 \epsilon_0} \right] - \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{m_e^2 e^4}{16\pi^2 \hbar^4 \epsilon_0^2}$$

$$\Leftrightarrow E_{1s} = \frac{1}{r} \left[0 \right] - \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2}$$

$$\Leftrightarrow E_{1s} = - \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^2} = -E_0 \quad \left(\text{d'après Q20} \right)$$

Q48) la probabilité de trouver l'électron dans dV est : $dP = |\psi_{1s}|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$

d'où entre 2 sphères de rayon r et $r+dr$:

$$\begin{aligned} dP &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} |\psi_{1s}|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi \\ &= \frac{1}{\pi r_0^3} e^{-2r/r_0} 4\pi r^2 dr \quad (\text{C'est la même aire que pour calculer } S_{\text{sphère}}) \\ &= \frac{4r^2}{r_0^3} e^{-2r/r_0} dr \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(r) = \frac{dP}{dr} = \frac{4r^2}{r_0^3} e^{-2r/r_0}$$

Q49) le courbe est dissymétrique avec une aie plus importante si $r > r_0$ que si $r < r_0$

d'où $\langle r \rangle > r_0$ ce qui confirme que $\langle r \rangle = \frac{3}{2} r_0$.
 $\uparrow$
 Maximum de $P(r)$